

NEW/OLD

# இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

க.பொ.த. (உயர் தர)ப் பரீட்சை - 2020

07 - கணிதம் II

புதிய / பழைய பாடத்திட்டம்

புள்ளியிடும் திட்டம்

இந்த விடைத்தாள் பரீட்சைக்காரர்களின் உபயோகத்திற்காகத் தயாரிக்கப்பட்டது. பிரதம பரீட்சைக்காரர்களின் கலந்துரையாடல் நடைபெறும் சந்தர்ப்பத்தில் பரிமாறிக்கொள்ளப்படும் கருத்துகளுக்கேற்ப இதில் உள்ள சில விடயங்கள் மாற்றப்படலாம்.

இறுதித் திருத்தங்கள் உள்ளடக்கப்படவுள்ளன

க.பொ.த. (உயர்தரப்) பரீட்சை - 2020

07 - கணிதம் II

(புதிய/பழைய பாடத்திட்டங்கள்)

புள்ளிகளை வழங்கும் விதம்

பத்திரம் II

$$\text{பகுதி A} \quad 10 \times 25 = 250$$

$$\text{பகுதி B} \quad 05 \times 150 = 750$$

$$\text{மொத்தம்} = 1000/10$$


$$\text{பத்திரம் II இன் இறுதிப் புள்ளிகள்} = 100$$

### விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடல் - பொது நுட்ப முறைகள்

விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடும் போதும், புள்ளிப்பட்டியலில் புள்ளிகளைப் பதியும் போதும் ஓர் அங்கீகரிக்கப்பட்ட முறையைக் கடைப்பிடித்தல் கட்டாயமானதாகும். அதன்பொருட்டு பின்வரும் முறையில் செயற்படவும்.


1. விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடுவதற்கு சிவப்பு நிற குமிழ்முனை பேனாவை பயன்படுத்தவும்.
2. சகல விடைத்தாள்களினதும் முதற்பக்கத்தில் உதவிப் பரீட்சகரின் குறியீட்டெண்ணைக் குறிப்பிடவும். இலக்கங்கள் எழுதும்போது தெளிவான இலக்கத்தில் எழுதவும்.
3. இலக்கங்களை எழுதும்போது பிழைகள் ஏற்பட்டால் அவற்றைத் தனிக்கோட்டினால் கீறிவிட்டு, மீண்டும் பக்கத்தில் சரியாக எழுதி, சிற்றொப்பத்தை இடவும்.
4. ஒவ்வொரு வினாவினதும் உபபகுதிகளின் விடைகளுக்காக பெற்றுக்கொண்ட புள்ளியை பதியும் போது அந்த வினாப்பகுதிகளின் இறுதியில்  $\Delta$  இன் உள் பதியவும். இறுதிப் புள்ளியை வினா இலக்கத்துடன்  $\square$  இன் உள் பின்னமாகப் பதியவும். புள்ளிகளைப் பதிவதற்கு பரீட்சகர்களுக்காக ஒதுக்கப்பட்ட நிரலை உபயோகிக்கவும்.

உதாரணம் - வினா இல 03

(i) ..... ✓ 


.....

.....

(ii) ..... ✓ 

.....

.....

(iii) ..... ✓ 

.....

.....

(03) (i)  $\frac{4}{5}$  + (ii)  $\frac{3}{5}$  + (iii)  $\frac{3}{5}$  =  $\frac{10}{15}$

பல்தேர்வு விடைத்தாள் (துளைத்தாள்)

1. க.பொ.த.(உ.) தர மற்றும் தகவல் தொழிநுட்பப் பரீட்சைக்கான துளைத்தாள் திணைக்களத்தால் வழங்கப்படும். சரியாக துளையிட்டு அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாள் தங்களுக்கு கிடைக்கப்பெறும். அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாளைப் பயன்படுத்துவது பரீட்சகரின் கடமையாகும்.
2. அதன் பின்னர் விடைத்தாளை நன்கு பரிசீலித்துப் பார்க்கவும். ஏதாவது வினாவுக்கு, ஒரு விடைக்கும் அதிகமாக குறியிட்டிருந்தாலோ, ஒரு விடைக்காவது குறியிடப்படாமலிருந்தாலோ தெரிவுகளை வெட்டிவிடக்கூடியதாக கோபொன்றைக் கீறவும். சில வேளைகளில் பரீட்சாந்தி முன்னர் குறிப்பிட்ட விடையை அழித்துவிட்டு வேறு விடைக்குக் குறியிட்டிருக்க முடியும். அவ்வாறு அழித்துள்ள போது நன்கு அழிக்காது விட்டிருந்தால், அவ்வாறு அழிக்கப்பட்ட தெரிவின் மீதும் கோடீடும்.
3. துளைத்தாளை விடைத்தாளின் மீது சரியாக வைக்கவும். சரியான விடையை ✓ அடையாளத்தாலும் பிழையான விடையை ○ அடையாளத்தாலும் இறுதி நிரலில் அடையாளமிடவும். சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை அவ்வவ் தெரிவுகளின் இறுதி நிரையின் கீழ் அத்துடன் அவற்றை சூட்டி சரியான புள்ளியை உரிய கட்டத்தில் எழுதவும்.

**கட்டமைப்பு கட்டுரை விடைத்தாள்கள்**

1. பரீட்சாந்திதிகளால் விடைத்தாளில் வெறுமையாக விடப்பட்டுள்ள இடங்களையும், பக்கங்களையும் குறுக்குக் கோடிட்டு வெட்டிவிடவும். பிழையான பொருத்தமற்ற விடைகளுக்குக் கீழ் கோடிடவும். புள்ளி வழங்கக்கூடிய இடங்களில் ✓ அடையாளமிட்டு அதனைக் காட்டவும்.
2. புள்ளிகளை ஓவலண்ட் கடதாசியின் இடது பக்கத்தில் குறிக்கவும்.
3. சகல வினாக்களுக்கும் கொடுத்த முழுப் புள்ளியை விடைத்தாளின் முன் பக்கத்திலுள்ள பொருத்தமான பெட்டியினுள் வினா இலக்கத்திற்கு நேராக 2 இலக்கங்களில் பதியவும். வினாத்தாளில் உள்ள அறிவுறுத்தலின் படி வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்படல் வேண்டும். எல்லா வினாக்களினதும் புள்ளிகளும் முதல் பக்கத்தில் பதியப்பட்ட பின் விடைத்தாளில் மேலதிகமாக எழுதப்பட்டிருக்கும் விடைகளின் புள்ளிகளில் குறைவான புள்ளிகளை வெட்டி விடவும்.
4. மொத்த புள்ளிகளை கவனமாக கட்டி முன் பக்கத்தில் உரிய கட்டில் பதியவும். விடைத்தாளில் வழங்கப்பட்டுள்ள விடைகளுக்கான புள்ளியை மீண்டும் பரிசீலித்த பின் முன்னால் பதியவும். ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் வழங்கப்படும் புள்ளிகளை உரிய விதத்தில் எழுதுவும்.

**புள்ளிப்பட்டியல் தயாரித்தல்**

இம்முறை சகல பாடங்களுக்குமான இறுதிப்புள்ளி குழுவினுள் கணிப்பிடப்படமாட்டாது. இது தவிர ஒவ்வொரு வினாப் பத்திரத்துக்குமான இறுதிப்புள்ளித்தனியாக புள்ளிப்பட்டியலில் பதியப்பட வேண்டும். பத்திரம் I ற்கான பல்தேர்வுவினாப்பத்திரம் மட்டும் இருப்பின் புள்ளிகள் இலக்கத்திலும் எழுத்திலும் பதியப்பட வேண்டும். 51 சித்திரப் பாடத்திற்குரிய I, II, மற்றும் III ஆகும் வினாப்பத்திரங்களுக்குரிய புள்ளிகளை தனித்தனியாக புள்ளிப்பட்டியலில் பதிந்து எழுத்திலும் எழுத்துல் வேண்டும்.

o o o

## க.பொ.த (உயர் தர)ப் பரீட்சை - 2020

## 07 - கணிதம் II (புதிய பாடத்திட்டம்)

1.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  எனக் கொள்வோம்.

$$\begin{vmatrix} a & a & 2a+b+c \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} = -2(a+b+c)^3 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$\begin{vmatrix} a & a & 2a+b+c \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \rightarrow r_1 + r_2 + r_3} \begin{vmatrix} 2(a+b+c) & 2(a+b+c) & 2(a+b+c) \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix}$$

(5)

$$2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a+b+c & 0 \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \xrightarrow{r_2 \rightarrow r_2 - br_1} 2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix}$$

(5)

(5)

$$2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \longrightarrow 2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} = -2(a+b+c)^3.$$

(5)

(5)

25

$$2. \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ எனக் கொள்வோம்.} \quad (10)$$

 $\mathbf{AB}, \mathbf{BC}$  ஆகியவற்றைக் காண்க.  $\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$  என வாய்ப்புப்பார்க்க.

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1+0 & 2+2+0 \\ 0-1+1 & 0+2+0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}. \quad (10) \end{aligned}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2 & 0+6 \\ 1+2 & 0+6 \\ -1+0 & 0+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

இப்போது,  $A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & 6 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$  ----- (1)

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

(1), (2) ஆகியவற்றினால்

$$A(BC) = (AB)C. \quad (5)$$

25

3. பத்து (10) நோக்கல்களைக் கொண்ட ஒரு தொடையின் இடையும் நியம விலகலும் முறையே 5, 10 ஆகும். இந்நோக்கல்களின் கூட்டுத்தொகையையும் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க. பெறுமானம் 5 ஆகவுள்ள வேறொரு நோக்கல் இத்தொடையின் சேர்க்கப்படுமெனின், இடையினதும் நியம விலகலினதும் புதிய பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$n = 10, \quad \mu = 5, \quad \sigma = 10.$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 5 \times 10 = 50 \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{n} - \mu^2$$

$$100 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 25.$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 100 \times 10 + 10 \times 25 = 1250. \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i \text{ and } \sum_{i=1}^{10} x_i^2, \text{ ஆகியவற்றின் புதிய பெறுமானங்கள் முறையே } (50+5), (1250+5^2) \text{ ஆகும். } \textcircled{5}$$

$$\text{புதிய இடை } \frac{55}{11} = 5. \textcircled{5}$$

$$\text{புதிய நியம விலகல்} = \sqrt{\frac{1275 - 11 \times 25}{11}} = \sqrt{\frac{1000}{11}} = \sqrt{90.9}. \textcircled{5}$$

25

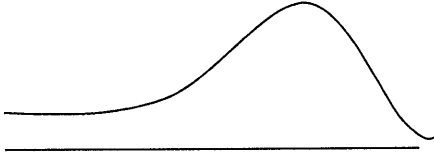
4. ஒரு பரம்பலின் இடை, இடையம், நியம விலகல் ஆகியன முறையே 28, 32, 5 ஆகும். காள் பியர்சனின் ஓராயக் குணகத்தைக் கணித்து, பரம்பலின் வடிவத்தை விவரிக்க. இப்பரம்பலுக்கு இடை மைய நாட்டத்தின் ஒரு நியாயமான அளவீடாக இருக்குமா? உமது விடைக்குக் காரணங்களைத் தருக.

காள் பியர்சனின் ஓராயக் குணகம்

$$\frac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியம விலகல்}} \textcircled{5}$$

$$= \frac{3(28-32)}{5} = -2.4. \textcircled{5}$$

இப்பரம்பல் மறையாக ஓராயமானது.



இப்பரம்பலின் கூடுதலான தரவுகள் பரம்பலின் வலது பக்கமாக கிட்டவுள்ளன.

5

இப்பரம்பலின் இடையானது மைய நாட்டத்தின் ஒரு நியாயமான அளவீடன்று. 5

தரப்பட்ட பரம்பல் ஒரு சமச்சீர்ப் பரம்பலாக இராதமையே காரணமாகும். 5

25

5. ஓர் அதிவேக வீதியின் ஒரு குறித்த பகுதியில் செல்லும் மோட்டர் வாகனங்களின் கதியானது இடை  $90 \text{ km h}^{-1}$  உடனும் நியம விலகல்  $10 \text{ km h}^{-1}$  உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த மோட்டர் வாகனத்தின் கதி  $85 \text{ km h}^{-1}$  இற்கும்  $100 \text{ km h}^{-1}$  இற்குமிடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த மோட்டர் வாகனத்தின் கதியை வகைகுறிக்கும் எழுமாற்று மாறி  $X$  எனக் கொள்வோம்.

$$X \sim N(90, 10^2)$$

$$P(85 < X < 100) \quad (5)$$

$$= P\left(\frac{85-90}{10} < Z < \frac{100-90}{10}\right) \quad (5)$$

$$= P(-0.5 < Z < 1)$$

$$= P(Z < 1) - P(Z \leq -0.5) \quad (5)$$

$$= 0.8413 - 0.3085 \quad (5)$$

$$= 0.5328 \quad (5)$$

25

6. ஒரு பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் சுரையாணிகளில் 10% ஆனவை குறைபாடுள்ளவையென முன்னைய அறிக்கைகளிலிருந்து அறியப்பட்டுள்ளது. இப்பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் 5 சுரையாணிகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால்,

(i) செட்டமாக 3 சுரையாணிகள் குறைபாடுள்ளவாக,

(ii) 2 இற்கு மேற்பட்ட சுரையாணிகள் குறைபாடு இல்லாதவாக அமைவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(i)  $P(\text{குறைபாடுகளை ஒரு சுரையாணியைப் பெறுதல்}) = 0.1.$

5 சுரையாணிகளில் குறைபாடுள்ள சுரையாணிகளின் எண்ணிக்கை  $X$  எனக் கொள்வோம்.

$$X \sim B(5, 0.1)$$

$$P(X = 3) = {}^5C_3(0.1)^3(0.9)^2 \quad (5)$$

$$= \frac{5!}{3!2!} \times 0.001 \times 0.81$$

$$= 10 \times 0.001 \times 0.81 = 0.0081 \quad (5)$$



(ii) 5 சுரையாணிகளில் குறைபாடு இல்லாத சுரையாணி 2 இற்கு மேற்பட்ட குறைபாடு இல்லாத என்பது “2 இற்கு கூடுதலான குறைபாடுள்ள”

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 2)$$

$$= 1 - {}^5C_1(0.9)(0.1)^4 - {}^5C_2(0.9)^2(0.1)^3 \quad (5)$$

$$= 1 - 5 \times 0.9 \times 0.0001 - 10 \times 0.81 \times 0.001 \quad (5)$$

$$= 1 - 0.00045 - 0.0081$$

$$= 0.99145 \quad (5)$$

25

7. முப்பது (30) கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர்களைக் கொண்ட ஒரு குழுவில் 20 கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர்கள் விளையாட்டுக் கழகம் A இற்கும் 15 கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர்கள் விளையாட்டுக் கழகம் B இற்கும் விளையாடியுள்ளனர். ஒவ்வொரு கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரரும் குறைந்தபட்சம் ஒரு விளையாட்டுக் கழகத்திற்கேனும் விளையாடியுள்ளனர். ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் விளையாட்டுக் கழகம் A இற்கு விளையாடியுள்ளார் எனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது அவர் விளையாட்டுக் கழகம் B இற்கும் விளையாடியிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் விளையாட்டு கழகம் A இற்கு விளையாடும் நிகழ்வு  $X$  எனவும் கிறிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் விளையாட்டு கழகம் B இற்கு விளையாடும் நிகழ்வு  $Y$  எனவும் கொள்வோம்.

$$P(X) = \frac{20}{30} \quad P(Y) = \frac{15}{30} \quad (5)$$

$$P(X \cup Y) = \frac{30}{30} \quad (5)$$

$$P(X \cap Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cup Y) \quad (5)$$

$$= \frac{20}{30} + \frac{15}{30} - \frac{30}{30}$$

$$= \frac{1}{6} \quad (5)$$

$$P(X|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/6}{2/3} = \frac{1}{4} \quad (5)$$

25

8.  $A, B$  ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி  $S$  இல்  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$  ஆக இருக்குமாறு உள்ள இரு நிகழ்வுகளைக் கொள்வோம்.

(i)  $P(B)$ , (ii)  $P(A' \cap B)$ , (iii)  $P(A'|B)$  ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (5)$$

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) \quad (5)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6-3+1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4-1}{8} = \frac{3}{8} \quad (5)$$

$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{3/8}{1/2} = \frac{3}{4} \quad (5)$$

25

9. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி  $X$  இன் நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$x$	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$p$	$2p$	$p$	$2p$	$p$

மாறிலி  $p$  இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு  $E(X) = 3$  எனக் காட்டுக.

$Y$  ஆனது  $3X - 4$  இனால் தரப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம்.  $P(Y > X)$  ஐக் காண்க.

$$\sum P(X = x) = 1 \quad (5)$$

$$\therefore p + 2p + p + 2p + p = 1$$

$$\therefore p = \frac{1}{7}. \quad (5)$$

$$E(X) = \sum xP(X = x) \quad (5)$$

$$= 1 \times p + 2 \times 2p + 3 \times p + 4 \times 2p + 5 \times p$$

$$= 21 \times \frac{1}{7} = 3. \quad (5)$$

ஆனால்  $Y = 3X - 4$ ,  $P(Y > X) = P(X > 2)$

$$= 1 - P(X = 1)$$

$$1 - \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \frac{6}{7}. \quad (5)$$

10.  $X$  என்பது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு  $f(x)$  ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} kx - x^2 & , 0 \leq x \leq 1 \text{ எனின்,} \\ 0 & , \text{ வேறு விதமாக இருக்கும்போது,} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறியாகும்; இங்கு  $k$  ஒரு மாறிலி.

$k = \frac{8}{3}$  எனக் காட்டி,  $E(X)$  ஐக் காண்க.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\therefore \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 (kx - x^2) dx + \int_1^{\infty} 0 dx = 1 \quad (5)$$

$$\therefore \left[ \frac{kx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = 1 \quad (5)$$

$$\text{ஆகவே } \frac{k}{2} - \frac{1}{3} - 0 = 1$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}. \quad (5)$$

$$E(X) = \int_0^1 xf(x) dx$$

$$= \int_0^1 (kx^2 - x^3) dx \quad (5)$$

$$= \left[ \frac{kx^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1$$

$$= \frac{8}{9} - \frac{1}{4} = \frac{23}{36}. \quad (5)$$

## பகுதி B

**பகுதி B**

\* ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதிக.

11. ஒரு தொழிற்சாலையில் மேசைகளும் கதிரைகளும் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. ஒவ்வோர் உருப்படியையும் உற்பத்தி செய்வதற்கு வெட்டல், கோத்தல், முடித்தல் என்னும் மூன்று செயன்முறைகள் தேவைப்படுகின்றன. வெட்டல், கோத்தல், முடித்தல் ஆகியவற்றுக்கு உயர்ந்தபட்சம் பயன்படுத்தத்தக்க மணித்தியால எண்ணிக்கைகள் முறையே 600, 160, 280 ஆகும். ஒவ்வோர் உருப்படியையும் உற்பத்தி செய்கையில் ஒவ்வொரு செயன்முறைக்கும் தேவையான மணித்தியால எண்ணிக்கையும் ஓர் உருப்படியை விற்பதன் மூலம் பெறப்படும் இலாபமும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

	வெட்டலுக்கான மணித்தியால எண்ணிக்கை	கோத்தலுக்கான மணித்தியால எண்ணிக்கை	முடித்தலுக்கான மணித்தியால எண்ணிக்கை	இலாபம் (ஆயிரம் ரூபாயில்)
மேசை	5	1	1	12
கதிரை	6	2	4	15

தொழிற்சாலை இலாபத்தை உச்சமாக்குவதற்கு எதிர்பார்க்கின்றது.

(i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.

(ii) இயல்தகு பிரதேசத்தின் ஒரு பரும்படிப் படத்தை வரைக.

(iii) வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி, மேலே (i) இற் சூத்திரித்த பிரசினத்தின் தீர்வைக் காண்க.

(iv) களஞ்சிய இடவசதி குறைவாக இருப்பதனால் உற்பத்தி செய்யப்படும் மேசைகளினதும் கதிரைகளினதும் மொத்த எண்ணிக்கையைத் தொழிற்சாலை உயர்ந்தபட்சம் 108 இற்கு மட்டுப்படுத்த வேண்டியுள்ளது. தொழிற்சாலை இன்னும் இலாபத்தை உச்சமாக்குவதற்கு எதிர்பார்க்குமெனின், மேற்குறித்த மட்டுப்பாடு காரணமாக இலாபத்தில் உள்ள குறைவைக் காண்க.

(i) உற்பத்தி செய்ய வேண்டிய மேசைகளின் எண்ணிக்கை  $x$  எனவும் உற்பத்தி செய்ய வேண்டிய கதிரைகளின் எண்ணிக்கை  $y$  எனவும் கொள்வோம்.

ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினம் :

பின்வரும் நிபந்தனைகளிற்கு ( $z = 12x + 15y$  ஐ உச்சமாக்க) (10)

$$5x + 6y \leq 600, \quad (10)$$

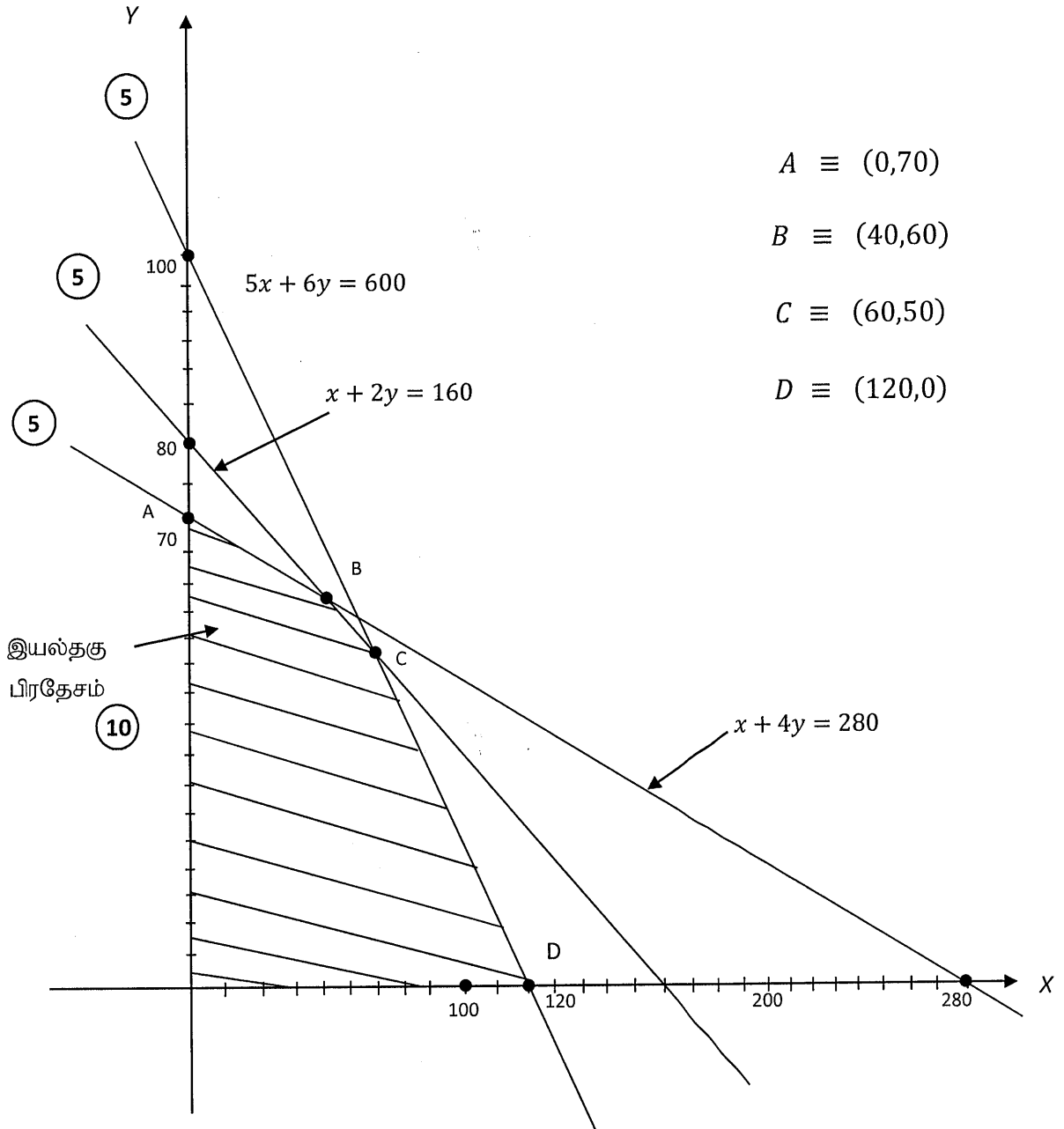
$$x + 2y \leq 160, \quad (10)$$

$$x + 4y \leq 280, \quad (10)$$

$$x \geq 0, y \geq 0. \quad (5) + (5)$$

50

(ii)



25

(iii)

புள்ளி	$z = 12x + 15y$ இன் பெறுமானம்
$A \equiv (0, 70)$	$12 \times 0 + 15 \times 70 = 1050$
$B \equiv (40, 60)$	$12 \times 40 + 15 \times 60 = 1380$
$C \equiv (60, 50)$	$12 \times 60 + 15 \times 50 = 1470$
$D \equiv (120, 0)$	$12 \times 120 + 15 \times 0 = 1440$

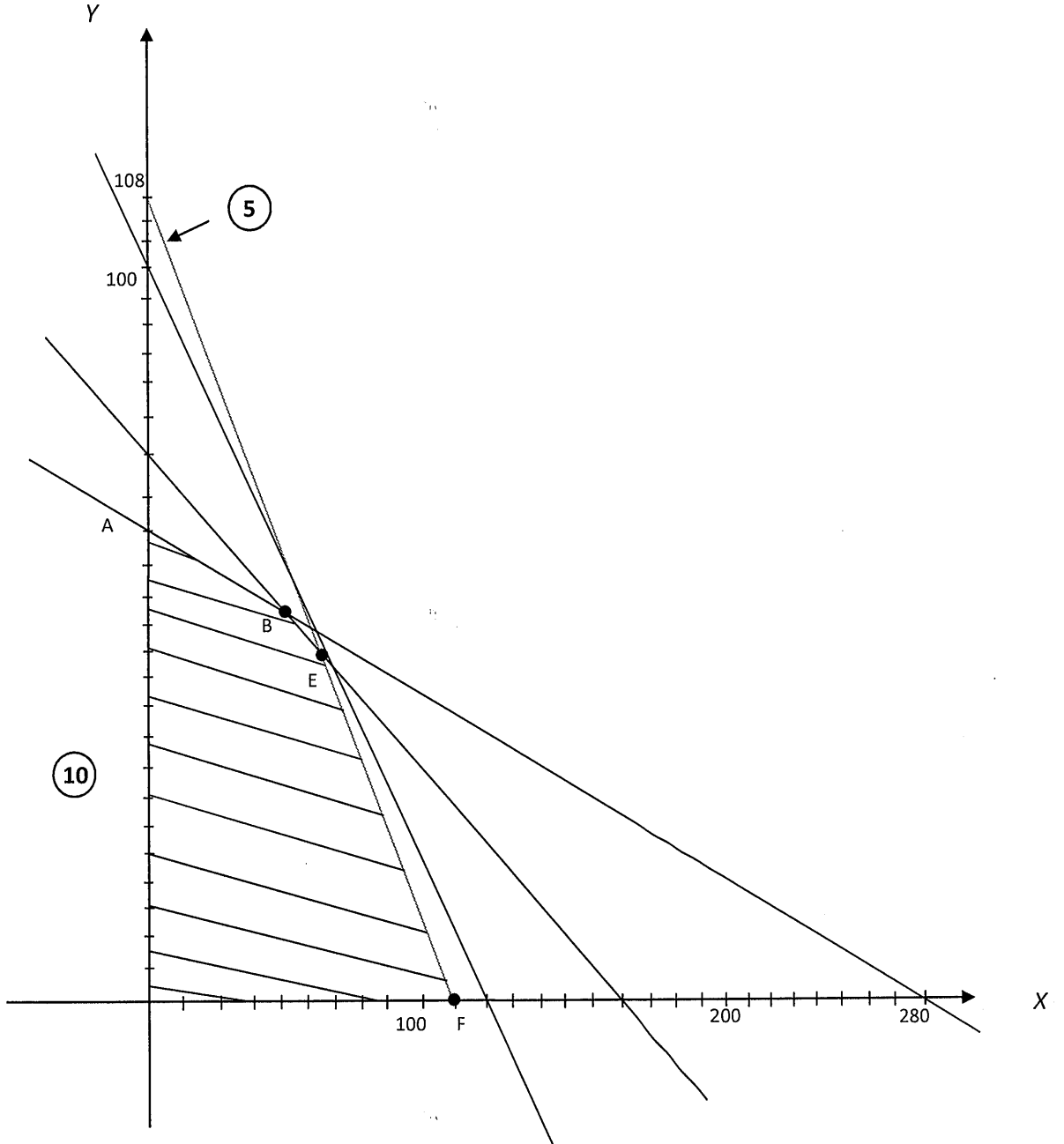
20

உச்சம்  $z = 1470$ . இது புள்ளி  $C \equiv (60, 50)$  இல் நிகழ்கிறது. (5) + (5) + (5)

இலாபத்தை உச்சமாக்குவதற்குத் தொழிற்சாலை 60 மேசைகளையும் 50 கதிரைகளையும் உற்பத்தி செய்ய வேண்டும்.

35

(iv) புதிய விகாரப்படை  $x + y \leq 108$  உடன் இயல்தகு பிரதேசம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது :





புள்ளி	$z$ இன் பெறுமானம்
$A \equiv (0, 70)$	1050
$B \equiv (40, 60)$	1380
$E \equiv (56, 52)$	1452
$F \equiv (108, 0)$	1296

5

5

உச்சம்  $z = 1452$ . இது புள்ளி  $E \equiv (56, 52)$  இல் நிகழ்கின்றது. (5)

$\therefore$  இலாபத்தில் உள்ள அதிகரிப்பு =  $1470 - 1452 = 18$  ஆயிரம் ரூபாய். (5)

40

12. (a)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  எனக் கொள்வோம்.  $A^{-1}$  ஐ எழுதுக.

$B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  எனக் கொள்வோம்.

$AC = B$  ஆக இருக்குமாறு தாயம்  $C$  ஐக் கண்டு

$AC - CA = \begin{pmatrix} 20 & 43 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$  எனக் காட்டுக.

$AC - DA = O$  ஆக இருக்குமாறு தாயம்  $D$  ஐக் காண்க; இங்கு  $O$  ஆனது வரிசை 2 ஐ உடைய பூச்சியத் தாயமாகும்.

(b)  $a \in \mathbb{R}$  எனக் கொள்வோம்.

$$(a - 5)x + 3y = a$$

$$-4x + (a + 2)y = 1$$

ஆகிய ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை வடிவம்  $PX = Q$  இல் எழுதுக; இங்கு  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  ஆகும்.

$P, Q$  ஆகியன துணியப்பட்ட வேண்டிய தாயங்களாகும்.

$\Delta = \begin{vmatrix} (a-5) & 3 \\ -4 & (a+2) \end{vmatrix}$  ஐ  $a$  இல் உள்ள ஓர் இருபடிச் சார்பாக எடுத்துரைக்க.

சமன்பாடு  $\Delta = 0$  இன் மூலங்கள்  $a = 1$  உம்  $a = 2$  உம் எனக் காட்டுக.

மேற்கூறிய சமன்பாட்டுச் சோடிக்கு

(i)  $a = 1$  இருக்கும்போது முடிவின்றிப் பல தீர்வுகள் இருக்கும் எனவும்

(ii)  $a = 2$  ஆக இருக்கும்போது தீர்வு எதுவும் இல்லை எனவும்

(iii)  $a = 3$  ஆக இருக்கும்போது ஓர் ஒரு தனியான தீர்வு இருக்கும் எனவும்

காட்டுக.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \text{ ஆகையால் } A^{-1} = \frac{1}{(-8+7)} \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \quad (10) + (5)$$

$$\text{இப்போது } B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

தாயம்  $C$  ஆனது  $C = A^{-1}B$ . இனால்  $AC = B$  தரப்படுமாறு உள்ளது.  $(5)$

$$\therefore C = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

$$\text{அடுத்ததாக } AC - CA = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -21 & -40 \\ 11 & 21 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} 20 & 43 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

தாயம்  $D$  ஆனது  $B - DA = 0$  இனால்  $AC - DA = 0$  தரப்படுமாறு உள்ளது.  $(5)$

$$\therefore DA = B \text{ இலிருந்து, } D = BA^{-1}.$$

$$(10)$$

$$\therefore D = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & -19 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

(b) ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடி

$$(a - 5)x + 3y = a$$

$$-4x + (a + 2)y = 1$$

ஆனது

$$\begin{pmatrix} a-5 & 3 \\ -4 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (10) + (5)$$

இற்குச் சமவலுவுள்ளது.

$$\text{இது வடிவம் } \mathbf{PX} = \mathbf{Q} \text{ இல் உள்ளது ; இங்கு } \mathbf{P} = \begin{pmatrix} a-5 & 3 \\ -4 & a+2 \end{pmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

$$\text{இப்போது } \Delta = \begin{vmatrix} (a-5) & 3 \\ -4 & (a+2) \end{vmatrix} = (a-5)(a+2) + 12 \quad (5)$$

$$= a^2 - 3a + 2. \quad (5)$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(a-1) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow a = 2 \text{ or } a = 1.$$

இதிலிருந்து,  $\Delta = 0$  இன் மூலங்கள்  $a = 2$ ,  $a = 1$  ஆகும். (5)

50

(i)  $a = 1$ :

இச்சந்தர்ப்பத்தில் சமன்பாடு சோடி

$$-4x + 3y = 1$$

ஆக அமைகின்றது.

$$\text{தீர்வுகள் } x = t, y = \frac{1}{3}(1 + 4t), \text{ இனால் தரப்படுகின்றன ; இங்கு } t \in \mathbb{R}. \quad (5)$$

$\therefore$  சமன்பாட்டுச் சோடிக்கு முடிவின்றிப் பல தீர்வுகள் உள்ளன.

(ii)  $a = 2$ :

இச்சந்தர்ப்பத்தில் சமன்பாட்டுச் சோடி

$$\left. \begin{array}{l} -3x + 3y = 2 \\ -4x + 4y = 1 \end{array} \right\}$$

என அமைகின்றது.

இவை

$$\left. \begin{array}{l} -x + y = \frac{2}{3} \\ -x + y = \frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

ஐத் தருகின்றமையால் சமன்பாட்டுச் சோடிக்குத் தீர்வு இல்லை. (5)

(iii)  $a = 2$ :

இச்சந்தர்ப்பத்தில் சமன்பாட்டுச் சோடி

$$\left. \begin{array}{l} -2x + 3y = 3 \\ -4x + 5y = 1 \end{array} \right\}$$

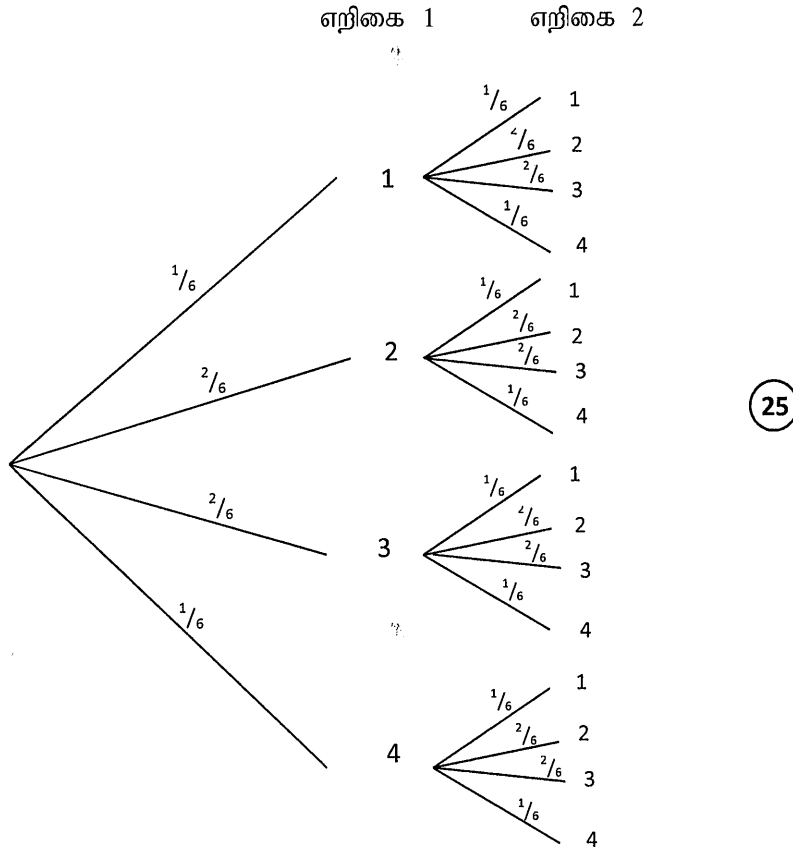
என அமைகின்றது. இதிலிருந்து,  $x = 6$ ,  $y = 5$  (5)

15

சோடிச் சமன்பாடுகளிற்கு ஒரு தனியான தீர்வு உண்டு.

13. (a) முகங்களில் 1, 2, 2, 3, 3, 4 எனக் குறிக்கப்பட்ட ஒரு கோடாத சதுரமுகித் தாயக் கட்டை இரு தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது.  $A$  ஆனது கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 ஆகவுள்ள நிகழ்வு எனவும்  $B$  ஆனது கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை இரட்டை ஆகவுள்ள நிகழ்வு எனவும் கொள்வோம்.  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A|B)$  ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (b)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  என்னும் இலக்கத் தொடையிலிருந்து 4 இலக்கங்கள் பிரதிவைப்பு இல்லாமல் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டு ஒரு 4 இலக்க எண் உருவாக்கப்படுகின்றது.
- (i) எத்தனை வெவ்வேறு 4 இலக்க எண்களை உருவாக்கலாம்?
- (ii) இந்த 4 இலக்க எண்களில் எத்தனை எண்கள் 3 அல்லது 5 உடன் ஆரம்பிக்கின்றன?
- (c) நான்கு ஆண்களையும் இரு பெண்களையும் கொண்ட ஒரு குழுவிலிருந்து நான்கு பேரைக் கொண்ட ஒரு குழுவும் தெரிந்தெடுக்கப்பட வேண்டும்.
- (i) நான்கு பேரைக் கொண்ட எத்தனை வெவ்வேறு குழுக்கள் தெரிந்தெடுக்கப்படலாம்?
- (ii) இந்த குழுக்களுக்கு இரு பெண்களும் தெரிந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

பெறப்படும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 இற்குச் சமமாக இருக்கும் நிகழ்வு  $A$  எனவும் பெறப்படும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை ஓர் இரட்டை எண்ணாக இருக்கும் நிகழ்வு  $B$  எனவும் கொள்வோம்.



$$P(A) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \quad (5)$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) \quad (20)$$

$$= \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36}$$

$$= \frac{18}{36} = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{2/9}{1/2} = \frac{4}{9} \quad (5)$$

(5)

(10)

75

(b) (i) தேவையான விடை =  ${}^6P_4 = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360.$  (5)

(10)

15

(ii) இறுதி 3 இலக்கங்களுள் ஆக்கப்படத்தக்க வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$= {}^5P_3 = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60. \quad (5) + (5)$$

$\therefore$  3 உடன் அல்லது 5 உடன் ஆரம்பிக்கும் 4 இலக்க எண்ணகளின் எண்ணிக்கை

$$= 2 \times 60 = 120. \quad (5) + (5)$$

20

(c) (i) 6 பேரிலிருந்து தெரிந்தெடுக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு 4 உறுப்பினர் குழுக்களின் எண்ணிக்கை

$$= {}^6C_4 = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \quad (5)$$

(10)

15

(ii) 2 பெண்கள் உள்ளடக்கப்படுவதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கை = 1 (5)

4 ஆண்களில் 2 ஆண்கள் தெரிந்தெடுக்கப்படத்தக்க வழிகளின் எண்ணிக்கை

$$= {}^4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6. \quad (5) + (5)$$

∴ இரு பெண்கள் உள்ள 4 உறுப்பினர் குழுக்களின் எண்ணிக்கை = 6.

∴ இரு பெண்களும் தெரிந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு =  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ . (10)

25

14. ஒரு பெட்டி  $X$  இல் 4 சிவப்பு அட்டைகளும் 6 நீல அட்டைகளும் உள்ளன. ஒரு பெட்டி  $Y$  இல் 3 சிவப்பு அட்டைகளும் 2 நீல அட்டைகளும் உள்ளன. தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{2}{3}$  ஐக் கொண்ட கோடலுற்ற நாணயம் மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. அப்போது, தலை கிடைக்குமெனின் பெட்டி  $X$  இலிருந்து 2 அட்டைகளும் பெறுமானம் கிடைக்குமெனின் பெட்டி  $Y$  இலிருந்து 2 அட்டைகளும் பிரதிவைப்பு இல்லாமல் எழுமாற்றாக ஒன்றன்பின்னொன்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன.

- (i) எடுத்த இரு அட்டைகளும் சிவப்பு அட்டைகளாக இருப்பதற்கான,
- (ii) எடுத்த அட்டைகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான,
- (iii) எடுத்த இரு அட்டைகளும் வெவ்வேறு நிறங்களை உடையனவாக இருப்பதற்கான,
- (iv) எடுத்த அட்டைகளில் குறைந்தபட்சம் ஒர் அட்டையேனும் சிவப்பு நிறமுள்ளதெனத் தரப்படும்போது இரு அட்டைகளும் வெவ்வேறு நிறங்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான

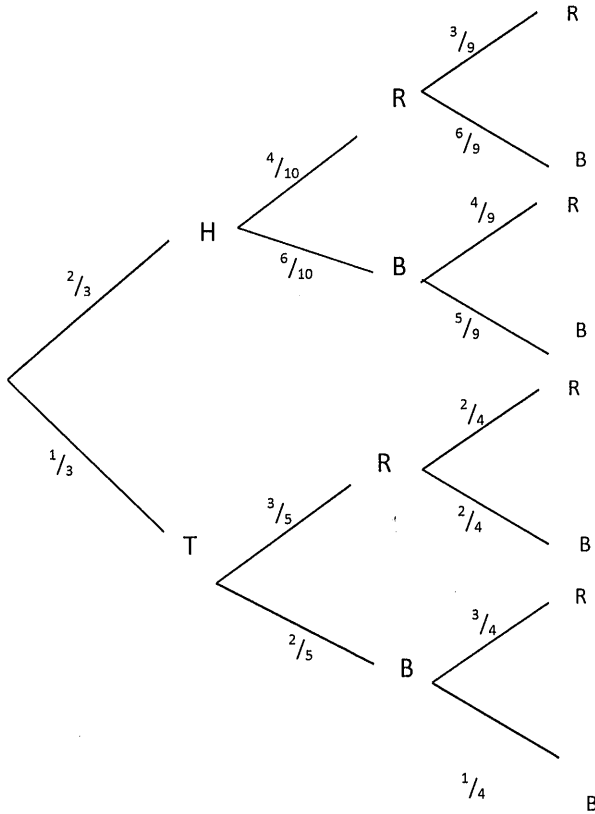
நிகழ்தகவைக் காண்க.

- (i) ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்வு  $H$  ஒரு பெறுமானம் கிடைக்கும் நிகழ்வு  $T$  எனவும் கொள்வோம்.

மேலும் ஒரு சிவப்பு அட்டையை எடுப்பதற்கான நிகழ்வு  $R$  எனவும் ஒரு நீல அட்டையை எடுப்பதற்கான நிகழ்வு  $B$  எனவும் கொள்வோம்.

$$P(H) = \frac{2}{3}, P(T) = \frac{1}{3}. \text{ ஆகையால்}$$

$$\textcircled{5} + \textcircled{5}$$



20



$$P (2 \text{ சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்}) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{10_5} \times \frac{3}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}\right) \quad (15)$$

$$= \frac{4}{45} + \frac{2}{20}$$

$$= \frac{17}{90} \quad (10)$$

55

(ii) P (குறைந்தபட்சம் 1 சிவப்பு அட்டையையேனும் எடுத்தல்)

$$= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{10_5}\right)\left(\frac{3}{9}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{10_5}\right)\left(\frac{3^2}{9}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3^2}{10_5}\right)\left(\frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{4_2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{4_2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{4_2}\right)$$

(35)

$$= \frac{4}{45} + \frac{8}{45} + \frac{8}{45} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{20}{45} + \frac{3}{10} = \frac{335^{67}}{450_{90}} = \frac{67}{90} \quad (10)$$

45

(iii) P (வெவ்வேறு நிறங்களை உடைய இரு அட்டைகளை எடுத்தல்)

$$= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{10_5}\right)\left(\frac{3^2}{9}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3^2}{10_5}\right)\left(\frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{4_2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{4_2}\right) \quad (20)$$

$$= \frac{8}{45} + \frac{8}{45} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{25}{45} \quad (5) + (5)$$

30

(iv)  $A$  - குறைந்தபட்சம் 1 சிவப்பு அட்டையையேனும் பெறுதல்.

$C$  - ஒரு சிவப்பு அட்டையையும் ஒரு நீல அட்டையையும் பெறுதல்.

$$A \cap C = C \quad (5)$$

$$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{P(C)}{P(A)} = \frac{\frac{25}{45}}{\frac{67}{90}} = \frac{50}{67} \quad (5)$$

(5)

(5)

20

மாற்று முறை

(i) ஒரு தலையைப் பெறுவதற்கான நிகழ்வு  $H$  எனவும் ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்கான நிகழ்வு  $T$  எனவும் கொள்வோம்.

$$P(H) = \frac{2}{3}, P(T) = \frac{1}{2} \quad (5) + (5)$$

$P$  (இரு சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்)

=  $P$  (பெட்டி  $Y$  இலிருந்து இரு சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்)

+  $P$  (பெட்டி  $X$  இலிருந்து இரு சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்) (5) + (5)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2} + \frac{1}{3} \times \frac{{}^3C_2}{{}^5C_2} \quad (10)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{17}{90} \quad (5)$$

(5) + (5)

55

(ii)  $P$  (குறைந்தபட்சம் வேறுபட்ட ஒரு சிவப்பு அட்டையையேனும் எடுத்தல்)

$= P$  (பெட்டி  $X$  இலிருந்து இரு சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்)

$+ P$  (பெட்டி  $X$  இலிருந்து 1 சிவப்பு அட்டையையும் 1 நீல அட்டையையும் எடுத்தல்) (10)

$+ P$  (பெட்டி  $Y$  இலிருந்து 2 சிவப்பு அட்டைகளை எடுத்தல்)

$+ P$  (பெட்டி  $Y$  இலிருந்து 1 சிவப்பு அட்டையையும் 1 நீல அட்டையையும் எடுத்தல்)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2} + \frac{2}{3} \times \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_2} + \frac{1}{3} \times \frac{{}^3C_2}{{}^5C_2} + \frac{1}{3} \times \frac{{}^3C_1 \times {}^2C_1}{{}^5C_2}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{45} + \frac{2}{3} \times \frac{4 \times 6}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 2}{10} \quad (10)$$

$$\frac{4}{45} + \frac{16}{45} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{67}{90} \quad (5)$$

45

(iii)  $P$  (வெவ்வேறு நிறங்களை உடைய இரு அட்டைகளை எடுத்தல்)

$= P$  (பெட்டி  $X$  இலிருந்து 1 சிவப்பு அட்டையையும் 1 நீல அட்டையையும் எடுத்தல்) (10)

$+ P$  (பெட்டி  $Y$  இலிருந்து 1 சிவப்பு அட்டையையும் 1 நீல அட்டையையும் எடுத்தல்)

$$\frac{2}{3} \times \frac{{}^4C_1 \times {}^6C_1}{{}^{10}C_2} + \frac{1}{3} \times \frac{{}^3C_1 \times {}^2C_1}{{}^5C_2}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{4 \times 6}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 2}{10} = \frac{16}{45} + \frac{2}{20} = \frac{25}{45} \quad (10)$$

30

iv) மேலே உள்ள விடையைப் பெற்றதுபோல்

20

15. (a) ஒரு குறித்த பேருந்துத் தரிப்பிடத்தில் இரு பேருந்துகளின் அடுத்தடுத்து வருகைகளுக்கிடையே உள்ள நிமிடத்திலான நேரம்  $X$  ஆனது அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x > 0 \\ 0 & , \text{வேறு விதமாக} \end{cases}$$

ஆக இருக்குமாறு அடுக்குகுறிமுறையாகப் பரம்பியுள்ளது; இங்கு  $\lambda (> 0)$  ஒரு பரமமாம்.

பேருந்துத் தரிப்பிடத்திற்கு ஒரு மணித்தியாலத்தில் வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கைகளின் இடை 12 எனின்,  $\lambda$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) பேருந்துத் தரிப்பிடத்திற்கு ஒரு பேருந்து வந்த பின்னர் அடுத்த பேருந்து அந்தத் தரிப்பிடத்திற்கு வருவதற்கு எடுக்கும் நேரம்

(α) ஒரு நிமிடத்திற்கும் மூன்று நிமிடங்களுக்குமிடையே

(β) ஐந்து நிமிடங்களிலும் குறைவாக

இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) ஒரு பேருந்து அப்பேருந்துத் தரிப்பிடத்திற்கு வந்து இப்போது ஐந்து நிமிடங்கள் கழிந்துள்ளவெனத் தரப்பட்டிருப்பின், அடுத்த பேருந்து வருவதற்குக் குறைந்தபட்சம் இரண்டு நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) ஆயிடை  $[a, b]$  மீது தொடர் எழுமாற்று மாறி  $X$  சீராகப் பரம்பியுள்ளது.

$P(X < 16) = 0.4$  ஆகவும்  $P(X > 21) = 0.2$  ஆகவும் இருக்குமாறு  $a, b$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

60 நிமிடங்களுக்கு 12 பேருந்துகள்.

பேருந்துகளுக்கிடையே சராசரி நேரம்  $= \frac{60}{12} = 5$ .

(5)

$\therefore \lambda = \frac{1}{5} = 0.2$  (5)

10

(i) (α) பேருந்துகளுக்கிடையே உள்ள நேரம்  $X$  எனக் கொள்வோம்.

$$P(1 < X < 3) = \int_1^3 \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (5)$$

(5)

$$= \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{-\lambda} \Big|_1^3 \quad (5)$$

$$= -e^{-\lambda x} \Big|_1^3$$

$$= -e^{-3\lambda} + e^{-\lambda} = -e^{-0.2} - e^{-0.6}$$

25

(5) + (5)

$$\begin{aligned}
 (\beta) \quad P(X < 5) &= \int_{-\infty}^5 \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (5) \\
 &= \int_{-\infty}^5 \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} \Big|_0^5 \quad (5) \\
 &= 1 - \frac{1}{e} \quad (5)
 \end{aligned}$$

20

(5)

$$(ii) \quad P(X > 5+2 | X > 5)$$

$$= \frac{P(X > 7)}{P(X > 5)} \quad (5)$$

$$P(X > 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \int_0^7 \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - [-e^{-\lambda x}]_0^7 = 1 + [e^{-\lambda x}]_0^7 \quad (5) \\
 &= 1 + [-e^{-\lambda x} - 1] = e^{-1.4} \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore P(X > 5+2 | X > 5) &= \frac{e^{-1.4}}{1 - (1 - \frac{1}{e})} = \frac{e}{e^{1.4}} \\
 &= \frac{1}{e^{0.4}} \quad (10)
 \end{aligned}$$

50

$X \sim [a, b]$  மீது சீரானது.

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \text{ இற்கு } a \leq x \leq b. \quad (5)$$

$$P(X < 16) = \int_a^{16} f(x) dx = \int_a^{16} \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} [x]_a^{16} \quad (5)$$

$$= \frac{16-a}{b-a} \quad (5)$$

$P(X < 16) = 0.4$ . எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore \frac{16-a}{b-a} = 0.4 \Rightarrow 16-a = 0.4b - 0.4a.$$

$$\therefore 0.6a + 0.4b = 16 \text{ ————— (1)} \quad (5)$$

$$P(X > 21) = \int_{21}^b \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} (b-21) \quad (5)$$

$P(X > 21) = 0.2$ . எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore \frac{b-21}{b-a} = 0.2 \Rightarrow b-21 = 0.2b - 0.2a.$$

$$\therefore 0.2a + 0.8b = 21 \text{ ————— (2)} \quad (5)$$

(1), (2) ஆகியவற்றிலிருந்து  $a = 11$ ,  $b = 23.5$ .

(5)

(5)

45

16. ஒரு புகழகப் பரீட்சைக்கு 100 மாணவர்கள் தோற்றினர். அவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் மீறன் பரம்பல் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	மீறன்
0 - 20	15
20 - 40	20
40 - 60	40
60 - 80	15
80 - 100	10

- (i) பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.  
புள்ளிகளின்
- இடை
  - நியம விலகல்
  - இடையம்
  - காலணையிடை வீச்சு
  - ஆகாரம்
- (ii) மீள்மதிப்பீட்டின் பின்னர் இரு விடைத்தாள்களின் புள்ளிகள் பின்வருமாறு மாற்றப்பட்ட வேண்டுமெனக் கண்டறியப்பட்டது.

மீள்மதிப்பீட்டுக்கு முன்னர்	மீள்மதிப்பீட்டுக்குப் பின்னர்
50	62
70	75

புதிய புள்ளிப் பரம்பலின் இடைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a)

புள்ளி	நடுப் புள்ளி $x_i$	மீறன் $f_i$	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0 - 20	10	15	150	1500
20 - 40	30	20	600	18000
40 - 60	50	40	2000	100000
60 - 80	70	15	1050	73500
80 - 100	90	10	900	81000
Total		100	4700	274,000

5

5

10

$$\text{இடை} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4700}{100} = 47$$

5

35

$$(b) \sigma^2 = \frac{1}{\sum f_i} \left( \sum f_i x^2 - \sum f_i \left( \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \right)^2 \right) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{100} (274,000 - 100 \times 47^2) \quad (5)$$

$$= \frac{53,100}{100} = 531 \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{531}. \quad (5)$$

20

(c) சீரான பரம்பலைக் கருதிக் கொண்டும் ஏகபரிமாண இடைச்செருகலைப் பயன்படுத்திக் கொண்டும்.

$$\frac{m-40}{60-40} = \frac{50-35}{75-35}, \text{ இங்கு } m \text{ ஆனது இடையமாகும்.} \quad (10)$$

$$\text{இடையம்} = \left( \frac{15}{40-20} \right) \times 20 + 40 = 7.5 + 40 = 47.5 \quad (10)$$

20

(d) கீழ்க் காலணை  $l_1$  எனவும் மேற் காலணை  $l_2$  எனவும் கொள்வோம்.

$$\frac{l_1 - 20}{40 - 20} = \frac{25 - 15}{35 - 15} \quad (10)$$

$$l_1 = \frac{10}{20} \times 20 + 20 = 30 \quad (5)$$

$l_2$  ஆனது 75 ஆவது நோக்கலைக் குறிப்பிடுகின்றது.

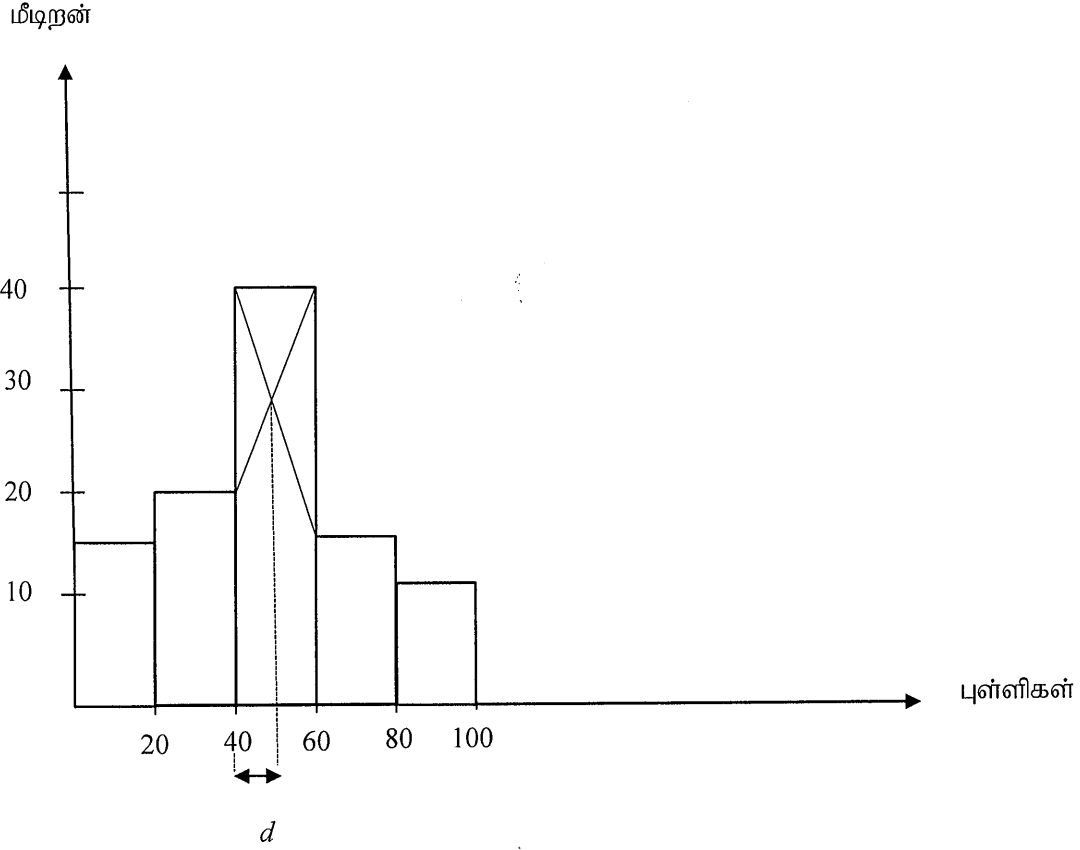
$$\therefore l_2 = 60 \quad (5)$$

$$\text{காலணையிடை வீச்சு} = l_1 - l_2 = 60 - 30 = 30 \quad (5)$$

30



(e) ஆகார வகுப்பு 40 – 60 ஆகும்.



$$\frac{20}{d} = \frac{25}{20-d} \Rightarrow 400 - 20d = 25d$$

$$45d = 400 \quad (5)$$

$$d = 8.9$$

$$\therefore M_{fhuk} = 40 + 8.9 = 48.9 \quad (5)$$

புள்ளிகள்	நடுப்புள்ளி $x_i$	மீட்டறன் $f_i$	$f_i x_i$
0 - 20	10	15	150
20 - 40	30	20	600
40 - 60	50	39	1950
60 - 80	70	16	1120
80 - 100	90	10	900
Total		100	4720

$$\text{புதிய இடை} = \frac{4720}{100} = 47.2$$

(10)

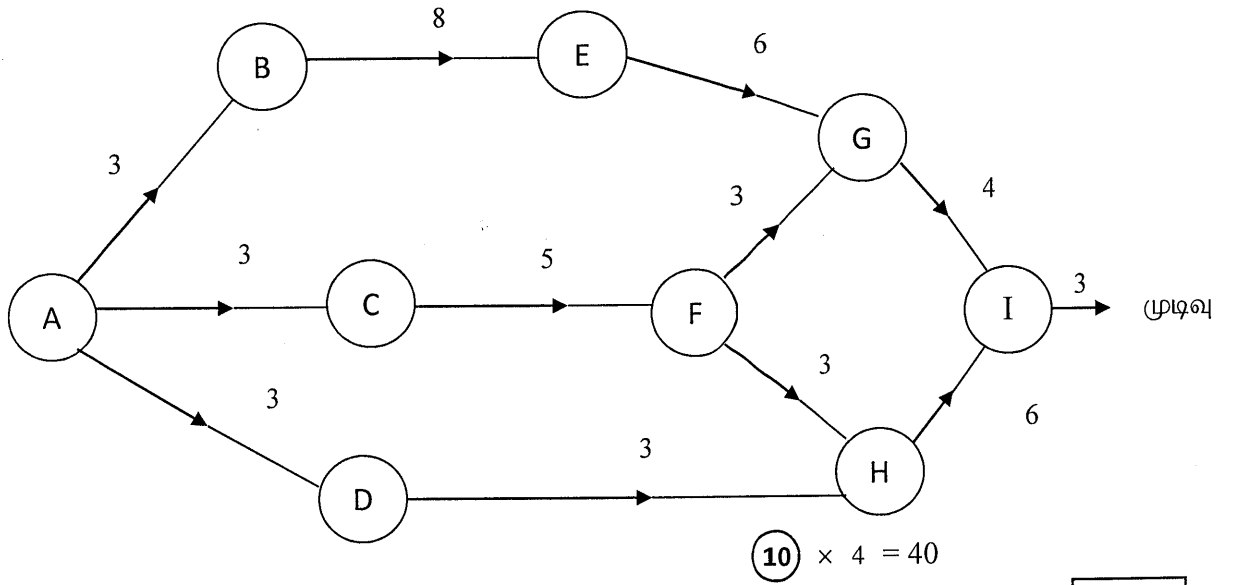
20

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கு எடுக்கும் காலமும் செயற்பாடுகளின் பாய்ச்சலும் பின்வரும் அட்டவணையில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

செயற்பாடு	முந்திய செயற்பாடுகள் (செயற்பாடுகள்)	காலம் (வாரங்களில்)
A	-	03
B	A	08
C	A	05
D	A	03
E	B	06
F	C	03
G	E, F	04
H	D, F	06
I	G, H	03

- செயற்றிட்ட வலையமைப்பை அமைக்க.
- ஒவ்வொரு செயற்றிட்டமும் ஆரம்பிக்கத்தக்க முந்திய நேரம், முடிக்கத்தக்க முந்திய நேரம், ஆரம்பிக்கத்தக்க பிந்திய நேரம், முடிக்கத்தக்க பிந்திய நேரம், மிதப்பு ஆகியன இடம்பெறும் ஒரு செயற்பாட்டு அட்டவணையைத் தயாரிக்க.
- செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.
- செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தை நீட்டிக்காமல் தாமதிக்கத்தக்க செயற்பாடுகள் யாவை?
- இச்செயற்றிட்டத்தின் அவதிப் பாதையை எழுதுக
- எதிர்பாராத ஒரு விடயத்தின் விளைவாகச் செயற்பாடு D இன் காலத்தை இரு வாரங்களினால் நீட்டிப்பதற்கு நேரிடுகின்றதெனக் கொள்வோம். மேலே (iii) இற் கணிக்கப்பட்ட மொத்த நேரத்தினுள் இச்செயற்றிட்டத்தை இன்னும் முடிக்க முடியுமா எனத் துணிக.

(i)



40

(ii)

செயற்றிட்டம் வாரம் 1 இல் ஆரம்பிக்கின்றதெனக்கெண்டு

செயற்பாடு	ES	EF	LS	LF	மதிப்பு
(A)	1	$1 + 3 - 1 = 3$	$3 - 3 + 1 = 1$	$4 - 1 = 3$	0
(B)	$3 + 1 = 4$	$4 + 8 - 1 = 11$	$11 - 8 + 1 = 4$	$12 - 1 = 11$	0
C	$3 + 1 = 4$	$4 + 5 - 1 = 8$	$12 - 5 + 1 = 8$	$13 - 1 = 12$	4
D	$3 + 1 = 4$	$4 + 3 - 1 = 6$	$15 - 3 + 1 = 13$	$16 - 1 = 15$	9
(E)	$11 + 1 = 12$	$12 + 6 - 1 = 17$	$17 - 6 + 1 = 12$	$18 - 1 = 17$	0
F	$8 + 1 = 9$	$9 + 3 - 1 = 11$	$15 - 3 + 1 = 13$	$16 - 1 = 15$	4
(G)	$17 + 1 = 18$	$18 + 4 - 1 = 21$	$21 - 4 + 1 = 18$	$22 - 1 = 21$	0
H	$11 + 1 = 12$	$12 + 6 - 1 = 17$	$21 - 6 + 1 = 16$	$22 - 1 = 21$	4
(I)	$21 + 1 = 22$	$22 + 3 - 1 = 24$	$24 - 3 + 1 = 22$	24	0

ஒவ்வொரு நிரையிற்கும்  $(5) \times 9 + (5)$ 

50

(iii)

அட்டவணையிலிருந்து செயற்றிட்டத்தின் மொத்தக் கால நீட்சி = 24

10

(iv)

C, D, F, H

15

(v)

A B E G I

15

(vi)

செயற்பாடு D இற்கு 9 வார மிதப்பு நேரம் உண்டு.

10

ஆகவே செயற்பாடு D ஆனது 2 வாரங்களினால் தாமதம் அடைந்தாலும் செயற்றிட்டத்தை இன்னும் நிறைவேற்றலாம்.

10

20

க.பொ.த. (உயர்தரப்) பரீட்சை - 2020

07 - கணிதம் II (பழைய பாடத்திட்டம்)

1. சமனிலி  $x \geq \frac{6}{x+1}$  ஐத் திருத்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்யப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

$$x \geq \frac{6}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{6}{x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x+1)-6}{x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+x-6}{(x+1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)(x-2)}{(x+1)} \geq 0. \quad (5)$$

	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < -1$	$-1 < x < 2$	$2 < x < \infty$
$\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)}$	$\frac{(-)(-)}{(-)}$	$\frac{+)(-)}{(-)}$	$\frac{+)(-)}{+}$	$\frac{+)(+)}{+}$
இன் குறி	$= (-)$	$= (+)$	$= (-)$	$= (+)$

(15)

=0

வரையறுக்கப்படாதது

=0

தீர்வு  $-3 \leq x < 1$  or  $2 \leq x < \infty$ . இனால் தரப்படுகின்றது. அல்லது

தீர்வுத் தொடை  $= \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < -1\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < \infty\}$ . அல்லது (5)

$$= [-3, -1) \cup [2, \infty)$$

25

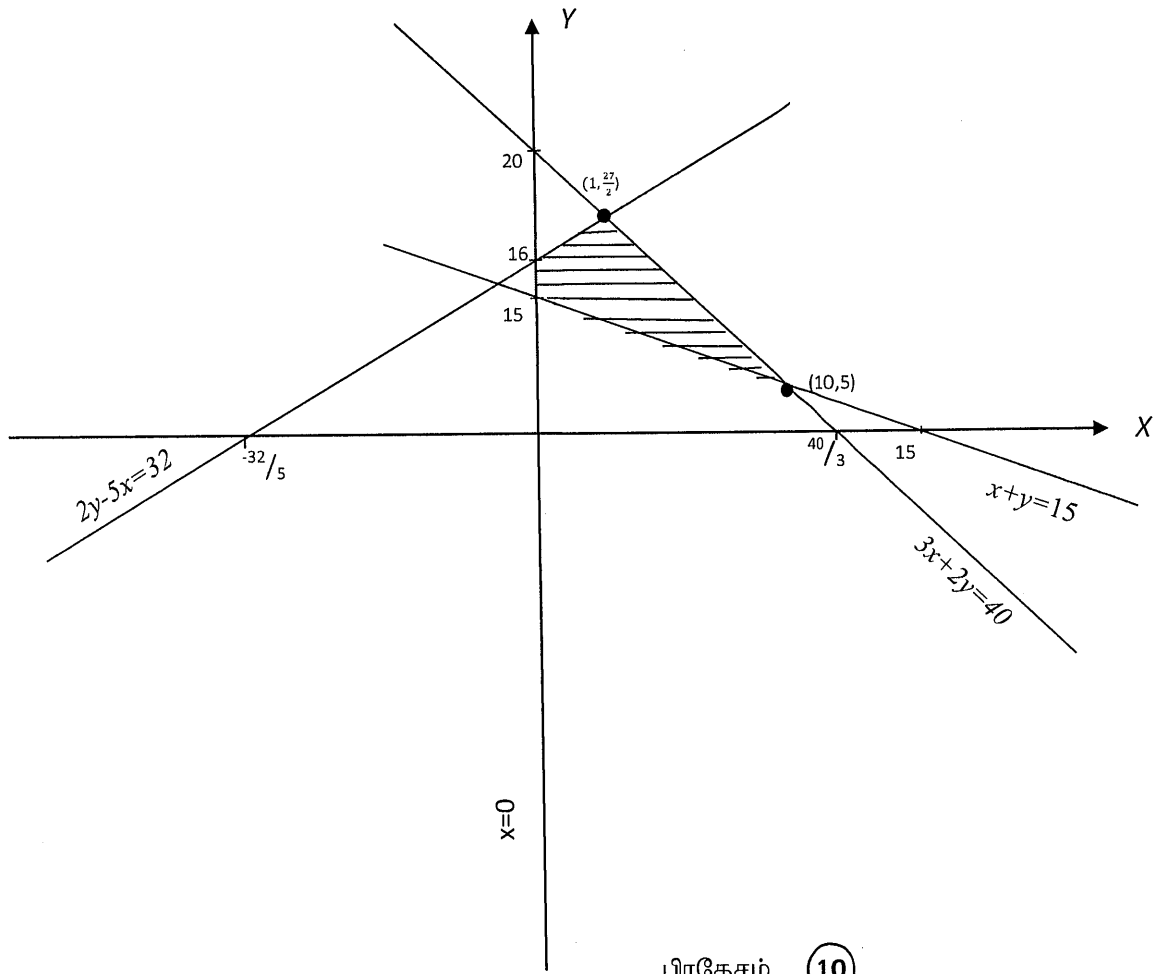
2. உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காட்டி,  $3x + 2y \leq 40$ ,  $2y - 5x \leq 32$ ,  $x + y \geq 15$ ,  $x \geq 0$  என்னும் சமனிலிகளைத் திருப்தியாக்கும் பிரதேசத்தின் பரம்படிப் படத்தை  $xy$ -தளத்தில் வரைக.

$$3x + 2y \leq 40$$

$$2y - 5x \leq 32$$

$$x + y \geq 15$$

$$x \geq 0$$



பிரதேசம் (10)

உச்சிகள் (15)

25

3.  $\sqrt{3} \sin x - \cos x$  ஐ வடிவம்  $R \sin(x - \alpha)$  இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு  $R(>0)$ ,  $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$  ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மெய் மாறிலிகளாகும்.  
இதிலிருந்து,  $0 < x < 2\pi$  இற்குச் சமன்பாடு  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$  ஐத் தீர்க்க.

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x$$

$$= 2 \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right] \quad (5)$$

$$= 2 \left[ \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right] \quad (5)$$

$$= 2 \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right), \quad R = 2 \text{ உம் } a = \frac{\pi}{6} \text{ உம் ஆக இருக்கும்போது}$$

$$\text{இப்போது } \sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}. \text{ இற்கு } (5)$$

இலிருந்து,  $0 < x < 2\pi$  இற்குத் தீர்வுகள்  $x = \frac{\pi}{2}$  அல்லது  $\frac{5\pi}{6}$  ஆகும்.

4.  $x \neq 1, 2$  இற்கு  $\frac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$  ஆக இருக்குமாறு,  $A, B$  ஆகிய மெய் மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து,  $\int_3^4 \frac{x+2}{(x-1)(x-2)} dx$  ஐக் காண்க.

$$\frac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2) + B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(A+B)x - (2A+B)}{(x-1)(x-2)}$$

குணகங்களை ஒப்பிடும்போது :

$$\left. \begin{array}{l} A+B=1 \\ -(2A+B)=2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} A=-3 \\ B=4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{5} \\ \textcircled{5} \end{array}$$

$$\frac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{-3}{x-1} + \frac{4}{x-2}$$

$$\int_3^4 \frac{x+2}{(x-1)(x-2)} dx = \int_3^4 \frac{-3}{x-1} dx + \int_3^4 \frac{4}{x-2} dx$$

$$= -3 \ln|x-1|_3^4 + 4 \ln|x-2|_3^4 \quad \textcircled{10}$$

$$= -3[\ln 3 - \ln 2] + 4[\ln 2 - \ln 1] \quad \textcircled{5}$$

$$= -3 \ln 3 + 3 \ln 2 + 4 \ln 2$$

$$= -3 \ln 3 + 7 \ln 2$$

$$= \ln \left( \frac{128}{27} \right).$$

25



5. பகுதிகளாகத் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி,  $\int (3x+5) \cos(2x) dx$  ஐக் காண்க.

$$\int (3x+5) \cos 2x dx.$$

$u = 3x+5$  எனவும்  $dv = \cos 2x dx$  எனவும் கொள்வோம்.

$u = 3x+5$  உம்  $v = \frac{\sin 2x}{2}$  உம் ஆகும்.

(5)

$$\int (3x+5) \cos 2x dx = (3x+5) \frac{\sin 2x}{2} - \int \frac{\sin 2x}{2} \times 3 dx \quad (10)$$

$$= (3x+5) \frac{\sin 2x}{2} - \frac{3}{2} \frac{(-\cos 2x)}{2} + C \quad (10)$$

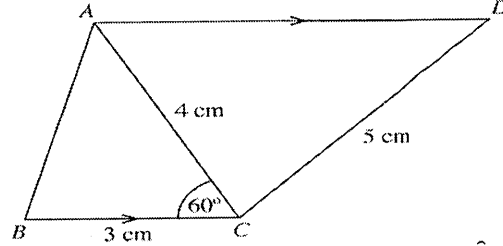
$$= \frac{1}{2} (3x+5) \sin 2x + \frac{3}{4} \cos 2x + C, \text{ இங்கு } C \text{ ஓர் எதேச்சை மாறிலி}$$

25

12. (i)  $(\sin \theta - \cos \theta)(2\sin \theta - 1) = 0$  ஐத் தீர்க்க.

(ii)  $\cos 3\theta = \cos(\theta + 2\theta)$  உடன் தொடர்ச்சி நீர் பயன்படுத்தும் திரிகோணகணிதச் சர்வசமன்பாடுகளைக் குறிப்பிட்டு  $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$  எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து,  $0 < \theta < \pi$  இற்குச் சமன்பாடு  $8\cos^3 \theta - 6\cos \theta - 1 = 0$  ஐத் தீர்க்க.



(iii) மேற்கூறிய உருவில்  $AC = 4$  cm,  $BC = 3$  cm,  $CD = 5$  cm,  $\hat{ACB} = 60^\circ$ ,  $AD$  ஆனது  $BC$  இற்குச் சமாந்தரம் ஆகும்.

முக்கோணி  $ABC$  இற்குக் கோசைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி,  $AB$  இன் நீளத்தைக் காண்க.

முக்கோணி  $ACD$  இற்குச் சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி, கோணம்  $ADC$  ஐக் காண்க.

$$(i) (\sin \theta - \cos \theta)(2\sin \theta - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \theta - \cos \theta = 0 \text{ அல்லது } 2\sin \theta - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\sin \theta = \cos \theta \text{ அல்லது } \sin \theta = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \tan \theta = 1 (\because \cos \theta \neq 0) \text{ அல்லது } \sin \theta = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

$$\therefore \tan \theta = \tan \frac{\pi}{4} \text{ அல்லது } \sin \theta = \sin \frac{\pi}{6}. \quad (5) + (5)$$

$$\therefore \theta = n\pi + \frac{\pi}{4} \text{ அல்லது } \theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}, \text{ இங்கு } n \in \mathbb{Z} \quad (15)$$

35

(ii)

$$\cos(3\theta) = \cos(\theta + 2\theta)$$

$$= \cos \theta \cdot \cos 2\theta - \sin \theta \cdot \sin 2\theta \quad (5)$$

$$(\because \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad (5)$$

$$= \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1) - \sin \theta (2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$(\because \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 \quad (5)$$

$$= (2 \cos^3 \theta - \cos \theta) - 2 \sin^2 \theta \cos \theta \quad (5)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \cos \theta + 2 \cos^3 \theta$$

$$= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta. \quad (5)$$

50

$$8 \cos^3 \theta - 6 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 3\theta - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \cos 3\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 3\theta = \cos \frac{\pi}{3} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, \text{ இங்கு } n \in \mathbb{Z} \quad (5) + (5)$$

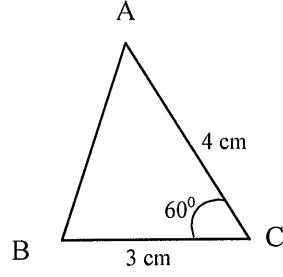
ஆனால்  $0 < \theta < \pi \Rightarrow$ 

$$3\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}. \quad (10)$$

35

(iii)



முக்கோணி ABC இற்குக் கோசைன் நெறியைப் பிரயோகித்தால்

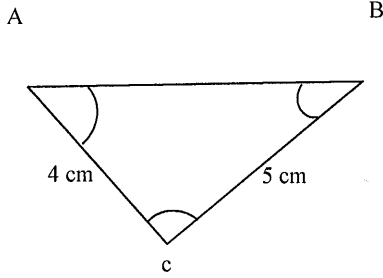
$$AB^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \times 4 \times 3 \times \cos 60^\circ \quad (10)$$

$$AB^2 = 16 + 9 - 24 \times \frac{1}{2} = 25 - 12$$

$$AB = \sqrt{13} \text{ cm} \quad (5)$$

15

முக்கோணி ACD இற்கு சைன் நெறியைப் பிரயோகித்தால்



$$\frac{\sin \theta}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{5} \quad (10)$$

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{2\sqrt{3}}{5} \right) \quad (5)$$

15

13. (a)  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $y = x^2$  என்னும் வளைவிகளின் மூலம் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தை நிழற்றுக. நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(b) பின்வரும் அட்டவணை 0 இற்கும் 1.5 இற்குமிடையே நீளம் 0.25 ஐ உடைய ஆயிடைகளில்  $x$  இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு  $f(x) = \sqrt{1+x^4}$  இன் பெறுமானங்களை நான்கு தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தருகின்றது.

$x$	0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
$f(x)$	1	1.0020	1.0308	1.1473	1.4142	1.8551	2.4622

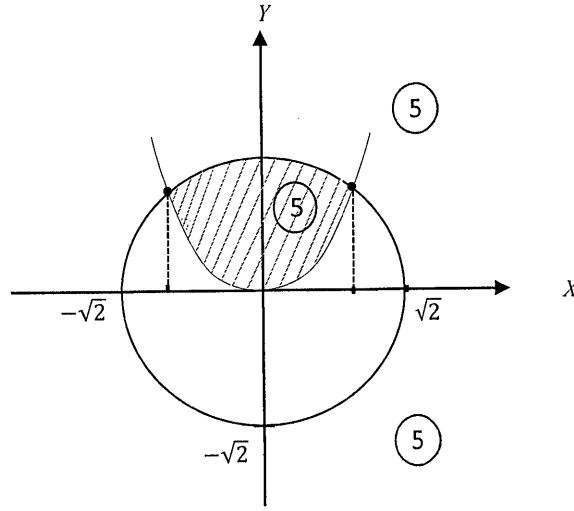
சிம்சன் நெறியைப் பயன்படுத்தி,  $\int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4} dx$  இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தை மூன்று தசம

தானங்களுக்குச் சரியாகக் காண்க.

இதிலிருந்து,  $\int_0^{1.5} (1 + \sqrt{1+x^4})^2 dx$  இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a)  $x^2 + y^2 = 2$

$y = x^2$



15

நிழற்றிய பிரதேசத்தின் பரப்பளவு  $= 2 \int_0^1 [\sqrt{2-x^2} - x^2] dx$  (20)

$x = \sqrt{2} \sin \theta$ . எனக் கொள்வோம். (5)

$\frac{dx}{d\theta} = \sqrt{2} \cos \theta$ ,

$dx = \sqrt{2} \cos \theta d\theta$ . (5)

$x = 0 \Rightarrow \theta = 0$  (5)

$x = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \theta \, d\theta - 2 \int_0^1 x^2 \, dx \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{4}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2\theta) \, d\theta - 2 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 \quad (5) + (5)$$

$$= 2 \left[ \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3} \Big|_0^1 \quad (5) + (5)$$

$$= 2 \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right] - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$$

70

(b)  $f(x) = \sqrt{1+x^4}$ ,  $h=0.25$  (5)

$x$	0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.25	1.5
$f(x)$	1	1.0020	1.0308	1.1473	1.4142	1.8551	2.4622
	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$

$$\therefore \int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4} \, dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5) + 2(y_2 + y_4) + y_6] \quad (10)$$

$$= \frac{0.25}{3} [1 + 4(1.0020 + 1.1473 + 1.8551) + 2(1.0308 + 1.4142) + 2.4622] \quad (10)$$

$$= \frac{0.25}{3} (1 + 4(4.0044) + 2(2.445) + 2.4622)$$

$$= 2.031 \quad (10)$$

35

இப்போது,

$$\int_0^{1.5} (1 + \sqrt{1+x^4})^2 dx = \int_0^{1.5} (1 + 2\sqrt{1+x^4} + 1 + x^4) dx \quad (10)$$

$$= \int_0^{1.5} (2 + 2\sqrt{1+x^4} + x^4) dx$$

$$= 2 \int_0^{1.5} dx + \int_0^{1.5} x^4 dx + 2 \int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4} dx \quad (5)$$

$$\approx 2[x]_0^{1.5} + \left[\frac{x^5}{5}\right]_0^{1.5} + 2 \times 2.031 \quad (5)$$

(5)

$$= 2 \times 1.5 + \frac{1.5^5}{5} + 4.062$$

$$= 14.656 \quad (5)$$

30

16. ஒரு கம்பனியின் முகாமையாளரும் உதவி முகாமையாளரும் தமது வீடுகளிலிருந்து அலுவலகத்திற்கு வருவதற்கு எடுக்கும் நேரங்களின் இடைகாலம் நியம விலகல்களும் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ளவாறு செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளன.

	இடை (நிமிடம்)	நியம விலகல் (நிமிடம்)
முகாமையாளர்	45	5
உதவி முகாமையாளர்	55	6

அலுவலகம் 8.30 இற்கு ஆரம்பிக்கும் அதே வேளை முகாமையாளரினதும் உதவி முகாமையாளரினதும் பயண நேரங்கள் சாராதவை.

எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த ஒரு நாளில்

- முகாமையாளர் வீட்டிலிருந்து 7.45 இற்குப் புறப்பட்டால், அவர் தாமதமாவதற்கான.
- முகாமையாளர் மு.ப 7.30 இற்கு வீட்டிலிருந்து புறப்பட்டால், அவர் மு.ப. 8.20 இற்கும் மு.ப. 8.30 இற்குமிடையே அலுவலகத்தை அடைவதற்கான.
- உதவி முகாமையாளர் மு.ப 7.29 இற்கு வீட்டிலிருந்து புறப்பட்டால் அவர் குறித்த நேரத்திற்கு அல்லது அதற்கு முன்பாக அலுவலகத்தை அடைவதற்கான.
- முகாமையாளரும் உதவி முகாமையாளரும் முறையே மு.ப 7.45 இற்கும் மு.ப 7.29 இற்கும் தமது வீடுகளிலிருந்து புறப்பட்டால், முகாமையாளர் அலுவலகத்திற்குத் தாமதமானவரெனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது உதவி முகாமையாளரும் தாமதமாவதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

முகாமையாளர், உதவி முகாமையாளர் ஆகியோரின் பயண நேரங்கள் முறையே  $X_1$ ,  $X_2$  எனக் கொள்வோம்.

$$(i) \quad P(X_1 > 45) = 1 - P(X_1 \leq 45) \quad (10) + (10)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{45 - 45}{5}\right) \quad (10)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0) \quad (5)$$

$$= 1 - 0.5 = 0.5 \quad (5)$$

40

$$(ii) P(50 < X_1 < 60) = P\left(\frac{50 - 45}{5} < Z < \frac{60 - 45}{5}\right) \quad (10) + (15)$$

$$= P(1 < Z < 3) \quad (5)$$

$$= P(Z < 3) - P(Z \leq 1) \quad (10)$$

$$= (0.5 + 0.4987) - (0.5 + 0.3413) \quad (10)$$

$$= 0.1574$$

50



(iii)

$$P(X_2 \leq 61) = P\left(Z \leq \frac{61-55}{6}\right) \quad (10) + (10)$$

$$= P(Z \leq 1) \quad (5)$$

$$= 0.5 + 0.3413$$

$$= 0.8413 \quad (5)$$

30

(iv)

முகாமையாளரும் உதவி முகாமையாளரும் அலுவலகத்திற்குத் தாமதமாவதற்கான நிகழ்வுகளை முறையே  $A, B$  ஆகியன வகைக்குறிக்கின்றனவெனக் கொள்வோம்.

$$\text{இப்போது } P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \quad (5)$$

முகாமையாளரினதும் உதவி முகாமையாளரினதும் பயண நேரங்கள் சாராதன ஆகையால்,  $A, B$  ஆகியன சாராதன.

$$\therefore P(B \cap A) = P(B)P(A). \quad (5)$$

$$\text{இதிலிருந்து, } P(B|A) = P(B). \quad (5)$$

$$P(B) = P(X_2 > 61)$$

$$= 1 - P(X_2 \leq 61) \quad (5)$$

$$= 1 - 0.8413 \quad (5)$$

$$= 0.1587$$

30