ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2010 අගෝස්තු
සංයුක්ත ගණිතය I — පැය තුනයි.

01)(a). α සහ β යනු $f(x) = x^2 + px + q = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ. මෙහි p හා q තාත්වික වන අතර $2p^2 + q \neq 0$ වේ. $y(p - x) = p + x$ නම්, x සඳහා $f(x) = 0$ හි ආදේශ කිරීමෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, $g(y) \equiv (2p^2 + q)y^2 + 2(q - p^2)y + q = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $y \neq -1$ වේ.

ඒ නයින්, $g(y) = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β ඇසුරෙන් සොයන්න.

p හා q ඇසුරෙන් $\left(\frac{\alpha}{2\beta+\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\right)^2$ ප්‍රකාශ කරන්න.

(b). a,b,c හා m යනු $a + b + c = 0$ හා $ab + bc + ca + 3m = 0$ වන ආකාරයේ නියත නම්,

$(y + ax)(y + bx)(y + cx) = y\left(y^2 - 3mx^2\right) + abcx^3$ බව සාධනය කරන්න.

$y = x^2 + m$ නම්,

$\left(x^2 + ax + m\right)\left(x^2 + bx + m\right)\left(x^2 + cx + m\right) = x^6 + abcx^3 + m^3$ බව පෙන්වන්න.

$g(x) = x^6 + 16x^3 + 64$ ට $\left(x^2 - 2x + m\right), \left(x^2 + ax + m\right)$හා$(x^2 + bx + m)$ යන සාධක තිබේ නම්, m ,a හා b හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්,

I. සියලු x සඳහා $g(x)$සෘණ නොවන බව පෙන්වන්න.

II. g(x) = 0 සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

02)(a). 1,2,4,5,6,8 හා 9 සංඛ්‍යා හතෙන් ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් ,

I. පුනරාවර්තන සහිතව ,

II. පුනරාවර්තන රහිතව ,

තෝරා ගෙන, සංඛ්‍යා හතරේ වෙනස් සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක් සෑදිය හැකිදැයි සොයන්න.

(I) අවස්ථාවේදී , සංඛ්‍යා හතරේ සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක, ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් වාර දෙකකට වඩා වැඩියෙන් නොතිබේ දැයි සොයන්න.

(II) අවස්ථාවේදී සංඛ්‍යාක හතරේ සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක් ඔත්තේ සංඛ්‍යා දෙකක් හා ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා දැකක් තිබේ දැයි සොයන්න.
ඒවායෙන් කොපමණ ගණනක් ඉරට්ටේ වේ දැයි සොයන්න.

(b). සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,
$(1+x)^n = c_0 + c_1 x + \cdots + c_r x^r + \cdots + c_n x^n$ යයි ගනිමු . $(1+x)^{n-1}$ හා (1+x) හි ගුණිතය සැළකීමෙන් $r = 1,2 \ldots, n-1$ සඳහා ${}^{n}c_r = {}^{n-1}c_{r-1} + {}^{n-1}c_r$ බව පෙන්වන්න.
$c_0 - c_1 + c_2 - \cdots + (-1)^{n-1} c_{n-1} + (-1)^n c_n$ බව අපෝහනය කරන්න.
වෙනත් අයුරකින් ඉහළ ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කරන්න.
n යනු ඉරට්ටේ නිඛිලයක් නම් $c_0 + c_2 + c_4 + \cdots + c_n = 2^{n-1}$ බව අපෝහනය කරන්න.

03). ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා , ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මඟින් $4n^3 - 6n^2 + 4n - 1 = n^4 - (n-1)^4$ බව සාධනය කරන්න.
ඒ නයින්, $r = 1,2, \ldots$ සඳහා $u_r - u_{r-1} = 4r^3 - 6r^2 + 4r - 1$ වන ආකාරයට u_r ලියා දක්වන්න.
$\sum_{r=1}^{n} r^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ බව අපෝහනය කරන්න.
{ ඔබට $\sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ බව උපකල්පනය කළ හැක.}

$1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + \ldots.$ ශ්‍රේණියේ r වෙනි පදය v_r ලියා දක්වන්න.
$\sum_{r=1}^{n} v_r = \frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$ බව පෙන්වන්න.
මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$\frac{3}{1^2} + \frac{5}{1^2+2^2} + \frac{7}{1^2+2^2+3^2} + \ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය w_r යැයි ගනිමු.
$w_r = f(r) - f(r+1)$ වන ආකාරයට $f(r)$ සොයන්න.
ඒ නයින්, $s_n = \sum_{r=1}^{n} w_r$ සොයන්න.
මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

04)(a). $|z - a| = |z + a|$ සපුරාලනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ පථය නිර්ණය කරන්න. මෙහි a යනු ශුන්‍ය නොවන තාත්වික සංඛ්‍යාවකි.

(b). z_1 හා $z_2 (\neq 0)$ යනු $|z_1 - 2z_2| = |z_1 + 2z_2|$ වන ආකාරයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ගනිමු.

(a) කොටසා උපයෝගි කරගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ $\frac{iZ_1}{Z_2} = k$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි k තාත්වික වේ.

I. $|\arg(Z_1) - \arg(Z_2)| = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

II. ආර්ගන්ඩ් සටහනේ p_1 හා p_2 ලක්ෂ්‍ය දෙක පිළිවෙලින් $Z_1 + 2Z_2$ හා $Z_1 - 2Z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.

OP_1 රේඛාවට OP_2 රේඛාවට ලම්බ නොවේ නම්, $P_1OP_2 = tan^{-1}\left(\frac{4|k|}{k^2-4}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි O යනු ආර්ගන්ඩ් තලයේ මූල ලක්ෂ්‍ය වේ.

OP_1 රේඛාවට OP_2 රේඛාවට ලම්බ වේ නම්, k හි විය හැකි අගය දෙක නිර්ණය කරන්න.

05)(a). $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x + x\sin 3x}{x^2}$ අගයන්න.

(b).

I. $y = tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$ හා $z = tan^{-1}x$ යැයි ගනිමු. $\frac{dy}{dz}$ සොයන්න.

II. $y = e^{m\,sin^{-1}x}$ යැයි ගනිමු. මෙහි m යනු නියතයකි.

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - m^2y = 0$$ බව පෙන්වන්න.

$x = 0$ හි දී, $\frac{d^3y}{dx^3}$ හි අගය සොයන්න.

(c). දෙන ලද l දිගකින් යුක්ත කම්බියක් කොටස් දෙකකට කපා ඇත. එක කොටසක් වෘත්තයක හැඩයකට නවා ඇති අතර අනෙත් කොටස සමචතුරස්‍රයක හැඩයට නවා ඇත. වෘත්තයේ හා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලවල ඓක්‍යය වන $A(x)$ යන්න $A(x) = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(1-x)^2}{16}$ වර්ග ඒකක , මඟින් දැනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $x, (0 \le x \le l)$ යනු වෘත්තයේ හැඩයට නවා ඇති කම්බි කොටසේ දිග වේ. ඒ නයින්, සමචතුරස්‍රයේ පාදයක්, වෘත්තයේ විෂ්කම්භයට සමාන වන විට, $A(x)$ ව.ඵ අවම වන බව පෙන්වන්න.

06)(a). භින්න භාගසොයන්න කර ගනිමින් $\int \frac{2x}{(1+x^2)(1+x)^2}dx$ සොයන්න.

(b). $I = \int e^{ax}cosbx\,dx$ හා $J = \int e^{ax}\,sinbx\,dx$ යැයි ගනිමු; මෙහි a හා b යනු ශුන්‍ය නොවන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

i. $bI + aJ = e^{ax}\sin bx$

ii. $aI - bJ = e^{ax}cosbx$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, I හා J සොයන්න.

(c). $x^3t+1=0$ ආදේශය උපයෝගී කර ගනිමින් හෝ වෙනත් අයුරකින් හෝ , $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\frac{dx}{x(x^3-1)}=\frac{1}{3}\ln\left(\frac{9}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

07) . (a). $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරළ රේඛා අතර කෝණසමච්ඡේධකවල සමීකරණ $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(b). (x_o,y_0) ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක සමීකරණය $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=t$ ලෙස පරාමිතික ආකාරයෙන් දී ඇත . මෙහි $a^2+b^2=1$ හා t පරාමිතික වේ .$|t|$ යනු (x_o,y_0) ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x,y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව දිගේ මනින ලබන දිග බව පෙන්වන්න.

(c). ABCD රොම්බසය පූර්ණ ලෙස පළමු පාදකය තුළ පිහිටයි. AB හා AD හි සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 2y + 5 = 0$ හා $2x - y + 1 = 0$ වේ. BAD කෝණය සුළු කෝණයක් වන අතර $AC = 2\sqrt{2}$ වේ.(a) හා (b) කොටස් උපයෝගි කර ගනිමින් හෝ වෙනත් අයුරකින් හෝ AC හි හා රොම්බසයෙහි අනෙත් පාද දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න. E යනු රොම්බසයේ විකර්ණ වල ඡේධන ලක්ෂ්‍යය නම් DE හි දිග සොයා , එනයින් රොම්බසයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

08) $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ හා $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තරව හෝ භාහිරව එකිනෙකට ස්පර්ශවීමට අවශ්‍යතාව දෙන්න.
$S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy + c = 0$ යනු වෘත්තයක් යැයිද , $P_1(x_1,y_1)$ යනු $S = 0$ වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. P_1 ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග $\sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
$S_1\equiv x^2+y^2+4x-2y-5 = 0$ හා $S_2\equiv x^2+y^2-8x-6y+15 = 0$ වෘත්ත දෙක බාහිරව එකිනෙක ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.
$S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයවන A හි ඛන්ඩාංක සොයන්න.
P යනු, P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S_1 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග , k වරක් P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S_2 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිගට සමාන වන ආකාරයට පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.
P ලක්ෂ්‍යයේ පථය,

I. $k = 1$නම්, $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවට ලම්භව A හරහා යන සරල රේඛාවක් බව,

II. $k \neq 1$ නම් , A හරහා යන වෘත්තයක් බව සාධනය කරන්න.

$k = \frac{1}{2}$ විට P හි පථයේ සමීකරණය ලියා දක්වා එය A දී $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙන් එකක් බාහිර ලෙසද ,අනෙක අභ්‍යන්තර ලෙසද ස්පර්ශකරන බව පෙන්වන්න.

09)(a). ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් කොසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

i. $2\left(\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c}\right) = \frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$ බව.

ii. $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ නම් එවිට C කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බව, පෙන්වන්න.

(b). $\sqrt{3}\,cos\theta + sin\theta$ යන්න $R\cos(\theta - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි R හා α තාත්වික වේ.

ඒ නයින්, $\sqrt{3}cos^2\theta + \left(1 - \sqrt{3}\right)sin\theta\, cos\theta - sin^2\theta - cos\theta + sin\theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c). $-1 \leq x \leq 1$ සඳහා $cos^{-1}(-x) = \pi - cos^{-1}x$ බව පෙන්වන්න.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2010 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II

පැය තුනයි

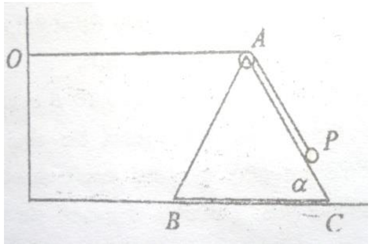
01)(a). ස්කන්ධය M වූ P අංශුවක් පොළොව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට, $t = 0$ කාලයේදී u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. එක එකක ස්කන්ධය ඉතා කුඩා $m(\ll M)$ වූ $P_1, P_2,$ හා P_3 නම් අංශු තුනක් පිළිවෙලින් $t = \frac{u}{2g}$, $t = \frac{u}{g}$ හා $t = \frac{3u}{2g}$ කාලවලදී P අංශුවට සාපේක්ෂව තිරස් ලෙස එකම අභිදිශාවට $2v, 3v$ හා $6v$ ප්‍රවේග වලින් P අංශුවේ සිට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ .
P හි ප්‍රවේග සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. P_1, P_2 හා P_3 අංශු වල ප්‍රවේගයන්ගෙන් සිරස් සංරචක එක එකක් සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර, P අංශුවේ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ කොටස් සමඟ සමපාත වන බව පෙන්වා , එම කොටස් හඳුනාදෙන්න.
P_1, P_2 හා P_3 අංශුවල ප්‍රවේගයන්ගේ තිරස් සංරචක එක එකක් සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර වෙන වෙනම රූප සටහනක අඳින්න.
ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර යොදා ගනිමින්,

i. අංශු හතර $t = \frac{2u}{g}$ එකම කාලයේදී පොළොවට ළඟා වන බව,

ii. P_1, P_2 හා P_3 අංශු තුන එකම ස්ථානයකදී පොළොවට වැටෙන බව ද පෙන්වන්න.

(b). මිනිසෙකුට නිශ්චල ජලයේ u වේගයෙන් පිහිනිය හැකිය. d පළලින් යුත් ගඟක් පොළොවට සාපේක්ෂව $v(< u)$ වේගයෙන් ගලා බසී. ගඟෙහි එක් ඉවුරක් මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක මිනිසා සිටින අතර, ඔහු ගඟේ අනෙක් ඉවුර මත, ගඟ ගලන දිශාවට විරුද්ධ දිශාවට Q ලක්ෂ්‍යයකට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍යය වෙත පිහිනීමට බලාපොරොත්තු වෙයි. ඉවුර ඍජු හා එකිනෙකට සමාන්තර ද ,PQ ගඟ ගලන දිශාවට සමඟ $\alpha, \left(0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි ද නම් , සාපේක්ෂ ප්‍රවේග වල ත්‍රිකෝණ , එකම රූපසටහනක අඳීමෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, Q ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍යයට පිහිනීමට මිනිසාට ගතවන කාලය $\frac{2d\sqrt{u^2\, cosec^2\alpha - v^2}}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.

02). සිරස් බිත්තියක් මත O ලකෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ,BC ඔස්සේ යන මුහුනත තිරස් අචල සුමට බිමක් මත පිහිටි ස්කන්ධය M වූ සුමට කූඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් යැවූ ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, තන්තුවෙහි අනෙත් කෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇති අතර රූප සටහනේ පෙන්වා ඇති ආකාරයට OA තිරස් වන පරිදි තන්තුව නුබුරුල්ව තබා ඇත . F යනු බිමට සාපේක්ෂව කූඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වයද , f යනු කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වයද නම්, f = F බව පෙන්වන්න.



AC තිරසට α කෝණයක් ආනත නම් , P අංශුව AC ඔස්සේද , පද්ධතිය සඳහා තිරසටද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. එනයින් හෝ වෙනත් අයුරකින් හෝ $\frac{mg\,sin\alpha}{M+2m(1-cos\alpha)}$ ත්වරණයකින් කූඤ්ඤය බිත්තිය දෙසට චලනය වන බව පෙන්වන්න.

ආරම්භයේදි සිරස් බිත්තියේ සිට තිරස් දුර d දුරකින් B පිහිටන පරිදි පද්ධතිය නිසලතාවයේ පවතී . d ට වඩා PC විශාල නම් , $\sqrt{\frac{2d[M+2m(1-cos\alpha)]}{mg\,sin\alpha}}$ කාලයකට පසු $\sqrt{\frac{2dmg\,sin\alpha}{M+2m(1-cos\alpha)}}$ වේගයෙන් B බිත්තියෙහි ගැටෙන බව පෙන්වන්න. බිත්තියෙහි B ගැටීමට මොහොතකට පෙර බිමට සාපේක්ෂව P අංශුවේ වේගය $2\sqrt{\frac{dmg\,sin\alpha(1-cos\alpha)}{M+2m(1-cos\alpha)}}$ බවත් පෙන්වන්න.

03). P නම් සුමට අංශුවක් තිරසට α $(0 < \alpha < \pi/2)$ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. තිරස් ලෙස P අංශුව චලනය වන මොහොතේදී එය දිග l අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක එල්ලෙමින් නිශ්චලතාවයේ ඇති සමාන ස්කන්ධයෙන් යුත් Q නම් තවත් සුමට අංශුවක් සමඟ ගැටේ. තන්තුවේ අනෙත් කෙළවර තිරස් පීල්ලක් මත O ලක්ෂයකට සම්බන්ධ කර ඇත. P අංශුවේ පෙත හා OQ අඩංගු සිරස් තලයට පීල්ල ලම්භ වේ . ආරම්භයේදී P හා Q අංශු දෙක අතර තිරස් දුර $\frac{u^2 sin2\alpha}{2g}$ බව පෙන්වන්න. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හා Q අංශු දෙක පිළිවලින් $\frac{(1-e)u\,cos\alpha}{2}$ හා $\frac{(1+e)u\,cos\alpha}{2}$ ප්‍රවේග වලින් තිරස් ලෙස චලනය වීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වන්න. OQ යටිඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට Q අංශුවේ චලිත සමීකරණයේ OQ දිගේ සංරචකය ද Q අංශුව සඳහා ශක්ති සමීකරණය ලියා දක්වන්න .

$u \ cos\alpha \ \geq \frac{2\sqrt{5gl}}{1+e}$ නම් Q වෘත්ත චලිතය සම්පූර්ණ කරන බව පෙන්වන්න.
P ගමන් කරන ලද තිරස් දුර $\frac{(1-e)u^2 sin2\alpha}{4g}$ බව පෙන්වන්න. e = 3 නම් P ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙන බව අපෝහණය කරන්න.

04). ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්වාභාවික දිග l වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවර සීලිමක O අචල ලක්ෂයයකට සම්බන්ධ කර ඇත. λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය නම් P අංශුව සමතුලිතතාවේ එල්ලෙන විට තන්තුවේ a විතතිය $a = \frac{mgl}{\lambda}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
OP සිරස් වන ලෙස ද , එහි දිග $l + a + b$ ට සමාන වන ලෙස ද, තන්තුව වැඩි දුරටත් $b(> a)$ දිගකින් අදිනු ලැබේ. P අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරෙයි . තන්තුවේ දිග $l + a + x$ වන විට, P අංශුවේ චලිත සමීකරණ ලියා දක්වා, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\ddot{x} + \frac{g}{a}x = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $-a \leq x \leq b$ වේ. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = A\cos\sqrt{\frac{g}{a}}t + B\sin\sqrt{\frac{g}{a}}t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A හා B සොයන්න.
$\alpha = sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$ වන $\sqrt{\frac{g}{a}}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ කාලයක් සඳහා P අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බව ද, සරල අනුවර්තී චලිතයෙන් P අංශුව ඉවත්වන මොහොතේදී, එහි ප්‍රවේගය උඩුඅතට $\sqrt{\frac{g}{a}(b^2 - a^2)}$ බව ද පෙන්වන්න.

අනතුරුව P අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වන බව ද , $b > a\sqrt{1 + \frac{2\lambda}{mg}}$ නම්, එය නිශ්ශූන්‍ය ප්‍රවේගයකින් සීලිමේ ගැටෙන බව ද පෙන්වන්න.

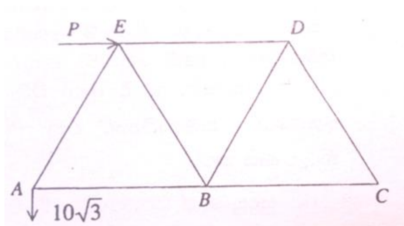
05)(a). පැත්තක දිග මීටර $2a$ වන ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක AB,BC,CD,ED,EF හා AF පාද දිගේ , විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් $2p, p, 2p, 3p, 2p$ හා p වූ බල , අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාඅතට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය, විශාලත්වය නිව්ටන් මීටර $\sqrt{3}pa$ වූ බල යුග්මයක් සමඟ AC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් $2\sqrt{3}pa$ වූ සම්ප්‍රයුක්ත බලයට තුල්‍ය බව සාධනය කරන්න.
පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය නම් , මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ හා (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) FA හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.
ඒ නයින්, පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවත්වා ගැනීම සඳහා , පද්ධතියට එක්කළ යුතු තනි බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(b). සමාන දිගින් හා, බර පිළිවෙලින් W හා $w(W > w)$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ වන සේ හා රළු තිරස් පොළොවක් මත A හා C දෙකෙළවර පිහිටින සේ , දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ පවතී. μ යනු දඬු හා පොළොව අතර සර්ෂණ සංගුණකය නම්, සමතුලිතතාව ආරාක්ෂා කර ගැනීම සඳහා μ ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය $\frac{W+w}{W+3w}$ බව පෙන්වන්න.

$\mu = \frac{W+w}{W+3w}$ නම්, ලිස්සීම A හි දී නොව C හිදී සිදුවීමට ආසන්න බව සාධනය කරන්න.

06)(a). එක එකක දිග $2a$ වූ AB,BC,CD, හා DE ඒකාකාර දඬු හතරක් B,C හා D හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා DE දඬු එක එකක බර 2W ද BC හා CD දඬු එක එකක බර W ද වේ . එකම තිරස් මට්ටමක පිහිටි A හා E ලක්ෂ්‍ය වලින් දඬු සිරස් තලයක එල්ලා ඇති අතර AB හා BC දඬු සිරස සමඟ පිළිවෙලින් α හා β කෝණ සාදන සේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතී. $\tan\beta = 4\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

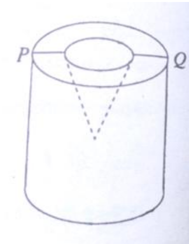
(b). සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DE, EA, EB හා BD සැහැල්ලු දඬු හතක් , රූපයේ දැක්වෙන පරිදි රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට , ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. රාමු කට්ටුව C හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර A හි දී නිව්ටන් $10\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. E හිදී P තිරස් බලයක් මඟින්, AC තිරස් වන ලෙස රාමු කට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.



i. E හි P බලයේ විශාලත්වය අගයන්න.
ii. C හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
iii. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් , ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ , ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහිම ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

07). උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත , ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.

ආධාරකයේ අරය r හා උස h වූ ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක් සඳහා අච්චුවක්, අරය $R(>r)$ හා උස H(>h) වූ ඒකාකාර ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර කොටසක් තුළ කේතු කුහරයක් තැනීමෙන්, නිපදවා ඇත. කේතු කුහරයේ සමමිතික අක්ෂය සිලින්ඩරාකාර කොටසේ සමමිතික අක්ෂය සමඟ සමපාත වේ.



තනාගන්නා ලද අච්චුව රූපයේ පෙන්වා ඇති අයුරින් වේ. PQ විෂ්කම්භයේ සිට අච්චුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට ඇති දුර සොයන්න.

$R=2r$ හා , අච්චුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කේතු කුහරයේ ශීර්ෂයේ පිහිටයි නම්, $h=2\left(4-\sqrt{14}\right)H$ බව අපෝහනය කරන්න.

$R=2r$ වනසේ අච්චුවක් P ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා තබා ඇති අතර එය නිදහස් ලෙස සමතුලිතතාවේ එල්ලෙමින් ඇත. තවද , $H=3r$ නම් , යටිඅත් සිරස සමඟ PQ හි ආනතිය සොයන්න.

08). A හා B යනු ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් යයි ගනිමු. A' හා B' යනු පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි යයි ගනිමු. $P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ බව පෙන්වන්න.

A හා B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි නම්,

i. A හා B'

ii. A' හා B'

ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

ජාත්‍යාන්තර එක් දින තරඟාවලියකට පෙර ලංකා කණ්ඩායමේ X නම් නිත්‍ය පිතිකරුවා හෝ Y නම් නිත්‍ය පන්දු යවන්නා ආබාධයකට ලක් වීමට ඉඩ ඇති බව අතීත තොරතුරු වලින් හෙළිදරව් වේ. X එවැනි අබාධයකට ලක්වීමේ සම්භාවිතාව 0.2 ක් වන අතර, එය Y සඳහා 0.1 ක් වේ. අබාධවලට ලක්වීම එකිනෙකින් ස්වායත්ත ලෙස සිදුවේ. N, A, B හා AB සිදිධි පහත දැක්වෙන ආකාරයට අර්ථ දක්වා ඇත.

N: X හෝ Y යන දෙදෙනාගෙන් කිසිවෙකු ආබාධයකට ලක් නොවීම.

A: X පමණක් ආබාධයකට ලක් වීම

B: Y පමණක් ආබාධයකට ලක් වීම

AB: X සහ Y දෙදෙනාම ආබාධයට ලක් වීම.

$P(N)=0.72, P(A)=0.18, P(B)=0.08$ හා $P(AB)=0.02$

බව පෙන්වන්න.

දෙන ලද N, A, B හෝ AB සිද්ධියක් සඳහා ලංකා කණ්ඩායම තරඟාවලිය ජය ගැනීමේ , පරාජය වීමේ හෝ ජයපරාජයෙන් තොරව අවසන් වීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතා වගුවේ පෙන්වා ඇත; මෙහි (U,V) කෝෂයෙහි U දී ඇති විට V හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(V|U)$ නිරූපණය කරයි.

i. සුදුසු රුක් සටහනක් ඇඳීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ ලංකා කණ්ඩායමේ ළඟ එන තරඟාවලිය ජයගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii. ලංකා කණ්ඩායම තරඟාවලිය පරාජය වී ඇති බව දී ඇති විට , එම තරඟාවලියට පෙර Y ආබාධයකට ලක්ව තිබීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සොයන්න.

සිද්ධිය (U)	තරගාවලියක ප්‍රතිඵලය (V)		
	ජයගැනීම	පරාජයවීම	ජය පරාජයෙන් තොරවීම
N	0.9	0.08	0.02
A	0.5	0.4	0.1
B	0.7	0.2	0.1
AB	0.3	0.6	0.1

09)(a). $\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ යනු එක්තරා අධ්‍යයනයකින් ලබාගන්නා ලද නිරීක්ෂණ n වල කුලකයක් යැයි ගනිමු.
මෙම දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව අර්ථ දක්වන්න.
එක්තරා පෙති වර්ගයක ඇති ක්‍රියාකාරී ද්‍ර ය කොටස් ප්‍රමාණය 52mg හා 67mg අතර වේ යයි සැලකේ. අඩංගු ක්‍රියාකාරී ද්‍රව්‍ය කොටස් ප්‍රමාණය සඳහා පරීක්ෂා කරන ලද පෙති 40 කින් යුත් සසම්භාවී නියැදියක මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙලින් 58mg හා 3.2 mg^2 වේ. දත්ත නැවත පරීක්ෂා කර බැලීමේදී 63 mg හා 55mg අගය දෙක සාවද්‍යව 65mg හා 53mg ලෙස ගෙන ඇති බව සොයා ගන්නා ලදි.

i. මෙම වරද නිසා මධ්‍යන්‍යයට බලපෑමක් නොමැති බව ,

ii. නිවැරදි කිරීම නිසා විචලතාව අඩුවන බව

පෙන්වන්න.

(b). එක්තරා නගරයකදී, කැලණි ගඟ හරහා මඟින් ප්‍රවාහනය කිරීමේ බලාපොරොත්තුවෙන් , ආසන්න ලෙස 1500kg ක උපරිම තාරබරක් සහිත පාලම් පාරුවක් නිර්මාණය කෙරෙයි. මම බර සීමාව ඉකමවා යෑම ආරක්ෂාකාරී නොවන බැවින්, ප්‍රදේශයේ පළාත් පාලන අධිකාරියට , මෙම පාරු සේවය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමට බලාපොරොත්තුවන මගීන්ගේ බරෙහි ව්‍යාප්තිය සොයාගැනීමට සමීක්ෂණයක් පැවැත්වීමට වුවමනා වේ. මෙම මගී සංගහනයෙන්, මගීන් 200 කින් යුත් සසම්භාවී නියැදියක් ගන්නා ලදි මෙම මගීන් 200 දෙනාගේ බර සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ දී ඇත.

i. බරෙහි ව්‍යාප්තිය මධ්‍යන්‍යය , මධ්‍යස්ථය හා මාතය සොයන්න. මාතය සොයන්න.

වරකට ආරාක්ෂිතව ප්‍රවාහනය කළ හැකි උපරිම මගීන ගණන ඇසුරෙන් , පාරුවෙහි බර සීමාව ප්‍රකාශ කරීමට පළාත් පාලන අධිකාරිය බලාපොරොත්තු වේ. ඉහත තොරතුරු පදනම් කර ගෙන වරකට ආරක්ෂිතව ප්‍රවාහනය කළ හැකි උපරිම මගීන් ගණන සොයන්න.

ii. ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය හා කුටිකතා සංගුණකය සොයා, ව්‍යාප්තිය හැඩය ලබාගන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය (බර kg වලින්)	සංඛ්‍යාතය
0-10	10
10-20	27
20-30	33
30-40	35
40-50	38
50-60	30
60-70	19
70-80	8