

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (6r+1) = n(3n+4)$ බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ සඳහා, ව.පැ. = $6+1=7$ හා

ද.පැ. = $1(3+4) = 7$ වේ.

$\therefore n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

5

$n=1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කිරීම සඳහා

k යනු ඕනෑම ධන නිඛිලයක් යැයි ගෙන $n=k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම්, $\sum_{r=1}^k (6r+1) = k(3k+4)$.

5

$n=k$ සඳහා ප්‍රකාශනය ලිවීමට

දැන්, $\sum_{r=1}^{k+1} (6r+1) = \sum_{r=1}^k (6r+1) + \{6(k+1)+1\}$

$= k(3k+4) + 6k+7$

5

" $n=k$ ප්‍රතිඵලය, " $n=k+1$ " හි ආදේශ කිරීම සඳහා

$= 3k^2 + 10k + 7$

$= (k+1)(3k+7)$.

5

$(k+1)(3k+7)$ හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයක් පෙන්වා තිබීමට

$= (k+1)[3(k+1)+4]$.

ඒ නයින්, $n=k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් $n=k+1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

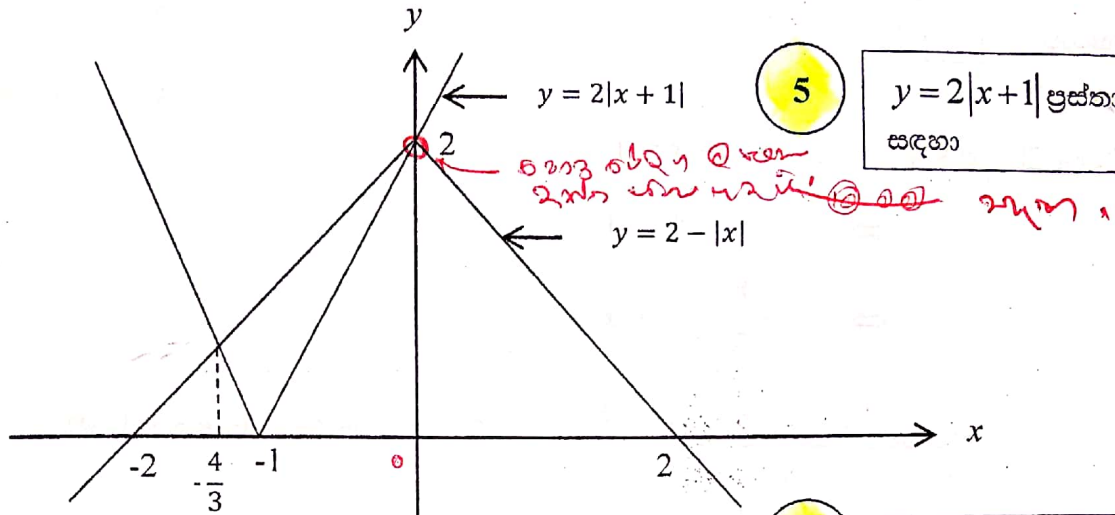
$n=1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ඉහත පෙන්වා ඇත.

ඒ නයින්, ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්ම මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

5

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයට අනුව නිගමනයට (සියලුම අනෙක් පියවර නිවැරදි නම් පමණි.)

2. එක ම රූප සටහනක $y = 2|x+1|$ හා $y = 2 - |x|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒකයින් හෝ අත් අසුරකින් හෝ, $2|x+2| + |x| \leq 4$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්කලීක අගයන් සොයන්න.



5

$y = 2|x+1|$ ප්‍රස්තාරය
සඳහා

5

$y = 2 - |x|$ ප්‍රස්තාරය
සඳහා

(ප්‍රස්තාර සඳහා ලකුණු 10 ම ලබා ගැනීමට y - අක්ෂය මත පොදු
පේදන ලක්ෂ්‍යය තිබිය යුතුය. නොඑසේ නම් ලකුණු 05 ක් පමණි.)

එක් පේදන ලක්ෂ්‍යයක x - ඛණ්ඩාංක $x = 0$ වේ.

$x < -1$ සඳහා අනෙක් පේදන ලක්ෂ්‍යයේ x -
ඛණ්ඩාංක $-2(x+1) = 2+x$ මගින් දෙනු ලබයි.

මෙය $x = -\frac{4}{3}$ ලබා දෙයි.

5

~~$x=0$~~ සහ $x = -\frac{4}{3}$
පෙන්වා තිබීමට

$t = \frac{x}{2}$ යැයි ගනිමු.

5

$t = \frac{x}{2}$ ආදේශයට හෝ
තුල ප්‍රකාශනයකට

එවිට දෙන ලද අසමානතාව $2|2t+2| + |2t| \leq 4$ බවට පත් වේ.

මෙය $2|t+1| \leq 2 - |t|$ ට තුල වේ.

ප්‍රස්තාර මගින් $-\frac{4}{3} \leq t \leq 0$.

$\therefore -\frac{8}{3} \leq x \leq 0$.

5

නිවැරදි විසඳුම ලබා
ගැනීමට

විකල්ප ක්‍රමය 1:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්තාර සඳහා $\textcircled{5} + \textcircled{5}$

(i) අවස්ථාව

$$x \leq -2$$

එවිට, $2|x+2|+|x| \leq 4 \Leftrightarrow -2(x+2)-x \leq 4$

$$\Leftrightarrow -3x-4 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3} \leq x$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම වන්නේ $-\frac{8}{3} \leq x \leq -2$ තෘප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

(ii) අවස්ථාව

$$-2 < x \leq 0$$

එවිට, $2|x+2|+|x| \leq 4 \Leftrightarrow 2(x+2)-x \leq 4$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම වන්නේ $-2 < x \leq 0$ තෘප්ත කරන x හි අගයන් වේ.

(iii) අවස්ථාව

$$x > 0$$

එවිට, $2|x+2|+|x| \leq 4 \Leftrightarrow 2(x+2)+x \leq 4$

$$\Leftrightarrow 3x+4 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

ඒ නයින් මෙම අවස්ථාවේදී විසඳුම් නොමැත.

නිවැරදි විසඳුම් සහිත අවස්ථා 3ම සඳහා

10

නිවැරදි විසඳුම් සහිත අවස්ථා 2 ක් සඳහා

5

$\therefore$ දෙන ලද අසමානතාව සඳහා විසඳුම් වන්නේ $-\frac{8}{3} \leq x \leq 0$

5

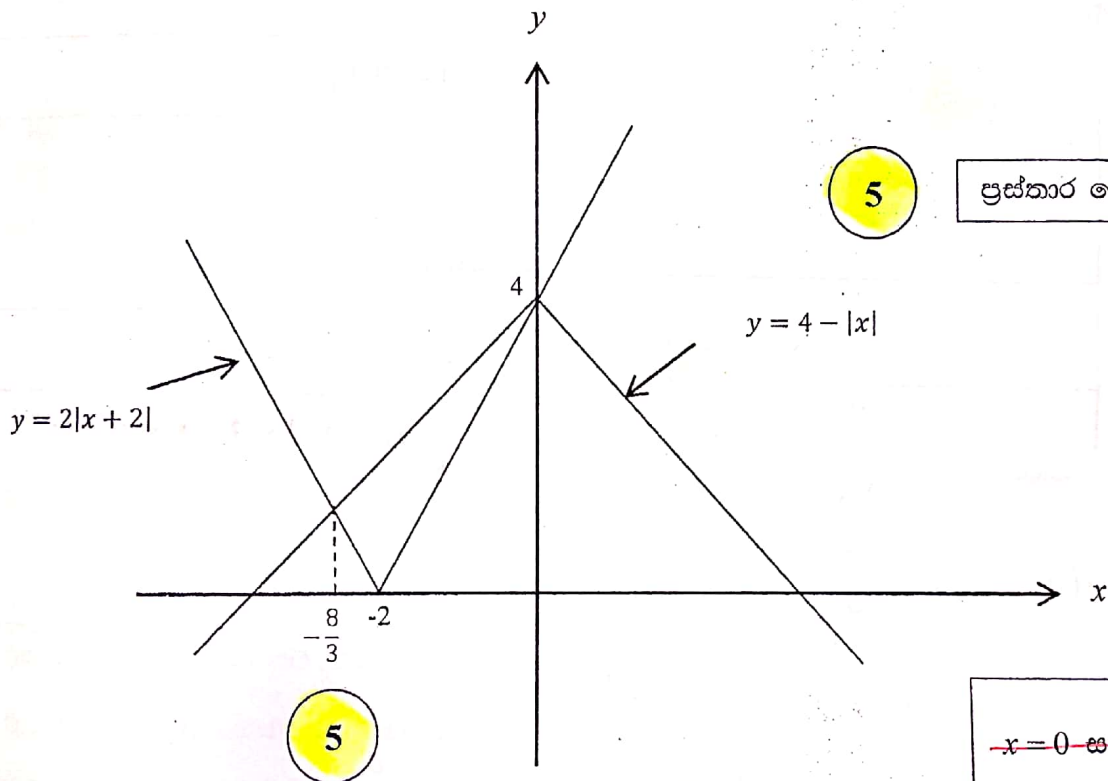
තෘප්තකරන x හි අගයන් වේ.

විකල්ප ක්‍රමය 2:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්ථාර සඳහා 5 + 5

$$2|x+2| + |x| \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 2|x+2| \leq 4 - |x|$$



5

ප්‍රස්ථාර දෙක සඳහා

5

~~$x=0$~~ සහ $x = -\frac{8}{3}$ පෙන්වා
තිබීම.

ප්‍රස්ථාර මගින්,

$$2|x+2| \leq 4 - |x|$$

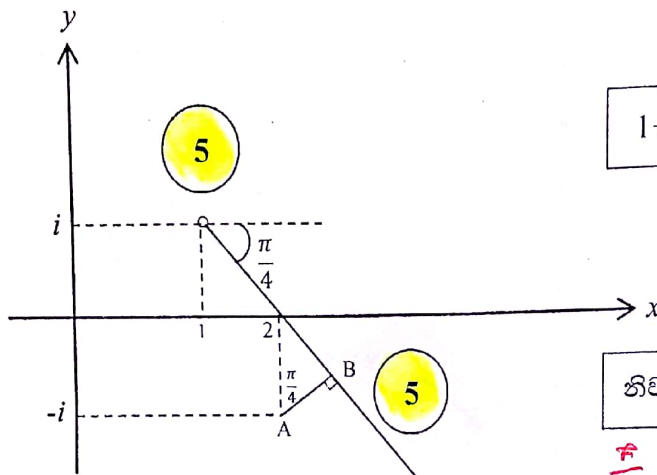
$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3} \leq x \leq 0$$

5

නිවැරදි විසඳුම පෙන්වා
තිබීම

3. ආගන්ති සටහනක, $\text{Arg}(z - 1 - i) = -\frac{\pi}{4}$ සඳහා z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පරිමාණ දළ සටහනක් අඳින්න.
ඒ නමින් හෝ අන් අගුරකින් හෝ, $\text{Arg}(iz + 1 - i) = \frac{\pi}{4}$ සඳහා $|z - 2 + i|$ හි අවම අගය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

$$\text{Arg}(z - (1 + i)) = -\frac{\pi}{4}$$



$1+i$ හි සිදුර

නිවැරදි අර්ධ රේඛාව

$\frac{\pi}{4}$ කෝණය තබා

$$\text{Arg}(i(z - i - 1)) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Arg } i + \text{Arg}(z - (1 + i)) = \frac{\pi}{4}$$

ගුණිතයක විස්තාරය ඵෙකයක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීම සහ $\text{Arg } i = \frac{\pi}{2}$ භාවිතය

වෙනම $\rightarrow$ $\text{Arg}(z - (1 + i)) = -\frac{\pi}{4}$
නිවැරදි ලෙස තබා.

$$\text{දැන්, } \min |z - (2 - i)| = AB$$

$$= 1 \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$AB = \frac{1}{\sqrt{2}}$
එ.සේම තබා.

කොටස ගත්
ලියා ලියා තබා.

අඩුම දුරකමක් කිරීම.

මේ ලෙස තබා තබා ල. ගත

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

විකල්ප ක්‍රමය:

ඉහත පරිදි ප්‍රස්තාර සඳහා 5 + 5

$z = x + iy$ යැයි ගනිමු.

එවිට $\frac{\pi}{4} = \text{Arg}(iz + 1 - i) = \text{Arg}(1 - y + i(x - 1))$

$\therefore x - 1 = (1)(1 - y)$
 $\Rightarrow x + y = 2.$

දෙන ලද විස්තාරය x හා y අතර සම්බන්ධයක් ලෙස ලිවීම.

ඇත් $|z - 2 + i| = |x + iy - 2 + i|$
 $= |(x - 2) + i(y + 1)|$
 $= |y + i(y + 1)|$
 $= \sqrt{y^2 + (y + 1)^2}$

$= \sqrt{2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}$

මාපාංකය, x හෝ y හි වර්ග පූර්ණය ලෙස ලිවීම.

$\geq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (\because 2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0. (= 0 \text{ වන්නේ } y = -\frac{1}{2} \text{ විටය.})$

$\therefore \min |z - 2 + i| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

4. $k > 0$ යැයි ගනිමු. $\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{11}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^7 හි සංගුණකය හා $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{11}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^{-7} හි සංගුණකය සමාන බව දී ඇත. $k = 1$ බව පෙන්වන්න.

$$\left(x^2 + \frac{k}{x}\right)^{11} \text{ සඳහා}$$

$$T_{r+1} = {}^{11}C_r (x^2)^{11-r} \left(\frac{k}{x}\right)^r = {}^{11}C_r x^{22-3r} k^r$$

$$22 - 3r = 7 \Rightarrow r = 5$$

5

r හි නිවැරදි අගය සඳහා

r හි නිවැරදි අගය සඳහා ව. ග. ද.

$$\therefore x^7 \text{ හි සංගුණකය} = {}^{11}C_5 k^5$$

5

නිවැරදි සංගුණකය

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{11} \text{ සඳහා } T_{r+1} = {}^{11}C_r x^{11-r} (-1)^r \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = (-1)^r {}^{11}C_r x^{11-3r}$$

$$11 - 3r = -7 \Rightarrow r = 6$$

5

r හි නිවැරදි අගය සඳහා

$$\therefore x^{-7} \text{ හි සංගුණකය} = {}^{11}C_6$$

5

නිවැරදි සංගුණකය

බොහෝ විට ප්‍රශ්න වේ

එනිසා, ${}^{11}C_6 = {}^{11}C_5 k^5$ මගින් ${}^{11}C_6 = {}^{11}C_5$ නිසා $k = 1$ ලබා දෙයි.

5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} = 4$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \sin 2x}{x^2(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})} \times \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$$

5

ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගුණ කිරීමට

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \times \frac{(1 - \cos 2x)}{x^2 \cos 2x} \times (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

$$= \left(\lim_{2x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \right) \times \lim_{x \rightarrow 0} 2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \times \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 2x} \right) \times \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

සීමා නියමය යටතේ.

$$= \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5}$$

$$= 4.$$

සීමා එක එකක් සඳහා

5

විකල්ප ක්‍රමය 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2 (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x(1 - \cos 2x)}{x^2 \cos 2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \times \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x(1 - \cos^2 2x)}{x^2 \cos 2x(1 + \cos 2x)} \cdot \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2x}$$

$$= 4 \left(\lim_{2x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 2x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos 2x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \right)$$

$$= 4 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$\text{5} \quad \text{5} \quad \text{5} \quad \text{5}$$

$$= 4.$$

5

ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගුණ
කිරීමටසීමා එක එකක්
සඳහා

5

විකල්ප ක්‍රමය 2:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{x^2 (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}$$

5

ප්‍රතිබද්ධයෙන් ගුණ
කිරීම

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \times \left(\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} - \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \right) \frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \times \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x (2 \tan^2 x)}{x^2 (1 - \tan^4 x)} \cdot \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2x}$$

$$= 2 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \right)^3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - \tan^4 x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \right)$$

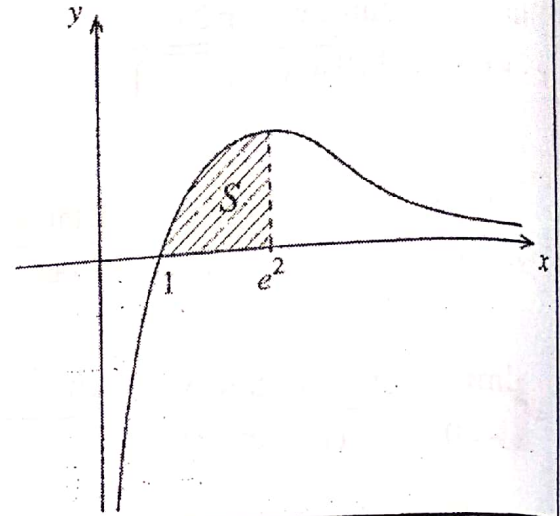
$$= 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2$$

$$= 4.$$

සීමා එක
එකක් සඳහා

5

6. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $y=0$ හා $x=e^2$ වක්‍ර මගින් ආවර්ත වන පෙදෙස S යැයි ගනිමු. S හි වර්ගඵලය, වර්ග ඒකක 4 ක් බව පෙන්වන්න.
 S පෙදෙස x -අක්ෂය වටා රේඛීයන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන සක වස්තුවේ පරිමාව $\frac{8\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.



$$S \text{ හි වර්ගඵලය} = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

5

අනුකලනය කර ගන්න

S සඳහා අනුකලය සකසා ගැනීම

$$= (\ln x) \cdot 2x^{\frac{1}{2}} \Big|_1^{e^2} - \int_1^{e^2} 2x^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{x} dx$$

5

කොටස් වශයෙන් අනුකලනයට හෝ තුල්‍ය ප්‍රකාශනයකට

$$= 4e - 2 \int_1^{e^2} x^{-\frac{1}{2}} dx$$

අනුකලනය කර ගන්න
 නිසි ලෙස ගණනය කර
 ලබා දෙන ප්‍රතිඵලය

$$= 4e - (2\sqrt{x} \cdot 2) \Big|_1^{e^2}$$

$$= 4e - 4e + 4$$

$$= 4$$

5

අනුකලනය කර ගන්න
 නිසි ලෙස ගණනය කර
 ලබා දෙන ප්‍රතිඵලය

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර

$$\text{අවශ්‍ය පරිමාව} = \int_1^{e^2} \pi \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$$

5

පරිමාව සඳහා අනුකලය සකසා ගැනීම

$$= \pi \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$= \pi \frac{(\ln x)^3}{3} \Big|_1^{e^2}$$

$$= \frac{8\pi}{3}$$

5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

7. $t \neq 0$ සඳහා $x = ct$ හා $y = \frac{c}{t}$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන සාප්තකෝණාස්‍ර බහුවලයට $P \equiv \left(cp, \frac{c}{p} \right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී වූ ස්පර්ශ රේඛාවේ සමීකරණය $x + p^2y = 2cp$ බව පෙන්වන්න.
 P හි දී මෙම බහුවලයට වූ අභිලම්භ රේඛාව වෙනත් $Q \equiv \left(cq, \frac{c}{q} \right)$ ලක්ෂ්‍යයකදී බහුවලය නැවත හමු වේ.
 $p^3q = -1$ බව පෙන්වන්න.

$$\frac{dx}{dt} = c \quad \text{හා} \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{c}{t^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-\frac{c}{t^2}}{c} = -\frac{1}{t^2}$$

5

t ඇසුරෙන් $\frac{dy}{dx}$ **උපරා**

$$\therefore P \text{ හිදී ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය} = -\frac{1}{t^2} \Big|_{t=p} = -\frac{1}{p^2}$$

$\therefore P$ හිදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය

$$y - \frac{c}{p} = -\frac{1}{p^2} (x - cp)$$

$$\therefore x + p^2y = 2cp.$$

5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර

P හිදී අභිලම්භයේ අනුක්‍රමය $= p^2$.

$$\therefore P \text{ හිදී අභිලම්භයේ සමීකරණය} \quad y - \frac{c}{p} = p^2(x - cp)$$

5

අභිලම්භයේ සමීකරණය

$Q \equiv \left(cq, \frac{c}{q} \right)$ මෙම අභිලම්භ රේඛාව මත වේ.

$$\therefore \frac{c}{q} - \frac{c}{p} = p^2(cq - cp) \Rightarrow c(p - q) = -p^3qc(p - q)$$

5

ආදේශ කිරීම සඳහා

P හා Q ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් නිසා $p \neq q$ වේ.

$$p^3q = -1.$$

5

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර

විකල්ප ක්‍රමය: (අන්තිම කොටස සඳහා)

පරිණාමය - ඒ ක්‍රමය මගින්

PQ අනුක්‍රමණය = P හිදී අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය

5

$$\therefore \frac{\frac{c}{q} - \frac{c}{p}}{cq - cp} = p^2$$

5

($\because p \neq q, c \neq 0$)

$$\therefore p^3 q = -1$$

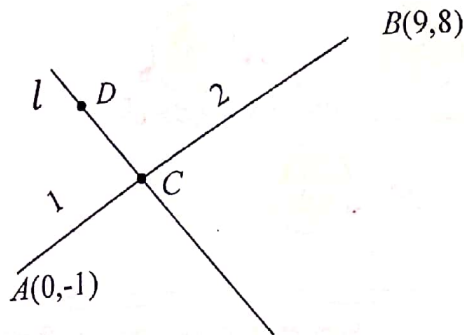
5

අවශ්‍යතාව සඳහා

ආදේශය සඳහා

පිළිතුර ලබා ගැනීමට පියවර

8. $A \equiv (0, -1)$ හා $B \equiv (9, 8)$ යැයි ගනිමු. C ලක්ෂ්‍යය AB මත $AC:CB = 1:2$ වන පරිදි පිහිටයි. C හරහා යන AB ට ලම්භ වූ l සරල රේඛාවේ සමීකරණය $x + y - 5 = 0$ බව පෙන්වන්න.
 $y = 5x + 1$ සරල රේඛාවට AD සමාන්තර වන පරිදි l මත වූ ලක්ෂ්‍යය D යැයි ගනිමු. D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.



$$C \equiv \left(\frac{2(0) + 1(9)}{2+1}, \frac{2(-1) + 1(8)}{2+1} \right)$$

$$\equiv (3, 2)$$

C හි ඛණ්ඩාංක

$$AB \text{ හි අනුක්‍රමණය} = 1$$

$$l \text{ හි අනුක්‍රමණය} = -1$$

$\therefore l$ හි සමීකරණය

$$y - 2 = -1(x - 3)$$

$$\text{එනම්, } x + y - 5 = 0. \dots \dots \dots (1)$$

$$AD \text{ හි සමීකරණය } y - (-1) = 5(x - 0) \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{එනම්, } y + 1 = 5x \dots \dots \dots (2)$$

(1) හා (2) විසඳීමෙන්

$$D \equiv (1, 4).$$

l හි අනුක්‍රමණය සඳහා

l හි සමීකරණය ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

D හි ඛණ්ඩාංක ලබා ගැනීමට පියවර සඳහා

$D \equiv (1, 4)$ තිබීම

9. $x + 2y = 3$ සරල රේඛාව, $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී ඡේදනය කරන පෙන්වන්න.
මෙම ලක්ෂ්‍ය දෙක හා $S = 0$ වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$$S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x + 2y - 3 = 0 \text{ රේඛාව } l \text{ යැයි ගනිමු.}$$

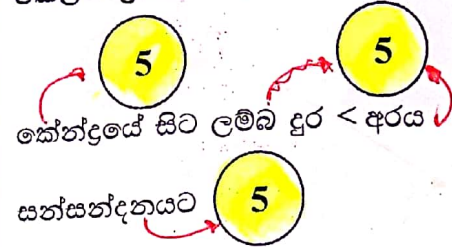
$$l \text{ මත: } x = 3 - 2y;$$

$$(3 - 2y)^2 + y^2 - 4(3 - 2y) + 1 = 0$$

$$\therefore 5y^2 - 4y - 2 = 0$$

5

විකල්ප ක්‍රමය:



වර්ගය සමීකරණය ලබා ගැනීමට

මෙම වර්ගය සමීකරණයේ විචේදක, $\Delta = 16 + 4(5)(2)$

5

විචේදකය ලිවීම

$\Delta > 0$ නිසා $x + 2y = 3$ රේඛාව ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යය දෙකකදී S ඡේදනය කරයි.

5

$\Delta > 0$ සඳහා

අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය

$$x^2 + y^2 - 4x + 1 + \lambda(x + 2y - 3) = 0 \text{ ලෙස ලිවිය හැක;}$$

5

λ ආකාරය සඳහා

මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

මෙම වෘත්තය, $(2, 0)$ හරහා ගමන් කරන නිසා

$$4 - 8 + 1 + \lambda(2 - 3) = 0$$

$$\therefore \lambda = -3$$

5

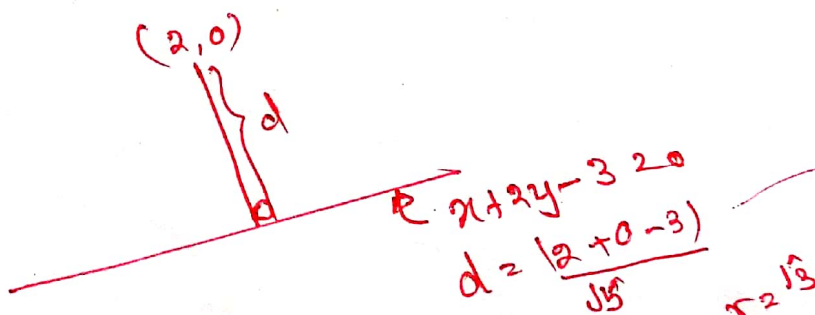
$\therefore$ අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය

$$x^2 + y^2 - 4x + 1 + (-3)(x + 2y - 3) = 0$$

$$\text{එනම්, } x^2 + y^2 - 7x - 6y + 10 = 0.$$

චිත්‍රය ඇඳීමට
omath.

$\lambda = -3$ ලබා ගැනීමට



10. $2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$ යන්න $R\cos(2x - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.
ඒ නමින්, $\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 1$ සමීකරණය විසඳන්න.

$$2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$$

$$= 2\cos^2 x - 1 + \sqrt{3}(2\sin x \cos x)$$

$$= \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$$

5

$\cos 2x$ හා $\sin 2x$ භාවිතයෙන් ප්‍රකාශන ලිවීමට

$$= 2\left[\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right]$$

$$= 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$R = 2$ ලබා ගැනීමට

මෙහි $R = 2$ හා $\alpha = \frac{\pi}{3}$

5

5

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ ලබා ගැනීමට

*R හි දී වටහාම ගතයුතු වේ
ල - දැක්ම.*

$\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 1$ සමීකරණය

$2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1 = 1$ ට කුලය වේ.

$\therefore 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

ඒ නමින්, $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

5

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ ලබා ගැනීමට

$\therefore 2x - \frac{\pi}{3} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

$\therefore x = n\pi + \frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

5

නිවැරදි පිළිතුර ලබා ගැනීමට

මෙය ප්‍රකාශනයකි.

20172018

11. (a) $k > 1$ යැයි ගනිමු. $x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රතිත්ත මූල ඇති බව පෙන්වන්න. මෙම මූල α හා β යැයි ගනිමු. k ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා, α හා β දෙකම ධන වන පරිදි k හි අගයන් සොයන්න.
- දැන්, $1 < k < 3$ යැයි ගනිමු. k ඇසුරෙන්, $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ හා $\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.
- (b) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ හා $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $x^2 + x - 2$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $x+1$ බව දී ඇත. a, b හා c හි අගයන් සොයන්න.
- තවද, a, b හා c යඳහා මෙම අගයන් සහිතව, සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) - 2g(x) \leq \frac{13}{12}$ බව පෙන්වන්න.

(a)

$x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$ හි විචේදකය Δ යැයි ගනිමු.

එවිට $\Delta = 4(k+1)^2 - 4(k-3)^2$ 5 ව. 0900

$= 4(k+1+k-3)(k+1-k+3)$

$= 32(k-1)$. 5 40x600

$k > 1$ නිසා $\Delta > 0$ වේ. 5

$\therefore$ දෙන ලද සමීකරණයට ප්‍රතිත්ත තාත්වික මූල දෙකක් ඇත. 5 000 3000 01

20

$\alpha + \beta = 2(k+1)$ හා $\alpha\beta = (k-3)^2$ 5 + 5

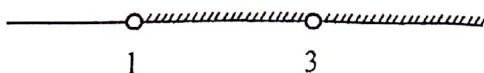
α හා β දෙකම ධන වීම සඳහා

$\alpha + \beta > 0$ හා $\alpha\beta > 0$ විය යුතුයි. 10 000 0 02 00 000 000 000

$k > 1$ නිසා $\alpha + \beta = 2(k+1) > 0$ වේ. 5 $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ වාදන

හා $\alpha\beta = (k-3)^2 > 0$ ම නම් පමණක් $k \neq 3$ වේ. 10 000 0

$\therefore$ අවශ්‍ය k හි අගයන් $1 < k < 3$ හෝ $k > 3$ වේ.



35

$0^2 20 + 000 - 6000$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \text{ හා } \frac{1}{\sqrt{\beta}} \text{ මූල වන සමීකරණය } \left(x - \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)\left(x - \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right) = 0 \text{ වේ.}$$

එනම්, $x^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right) x + \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} = 0.$

එනම්, $\sqrt{\alpha\beta}x^2 - (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})x + 1 = 0.$

$$\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{(k-3)^2} = |k-3| = 3-k \text{ බව දැනිමු } (\because 1 < k < 3).$$

$$\text{ex. } (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$= 2(k+1) + 2(3-k)$$

$$= 8.$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2\sqrt{2} \quad (5) \quad (\because \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > 0.)$$

$\therefore$ අවශ්‍ය සමීකරණය $(3-k)x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ වේ.

✓ 2020 230 GP02 C.5 Q11.
 $(x-3)x^2 - 2(\sqrt{k-1})x + 1 = 0$ (35)

(b)

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1 \text{ and } g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$$

$f(x)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 5 නිසා ශේෂ ප්‍රමේය මගින්

$$f(1) = 5.$$

$$\therefore a+b+3=5$$

$$a+b=2.$$

$g(x)$ යන්න $x^2 + x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $x + 1$ නිසා

$\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1 = (x^2 + x - 2)(x + \lambda) + x + 1$

$$((x^0)); \quad 1 = -2\lambda + 1 \Rightarrow \lambda = 0.$$

$$\therefore g(x) = x(x^2 + x - 2) + x + 1$$

$$= x^3 + x^2 - x + 1.$$

ඒ නමින්, $c=1$ හා $a=-1$ වේ.

දැන් ① මගින් $b = 3$ වේ.

(11)

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

$$f(x) - 2g(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1 - 2(x^3 + x^2 - x + 1)$$

$$= -3x^2 + 5x - 1$$

5

a, b, c වල වැරදි තර්ක
වෙනමම ලිවිය යුතුය
මෙය

$$= -3 \left[\left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{25}{36} + \frac{1}{3} \right]$$

$$= -3 \left[\left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{13}{36} \right]$$

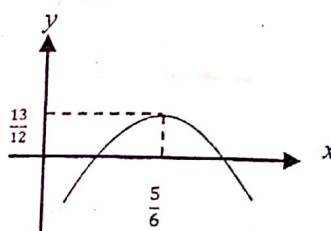
5

$$\leq -3 \times \left(\frac{-13}{36} \right), \because \left(x - \frac{5}{6} \right)^2 \geq 0.$$

5

$$\therefore f(x) - 2g(x) \leq \frac{13}{12}.$$

5



වෙනමම ලිවිය යුතුය
මෙය

20

Q. (a) 20, 35, 45

(b) 30, 20

(a)

(i)

12.(a) පහත දී ඇති සංඛ්‍යාංක 10 න් ගනු ලබන සංඛ්‍යාංක 4 කින් සමන්විත, සංඛ්‍යාංක 4 ක සංඛ්‍යාවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත:

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5

- (i) තෝරා ගනු ලබන සංඛ්‍යාංක 4 ම වෙනස් නම්,
(ii) ඕනෑම සංඛ්‍යාංක 4 ක් තෝරාගත හැකි නම්,
සෑදිය හැකි වෙනස් සංඛ්‍යාංක 4 ක සංඛ්‍යා ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2}$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

ඒ හැරින්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයා,

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = 1 + \frac{n-1}{5^n(2n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඵලතාවය සොයන්න.

(a)

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5

(i) 1,2,3,4 හා 5 අතරින් වෙනස් සංඛ්‍යාංක 4 කින් සෑදිය හැකි වෙනස් සංඛ්‍යා ගණන

$= {}^5P_4$ 5

$= 5!$ 5 ල. 10 අ. 1.

$= 120$ 5 ල. 120 අ. 1.

15

(ii) ඕනෑම සංඛ්‍යාංක 4ක් තෝරාගෙන සෑදිය හැකි සංඛ්‍යා ගණන

වෙනස් සංඛ්‍යාංක හතරකින්	එවැනි වෙනත් සංඛ්‍යාංක 4ක සංඛ්‍යා ගණන
එක් සංඛ්‍යාංකයක් පමණක් දෙවරක් පුනරාවර්තව සහ අනෙක් සංඛ්‍යාංක දෙක වෙනස්	${}^5P_4 = 120$
සංඛ්‍යාංක දෙකක් දෙවරක් පුනරාවර්තව	${}^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!} = 288$
එක් සංඛ්‍යාංකයක් තෙවරක් පුනරාවර්තව	${}^4C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 36$
එක් සංඛ්‍යාංකයක් හතරවරක් පුනරාවර්තව	${}^1C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!} = 16$

$\therefore$ සෑදිය හැකි සංඛ්‍යා ගණන $= 120 + 288 + 36 + 16 = 460$

(b)

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2}$$

$$U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2} = \frac{A(r-1)(2r-1)^2 - (r-B)(2r+1)^2}{(2r+1)^2(2r-1)^2}$$

$$\therefore -16r^3 + 12r^2 + 40r + 9 = 5A(r-1)(4r^2 - 4r + 1) - 5(r-B)(4r^2 + 4r + 1)$$

r හි බලවල සංගුණක සැසඳීමෙන්

$$r^3 : -16 = 5A(4) - 20$$

$$r^2 : 12 = 5A(-8) - 5(-4B + 4)$$

$$r^1 : 40 = 25A - 5(1 - 4B)$$

$$r^0 : 9 = -5A + 5B$$



A = B නිවැරදි
 2020
 (2020 නවembre 2020)

20

$$\therefore U_r = \frac{r-1}{5(2r+1)^2} - \frac{r-2}{(2r-1)^2}$$

5

Am B 20 2020 2021 2022 2023 2024 2025 2026 2027 2028 2029 2030 2031 2032 2033 2034 2035 2036 2037 2038 2039 2040 2041 2042 2043 2044 2045 2046 2047 2048 2049 2050 2051 2052 2053 2054 2055 2056 2057 2058 2059 2060 2061 2062 2063 2064 2065 2066 2067 2068 2069 2070 2071 2072 2073 2074 2075 2076 2077 2078 2079 2080 2081 2082 2083 2084 2085 2086 2087 2088 2089 2090 2091 2092 2093 2094 2095 2096 2097 2098 2099 2100 2101 2102 2103 2104 2105 2106 2107 2108 2109 2110 2111 2112 2113 2114 2115 2116 2117 2118 2119 2120 2121 2122 2123 2124 2125 2126 2127 2128 2129 2130 2131 2132 2133 2134 2135 2136 2137 2138 2139 2140 2141 2142 2143 2144 2145 2146 2147 2148 2149 2150 2151 2152 2153 2154 2155 2156 2157 2158 2159 2160 2161 2162 2163 2164 2165 2166 2167 2168 2169 2170 2171 2172 2173 2174 2175 2176 2177 2178 2179 2180 2181 2182 2183 2184 2185 2186 2187 2188 2189 2190 2191 2192 2193 2194 2195 2196 2197 2198 2199 2200 2201 2202 2203 2204 2205 2206 2207 2208 2209 2210 2211 2212 2213 2214 2215 2216 2217 2218 2219 2220 2221 2222 2223 2224 2225 2226 2227 2228 2229 2230 2231 2232 2233 2234 2235 2236 2237 2238 2239 2240 2241 2242 2243 2244 2245 2246 2247 2248 2249 2250 2251 2252 2253 2254 2255 2256 2257 2258 2259 2260 2261 2262 2263 2264 2265 2266 2267 2268 2269 2270 2271 2272 2273 2274 2275 2276 2277 2278 2279 2280 2281 2282 2283 2284 2285 2286 2287 2288 2289 2290 2291 2292 2293 2294 2295 2296 2297 2298 2299 2300 2301 2302 2303 2304 2305 2306 2307 2308 2309 2310 2311 2312 2313 2314 2315 2316 2317 2318 2319 2320 2321 2322 2323 2324 2325 2326 2327 2328 2329 2330 2331 2332 2333 2334 2335 2336 2337 2338 2339 2340 2341 2342 2343 2344 2345 2346 2347 2348 2349 2350 2351 2352 2353 2354 2355 2356 2357 2358 2359 2360 2361 2362 2363 2364 2365 2366 2367 2368 2369 2370 2371 2372 2373 2374 2375 2376 2377 2378 2379 2380 2381 2382 2383 2384 2385 2386 2387 2388 2389 2390 2391 2392 2393 2394 2395 2396 2397 2398 2399 2400 2401 2402 2403 2404 2405 2406 2407 2408 2409 2410 2411 2412 2413 2414 2415 2416 2417 2418 2419 2420 2421 2422 2423 2424 2425 2426 2427 2428 2429 2430 2431 2432 2433 2434 2435 2436 2437 2438 2439 2440 2441 2442 2443 2444 2445 2446 2447 2448 2449 2450 2451 2452 2453 2454 2455 2456 2457 2458 2459 2460 2461 2462 2463 2464 2465 2466 2467 2468 2469 2470 2471 2472 2473 2474 2475 2476 2477 2478 2479 2480 2481 2482 2483 2484 2485 2486 2487 2488 2489 2490 2491 2492 2493 2494 2495 2496 2497 2498 2499 2500 2501 2502 2503 2504 2505 2506 2507 2508 2509 2510 2511 2512 2513 2514 2515 2516 2517 2518 2519 2520 2521 2522 2523 2524 2525 2526 2527 2528 2529 2530 2531 2532 2533 2534 2535 2536 2537 2538 2539 2540 2541 2542 2543 2544 2545 2546 2547 2548 2549 2550 2551 2552 2553 2554 2555 2556 2557 2558 2559 2560 2561 2562 2563 2564 2565 2566 2567 2568 2569 2570 2571 2572 2573 2574 2575 2576 2577 2578 2579 2580 2581 2582 2583 2584 2585 2586 2587 2588 2589 2590 2591 2592 2593 2594 2595 2596 2597 2598 2599 2600 2601 2602 2603 2604 2605 2606 2607 2608 2609 2610 2611 2612 2613 2614 2615 2616 2617 2618 2619 2620 2621 2622 2623 2624 2625 2626 2627 2628 2629 2630 2631 2632 2633 2634 2635 2636 2637 2638 2639 2640 2641 2642 2643 2644 2645 2646 2647 2648 2649 2650 2651 2652 2653 2654 2655 2656 2657 2658 2659 2660 2661 2662 2663 2664 2665 2666 2667 2668 2669 2670 2671 2672 2673 2674 2675 2676 2677 2678 2679 2680 2681 2682 2683 2684 2685 2686 2687 2688 2689 2690 2691 2692 2693 2694 2695 2696 2697 2698 2699 2700 2701 2702 2703 2704 2705 2706 2707 2708 2709 2710 2711 2712 2713 2714 2715 2716 2717 2718 2719 2720 2721 2722 2723 2724 2725 2726 2727 2728 2729 2730 2731 2732 2733 2734 2735 2736 2737 2738 2739 2740 2741 2742 2743 2744 2745 2746 2747 2748 2749 2750 2751 2752 2753 2754 2755 2756 2757 2758 2759 2760 2761 2762 2763 2764 2765 2766 2767 2768 2769 2770 2771 2772 2773 2774 2775 2776 2777 2778 2779 2780 2781 2782 2783 2784 2785 2786 2787 2788 2789 2790 2791 2792 2793 2794 2795 2796 2797 2798 2799 2800 2801 2802 2803 2804 2805 2806 2807 2808 2809 2810 2811 2812 2813 2814 2815 2816 2817 2818 2819 2820 2821 2822 2823 2824 2825 2826 2827 2828 2829 2830 2831 2832 2833 2834 2835 2836 283

$$\therefore \frac{1}{5^{r-1}} U_r = \frac{r-1}{5^r (2r+1)^2} - \frac{r-2}{5^{r-1} (2r-1)^2}$$

5

$$\frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1); \text{ ଚାହିଁ } f(r) = \frac{r-1}{5^r (2r+1)^2} \text{ ଚାହିଁ. } \textcircled{10}$$

10

$$r=1; \quad \frac{1}{5^0}U_1 = f(1) - f(0)$$

$$r = 2; \quad \frac{1}{5}U_2 = f(2) - f(1)$$

• • • • •

$$r = n-1; \quad \frac{1}{5^{n-2}} U_{n-1} = f(n-1) - f(n-2)$$

$$r=n \quad \frac{1}{5^{n-1}} U_n = f(n) - f(n-1)$$

5

১৬/১২০ ০.০৫

5

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(n) - f(0)$

5

$$= \frac{n-1}{5^n(2n+1)^2} - (-1)$$

5

$$= 1 + \frac{n-1}{5^n(2n+1)^2}$$

5

* 517 25162 - 0.600
* } @.10 02nd

45

12 - b

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අනෙක් ක්‍රමය

Q. 0 කාණ්ඩය $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n-1}{5^n (2n+1)^2} \right)$

5 = 1 . 5

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන අතර ඵෙකැය 1 වේ.

5

15

Q₁₂ - (a) 15 , 55

(b) 20 , 45 , 15,

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$C = AB^T$ යැයි ද ගනිමු. a ඇසුරෙන් C යොයා, සියලු $a \neq 0$ සඳහා C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න. a ඇසුරෙන් C^{-1} , එය පවතින විට, ලියා දක්වන්න.

$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$ නම්, $a = 2$ බව පෙන්වන්න.

a සඳහා මෙම අගය සහිතව, $DC - C^T C = 8I$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ හා $z_2 = 1 + i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$.

තවද, z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර,

එ නිසිත්, $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $n \in \mathbb{Z}^+$ ද $k \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ යැයි ද ගනිමු.

ද මුඩාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1 + i \tan \theta)^n = \sec^n \theta (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ බව පෙන්වන්න.

එ නිසිත්, $(1 - i \tan \theta)^n$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගෙන

$(1 + i \tan \theta)^n + (1 - i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta$ බව පෙන්වන්න.

$z = i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right)$ යන්න $(1 + z)^{25} + (1 - z)^{25} = 0$ හි විසඳුමක් බව අපෝහනය කරන්න.

(a)

$C = AB^T = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + 3 & a + 3 \\ a + 1 & 1 \end{pmatrix}$

$|C| = (a^2 + 3) - (a + 1)(a + 3) = -4a$

$\neq 0$ ($\because a \neq 0$)

$\therefore$ සියලු $a \neq 0$ සඳහා C^{-1} පවතී.

4 ම නිවැරදි නම්

10

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම්

5

අගය $a = 1$ දී C ගණනය
කර බලා 4 ම නිවැරදි - 10
(3) - 05

25

4 ම නිවැරදි නම්

10

3 ක් පමණක් නිවැරදි නම්

5

10

$a \neq 0$ සඳහා $C^{-1} = -\frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 1 & -(a + 3) \\ -(a + 1) & a^2 + 3 \end{pmatrix}$

$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4a} \begin{pmatrix} -1 & a + 3 \\ a + 1 & -a^2 - 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 2a + 5 \\ -2a^2 + a - 5 \end{pmatrix}$

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

1. අධ්‍යයන අවදානම් අවබෝධය වැඩි කිරීම සඳහා ප්‍රධාන අරමුණක් ලෙස සලකනු ලබයි.

$$\frac{1}{4a} \begin{pmatrix} 2a+5 \\ -2a^2+a-5 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\frac{2a+5}{4a} = \frac{9}{8} \quad \text{so} \quad \frac{-2a^2+a-5}{4a} = -\frac{11}{8}$$

මෙම සමීකරණ දෙක මගින් $a = 2$ වේ.

20. 2020, 10.00 AM

$$a=2 \text{ විට } C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ හි } C^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$DC - C^T C = 8I \Leftrightarrow D - C^T = 8IC^{-1}$$

$$\therefore D = C^T + 8C^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & 1 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$$

උ' 1,630 තර වලු ලෙස 15 ලැබේ.

(b)

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{1}{2}(1+\sqrt{3}i)(1-i) = \underbrace{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}_x + i \underbrace{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)}_y$$

$$z_1 = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$z_2 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)}{\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

12. a) b

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

$$f(x) \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases}$$

ප්‍රථමය හානියේ වටිනාකම
ඇතිව ඇත.

$$f(x) + |f(x)| = \begin{cases} 2f(x), & f(x) \geq 0 \text{ වුව.} \\ 0, & f(x) < 0 \text{ වුව.} \end{cases}$$

$$\therefore f(x) + |f(x)| > 0 \text{ ම නම් පමණක් } f(x) > 0. \text{ (5)}$$

$$\therefore f(x) + |f(x)| > 0 \text{ තෘප්ති කරන තෘත්තිවික අගයන්}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} < x < 0 \text{ or } x > 2. \text{ (5) } + \text{ (10)}$$

15

(b)

$$x > 0 \text{ සඳහා;}$$

$$36 = xy + \frac{3}{8}\pi x^2$$

(10)

පරිමාණය වන්න

$$\therefore y = \frac{36}{x} - \frac{3}{8}\pi x, \quad x > 0 \text{ සඳහා}$$

$$p = 2x + 2y + 2\left(\frac{3}{8}\pi x\right)$$

(10)

$$= 2x + 2\left(\frac{36}{x} - \frac{3}{8}\pi x\right) + \frac{3}{4}\pi x$$

$$\therefore p = 2x + \frac{72}{x}$$

(5)

අවමය වලට වැඩි වේ.

$$\frac{dp}{dx} = 2 - \frac{72}{x^2}; \quad x > 0.$$

(5)

ප්‍රමාණය වන්න

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = 6.$$

(5)

x හි වැඩි වීම

$$0 < x < 6 \text{ සඳහා } \frac{dp}{dx} < 0 \text{ සහ}$$

$$x > 6 \text{ සඳහා } \frac{dp}{dx} > 0.$$

මෙම තත්ත්වය වැඩි වීමට
ම. වැඩි.

$$\therefore x = 6 \text{ වුව } p \text{ අවම වේ.}$$

(5)

40

Q14

(a) 25, 30, 40, 15

(b) 40,

හැරවුම් ලක්ෂණ දී:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad x = \frac{1}{2}$$

5 රහස්‍ය

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} < x < 2$	$2 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(+)	(-)	(-)
$f(x)$	අඩු වේ ↘	වැඩි වේ ↗	වැඩි වේ ↗	අඩු වේ ↘	අඩු වේ ↘

දිශානිර්ණය.
අක්ෂරය
@ - 10

5

5

5

5

5

එහි
නැගුණ
වෙත

$\therefore f(x)$ යන්න $[-1, 0)$ හා $(0, \frac{1}{2}]$ මත වැඩි වන අතර

$(-\infty, -1]$, $[\frac{1}{2}, 2)$ හා $(2, \infty)$ මත අඩු වේ.

ප්‍රාග්ධන අවධානයක් ලෙස නිදහස
@ - 10 ක් ඇත
1 ක් ඇත වෙත ලකුණ: 10
නැගුණ @ - 5 ක් ඇත.
දිශානිර්ණය දෙක
නැගුණ @ 5 ක් ඇත.

30

හැරවුම් ලක්ෂණ: $(\frac{1}{2}, -4)$ ස්ථානීය උපරිමයක් වේ.

5

$(-1, -1)$ ස්ථානීය අවමයක් වේ.

5

x - අන්තරාසන්නය: $(-\frac{1}{4}, 0)$

5

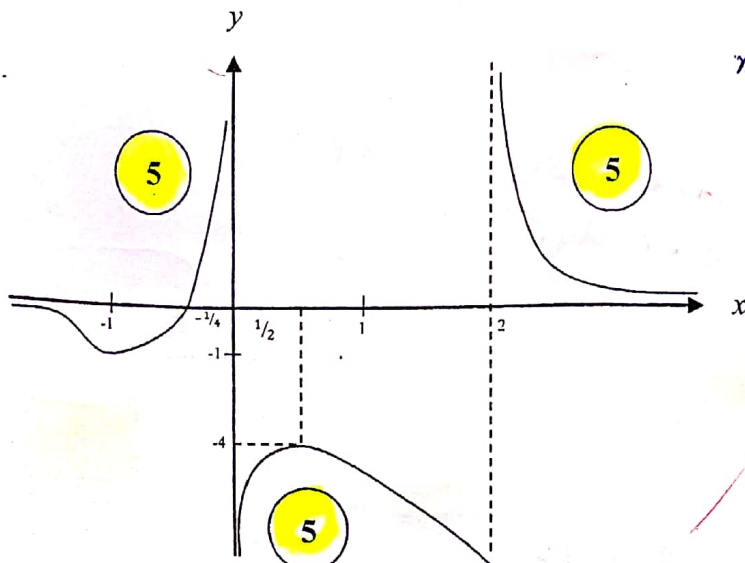
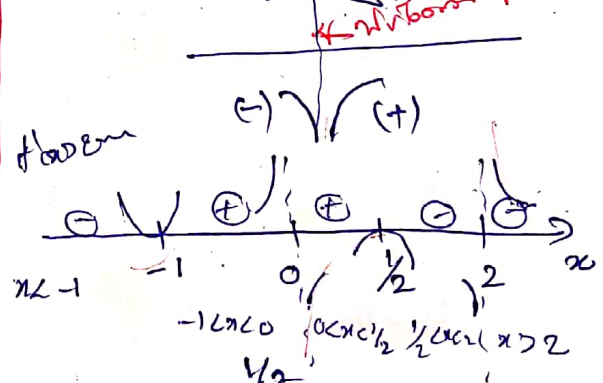
තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \therefore y = 0$

5

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය: $x = 0$ සහ $x = 2$.

5

ප්‍රමාණය @ 29 ක් ඇත
@ 10 ක් ඇත



$y = x$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x}$
@ 1 @ 1

40

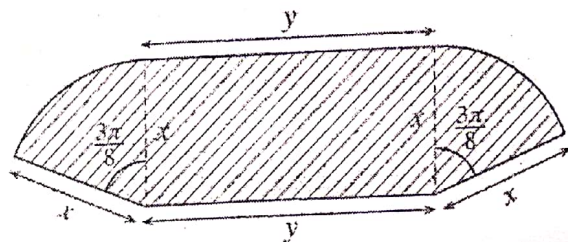
14.(a) $x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x)$ හි වක්‍රත්වත්වය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එ නමින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, x -අන්තඃස්පර්ශක හා හැරුම් ලක්ෂණ දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. මෙම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| > 0$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලුම තත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

(b) යාබද රූපයෙහි අඳුරු කළ S පෙදෙසින් සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{3\pi}{8}$ ක කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්තාක කේන්ද්‍රික බිණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත ගෙවත්තක් දැක්වේ. එහි මාන, මීටර්වලින්, රූපයෙහි දක්වා ඇත. S හි වර්ගඵලය 36 m^2 බව දී ඇත. S හි පරිමිතිය $p \text{ m}$ යන්න $x > 0$ සඳහා $p = 2x + \frac{72}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, $x = 6$ විට p අවම වන බව ද පෙන්වන්න.



(a)

$$x \neq 0, 2, \text{ සඳහා } f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$$

$$\text{එවිට, } f'(x) = \frac{4x(x-2) - (4x+1)(x-2+x)}{x^2(x-2)^2}$$

$$= -\frac{2(2x^2+x-1)}{x^2(x-2)^2}$$

$$= -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}, \quad x \neq 0, 2 \text{ සඳහා.}$$

5

406000

20

25

තාත්ත්වික කොටස් සමාන කිරීම මගින්

$$\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

5

05

(c)

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ හා } \theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ සඳහා}$$

cos θ අවම වශයෙන් 0 නොවේ

$$(1+i \tan \theta)^n = \frac{1}{\cos^n \theta} (\cos \theta + i \sin \theta)^n$$

5

$$= \sec^n \theta (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

1

5

10

$$(1-i \tan \theta)^n = (1+i \tan(-\theta))^n$$

$$= \sec^n(-\theta) [\cos n(-\theta) + i \sin n(-\theta)]$$

$$= \sec^n \theta (\cos n\theta - i \sin n\theta)$$

2

5

අර්ගය

$$(1) \text{ හා } (2) \text{ මගින් } (1+i \tan \theta)^n + (1-i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta \text{ ලැබේ.}$$

5

10

$$z = i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right) \text{ මගින්}$$

$$(1+z)^{25} + (1-z)^{25} = \left(1+i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right) \right)^{25} + \left(1-i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right) \right)^{25}$$

$$= 2 \sec^{25} \left(\frac{\pi}{10} \right) \cos 25 \left(\frac{\pi}{10} \right)$$

5

$$= 0, \text{ as } \cos 25 \left(\frac{\pi}{10} \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

5

0 යන බැවින්

10

- Q13 (a) 25, 10, 20, 20
(b) 10, 30, 05
(c) 10, 10, 10,

15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2$ වන පරිදි A, B හා C නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නමින්, $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ යන්න හිතන භාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx \text{ සොයන්න.}$$

(b) $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx$ යැයි ගනිමු. $I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$ බව පෙන්වා ඒ නමින්, I අගයන්න.

(c) $\frac{d}{dx}(x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x) = \ln(x^2 + 1)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $\int \ln(x^2 + 1) dx$ සොයා, $\int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2}(\ln 4 + \pi - 4)$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්

$$\int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

(a)

$$\begin{aligned} x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 &= A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2 \\ &= A(x^4 + 2x^2 + 1) + B(x^3 + x) + Cx^2 \end{aligned}$$

x හි බලවල සංගුණක සැසඳූ විට;

$$x^0: 1 = A$$

$$x: 3 = B$$

$$x^2: 4 = 2A + C$$

$$\cancel{5} + \cancel{5}$$

$$x^3: 3 = B$$

$$x^4: 1 = A$$

$$\therefore A = 1, B = 3 \text{ හා } C = 2.$$

5

15

ඒ නමින් 5 ට තත්‍යය වී ඇත.

15 - b

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

A, B, C වෙත යොමු කර

සාධනයක්
(ප්‍රවේශය
කරන්න
ලියා දිය යුතුය)

$$\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2 + 1} + \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

10 නිසා මගේ ආකල්ප ලියා

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx = \int \frac{1}{x} dx + 3 \int \frac{1}{x^2 + 1} dx + 2 \int \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

5

* ABC වෙත යොමු කර
ලියා දිය යුතුය

$$= \ln|x| + 3 \tan^{-1} x - \frac{1}{x^2 + 1} + E,$$

මෙහි E යනු අනිශ්චිත නියතයක් වේ.

5 5 5 5

මෙම ප්‍රශ්නයට

35

ABC වෙත යොමු කර
ලියා දිය යුතුය

මාගේ ආකල්ප

(b)

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx$$

$$= x \sin^{-1}(\sqrt{x}) \Big|_0^{\frac{1}{4}} - \int_0^{\frac{1}{4}} x \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

10

මෙම ප්‍රශ්නයට

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$$

5

10

මෙම ප්‍රශ්නයට

$$= \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$$

5

20

x = sin^2 θ ලියා

$$\sqrt{x} = \sin \theta \text{ යැයි ගනිමු. එවිට } dx = 2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

5

$$x = 0 \text{ විට } \theta = 0.$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ විට } \theta = \frac{\pi}{6}$$

5

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} 2 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

5

මෙම ප්‍රශ්නයට

$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2\theta) d\theta$$

5

$$= \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \bigg|_0^{\frac{\pi}{6}} \quad (5)$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (5)$$

$$\therefore I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = -\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{24}.$$

ඉල්ලා ඇති පිළිතුර වන්නේ

35

(c)

$$\frac{d}{dx} (x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x)$$

$$= x \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) (2x) + \ln(x^2 + 1) + \frac{2}{1 + x^2} - 2 \quad (10)$$

$$= \ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2 + 2 - 2(1 + x^2)}{1 + x^2}$$

= 0

$$= \ln(x^2 + 1). \quad (5)$$

15

$$\int \ln(x^2 + 1) dx = x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x + C, \text{ මෙහි } C \text{ යනු අනිමිත නියතයක් වේ.} \quad (5)$$

$$\therefore \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \ln 2 + 2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - 2 \quad (5)$$

$$= \ln 2 + \frac{\pi}{2} - 2$$

$$= \frac{1}{2} (2 \ln 2 + \pi - 4)$$

$$= \frac{1}{2} (\ln 4 + \pi - 4) \quad (5)$$

15

$$\int_0^1 \ln[(x^2+1)(x^2-2x+2)] dx$$

$$= \int_0^1 \ln(x^2+1) + \int_0^1 \ln(x^2-2x+2) dx$$

5 දෙවන හි පරිච්ඡේදය
අංක 5.

දැන්, $\int_0^1 \ln(x^2-2x+2) dx$

$$= \int_0^1 \ln((1-x)^2 - 2(1-x) + 2) dx$$

$$= \int_0^1 \ln(x^2+1) dx$$

5

$$\therefore \int_0^1 \ln[(x^2+1)(x^2-2x+2)] dx = 2 \int_0^1 \ln(x^2+1) dx$$

$$= \ln 4 + \pi - 4$$

5

15

Q 15 (a) 15, 35

(b) 20, 35

(c) 15, 15, 15

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ ද l යනු $ax + by + c = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව ද යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යය හරහා යන හා l උමඬ වූ රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_1 + at, y_1 + bt)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න: මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

P හි සිට l ට උමඬ දුර $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

l යනු $x + y - 2 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $A \equiv (0, 6)$ හා $B \equiv (3, -3)$ ලක්ෂ්‍ය l හි දෙපස පිහිටන බව පෙන්වන්න.

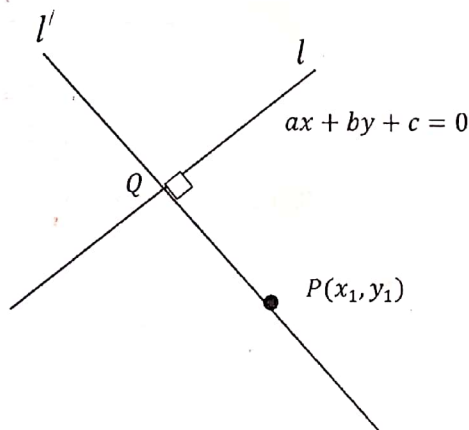
l හා AB රේඛාව අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

l ස්පර්ශ කරන, පිළිවෙළින් A හා B කේන්ද්‍ර සහිත S_1 හා S_2 වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

l හා AB රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

S_1 හා S_2 ට C හරහා වූ අනෙක් පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන, S_1 හි පරිධිය සමච්ඡේද කරන හා S_2 ට ප්‍රලම්භ වෘත්තයේ සමීකරණය $3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0$ බව පෙන්වන්න.



$(a^2 + b^2 \neq 0)$
භූගෝල අවස්ථාව 0 නොවේ.

l' හි සමීකරණය: $y - y_1 = \frac{b}{a} (x - x_1)$.

5 අවස්ථාවේ දී

$\therefore \frac{y - y_1}{b} = \frac{x - x_1}{a} = t$ (ලෙස ගනිමු)

5 වර්ගය

එවිට, $x = x_1 + at$, $y = y_1 + bt$

5 ඡේදනය ලක්ෂ්‍යය

($a = 0$ හා $b \neq 0$ හෝ $a \neq 0$ හා $b = 0$ විට ද මෙය වලංගු වේ.)

16

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

l හා l' හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය $Q \equiv (x_2, y_2) \equiv (x_1 + at_1, y_1 + bt_1)$ යැයි ගනිමු.

Q , l මත බැවින් $a(x_1 + at_1) + b(y_1 + bt_1) + c = 0$.

$$\therefore t_1 = -\frac{(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2} \quad (5) \quad \text{දී ඇත}$$

P සිට l ට ලම්භ දුර $= PQ$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (5) \quad \text{දුර මැනීම}$$

$$= \sqrt{a^2 t_1^2 + b^2 t_1^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} |t_1| \quad (5) \quad \text{දී ඇත}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{(a^2 + b^2)}$$

$$= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5)$$

20

$$l: x + y - 2 = 0$$

$$(0 + 6 - 2)(3 - 3 - 2) = -8 < 0$$

(5) දී ඇත

(5)

$\therefore A$ හා B , l හි දෙපස පිහිටයි.

(5)

උදාහරණයක් ලෙස
8 නැගිය යුතුය

10

AB හි අනුක්‍රමණය $= -3$

(5)

l හා AB අතර සුළු කෝණය

$$\tan \theta = \left| \frac{-1 - (-3)}{1 + (-1)(-3)} \right| \quad (5)$$

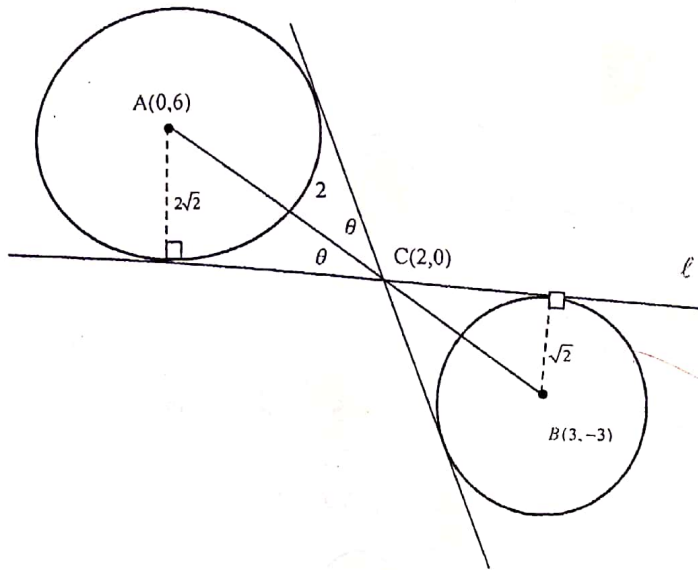
ඉහත සඳහන් කර ඇත.

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$$

(5)

15

ඉහත සඳහන් කර ඇත
ලිවි ගණනය



S_1 හි අරය = $\frac{|0+6-2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ හා S_2 හි අරය = $\frac{|3-3-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ වේ.

හෝරාකන්
000 0.0.0

$\therefore S_1 : x^2 + (y-6)^2 = 8$

එනම්, $x^2 + y^2 - 12y + 28 = 0$.

$S_2 : (x-3)^2 + (y+3)^2 = 2$

එනම්, $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 16 = 0$

30

$AC : CB = 2\sqrt{2} : \sqrt{2} = 2 : 1$

$\therefore C \equiv \left(\frac{6+0}{3}, \frac{-6+6}{3} \right) = (2, 0)$

* C හි මධ්‍යයේ වීමට
මගේ මගේ මගේ C මගේ
2 @ 10-0.0.0

m යනු අනෙක් පොදු ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය යැයි ගනිමු.

$\therefore \tan \theta = \frac{1}{2} = \frac{|m - (-3)|}{|1 + m(-3)|}$

$\Leftrightarrow 1 - 3m = 2m + 6$ හෝ $3m - 1 = 2m + 6$

$\Leftrightarrow m = -1$ හෝ $m = 7$

$\therefore m = 7$

$\therefore$ අවශ්‍ය සමීකරණය වන්නේ $y - 0 = 7(x - 2)$.

එනම්, $7x - y - 14 = 0$.

25

16

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

$$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

S මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බැවින් $c = 0$.

5

S යන්න S_1 හි පරිධිය සමවිෂේද කරන බැවින් පොදු ඡායා A හරහා යයි.

$$S \text{ පොදු ඡායා වන්නේ } S - S_1 \equiv 2gx + (2f + 12)y - 28 = 0$$

5

එවිට $A \equiv (0, 6)$ යන්න $S - S_1 = 0$ මත බැවින්,

$$(2f + 12)(6) - 28 = 0.$$

5

$$(f + 6)(3) - 7 = 0, \text{ එවිට } f = -\frac{11}{3}.$$

5

S යන්න S_2 ට ප්‍රලම්භ බැවින්, $2g(-3) + 2f(3) = 0 + 16$.

5

$$\therefore -3g + 3\left(\frac{-11}{3}\right) = 8, \Rightarrow g = -\frac{19}{3}.$$

5

$\therefore$ අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය;

$$x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-19}{3}\right)x + 2\left(\frac{-11}{3}\right)y = 0$$

5

$$\text{එනම්, } 3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0.$$

35

P₁₆

15, 20, 10, 15, 30, 25, 35,

17. (a) $\cos A, \cos B, \sin A$ හා $\sin B$ ඇසුරෙන් $\cos(A+B)$ හා $\cos(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

ඒ නමින්, $\cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$\cos C - \cos D = -2 \sin\left(\frac{C+D}{2}\right) \sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක $AB = 20$ cm, $BC = 10$ cm හා $\sin 2B = \frac{24}{25}$ බව දී ඇත.

එවැනි වෙනත් ත්‍රිකෝණ දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා, ඒ එක එකක් සඳහා AC හි දිග සොයන්න.

(c) $\sin^{-1}\left[(1+e^{-2x})^{-\frac{1}{2}}\right] + \tan^{-1}(e^x) = \tan^{-1}(2)$ සමීකරණය විසඳන්න.

(a)

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

→ 1 5

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

→ 2 5

10

1 + 2

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cos B$$

5

$A+B=C$ හා $A-B=D$, ලෙස ගැනීමෙන් $A = \frac{C+D}{2}$, $B = \frac{C-D}{2}$ වේ.

$$\therefore \cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right).$$

5

10

ඇත්, $\cos C - \cos D = \cos C + \cos(\pi - D)$

5

$$= 2 \cos\left(\frac{C+(\pi-D)}{2}\right) \cos\left(\frac{C-(\pi-D)}{2}\right)$$

$$= 2 \sin\left(\frac{D-C}{2}\right) \sin\left(\frac{C+D}{2}\right)$$

$$= -2 \sin\left(\frac{C-D}{2}\right) \sin\left(\frac{C+D}{2}\right).$$

5

10

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

(sin x ≠ 0)

$$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0$$

$$\therefore 2 \cos 8x \cos x + \frac{\cos x}{\sin x} (-2 \sin 8x \sin x) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \text{ හෝ } (\cos 8x - \sin 8x) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \text{ හෝ } \tan 8x = 1.$$

$$x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{2}; m \in \mathbb{Z} \text{ හෝ } 8x = n\pi + \frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{2}; m \in \mathbb{Z} \text{ හෝ } x = \frac{n\pi}{8} + \frac{\pi}{32}; n \in \mathbb{Z}.$$

5 අනුගත 0 වූ ලිපි
5 න්‍යූත ලිපිවල ප්‍රමාණය 4 වේ
ලකුණු.

අනුගත න්‍යූත ලිපිවල

+ 5 5

20

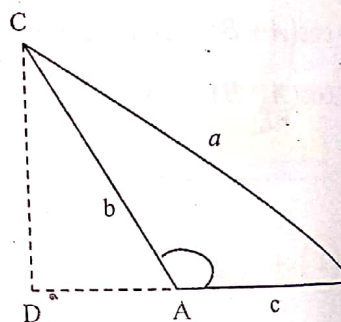
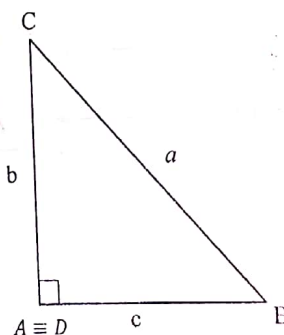
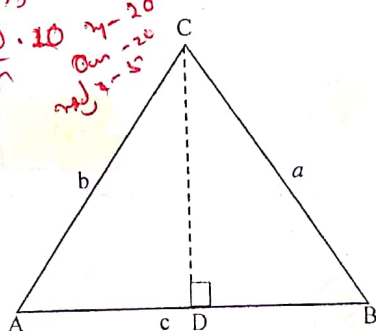
m, n වෙනස් නම්, 8 වේ
සමානවලට ල. ලැබේ.

(b)

කෝසයිනේ නීතිය: ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගන්න

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

අවස්ථා 3
1. අ - 0.10 7-20
2. - 5
3. - 5



සාධනය: එවිට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්,

$$BC^2 = BD^2 + DC^2$$

1 5

(i) අවස්ථාව A සුළු කෝණයක් වීම;

$$DC = b \sin A$$

$$DB = c - b \cos A$$

5

(ii) අවස්ථාව A මහා කෝණයක් වීම;

$$DC = b \sin(\pi - A) = b \sin A$$

$$DB = c + b \cos(\pi - A) = c - b \cos A$$

5

$$\therefore \text{මෙම අවස්ථා දෙකම සඳහා, } a^2 = b^2 \sin^2 A + (c - b \cos A)^2$$

$$= b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc \cos A (\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

5

$A = \frac{\pi}{2}$ විටදී, $\cos A = 0$ බැවින් මෙම අවස්ථාවට ද වලංගු වේ.

5

30

$x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. ($\cos x \neq 0$)

$$\sin 2x = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x} \times \cos^2 x$$

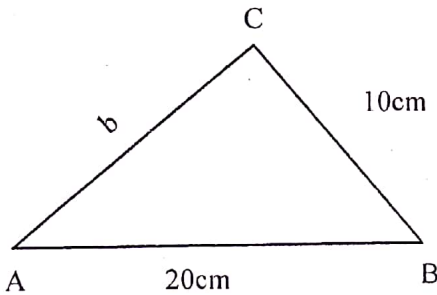
5

$$= \frac{2 \tan x}{\sec^2 x}$$

$$= \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

5

10



$\sin 2B = \frac{24}{25} \Rightarrow B$ සුළු කෝණයකි.

$$\therefore \frac{2t}{1+t^2} = \frac{24}{25}, \text{ මෙහි } t = \tan B$$

5

$$12t^2 - 25t + 12 = 0$$

$$(4t - 3)(3t - 4) = 0$$

$$t = \frac{3}{4} \text{ හෝ } \frac{4}{3}$$

5

5

13

$\therefore B$ සඳහා වෙනස් විසඳුම් දෙකකි.

$\therefore$ එවැනි වෙනස් ත්‍රිකෝණ දෙකක් තිබේ.

B යනු සුළු කෝණයකි. $\cos B = \frac{3}{5}$ හෝ $\cos B = \frac{4}{5}$

$$\cos B = \frac{3}{5} \text{ විට; } AC^2 = (20)^2 + (10)^2 - 2(20)(10)\left(\frac{3}{5}\right) \Rightarrow AC = 2\sqrt{65} = \sqrt{260}$$

5

කෝණය 1 සිට 90 දක්වා වැඩිවීම

$$\cos B = \frac{4}{5} \text{ විට; } AC^2 = (20)^2 + (10)^2 - 2(20)(10)\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow AC = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$$

5

කෝණය 90 ට වැඩිවීම

25

(c)

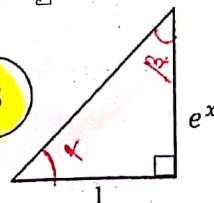
$\alpha = \sin^{-1}(1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}}$ යැයි ගනිමු. $(1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}} > 0$ බැවින් α සුළු කෝණයකි.

$$\text{එවිට } \sin \alpha = (1 + e^{-2x})^{-\frac{1}{2}} = \frac{e^x}{\sqrt{1 + (e^x)^2}}$$

5

$$\therefore \tan \alpha = e^x$$

5



α හි අගයයන් 0 සිට 90 දක්වා වැඩිවීම සඳහා x හි අගයයන් 0 සිට ∞ දක්වා වැඩිවීම සඳහා වේ.

(17) - c

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

එවිට, දෙන ලද සමීකරණය $\alpha + \alpha = \lambda$ වේ.

$$\therefore \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \tan \lambda \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2e^x}{1 - e^{2x}} = 2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow e^x = 1 - e^{2x}$$

$$\Rightarrow e^{2x} + e^x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow e^x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (5)$$

 $e^x > 0$ බැවින්, (-) ලකුණ ගත නොහැක.

$$\therefore e^x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (5) \quad \text{ගණනය}$$

$$\therefore x = \ln \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) \quad (5)$$

දෙන ලද සමීකරණය මෙම x අගය තෘප්ත කරයි.

35

Q - (a) 10, 10, 10, 20

(b) 30, 10, 25,

(c) 35,

$$\sin^{-1} \left(\frac{1+e^{-2x}}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} + \tan^{-1} \left(\frac{e^x}{\beta} \right) = \tan^{-1} 2$$

$$\sin \alpha = \left(\frac{1+e^{2x}}{2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{e^{2x}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sin \alpha = \left(\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} \right)$$

$$\alpha + \beta = \pi$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \tan \pi$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \tan \pi$$

$$\frac{e^x + e^{\pi}}{1 - e^{2x}} = 2$$

$$\sin \alpha = \left(\frac{1+e^{-2x}}{2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1+e^{-2x})}} \cdot \frac{e^x}{e^x}$$

$$= \frac{e^x}{\sqrt{(1+e^{-2x})} e^{2x}}$$

$$= \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^0}}$$

$$\sin x = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$$

$$\tan \beta = e^x \quad \tan \pi = 2$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1+e^{2x}}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{e^{2x}} = e^x$$

$$2(e^x)^2 + 2e^x - 2 = 0$$

$$(e^x)^2 + e^x - 1 = 0$$

$$e^x = t$$

$$t^2 + t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(-1)}}{2}$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$t > 0$$

$$t = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$e^x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$x = \ln \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) //$$

$$2|x+2| + |x| \leq 4$$

$$2|x+1| + |x| \leq 2$$

$$2|x+1| \leq 2 - |x|$$