



ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2024

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2024

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු බෙදී යාමේ ආකාරය

II පත්‍රය

$$A \text{ කොටස} \quad 10 \times 25 = 250$$

$$B \text{ කොටස} \quad 05 \times 150 = 750$$

$$\text{එකතුව} = \frac{1000}{10}$$

$$II \text{ පත්‍රය අවසාන ලකුණු} = 100$$

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු ශිල්පීය ක්‍රම

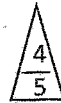
උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රතුපාට බෝල් පොයින්ට් පෑනක් පාවිච්චි කරන්න.
2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න.
ඉලක්කම් ලිවීමේදී පැහැදිලි ඉලක්කමෙන් ලියන්න.
3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.
4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ $\triangle$ ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයක් සමඟ $\square$ ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති තීරුව භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

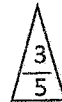
(i)
.....
.....

✓



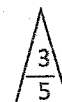
(ii)
.....
.....

✓



(iii)
.....
.....

✓



(i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\frac{10}{15}$

බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුළු පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුළු පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුළුපතක් ඔබ වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුළු පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.
2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් අඳින්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මුලින් ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.

3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ කිරියට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ හිස්ව තබා ඇති පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්වන්න.
2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඕවර්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස තිරය යොදා ගත යුතු වේ.
3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කර ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.
4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :

සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙත වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. I පත්‍රය සඳහා බහුවරණ පිළිතුරු පත්‍රයක් පමණක් ඇති විට ලකුණු ලැයිස්තුවට ලකුණු ඇතුළත් කිරීමෙන් පසු අකුරෙන් ලියන්න. අනෙකුත් උත්තරපත්‍ර සඳහා විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කරන්න.

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $7^n - 1$ යන්න 6 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා $7^n - 1 = 7 - 1 = 6$ හා එය 6 න් බෙදේ.

$\therefore n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන, ප්‍රතිඵලය $n = k$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $7^k - 1$ යන්න 6 න් බෙදේ. (5)

$\therefore 7^k - 1 = 6p$ වන පරිදි $p \in \mathbb{Z}^+$ පවතී. (5)

දැන්, $7^{k+1} - 1 = 7 \cdot 7^k - 1$

$$= 7(6p + 1) - 1$$

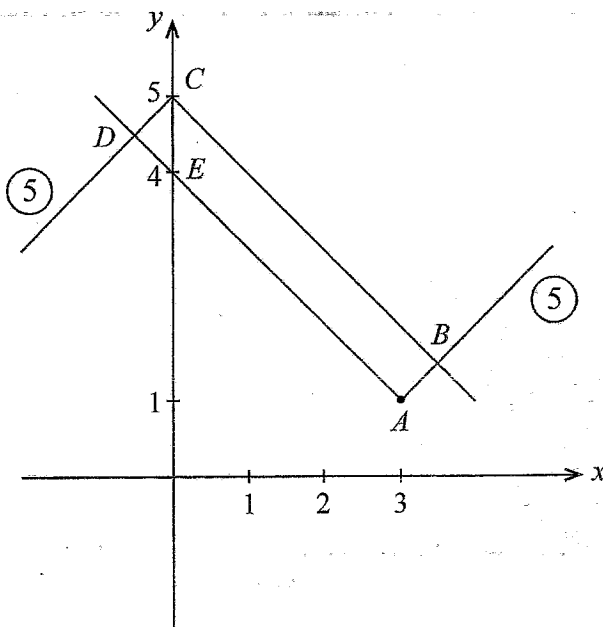
$$= 42p + 6$$

$$= 6(7p + 1), \text{ හා මෙය 6 න් බෙදේ. (5)}$$

ඒ නයින්, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් $n = k + 1$ සඳහාද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව සාධනය කර ඇත.

ඒ නයින්, ගණිතමය අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් ප්‍රතිඵලය සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහාම සත්‍ය වේ. (5)

2. එකම රූප සටහනක $y = |x - 3| + 1$ හා $y = 5 - |x|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒනගින්, මෙම ප්‍රස්ථාරවලින් ආවෘත වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.



$$CD = 1 \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$AD = DE + EA = 1 \sin 45^\circ + \sqrt{3^2 + 3^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \quad (5)$$

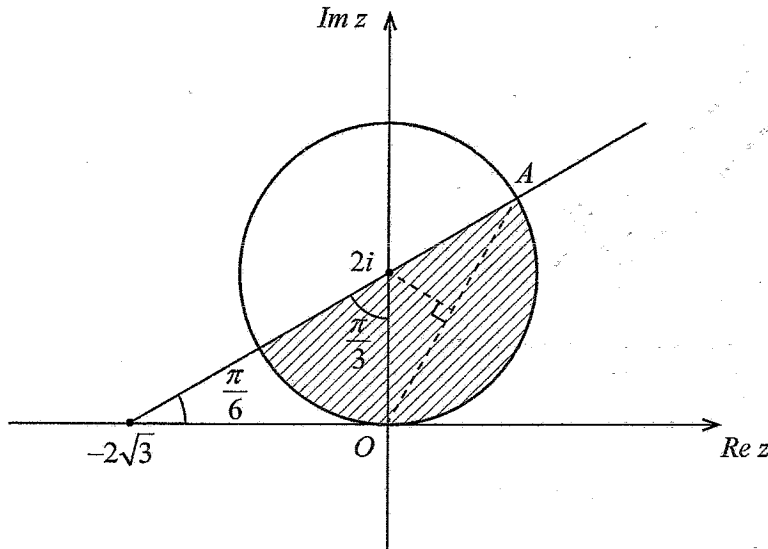
$$= \frac{7}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{අවශ්‍ය වර්ගඵලය} = CD \cdot AD$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{7}{2} \text{ වර්ග ඒකක.} \quad (5)$$

3. $|z - 2i| \leq 2$ හා $0 \leq \text{Arg}(z + 2\sqrt{3}) \leq \frac{\pi}{6}$ යන අසමානතා සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස ආගන්ථි සටහනක අඳුරු කරන්න.
මෙම අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි ලක්ෂ්‍යවලින් නිරූපණය කරනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා $|z|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.



අර්ධ වර්තාව (5)

O හිදී x -අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තය (5)

නිවැරදි පෙදෙස අඳුරු කිරීම (5)

$|z|$ හි අවශ්‍ය වැඩිතම අගය $= OA$ (5)

$$= 2 \times 2 \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= 2\sqrt{3} \quad (5)$$

4. $(1+x^3)\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ ප්‍රසාරණයෙහි නියත පදය 93 බව පෙන්වන්න.

$$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9 \text{ හි } r\text{විට පද ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය} = {}^9C_r x^r \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{9-r} \quad (5)$$

$$= {}^9C_r x^r \cdot x^{\left(\frac{r}{2}-\frac{9}{2}\right)}$$

$$= {}^9C_r x^{\left(\frac{3r}{2}-\frac{9}{2}\right)} \quad (5)$$

$$\therefore (1+x^3)\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9 \text{ හි ප්‍රසාරණයේ නියත පද ලැබෙන්නේ } \frac{3r}{2}-\frac{9}{2}=0 \text{ විට හා } \frac{3r}{2}-\frac{9}{2}=3 \text{ වන විට ය. } (5)$$

එනම් $r=3$ විට හා $r=1$ විට.

$$\therefore \text{අවශ්‍ය නියත පදය} = {}^9C_1 + {}^9C_3 \quad (5)$$

$$= \frac{9!}{8!} + \frac{9!}{3!6!}$$

$$= 9 + \frac{9 \times 8 \times 7}{2 \times 3}$$

$$= 9 + 84$$

$$= 93. \quad (5)$$

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x-3}-1)}{(x-4)^2} \sin(\sqrt{x}-2) = \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x-3}-1)}{(x-4)^2} \sin(\sqrt{x}-2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x-3}-1)}{(x-4)^2} \cdot \frac{(\sqrt{x-3}+1)}{(\sqrt{x-3}+1)} \cdot \sin(\sqrt{x}-2) \quad (5)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{(x-4)^2 (\sqrt{x-3}+1)} \cdot \sin(\sqrt{x}-2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x-3}+1)} \cdot \frac{\sin(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{4}+2)(\sqrt{1}+1)} \cdot 1 \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{1}{8} \quad (5)$$

6. $y = \frac{2}{x\sqrt{4-x^2}}$, $y=0$, $x=1$ හා $x=\sqrt{2}$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x -අක්ෂය වටා 2π රේඩියනවලින් භ්‍රමණය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය කරනු ලබන සහ වස්තුවෙහි පරිමාව $\pi(\sqrt{3}-1)$ බව පෙන්වන්න.

$$\text{අවශ්‍ය පරිමාව} = \pi \int_1^{\sqrt{2}} y^2 dx \quad (5)$$

$$= \pi \int_1^{\sqrt{2}} \frac{4}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx \quad \begin{array}{l} x = 2 \sin t \text{ යැයි ගනිමු.} \\ \text{එවිට } dx = 2 \cos t dt \text{ වේ.} \end{array}$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{4}{4 \sin^2 t \sqrt{4-4 \sin^2 t}} \cdot 2 \cos t dt \quad (5)$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 t \cdot 2 \cos t} \cdot 2 \cos t dt$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{cosec}^2 t dt \quad (5)$$

$$= \pi (-\cot t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \quad (5)$$

$$= \pi \left(-\cot \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \pi(\sqrt{3}-1). \quad (5)$$

7. C යනු $t > 0$ සඳහා $x = \ln t$ හා $y = e^t + t \ln t$ මගින් පරාමිතිකව දෙන ලබන චක්‍රය යැයි ගනිමු.

$$\frac{dy}{dx} = t(e^t + \ln t + 1) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

C චක්‍රයට $t = 1$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකය $(1, a)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි නම්, $a = 1 + 2e$ බව පෙන්වන්න.

$$t > 0 \text{ සඳහා } x = \ln t \text{ හා } y = e^t + t \ln t.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t} \text{ හා } \frac{dy}{dt} = e^t + \ln t + 1 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + \ln t + 1}{\frac{1}{t}} \\ &= t(e^t + \ln t + 1). \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = e + \ln 1 + 1 = e + 1. \quad (5)$$

$$t = 1 \text{ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය } (0, e) \text{ වේ.} \quad (5)$$

$$\therefore \frac{a - e}{1 - 0} = e + 1$$

$$\therefore a = 1 + 2e. \quad (5)$$

8. මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට ලම්බ දුර 1 ක් වන, $A \equiv (-1, 2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛා දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

$A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය $a(x+1) + b(y-2) = 0$ ආකාරයෙන් වේ; මෙහි $a^2 + b^2 \neq 0$ වූ $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. (5)

$$\text{දත්තයෙන්: } \frac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (a-2b)^2 = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow 4ab - 3b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow b(4a-3b) = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 0 \text{ or } a = \frac{3b}{4} \quad (5)$$

අවශ්‍ය සමීකරණ $a(x+1) = 0$ හෝ $\frac{3b}{4}(x+1) + b(y-2) = 0$ වේ.

එනම්, $x = -1$ හෝ $3x + 4y - 5 = 0$.

(5)

(5)

විකල්ප ක්‍රමය

$x = -1$ යනු $A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ එක් රේඛාවකි. (5)

$A \equiv (-1, 2)$ හරහා වූ වෙනත් ඕනෑම රේඛාවක් $y = mx + c$ යැයි ගනිමු.

එවිට $2 = m(-1) + c$ හා එනම් $c = m + 2$ වේ.

$$\therefore y = mx + m + 2. \quad (5)$$

$$\text{දත්තයෙන්: } \frac{|m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 1 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 = m^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 4m + 4 = 1$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}. \quad (5)$$

අනෙක් රේඛාව $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} + 2$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$$\text{එනම් } 3x + 4y - 5 = 0. \quad (5)$$

9. $A \equiv (-1, 1)$ හා $B \equiv (3, 3)$ යැයි ගනිමු. AB විෂ්කම්භයක් වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.
 $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0$ වෘත්තය, S වෘත්තය B හි දී අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

S හි සමීකරණය

$$(x+1)(x-3) + (y-1)(y-3) = 0. \quad (5)$$

C_1 යනු S හි කේන්ද්‍රය යැයි ගනිමු.

$$\left. \begin{array}{l} \text{එවිට } C_1 \equiv (1, 2). \\ \text{එහි අරය } r_1 = \sqrt{5} \end{array} \right\} (5)$$

C_2 යනු $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0$ හි කේන්ද්‍රය යැයි ගනිමු.

$$\left. \begin{array}{l} \text{එවිට } C_2 \equiv (2, \frac{5}{2}). \\ \text{එහි අරය } r_2 = \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 9} = \frac{\sqrt{5}}{2}. \end{array} \right\} (5)$$

$$\text{දැන්, } C_1 C_2 = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\therefore C_1 C_2 = r_1 - r_2. \quad (5)$$

දෙවන වෘත්තය මත B පිහිටන බව සත්‍යාපනය කිරීම සඳහා (5)

$$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0 \text{ වෘත්තය } S \text{ වෘත්තය } B \text{ හිදී අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරයි.}$$

10. $\frac{\cot \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \sin \theta} = 4 \operatorname{cosec} 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

එනම්, $\frac{\cot \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \sin \theta} = 8 \cos 2\theta$ විසඳන්න.

$$\frac{\cot \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$= \frac{[(1 - \sin \theta) + (1 + \sin \theta)] \cot \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \cot \theta}{\cos^2 \theta} \quad (5)$$

$$= \frac{2}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= 4 \operatorname{cosec} 2\theta. \quad (5)$$

$$\frac{\cot \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \sin \theta} = 8 \cos 2\theta$$

$$4 \operatorname{cosec} 2\theta = 8 \cos 2\theta \quad (5)$$

$$2 \cos 2\theta \sin 2\theta = 1$$

$$\sin 4\theta = 1 \quad (5)$$

$$\sin 4\theta = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore 4\theta = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}; \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}.$$

$$\therefore \theta = \frac{n\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{8}; \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

11. (a) $f(x) = x^2 + 2x + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $c \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ යන සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රතිත්ත මූල දෙකක් ඇති බව දී ඇත. $c < 1$ බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු.

$\alpha^2 + \beta^2 = 4 - 2c$ බව පෙන්වන්න.

$c \neq 0$ හා $\lambda \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ හා $\beta + \frac{1}{\beta}$ මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය $2x^2 + 12x + \lambda = 0$ වේ. c හා λ හි අගයන් සොයන්න.

(b) $f(x) = x^3 + px^2 + qx + p$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $f(x)$ යන්න $(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය, $f(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයට වඩා 36 ක් වැඩි ය. $3p + q = 29$ බව පෙන්වන්න.

$(x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව ද දී ඇත.

$p = 6$ හා $q = 11$ බව පෙන්වා $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

ඒ නිසිනි. $f(x) = 3(x+2)$ විසඳන්න.

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{5}$$

(a) $\Delta = 4 - 4c > 0$.

$$\therefore c < 1. \quad \textcircled{5}$$

15

$$\alpha + \beta = -2 \text{ and } \alpha\beta = c.$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{5}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \quad \textcircled{5}$$

$$= 4 - 2c. \quad \textcircled{5}$$

20

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) = \frac{12}{2} \quad \textcircled{10}$$

$$\alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \quad \textcircled{5}$$

$$-2 - \frac{2}{c} = 6 \quad \textcircled{5}$$

$$\frac{2}{c} = 4$$

$$c = \frac{1}{2} \quad \textcircled{5}$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) = \frac{\lambda}{2} \quad (10)$$

$$\alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

$$c + \frac{1}{c} + \frac{4-2c}{c} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{1}{2} + 2 + \frac{4-2 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

$$\frac{5}{2} + 6 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \lambda = 17. \quad (5)$$

50

$$(b) f(x) = x^3 + px^2 + qx + p$$

$f(x)$ යන්න $(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය

$$= f(2) = 8 + 4p + 2q + p = 8 + 5p + 2q. \quad (5)$$

$f(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය

$$= f(1) = 1 + p + q + p = 1 + 2p + q. \quad (5)$$

$$f(2) = 36 + f(1) \text{ බව දී ඇත.} \quad (5)$$

$$8 + 5p + 2q = 36 + 1 + 2p + q.$$

$$3p + q = 29 \quad (1)$$

(5)

20

$$(x+1) \text{ යන්න } f(x) \text{ හි සාධකයක් බැවින් } f(-1) = 0. \quad (5)$$

$$\therefore -1 + p - q + p = 0$$

$$\therefore 2p - q = 1 \quad (2) \quad (5)$$

$$(1) \text{ හා } (2) \Rightarrow 5p = 30$$

$$\therefore p = 6 \quad (5)$$

$$\text{ඇත් } (1) \Rightarrow 18 + q = 29$$

$$\therefore q = 11. \quad (5)$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$= (x+1)(x^2 + 5x + 6) \quad (5)$$

$$= (x+1)(x+2)(x+3) \quad (5)$$

30

$$f(x) = 3(x+2)$$

$$(x+1)(x+2)(x+3) = 3(x+2)$$

$$(x+2)[(x+1)(x+3) - 3] = 0 \quad (5)$$

$$(x+2)(x^2 + 4x) = 0$$

$$x(x+2)(x+4) = 0 \quad (5)$$

$$\therefore x = 0 \text{ or } x = -2 \text{ or } x = -4. \quad (5)$$

15

12.(a) පවුලක දෙමාපියන් තම ළමයාට ලබාදිය යුතු 15 දෙනෙකු අතුරින් 6 දෙනෙකුට රාත්‍රී භෝජන සංග්‍රහයකට ආරාධනා කිරීමට තීරණය කරති. පියාට ළමයා ගැහැනු ශාකීන් 5 දෙනෙකු හා ළමයා පිරිමි ශාකීන් 3 දෙනෙකු සිටින අතර, මවට ළමයා ගැහැනු ශාකීන් 3 දෙනෙකු හා ළමයා පිරිමි ශාකීන් 4 දෙනෙකු සිටී.

(i) පියාට ඔහුගේ ළමයා ගැහැනු ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළමයා පිරිමි ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි

(ii) පිරිමි ආරාධිතයන් 3 දෙනෙකු හා ගැහැනු ආරාධිතයන් 3 දෙනෙකු වන පරිදි, පියාට ඔහුගේ ළමයා ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළමයා ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි

වෙනස් විධි ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{1}{r(r+2)(r+4)}$ හා $f(r) = \frac{1}{r(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) - f(r+2) = AU_r$ වන පරිදි A තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය නිර්ණය කරන්න.

එ නමුත්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{11}{96} - \frac{1}{4(n+1)(n+3)} - \frac{1}{4(n+2)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඵලකාය සොයන්න.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n (mU_r + U_{n+1-r}) = \frac{11}{32}$ වන පරිදි m තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය සොයන්න.

12.(a)

පියා		මව	
ගැහැනු ශාකීන්	පිරිමි ශාකීන්	ගැහැනු ශාකීන්	පිරිමි ශාකීන්
5	3	3	4

(i) පියාට ඔහුගේ ළමයා ගැහැනු ශාකීන් 3 දෙනෙකුට ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන = 5C_3 (5)

මවට ඇයගේ ළමයා පිරිමි ශාකීන් 3 දෙනෙකුට ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන = 4C_3 (5)

$\therefore$ පියාට ඔහුගේ ළමයා ගැහැනු ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් මවට ඇයගේ ළමයා පිරිමි ශාකීන් 3 දෙනෙකුටත් ආරාධනා කළ හැකි වෙනස් විධි ගණන = ${}^5C_3 \times {}^4C_3$ (5)

$$= \frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{3!1!} = \frac{5 \times 4}{2} \times 4 \times 4 = 80 \quad (5)$$

20

(ii)

	පියා	මව	වෙනස් වීම් ගණන	
(10)	ගැහැනු 3 ක්	පිරිමි 3 ක්	${}^5C_3 \times {}^4C_3 = 40$	
	ගැහැනු 2 ක් හා පිරිමි 1 ක්	ගැහැනු 1 ක් හා පිරිමි 2 ක්	${}^5C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1 \times {}^4C_2 = 540$	(10)
	ගැහැනු 1 ක් හා පිරිමි 2 ක්	ගැහැනු 2 ක් හා පිරිමි 1 ක්	${}^5C_1 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2 \times {}^4C_1 = 180$	(10)
	පිරිමි 3 ක්	ගැහැනු 3 ක්	${}^3C_3 \times {}^3C_3 = 1$	(5)

$$\text{පිළිතුර} = 40 + 540 + 180 + 1 = 761. \quad (5)$$

40

$$(b) \quad f(r) - f(r+2) = \frac{1}{r(r+2)} - \frac{1}{(r+2)(r+4)} \quad (5)$$

$$= \frac{(r+4) - r}{r(r+2)(r+4)} \quad (5)$$

$$= 4 \frac{1}{r(r+2)(r+4)}$$

$$= 4U_r \quad (5)$$

$$\therefore A = 4. \quad (5)$$

20

$$\therefore 4U_r = f(r) - f(r+2) \text{ for } r \in \mathbb{Z}^+.$$

$$r = 1 : 4U_1 = f(1) - f(3)$$

$$r = 2 : 4U_2 = f(2) - f(4) \quad (5)$$

$$r = 3 : 4U_3 = f(3) - f(5)$$

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$r = n-2 : 4U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$$

$$r = n-1 : 4U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1) \quad (5)$$

$$r = n : 4U_n = f(n) - f(n+2)$$

$$4 \sum_{r=1}^n U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2) \quad (10)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{8} - \frac{1}{(n+1)(n+3)} - \frac{1}{(n+2)(n+4)} \quad (10)$$

$$\therefore \sum_{r=1}^n U_r = \frac{11}{96} - \frac{1}{(n+1)(n+3)} - \frac{1}{(n+2)(n+4)} \quad (5)$$

35

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{11}{96} - \frac{1}{4(n+1)(n+3)} - \frac{1}{4(n+2)(n+4)} \right\} \quad (5)$$

$$= \frac{11}{96} \quad (5)$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r \text{ අනිසාරී වන අතර එහි ඓක්‍යය} = \frac{11}{96} \quad (5)$$

15

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n (mU_r + U_{n+1-r})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(m \sum_{r=1}^n U_r + \sum_{r=1}^n U_{n+1-r} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(m \sum_{r=1}^n U_r + \sum_{r=1}^n U_r \right) \quad (10)$$

$$= (m+1) \sum_{r=1}^{\infty} U_r$$

$$\therefore (m+1) \frac{11}{96} = \frac{11}{32} \quad (5)$$

$$\therefore m+1 = 3 \text{ හෝ } m = 2. \quad (5)$$

20

13.(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & a & 2 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 3 & b & a \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $2A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ යැයි දී ඇත.

$a = 0$ හා $b = 5$ බව පෙන්වන්න.

a හා b හි මෙම අගයන් සඳහා, $C = AB^T$ යැයි ගනිමු.

C සොයා C^{-1} ලියා දක්වන්න.

$DC = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ D න්‍යාසය සොයන්න.

(b) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

(ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$

(iii) $z_1 \overline{z_1} = |z_1|^2$

බව පෙන්වන්න.

$z_2 \neq 0$ සඳහා $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $|z_1| = 1$ හා $z_1 \neq \pm 1$ නම් ද $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ යන්න තාත්වික ද නම්, $|z_2| = 1$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\sqrt{3} + i$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

ද මූලාංග ප්‍රමේය භාවිතයෙන්, $\frac{(\sqrt{3} + i)^{24}}{2^{23}(1+i)} = 1$ ‡ බව පෙන්වන්න.

(a) $2A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & a & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 3 & b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{10} \begin{pmatrix} 2 & 4+a & -2+b \\ 6+3 & 2a+b & 4+a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow 4+a=4, -2+b=3 \text{ හා } 2a+b=5 \quad \textcircled{10} \text{ ඕනෑම දෙකක් සඳහා.}$$

$$\Leftrightarrow a=0 \text{ හා } b=5. \quad \textcircled{5}$$

$$C = AB^T$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 13 \\ 10 & 9 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$C^{-1} = -\frac{1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -10 & -5 \end{pmatrix} \quad (10)$$

25

$$DC = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} C^{-1} \quad (5)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \left[\frac{1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -10 & -5 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \frac{1}{175} \begin{pmatrix} 9 & -13 \\ -20 & -10 \end{pmatrix} \quad (10)$$

15

(b) Let $z_1 = x_1 + iy_1$ and $z_2 = x_2 + iy_2$; and $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$.

$$(i) \overline{z_1 + z_2} = \overline{(x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)}$$

$$= (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2) \quad (5)$$

$$= (x_1 - iy_1) + (x_2 - iy_2)$$

$$= \overline{z_1} + \overline{z_2} \quad (5)$$

10

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \overline{z_1 z_2} &= \overline{(x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2)} \\
 &= \overline{(x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2)} \\
 &= (x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + y_1 x_2) \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} &= (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2) \\
 &= (x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + y_1 x_2) \quad (5) \\
 \therefore \overline{z_1 z_2} &= \overline{z_1} \overline{z_2}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

15

$$\text{(iii)} \quad z_1 \overline{z_1} = (x_1 + iy_1)(x_1 - iy_1)$$

$$= x_1^2 + y_1^2 \quad (5)$$

$$= |z_1|^2. \quad (5)$$

10

$$\overline{\left(\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \right)} = \frac{\overline{z_1 + z_2}}{\overline{1 + z_1 z_2}} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{1 + \overline{z_1} \overline{z_2}} = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \overline{z_1} + \overline{z_1} z_1 z_2 + \overline{z_2} + \overline{z_2} z_1 z_2 = z_1 + z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} z_1 + \overline{z_1} \overline{z_2} z_2 = 0$$

$$\Rightarrow \overline{z_1} + |\overline{z_1}|^2 z_2 + \overline{z_2} + z_1 |\overline{z_2}|^2 = z_1 + z_2 + \overline{z_2} |\overline{z_1}|^2 + \overline{z_1} |\overline{z_2}|^2 = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \overline{z_1} + \cancel{z_2} + \cancel{\overline{z_2}} + z_1 |\overline{z_2}|^2 = z_1 + \cancel{\overline{z_2}} + \cancel{z_2} + \overline{z_1} |\overline{z_2}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow (z_1 - \overline{z_1})(|\overline{z_2}|^2 - 1) = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow |z_2|^2 - 1 = 0 \quad (\because \overline{z_1} - z_1) \neq 0$$

$$\Rightarrow |z_2| = 1. \quad (5)$$

$$(|z_1| = 1 \text{ and } z_1 = 1) \neq \pm 1$$

25

$$(c) \sqrt{3} + i = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

$$= 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \quad (5)$$

$$r = 2 \text{ and } \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3} + i}{2^{23}(1+i)} = \frac{2^{24}(\cos 4\pi + i \sin 4\pi)}{2^{23}(1+i)} \quad (5)$$

$$= \frac{2}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} \quad (5)$$

$$= \frac{2(1-i)}{2}$$

$$= 1-i \quad (5)$$

25

14. (a) $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$ සඳහා $f(x) = \frac{px+q}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයට $(0, 1)$ හි දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව දී ඇත. $p = -3$ හා $q = 2$ බව පෙන්වන්න.

p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා, $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 1, 2$ සඳහා $f'(x) = \frac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2}$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්පර්ශෝත්ම බා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නමින්, $x^2(x-1)(x-2) = 2 - 3x$ සමීකරණයේ තාත්ත්වික විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) පියනක් සහ පතුලක් සහිත සිලින්ඩරයක්, පරිමාව $1024\pi \text{ cm}^3$ වන පරිදි සාදා ඇත. සිලින්ඩරයේ අරය $r \text{ cm}$ යැයි ගනිමු. සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $S \text{ cm}^2$ යන්න $r > 0$ සඳහා $S = 2\pi \left(\frac{1024}{r} + r^2 \right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

S අවම වන්නේ $r = 8$ වන විට බව පෙන්වන්න.

(a) $f(0) = 1$ බැවින් $\frac{q}{2} = 1$ වේ.

$$\therefore q = 2 \quad (5)$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x-2)p - (px+q)(x-1+x-2)}{(x-1)^2(x-2)^2}; x \neq 1, 2 \text{ සඳහා} \quad (10)$$

$$f'(0) = 0 \text{ බැවින් } 2p - q(-3) = 0 \text{ වේ.} \quad (5)$$

$$\therefore 2p = -3q$$

$$= -6$$

$$\therefore p = -3 \quad (5)$$

25

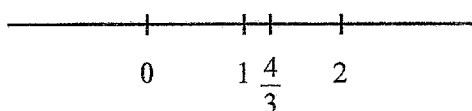
$$f'(x) = \frac{-3(x^2 - 3x + 2) - (-3x + 2)(2x - 3)}{(x-1)^2(x-2)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{-3x^2 + 9x - 6 + 6x^2 - 13x + 6}{(x-1)^2(x-2)^2}$$

$$= \frac{3x^2 - 4x}{(x-1)^2(x-2)^2}$$

$$= \frac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2} \quad (5) \text{ for } x \neq 1, 2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ හෝ } x = \frac{4}{3}. \quad (5)$$



	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < \frac{4}{3}$	$\frac{4}{3} < x < 2$	$2 < x < \infty$
Sign of $f'(x) = \frac{x(3x-4)}{(x-1)^2(x-2)^2}$	$\frac{(-)(-)}{(+)}$ $= (+)$ (5)	$\frac{+)(-)}{(+)}$ $= (-)$ (5)	$\frac{+)(-)}{(+)}$ $= (-)$ (5)	$\frac{+)(+)}{(+)}$ $= (+)$ (5)	$\frac{+)(+)}{(+)}$ $= (+)$ (5)
$f(x)$					

(10)

$(-\infty, 0]$, $[\frac{4}{3}, 2)$ හා $(2, \infty)$ මත වැඩි වේ.

$(0, 1]$ හා $[1, \frac{4}{3})$ මත අඩු වේ.

50

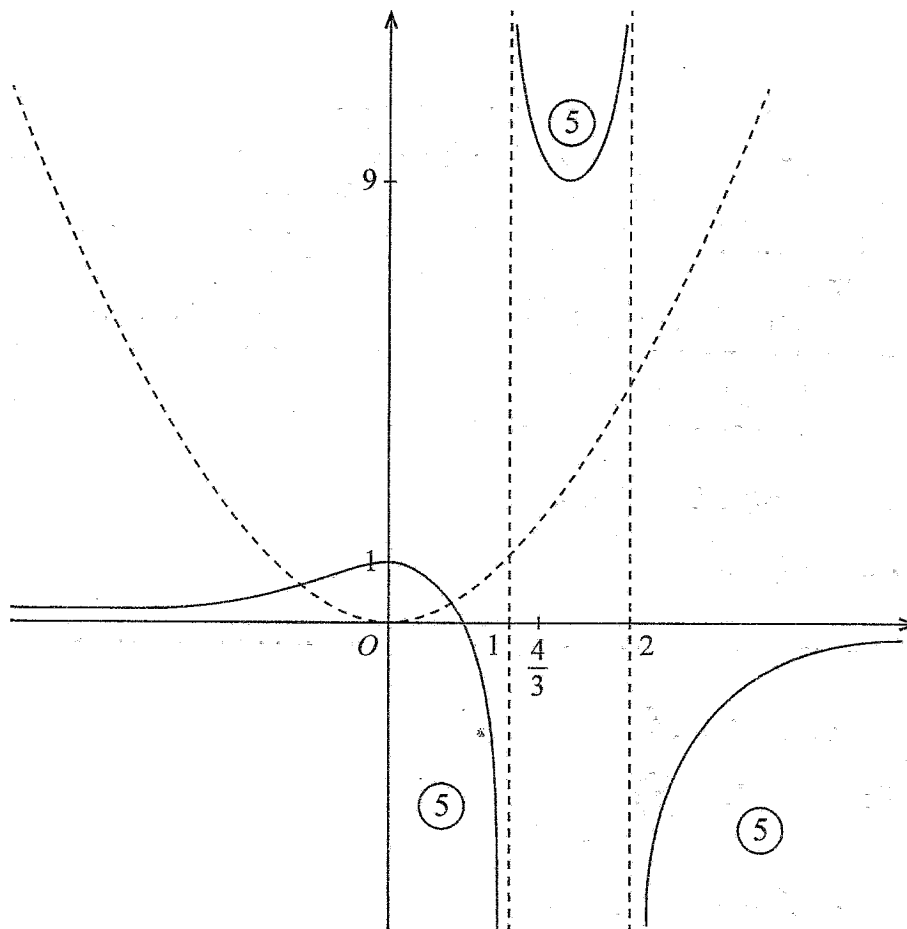
$(0, 1)$ හිදී ස්ථානීය උපරිමයකි. (5)

$(\frac{4}{3}, 9)$ හිදී ස්ථානීය අවමයකි. (5)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0. \quad (5)$$



35

$$x^2(x-1)(x-2) = 2-3x$$

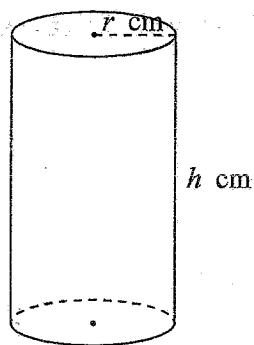
$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{2-3x}{(x-1)(x-2)} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = f(x)$$

$$\therefore \text{ඛාත්තවික විසඳුම් ගණන} = 2. \quad (5)$$

10

(b)



$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$\pi r^2 h = 1024\pi$$

$$\therefore h = \frac{1024}{r^2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= 2\pi r \frac{1024}{r^2} + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi \left(\frac{1024}{r} + r^2 \right) \quad (5) \end{aligned}$$

10

$$\frac{dS}{dr} = 2\pi \left(-\frac{1024}{r^2} + 2r \right) \quad (5)$$

$$\frac{dS}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{1024}{r^2} = 2r$$

$$\Leftrightarrow r^3 = 512$$

$$\Leftrightarrow r = 8 \quad (5)$$

$$0 < r < 8 \text{ සඳහා } \frac{dS}{dr} < 0 \text{ වේ.}$$

$$r > 8 \text{ සඳහා } \frac{dS}{dr} > 0 \text{ වේ.}$$

$$\therefore S \text{ අවම වන්නේ } r = 8 \text{ විට ය.} \quad (5)$$

20

15.(a) සියලු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $3t^2 + 4 = A(t^2 - 2t + 4) + Bt(t + 1)$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නගින්න හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\int \frac{3t^2 + 4}{(t+1)(t^2 - 2t + 4)} dt$ සොයන්න.

(b) $u = x + \sqrt{x^2 + 3}$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx = \frac{1}{2} \ln 3$ බව පෙන්වන්න.

$J = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 3} dx$ යැයි ගනිමු. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $2J = 2 + \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$ බව පෙන්වන්න.

$J = 1 + \frac{3}{4} \ln 3$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x} \right) dx = \frac{\pi}{8} \ln \left(\frac{1}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$$(a) 3t^2 + 4 = A(t^2 - 2t + 4) + Bt(t + 1)$$

$$= (A + B)t^2 + (-2A + B)t + 4A \quad (5)$$

$$t^2 \text{ හි සංගුණක} : 3 = A + B$$

$$t^1 \text{ හි සංගුණක} : 0 = -2A + B$$

$$t^0 \text{ හි සංගුණක} : 4 = 4A$$

$$\therefore A = 1 \text{ හා } B = 2.$$

(5)

(5)

15

$$\therefore \frac{3t^2 + 4}{(t+1)(t^2 - 2t + 4)} = \frac{1}{t+1} - \frac{2t}{t^2 - 2t + 4} \quad (10)$$

$$\int \frac{3t^2 + 4}{(t+1)(t^2 - 2t + 4)} dt = \int \left\{ \frac{1}{t+1} - \frac{2t}{t^2 - 2t + 4} \right\} dt$$

$$= \int \frac{1}{t+1} dt - \int \frac{2t-2}{t^2 - 2t + 4} dt + 2 \int \frac{1}{(t-1)^2 + 3} dt$$

$$= \ln|t+1| - \ln|t^2 - 2t + 4| + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left(\frac{t-1}{\sqrt{3}} \right) + C, \quad (5)$$

(5)

(5)

(5)

මෙහි C යනු අනිමත නියතයකි.

30

$$(b) u = x + \sqrt{x^2 + 3}.$$

$$\frac{du}{dx} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{u}{\sqrt{x^2 + 3}} \quad (5)$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx = \frac{1}{u} du$$

$$x = 0 \Rightarrow u = \sqrt{3}.$$

$$x = 1 \Rightarrow u = 3.$$

(5)

$$\text{So, } \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx = \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{u} du = \ln|u| \Big|_{\sqrt{3}}^3 = \ln 3 - \ln \sqrt{3}$$

(5)

(5)

$$= \ln \sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln 3 \quad (5)$$

25

$$J = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 3} dx = x\sqrt{x^2 + 3} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 3}} dx \quad (10)$$

$$= 2 \int_0^1 \frac{x^2 + 3 - 3}{\sqrt{x^2 + 3}} dx \quad (5)$$

$$\therefore J = 2 \int_0^1 \sqrt{x^2+3} \, dx - \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2+3}} \, dx \quad (10)$$

$$\Rightarrow 2J = 2 \int_0^1 \frac{3}{\sqrt{x^2+3}} \, dx \quad (5)$$

30

$$\therefore J = 1 + \frac{3}{2} \frac{1}{2} \ln 2$$

$$= 1 + \frac{3}{4} \ln 2 \quad (10)$$

10

(c) Let $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x} \right) dx$.

Then $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)} \right) dx \quad (5)$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos x + \sin \frac{\pi}{4} \sin x}{\cos \frac{\pi}{4} \cos x + \sin \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x - \cos \frac{\pi}{4} \sin x} \right) dx \quad (10)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos x + \sin x}{2 \cos x} \right) dx \quad (5)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{1}{2} \right) dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{\cos x}{\cos x + \sin x} \right) dx \quad (10)$$

$$\therefore = I - \ln \left(\frac{1}{2} \right) x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \quad (5)$$

$$\Rightarrow 2I = \ln \left(\frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore I = \frac{\pi}{8} \ln \left(\frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

40

16. $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (a, b)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. AB රේඛා ඛණ්ඩයේ l ලම්භ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය $x + y - 4 = 0$ බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

$C \equiv (3, 1)$ යැයි ගනිමු. C ලක්ෂ්‍යය l රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වා ACB සොයන්න.

A, B හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තය S යැයි ගනිමු. S හි කේන්ද්‍රය $\left(\frac{13}{6}, \frac{11}{6}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා S හි සමීකරණය සොයන්න.

එ නමින්, A, B ලක්ෂ්‍ය හා $D \equiv (0, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$$AB \text{ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය} \equiv \left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right). \quad (5)$$

මෙම ලක්ෂ්‍යය l මත පිහිටයි.

$$\therefore \frac{1+a}{2} + \frac{2+b}{2} - 4 = 0$$

$$\therefore a + b = 5 \quad \text{--- (1)} \quad (5)$$

තවද l යන්න AB ට ලම්භ වේ.

(5)

$$\therefore \left(\frac{b-2}{a-1}\right) \times (-1) = -1. \quad (5)$$

$$\therefore b - 2 = a - 1$$

$$\therefore b - a = 1 \quad \text{--- (2)} \quad (5)$$

ඇත්, (1) හා (2) මගින් $a = 2$ හා $b = 3$ ලැබේ.

(5)

(5)

එවිට, $A \equiv (1, 2)$, $B \equiv (2, 3)$ හා $C \equiv (3, 1)$.

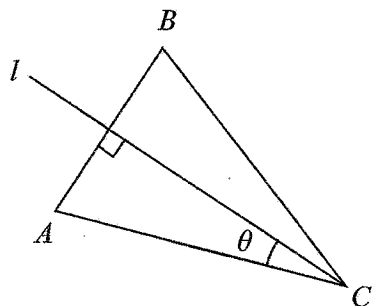
35

Substitute $x = 3$ හා $y = 1$, $x + y - 4 = 0$ හි ආදේශ කරමු. (5)

$$\text{ව.පෑ.} = 3 + 1 - 4$$

$$= 0 = \text{ද.පෑ.}$$

$$\therefore l \text{ මත } C \text{ පිහිටයි.} \quad (5)$$



AC හා l අතර කෝණය θ යැයි ගනිමු.
එවිට θ සුළු කෝණයකි.

$$AC \text{ හි අනුක්‍රමණය} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \left| \frac{-\frac{1}{2} - (-1)}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-1)} \right| = \frac{1}{3} \quad (10)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right). \quad (5)$$

$$\therefore \hat{ACB} = 2\theta = 2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right). \quad (5)$$

35

AC හි ලම්භ සමච්ඡේදකය m යැයි ගනිමු.

$$m \text{ හි අනුක්‍රමණය} = 2 \text{ වේ.} \quad (5)$$

$$AC \text{ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය} \equiv \left(2, \frac{3}{2}\right). \quad (5)$$

$$m \text{ හි සමීකරණය: } y - \frac{3}{2} = 2(x - 2) \quad (5)$$

$$\text{එනම් } y - 2x + \frac{5}{2} = 0.$$

S හි කේන්ද්‍රය l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වේ. (5)

$$x + y - 4 = 0 \text{ හා } y - 2x + \frac{5}{2} = 0 \text{ සමගාමීව විසඳීමෙන්,} \quad (5)$$

$$3x = 4 - \frac{5}{2} \text{ අපට ලැබේ.}$$

$$\therefore x = \frac{16}{3} \text{ හා } y = 4 - \frac{13}{6} = \frac{11}{6}.$$

(5)

(5)

$$\therefore S \text{ හි කේන්ද්‍රය} \equiv \left(\frac{13}{6}, \frac{11}{6}\right).$$

$$S \text{ හි අරය} = \sqrt{\left(\frac{13}{6} - 1\right)^2 + \left(\frac{11}{6} - 2\right)^2} \quad (10)$$

$$= \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{1}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{18}} \quad (5)$$

$$\therefore S \text{ හි සමීකරණය : } \left(x - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{6}\right)^2 = \frac{25}{18} \quad (10)$$

$$x^2 + y^2 - \frac{13}{3}x - \frac{11}{3}y + \frac{20}{3} = 0$$

60

$$\therefore AB \text{ හි සමීකරණය : } y - 2 = 1(x - 1) \quad (5)$$

$$\text{එනම් } x - y + 1 = 0$$

A හා B හරහා යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $\left(x - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{6}\right)^2 - \frac{25}{18} + \lambda(x - y + 1) = 0$, මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$. (10)

මෙය $D \equiv (0, 3)$, හරහා යෑමට $\left(\frac{13}{6}\right)^2 + \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{18} + \lambda(-2) = 0$ විය යුතු ය.

$$\lambda = \frac{21}{9} - \frac{7}{3} = \quad (5)$$

$$\therefore \text{අවශ්‍ය සමීකරණය } x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0.$$

20

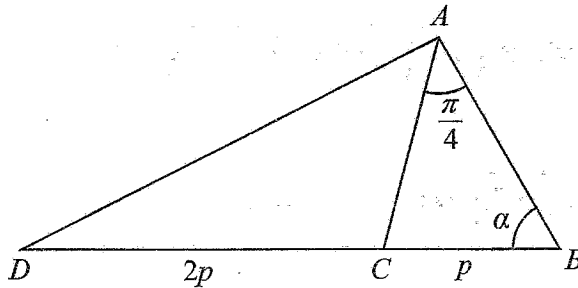
17. (a) $6 \cos 2x - 8 \sin 2x$ යන්න $R \cos(2x + \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.

ඒ නමින්, $6 \cos 2x - 8 \sin 2x = 5$ විසඳන්න.

$24 \cos^2 x - 32 \sin x \cos x$ යන්න $a \cos 2x + b \sin 2x + c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $a, b, c (\in \mathbb{R})$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$24 \cos^2 x - 32 \sin x \cos x$ හි අවම අගය අපෝහනය කරන්න.

(b)



රූපයෙහි පෙන්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $BC = p$, $\hat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ හා $\hat{ABC} = \alpha$ වේ. දික් කළ BC රේඛාව මත D පිහිටා ඇත්තේ $CD = 2p$ වන පරිදි ය.

$AB = p(\cos \alpha + \sin \alpha)$ බව පෙන්වන්න.

p හා α ඇසුරෙන් AD^2 සොයන්න.

$AD = 3p$ නම් $\alpha = \tan^{-1}(5)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ සමීකරණය විසඳන්න.

$$(a) 6 \cos 2x - 8 \sin 2x \quad \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$= 10 \left(\frac{6}{10} \cos 2x - \frac{8}{10} \sin 2x \right) \quad (5)$$

$$= 10 \left(\frac{3}{5} \cos 2x - \frac{4}{5} \sin 2x \right)$$

$$= 10(\cos \alpha \cos 2x - \sin \alpha \sin 2x), \text{ මෙහි } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ යන්න } \cos \alpha = \frac{3}{5} \text{ හා } \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ වන පරිදි වේ. } (5)$$

$$= 10 \cos(2x - \alpha). \quad (5)$$

$$\therefore R = 10 \text{ and } \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right). \quad (5)$$

$$6 \cos 2x - 8 \sin 2x = 5$$

$$10 \cos(2x + \alpha) = 5 \quad (5)$$

$$\therefore \cos(2x + \alpha) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \quad (5)$$

$$2x + \alpha = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

$$\therefore x = n\pi - \frac{\alpha}{2} \pm \frac{\pi}{6}; \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

20

$$24 \cos^2 x - 32 \sin x \cos x$$

$$= 24 \left(\frac{\cos 2x + 1}{2} \right) - 32 \times \frac{1}{2} \sin 2x \quad (10)$$

$$= 12 \cos 2x - 16 \sin 2x + 12$$

$$\therefore a = 12, \quad b = -16 \text{ හා } c = 12. \quad (5)$$

15

$$24 \cos^2 x - 32 \sin x \cos x$$

$$= 12 \cos 2x - 16 \sin 2x + 12$$

$$= 2(6 \cos 2x - 8 \sin 2x) + 12$$

$$= 20 \cos(2x + \alpha) + 12 \quad (5)$$

$$\text{අවමය} = -1$$

$$\therefore \text{අවමය අවමය} = -20 + 12 \\ = -8. \quad (5)$$

10

(b) $\triangle ABC$ සඳහා සයින නීතිය :

$$\frac{AB}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} = \frac{p}{\sin\frac{\pi}{4}} \quad (10)$$

$$\therefore AB = \sqrt{2}p \left(\sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha \right) \quad (5)$$

$$= \sqrt{2}p \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\alpha \right)$$

$$= p(\cos\alpha + \sin\alpha). \quad (5)$$

20

$\triangle ABD$ සඳහා කොසයින නීතිය :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos\alpha \quad (5)$$

$$= p^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - 9p^2 + 2p(\cos\alpha + \sin\alpha) \cdot 3p \cos\alpha \quad (5)$$

$AD = 3p$ යැයි සිතමු.

$$\text{එවිට } 9p^2 = p^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - 9p^2 + 6p^2(\cos\alpha + \sin\alpha) \cos\alpha \quad (5)$$

$$\therefore (\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - 6(\cos\alpha + \sin\alpha)\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha + \sin\alpha = 6\cos\alpha \quad (5) \quad (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = 5\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = 5$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(5). \quad (5)$$

25

$$(c) \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \tan^{-1}(2). \quad (5)$$

Let $\alpha = \tan^{-1}(x+1)$ හා $\beta = \tan^{-1}(x-1)$ යැයි ගනිමු.

$$\alpha + \beta = \tan^{-1}(2) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 2 \quad (5)$$

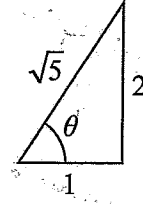
$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 2 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{x+1+x-1}{1-(x^2-1)} &= 2 \quad (5) \Rightarrow x = 2 - x^2 \\ &\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \\ &\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \end{aligned}$$

$$x = 1 \text{ or } x = -2. \quad (5)$$

$x = -2$ විසඳුමක් නොවේ. $x = 1$ විසඳුමකි.

$$\therefore x = 1. \quad (5)$$





ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2024

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2024

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු බෙදී යාමේ ආකාරය

II පත්‍රය

$$A \text{ කොටස} \quad 10 \times 25 = 250$$

$$B \text{ කොටස} \quad 05 \times 150 = 750$$

$$\text{එකතුව} = \frac{1000}{10}$$

$$II \text{ පත්‍රය අවසාන ලකුණු} = 100$$

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු ශිල්පීය ක්‍රම

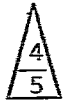
උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රකුපාට බෝල් පොයින්ට් පැනක් පාවිච්චි කරන්න.
2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න.
ඉලක්කම් ලිවීමේදී පැහැදිලි ඉලක්කමෙන් ලියන්න.
3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.
4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ $\triangle$ ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයක් සමඟ $\square$ ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති තීරුව භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

(i)
.....
.....

✓



(ii)
.....
.....

✓



(iii)
.....
.....

✓



03

$$(i) \frac{4}{5} + (ii) \frac{3}{5} + (iii) \frac{3}{5} =$$

10
15

බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුච් පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුච් පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුච්පතක් සිට වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුච් පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.
2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් දෙන්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මූලික ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.

3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ කිරියට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

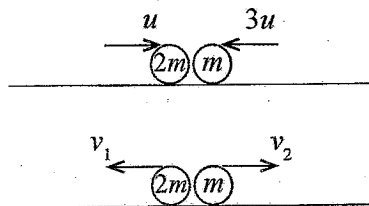
ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ හිස්ව තබා ඇති පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්වන්න.
2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඔවර්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස කිරිය යොදා ගත යුතු වේ.
3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කර ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.
4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :

සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. | පත්‍රය සඳහා බහුවරණ පිළිතුරු පත්‍රයක් පමණක් ඇති විට ලකුණු ලැයිස්තුවට ලකුණු ඇතුළත් කිරීමෙන් පසු අකුරෙන් ලියන්න. අනෙකුත් උත්තරපත්‍ර සඳහා විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කරන්න.

1. ස්කන්ධය $2m$ වූ A අංශුවක් හා ස්කන්ධය m වූ B අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් u හා $3u$ වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $e > \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.



පද්ධතිය සඳහා $I = \Delta(mv)$: $\rightarrow$

$$0 = -2mv_1 + mv_2 - (2mu - 3mu) \quad (5)$$

$$2v_1 - v_2 = u \quad \text{-----} (1)$$

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමයෙන්:

$$v_2 + v_1 = e(u + 3u) \quad (5)$$

$$v_1 + v_2 = 4eu \quad \text{-----} (2)$$

$$(1) \text{ හා } (2) \Rightarrow 3v_1 = u + 4eu$$

$$\therefore v_1 = \frac{1}{3}(1 + 4e)u > 0 \quad (5)$$

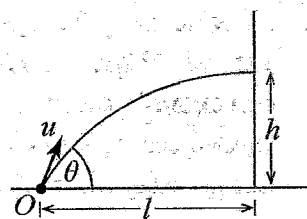
$$-3v_2 = u - 8eu$$

$$\therefore v_2 = \frac{1}{3}(8e - 1)u \quad (5)$$

$$v_2 > 0 \text{ සඳහා } e > \frac{1}{8} \text{ විය යුතු ය. } (5)$$

2. තිරස් ගෙඩීමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ආරම්භක වේගයකින් තිරසර θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) කෝණයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට l තිරස් දුරකින් පිහිටි සිරස් කාප්පයක, ගෙඩීමේ සිට h (> 0) උසකින් ගැටේ (රූපය බලන්න).

$h = l \tan \theta - \frac{gl^2}{2u^2} \sec^2 \theta$ බව පෙන්වා $\sin 2\theta > \frac{gl}{u^2}$ බව අපෝහනය කරන්න.



$$S = ut - \frac{1}{2}gt^2 : \rightarrow l = u \cos \theta t \quad (5)$$

$$\uparrow h = u \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

$$\therefore h = u \sin \theta \frac{l}{u \cos \theta} - \frac{1}{2}g \frac{l^2}{u^2 \cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow h = l \tan \theta - \frac{gl^2}{2u^2} \sec^2 \theta \quad (5)$$

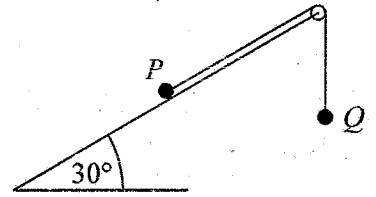
$$h > 0 \Rightarrow l \tan \theta > \frac{gl^2}{2u^2} \sec^2 \theta \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} > \frac{gl}{u^2}$$

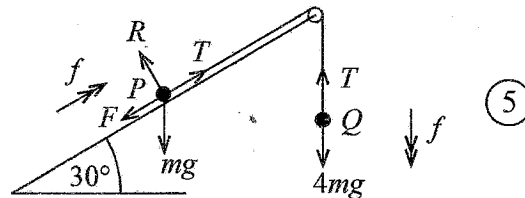
$$\Rightarrow \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} > \frac{gl}{u^2}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta > \frac{gl}{u^2} \quad (5)$$

3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තිරසර ආනතිය 30° ක් වූ රළු ආනත තලයක් මත ඇත. P අංශුව, ආනත තලයේ ඉහළින් වූ අවල සුමට කප්පියක් මගින් යන සැහැල්ලු අවිතනය තන්තුවක් මගින් ස්කන්ධය $4m$ වූ සිරස්ව නිදහසේ චලනය විය හැකි Q අංශුවකට ඇඳා ඇත (රූපය බලන්න). ආනත තලය මත වූ තන්තු කොටස තලයේ උපරිම බැවුම් රේඛාවක් දිගේ පිහිටා ඇත.



P හා තලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P , ආනත තලයේ ඉහළට චලනය වන බව දී ඇත. තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



$$F = ma :$$

$$\textcircled{P} \quad R - mg \cos 30^\circ = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$

$$F = \frac{1}{2} R = \frac{\sqrt{3}}{4} mg \quad \textcircled{5}$$

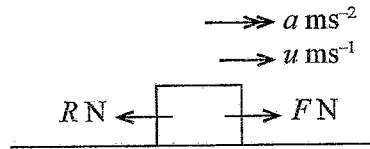
$$\textcircled{P} \quad T - F - mg \cos 60^\circ = mf \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore T - F - \frac{mg}{2} = mf$$

$$\textcircled{Q} \quad 4mg - T = 4mf \quad \textcircled{5}$$

4. ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වූ මෝටර් රථයක්, එහි එන්ජින් $P \text{ W}$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, තිරස් සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. කාරයෙහි චලිතයට $R \text{ N}$ නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එහි වේගය $u \text{ m s}^{-1}$ වන මොහොතෙහිදී, කාරයෙහි ත්වරණය සොයන්න.

දැන්, මෝටර් රථය, තිරසර $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට නියත වේගයකින් ගමන් කරයි. කාරය, එම $R \text{ N}$ ප්‍රතිරෝධයටම යටත්ව එම $P \text{ W}$ ජවයම ඇතිව ක්‍රියා කරයි නම්, මෙම නියත වේගය සොයන්න.



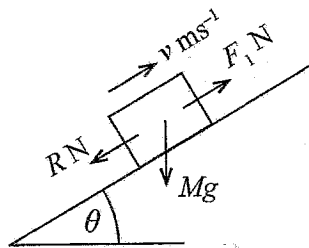
$$P = F \cdot u$$

$$\therefore F = \frac{P}{u} \quad (5)$$

$$F = ma : \rightarrow$$

$$F - R = M \cdot a \quad (5)$$

$$\therefore a = \frac{1}{M} \left(\frac{P}{u} - R \right) \text{ ms}^{-2}. \quad (5)$$



$$P = F_1 \cdot v$$

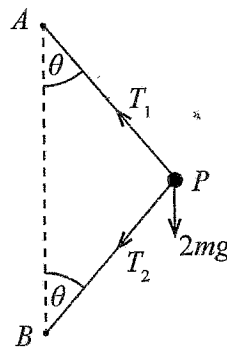
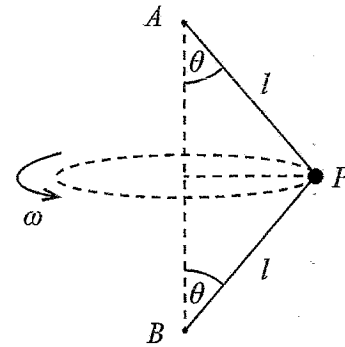
$$\therefore F_1 = \frac{P}{v}$$

$$F = ma : \nearrow \quad F_1 - R - Mg \sin \theta = 0 \quad (5)$$

$$\frac{P}{v} = R + Mg \sin \theta$$

$$\therefore v = \frac{P}{R + Mg \sin \theta} \text{ ms}^{-1}. \quad (5)$$

5. ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක්, සිරස් රේඛාවක් මත පිහිටි A හා B අවල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට, එක එකක දිග l වූ සැහැල්ලු අච්ඡානා තන්තු දෙකක් මගින් ඇඳ ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තු දෙකම තදව හා සිරස් සමඟ θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) කෝණයක් සාදමින් ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් P අංශුව තිරස් වෘත්තයක චලනය වේ.
 AP තන්තුවේ ආතතිය $m(l\omega^2 + g \sec \theta)$ බව පෙන්වන්න.



$$F = ma :$$

$$\textcircled{P} \uparrow \quad T_1 \cos \theta - T_2 \cos \theta - 2mg = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore T_1 - T_2 = 2mg \sec \theta \quad \text{-----} (1) \quad \textcircled{5}$$

$$\textcircled{P} \leftarrow \quad T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta = 2ml \sin \theta \omega^2 \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore T_1 + T_2 = 2ml\omega^2 \quad \text{-----} (2) \quad \textcircled{5}$$

$$(1) \text{ හා } (2) \Rightarrow \quad 2T_1 = 2mg \sec \theta + 2ml\omega^2$$

$$\therefore T_1 = m(l\omega^2 + g \sec \theta). \quad \textcircled{5}$$

6. u හා v යනු $u \cdot v = \frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $a = \alpha u + v$ හා $b = u + \beta v$ යැයි ද ගනිමු. මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ. a හා b දෛශික ලම්බ ද $a + b$ යන්න u ට සමාන්තර ද නම් α හා β හි අගයන් සොයන්න.

$$a \cdot b = (\alpha u + v) \cdot (u + \beta v)$$

$$0 = \alpha u \cdot u + \alpha \beta u \cdot v + v \cdot u + \beta v \cdot v$$

$$0 = \alpha + \alpha \beta \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \beta \quad \text{----- (1) } \quad (5)$$

$$a + b = \lambda u \quad ; \quad \text{මෙහි } \lambda \in \mathbb{R}. \quad \text{----- (2)}$$

$$(2) \cdot u \Rightarrow (\alpha u + v) \cdot u + (u + \beta v) \cdot u = \lambda u \cdot u$$

$$\alpha + \frac{1}{2} + 1 + \beta \cdot \frac{1}{2} = \lambda \quad \text{----- (3) } \quad (5)$$

$$(2) \cdot v \Rightarrow (\alpha u + v) \cdot v + (u + \beta v) \cdot v = \lambda u \cdot v$$

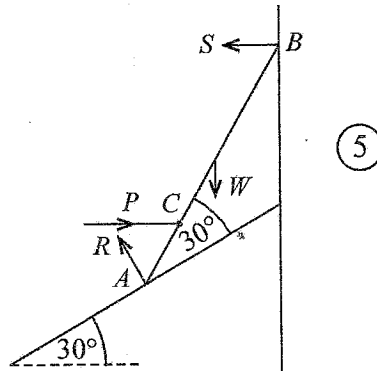
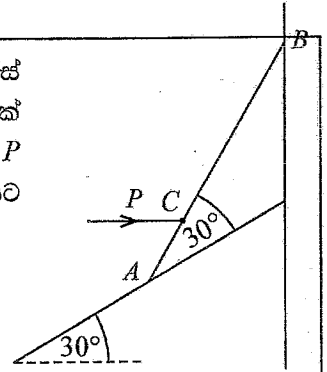
$$\frac{\alpha}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \beta = \frac{\lambda}{2} \quad \text{----- (4) } \quad (5)$$

$$(3) \text{ හා } (4) \Rightarrow \alpha + \frac{3}{2} + \frac{\beta}{2} = \alpha + 3 + 2\beta$$

$$\Rightarrow \beta = -1. \quad (5)$$

$$\text{ඇත්, (1) } \Rightarrow \alpha = 1. \quad (5)$$

7. දිග $4a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි B ඉහළ කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව ද A පහළ කෙළවර 30° කින් තිරසර ආනත සුමට තලයක් මත ද ඇතිව සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ $AC = a$ වන C ලක්ෂ්‍යයෙහිදී P තිරස් බලයක් දණ්ඩට යෙදීමෙනි. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දණ්ඩ ආනත තලයට 30° කින් ආනත වේ. P හි අගය සොයන්න.



$$\rightarrow P - S - R \sin 30^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\therefore P = S + \frac{R}{2}$$

$$\uparrow R \cos 30^\circ - W = 0 \quad (5)$$

$$\therefore R = \frac{2W}{\sqrt{3}}$$

$$\curvearrowleft P \times a \sin 60^\circ + W \times 2a \cos 60^\circ - S \times 4a \sin 60^\circ = 0 \quad (5)$$

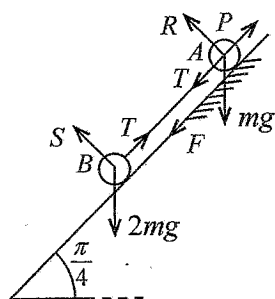
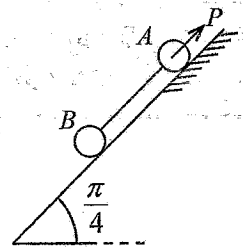
$$P \times \frac{\sqrt{3}}{2} + W - \left(P - \frac{R}{2}\right) 2\sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{3}P + 2W - 4\sqrt{3}P + \frac{2W}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{3} = 0$$

$$3\sqrt{3}P = 6W.$$

$$P = \frac{2W}{\sqrt{3}}. \quad (5)$$

8. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ A හා B අංශු 2ක් තිරසරව $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වූ තලයක් මත තබා සැහැල්ලු අවිතනය තන්තුවකින් ඇඳා සම්බන්ධතාවයේ තබා ඇත්තේ A ට යෙදූ P බලයක් මගිනි. P හි ක්‍රියා රේඛාව හා තන්තුව, තලයේ උපරිම බැවුම් රේඛාවක් දිගේ පිහිටයි. A අංශුව තලයේ රළු කොටස මත පිහිටන අතර B අංශුව තලයේ සුමට කොටස මත පිහිටයි. A හා තලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.
- $2|\sqrt{2}P - 3mg| \leq mg$ බව පෙන්වන්න.



(5)

පද්ධතිය සඳහා: $\nearrow P - F - mg \sin \frac{\pi}{4} - 2mg \sin \frac{\pi}{4} = 0.$ (5)

$$\therefore F = P - 3mg \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(A) $\nearrow R - mg \cos \frac{\pi}{4} = 0$ (5)

$$\therefore R = \frac{mg}{\sqrt{2}}$$

සම්බන්ධතාව සඳහා:

$$\frac{1}{2} \geq \frac{|F|}{R} \quad (5)$$

$$\therefore \left| P - \frac{3mg}{\sqrt{2}} \right| \leq \frac{mg}{2\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$\therefore 2|\sqrt{2}P - 3mg| \leq mg.$$

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක වූ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A|B) = \frac{1}{10}$ හා $P(B|A) = \frac{3}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න.

$$P(B|A) = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{3}{10} \quad (5)$$

$$\therefore P(B \cap A) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{50} \quad (5)$$

$$P(A|B) = \frac{1}{10}$$

$$\therefore \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{10} \quad (5)$$

$$\therefore P(B) = 10 \times P(A \cap B) = 10 \times \frac{3}{50} = \frac{3}{5} \quad (5)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{50} = \frac{37}{50} \quad (5)$$

10. ආරෝහණ පරිපාටියට සැකසූ, පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ හතෙහි මධ්‍යස්ථය, මාතය හා මධ්‍යන්‍යය පිළිවෙළින් 5, 7 හා 5 වේ:

$$1, 3, 4, p, q, r, s$$

මෙහි p, q, r හා s තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

p, q, r හා s හි අගයන් සොයා, නිරීක්ෂණ හතෙහි විචලතාව $\frac{38}{7}$ බව පෙන්වන්න.

$$\text{මධ්‍යස්ථය} = 5.$$

$$\therefore p = 5. \quad (5)$$

$$\text{මාතය} = 7.$$

$$\therefore q, r, s \text{ වලින් අඩු තරමින් දෙකක්වත් } 7 \text{ ඒවා විය යුතු ය.} \quad (5)$$

ඒවායින් 2ක් 7 ඒවා යැයිද, අනෙක් එක a යැයිද ගනිමු.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = 5$$

$$\therefore 5 = \frac{1+3+4+5+7+7+a}{7} \quad (5)$$

$$35 = 27 + a$$

$$\therefore a = 8.$$

$$\text{එනම්, } q = r = 7 \text{ හා } s = 8. \quad (5)$$

$$\text{විචලතාව} = \frac{1}{7}[(1-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + 2(7-5)^2 + (8-5)^2]$$

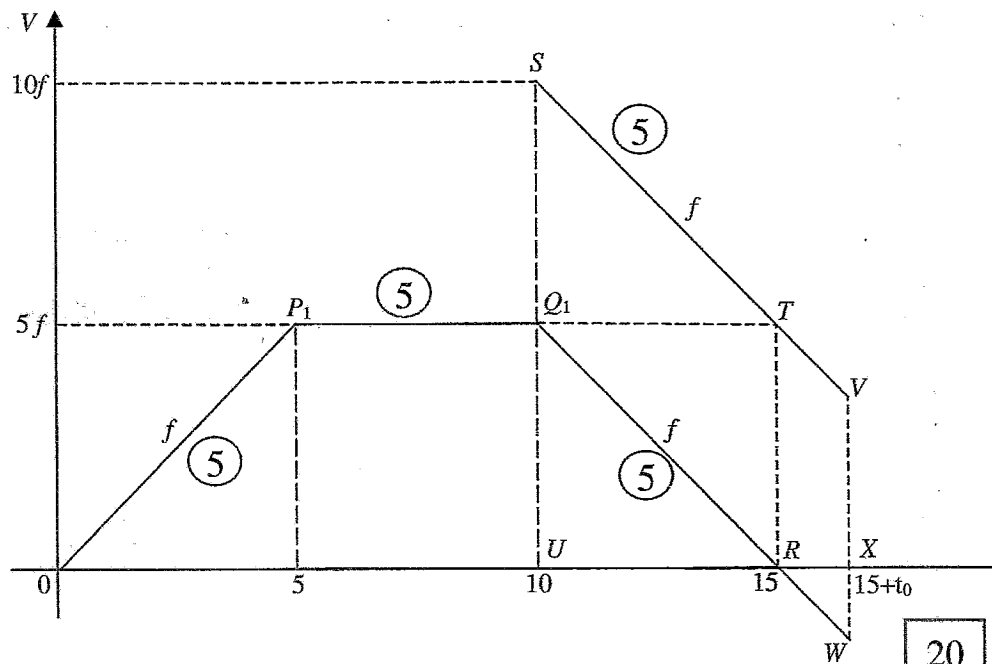
$$= \frac{1}{7}[16+4+1+8+9] = \frac{38}{7}. \quad (5)$$

11. (a) සෘජු මාර්ගයක වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට කාලය $t = 0$ s හිදී නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන P මෝටර් රථයක් $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් තත්පර 5 ක් ගමන් කරයි. පසුව එය $t = 5$ s හිදී ලබාගත් නියත වේගයෙන් ගමන් තත්පර 5 ක් ගමන් කර $t = 10$ s හිදී $f \text{ m s}^{-2}$ ක නියත මන්දනයකින් මන්දනය වී A ලක්ෂ්‍යයකදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. එසැණින් තම දිශාව වෙනස් කරන P මෝටර් රථය $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයෙන්ම එම මාර්ගයේම නැවත O දෙසට ගමන් කරයි.

එම මාර්ගයේම O ලක්ෂ්‍යයේ සිට $t = 10$ s හිදී $10f \text{ m s}^{-1}$ ක ආරම්භක වේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන Q මෝටර් රථයක් $f \text{ m s}^{-2}$ නියත මන්දනයෙන් P මෝටර් රථය දෙසට ගමන් කරයි. A ලක්ෂ්‍යයේදී P නිශ්චලතාවයට පත්වන විට, P හා Q අතර දුර 125 m බව දී ඇත. එකම රූපසටහනක P හා Q හි චලිත සඳහා, $t = 0$ s සිට එව්‍ය මූණගැසෙන මොහොත දක්වා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

(i) $f = 10$,

(ii) P හා Q මෝටර් රථ $t = 17.5$ s හිදී මූණගැසෙන බව පෙන්වන්න.



A වෙත ළඟා වීමට P ගනු ලැබූ කාලය = 15 s (5)

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad t = 10 \text{ s සිට } t = 15 \text{ s දක්වා } Q \text{ ගමන් කළ දුර} \\ = STRU \text{ වර්ගඵලය} &= \frac{1}{2}(SU + TR) \times UR \quad (5) \\ &= \frac{1}{2}(10f + 5f) \times 5 \\ &= \frac{75}{2}f \text{ m} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O \text{ සිට } A \text{ දුර} &= OP_1Q_1R \text{ වර්ගඵලය} \quad (5) \\ &= \frac{1}{2} \times (5 + 15) \times 5f = 50f \text{ m} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\text{දත්තයෙන් : } 125 = 50f - \frac{75}{2}f \quad (5)$$

$$250 = 25f$$

$$\therefore f = 10 \quad (5)$$

$t = (15 + t_0)s$ හිදී P හා Q හමු වන්නේ යැයි සිතමු.

ඔවුන් හමුවන්නේ $RTVX$ වර්ගඵලය + RWX වර්ගඵලය = 125 විටය. (5)

එනම් $RTVW$ වර්ගඵලය = 125 විටය.

$$TR \times RX = 125 \quad (5)$$

$$5f \times t_0 = 125 \quad (5)$$

$$50 \times t_0 = 125$$

$$\therefore t_0 = \frac{125}{50} = 2.5s$$

$\therefore P$ හා Q හමුවන්නේ $t = (15 + 2.5)s$ විටය.

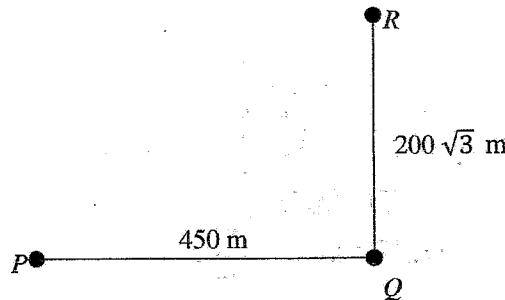
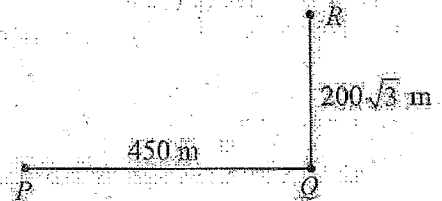
$$= 17.5s. \quad (5)$$

25

(b) P , Q සහ R බෝට්ටු තුනක් සරල රේඛීය පථවල එකාකාර වේගවලින් ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතකදී P බෝට්ටුවෙන් 450 m දුරක් නැගෙනහිරින් Q බෝට්ටුව පිහිටන අතර Q බෝට්ටුවෙන් $200\sqrt{3}$ m දුරක් උතුරින් R බෝට්ටුව පිහිටයි (රූපය බලන්න). P බෝට්ටුව, Q බෝට්ටුව හමුවීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරන අතර Q බෝට්ටුව, R බෝට්ටුව හමුවීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරයි.

P බෝට්ටුව තත්පර 45 කින් Q බෝට්ටුව හමුවන බවත්, Q බෝට්ටුව තත්පර 20 කින් R බෝට්ටුව හමුවන බවත් දී ඇත.

Q බෝට්ටුවට සාපේක්ෂව P බෝට්ටුවෙහි වේගය 10 m s^{-1} බව පෙන්වා Q බෝට්ටුව R බෝට්ටුව හමුවන මොහොතෙහිදී P බෝට්ටුව හා R බෝට්ටුව අතර දුර සොයන්න.



$$\underline{V}(P, Q) = \frac{450}{45} \text{ m s}^{-1} \rightarrow (10)$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \rightarrow (5)$$

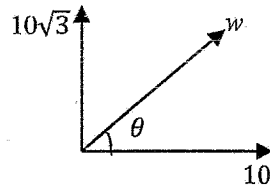
$\therefore Q$ ට සාපේක්ෂව P හි වේගය $= 10 \text{ m s}^{-1}$. (5)

$$\underline{V}(Q, R) = \frac{200\sqrt{3}}{20} \text{ m s}^{-1} \uparrow (10)$$

$$= 10\sqrt{3} \text{ m s}^{-1} \uparrow (5)$$

40

$$\underline{V}(P, R) = \underline{V}(P, Q) + \underline{V}(Q, R) \quad (5)$$



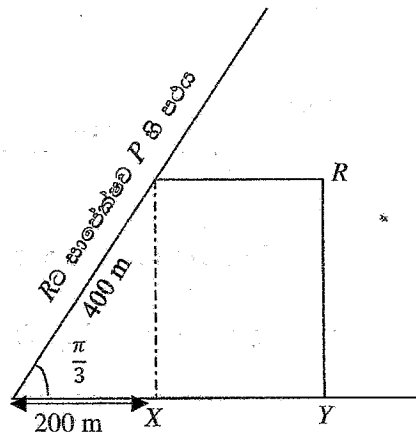
$$w = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} \quad (5)$$

$$= 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad (5)$$

After 20 s:

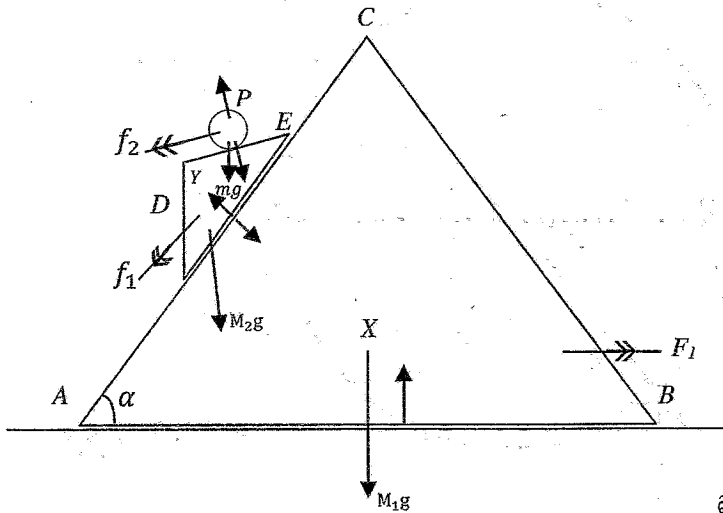
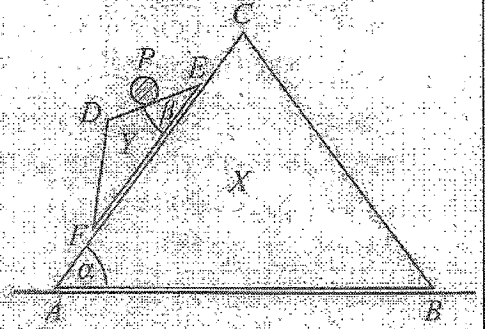


$$\text{අවශ්‍ය දුර} = XY \quad (10)$$

$$= (450 - 200) \text{ m}$$

$$= 250 \text{ m.} \quad (5)$$

12. (a) X, Y සුළුම ඒකාකාර කුඳ්ඳ දෙක හා P අංශුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර තුළින් වූ සිරස් කරස්කඩ, රූපයෙන් දැක්වේ. AC, DE හා EF රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල දිවුරුම් බැවුම් රේඛා වන අතර $BAC = \alpha$ හා $DEF = \beta (\beta < \alpha)$ වේ. ස්කන්ධය M_1 වූ X කුඳ්ඳයේ AB අයත් මුහුණත සුළුම තිරස් මෙසයක් වන තරම් දැම. ස්කන්ධය M_2 වූ Y කුඳ්ඳයේ EF අයත් මුහුණත X හි AC අයත් මුහුණත වන තරම් දැම. ස්කන්ධය m වූ P අංශුව DE මත තබා දැම. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. Y කුඳ්ඳය එහි EF මුහුණත X හි AC අයත් මුහුණත ස්පර්ශ කරමින් චලනය වන හා P අංශුව DE ස්පර්ශ කරමින් චලනය වන අතරතුර, X කුඳ්ඳයේ තවරණය නිරූපණ කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



$$a(X, E) = F_1 \rightarrow$$

$$a(Y, X) = \frac{\alpha}{f_1} \quad (10)$$

$$a(P, Y) = \frac{\alpha - \beta}{f_2}$$

$$\text{බල සඳහා} \quad (10)$$

$F = ma$ යොදමු :

පද්ධතිය සඳහා $\rightarrow$:

$$O = M_1 F_1 + M_2 (F_1 - f_1 \cos \alpha) + m (F_1 - f_1 \cos \alpha - f_2 \cos (\alpha - \beta)). \quad (10)$$

Y හා P සඳහා $\frac{\alpha}{f_1}$:

$$(M_2 + m) g \sin \alpha = M_2 (f_1 - F_1 \cos \alpha) + m (f_1 + f_2 \cos \beta - F_1 \cos \alpha). \quad (10)$$

P සඳහා $\frac{\alpha - \beta}{f_2}$

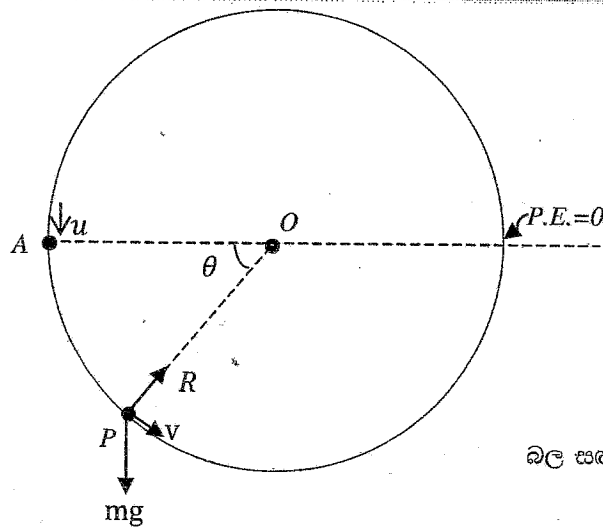
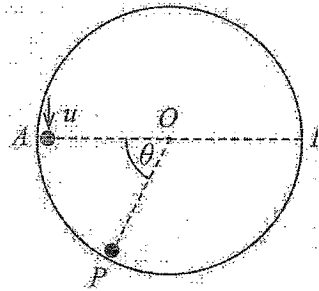
$$mg \sin (\alpha - \beta) = m (f_2 - f_1 \cos \alpha - F_1 \cos (\alpha - \beta)). \quad (10)$$

- (b) සුමට අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨයක් සහිත අරය a වන අවට සෘජු-වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක තිරස් අක්ෂයට ලම්භක සිරස් හරස්කඩක් යාබද රූපයෙන් දැක්වේ.

O ලක්ෂ්‍යය එහි කේන්ද්‍රය ද, A හා B එහි තිරස් විෂ්කම්භයේ අන්ත ද වේ. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් u වේගයෙන් සිලින්ඩරයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය මත A සිට සිරස්ව යටි දිශාවට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P , සිලින්ඩරය සමග ස්පර්ශව ඇතිව, θ කෝණයකින් OP හැරුණු විට P හි වේගය v ඇති බවයි.

$v^2 = u^2 + 2gas \sin \theta$ බව පෙන්වන්න.

$\theta = \frac{7\pi}{6}$ විට, P සිලින්ඩරයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය හැර යන බව දී ඇත. $u = \sqrt{\frac{3ga}{2}}$ බව පෙන්වන්න.

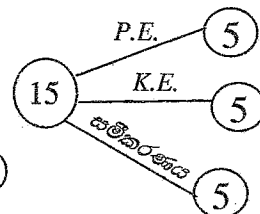


බල සඳහා (5)

ශක්ති සංස්ථිතියෙන් :

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mga \sin \theta$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2ga \sin \theta \quad (5)$$



(m) θ $F = ma$:

$$R - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{a} \quad 10$$

$$\therefore R = \frac{m}{a}(u^2 + 2ga \sin \theta) + mg \sin \theta \quad (5)$$

$$\theta = \frac{7\pi}{6} \text{ විට } R=0 \text{ වේ. } (5)$$

$$\therefore 0 = \frac{m}{a} \left(u^2 + 2ga \sin \frac{7\pi}{6} \right) + mg \sin \frac{7\pi}{6} \quad (5)$$

$$\therefore 0 = u^2 + 2ga \left(-\frac{1}{2} \right) + ga \left(-\frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

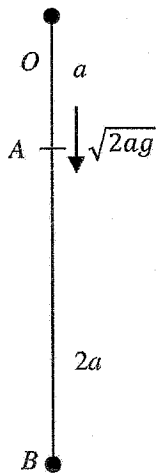
$$\therefore u^2 = \frac{3ga}{2}$$

$$\therefore u = \sqrt{\frac{3ga}{2}} \quad (5)$$

35

25

13. ස්වභාවික දිග a වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකයක එක් කෙළවරක් O අවල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඇඳූ P සිරස් චලිතයේ යොදවා ඇත. අංශුව සිරස්ව පහළට ගමන් කරන විට O ට පහළින් $OA = a$ වන A ලක්ෂ්‍යය පසු කරදී එහි වේගය $\sqrt{2ag}$ වේ. O ට $3a$ පහළින් වූ B ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. තත්ත්වයේ ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.
- තව ද, P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2 \left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $x > a$ සඳහා $OP = x$ වන අතර $\omega (> 0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.
- ඉහතින් චලිත සමීකරණය, $X = x - \frac{5a}{3}$ ලෙස හෙත නැවත ලියන්න.
- අංශුවේ මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය, විස්තාරය හා ආවර්ත කාලය සොයන්න.
- $X^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ පුහුණ නැවතයෙන් P හි උපරිම වේගය සොයන්න; මෙහි C යනු විස්තාරය වේ.
- එසේ ඉහළට යාමේදී P යන්ත්‍රමයින් O ට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.
- B සිට O දක්වා ගමන් කිරීමට P ට ගතවන මුළු කාලය $\sqrt{\frac{2a}{27g}}(2\pi + 3\sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.
- ඉහත සරල අනුවර්තීය චලිතය ආරම්භ කරනු ලබුවේ P පහළට ඇද ඇති හැරීමෙන් නම්, තත්ත්වය එහි ස්වභාවික දිගේ සිට කොපමණ දුරක් ඇදීය යුතු දැයි ප්‍රකාශ කරන්න.



ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකය λ යැයි සිතමු.

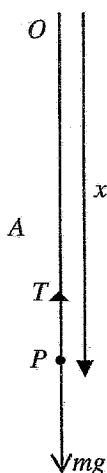
ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්:

$$\frac{1}{2}m \times 2ga + mg \times 2a = \frac{1}{2} \lambda (2a)^2 \quad (5)$$

$$3mga = 2\lambda a$$

$$\therefore \lambda = \frac{3}{2}mg. \quad (5)$$

25



$F = ma:$

$$mg - T = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$mg - \frac{3}{2}mg \frac{(x-a)}{a} = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$\ddot{x} = g - \frac{3}{2}g \frac{x-a}{a} + \frac{3g}{2}$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{2a}x - \frac{5g}{2} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{3g}{2a} \left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 \left(x - \frac{5a}{3}\right) = 0, \text{-----(1)}$$

$$\text{මෙහි } \omega = \sqrt{\frac{3g}{2a}}. \quad (5)$$

20

$$X = x - \frac{5a}{3} \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\text{එවිට } \dot{X} = \dot{x} \text{ හා } \ddot{X} = \ddot{x}. \quad (5)$$

$$\text{ඇත් (1) } \ddot{X} + \omega^2 x = 0 \text{ බවට පත්වේ.} \quad (5)$$

10

$$\text{කේන්ද්‍රයේදී } \ddot{X} = 0.$$

$$X = 0. \quad (5)$$

$$\therefore x = \frac{5a}{3}. \quad (5)$$

$$x = 3a \text{ විට } \dot{x} = 0.$$

$$\therefore \text{විස්ථාරය} = 3a - \frac{5a}{3} = \frac{4a}{3}. \quad (5)$$

$$\text{ආවර්ථ කාලය} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2a}{3g}}. \quad (5)$$

20

$$\dot{X}^2 = \omega^2 (C^2 - X^2)$$

$$\text{උපරිම වේගය ලැබෙන්නේ } X = 0 \text{ විටය.}$$

$$\text{උපරිම } \dot{X}^2 = \omega^2 C^2 \quad (5)$$

$$\therefore \text{උපරිම } \dot{x}^2 = \frac{3g}{2a} \cdot \left(\frac{4a}{3}\right)^2$$

$$= \frac{3g}{2a} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{8}{3} ag \quad (5)$$

$$\therefore \text{උපරිම වේගය} = \sqrt{\frac{8ag}{3}}. \quad (5)$$

15

ගුරුත්වය යටතේ A සිට O දක්වා චලිතය

$$v^2 = u^2 + 2as:$$

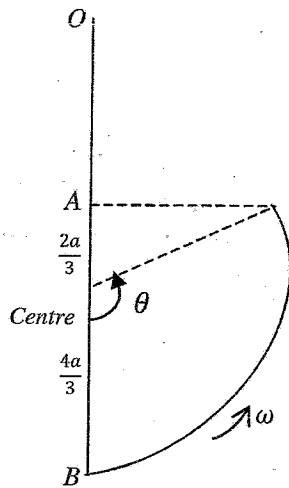
$$v^2 = 2ag - 2ga$$

$$= 0 \quad (5)$$

$$\therefore v = 0.$$

$$\therefore P \text{ යන්නමින් O වෙත ළගා වේ.} \quad (5)$$

10



B සිට A දක්වා කාලය $= T_1$.

$$\text{එවිට } T_1 = \frac{\theta}{\omega} \quad (5)$$

$$\theta = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \quad (5)$$

$$= \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$

$$\therefore T_1 = \sqrt{\frac{2a}{3g}} \cdot \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$

A සිට O දක්වා කාලය $= T_2$.

$$\downarrow v = u + at :$$

$$0 = \sqrt{2ag} - gT_2. \quad (5)$$

$$\therefore T_2 = \sqrt{\frac{2a}{g}} \quad (5)$$

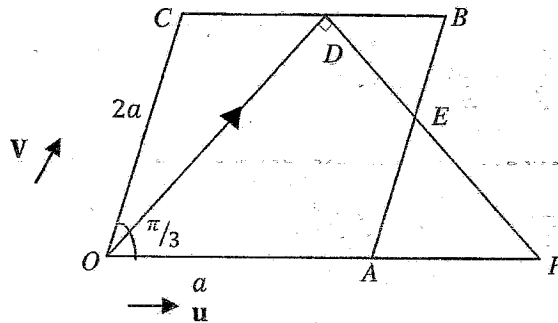
$\therefore B$ සිට O දක්වා මුළු කාලය $= T_1 + T_2 \quad (5)$

$$= \sqrt{\frac{2a}{3g}} \cdot \frac{2\pi}{3} + \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2a}{27g}} (2\pi + 3\sqrt{3}). \quad (5)$$

P එහි ස්වභාවික දිගෙන් $2a$ දුරක් ඇදිය යුතු ය.

14.(a) $OA = a$, $OC = 2a$ හා $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$ වන $OABC$ ඡායාච්ඡාදයක් ඇති ගනිමු. $\mathbf{u}$ හා $\mathbf{v}$ යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OC}$ දිශාවලට වූ ඒකක දෛශික යැයි ද ගනිමු.
 $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.
 OD යන DE ට ලම්භ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය E සොයා ගනිමු.
 $\overrightarrow{DE} = \frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v}$ බව පෙන්වන්න.
 OA හා DE දික්කළ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F සොයා ගනිමු. $\overrightarrow{OF} = \frac{7a}{2}\mathbf{u}$ බව පෙන්වන්න.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD} &= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD} \quad (5) \\ &= 2a\mathbf{v} + \frac{1}{2}a\mathbf{u} \quad (5) + (5) \\ &= \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v} \quad (5)\end{aligned}$$

20

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} \\ &= -\frac{1}{2}a\mathbf{u} - 2a\mathbf{v} + a\mathbf{u} + \lambda\mathbf{v} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + (\lambda - 2a)\mathbf{v} \quad (10)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{DE} &\Rightarrow \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{DE} = 0 \quad (5) \\ \left(\frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}a\mathbf{u} + (\lambda - 2a)\mathbf{v}\right) &= 0 \quad (5)\end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}a^2 \underbrace{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}_{=1} + \frac{1}{2}a(\lambda - 2a) \underbrace{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}_{=\frac{1}{2}} + a^2 \underbrace{\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}}_{=\frac{1}{2}} + 2a(\lambda - 2a) \underbrace{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}_{=1} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}(\lambda - 2a) + \frac{1}{2}a + 2(\lambda - 2a) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{9\lambda}{4} = 4a - \frac{3}{4}a + \frac{2a}{4}$$

40

10

$$\frac{9\lambda}{4} = 4a - \frac{a}{4}$$

$$\lambda = \frac{15}{9}a = \frac{5}{3}a. \quad (5)$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + \left(\frac{5a}{3} - 2a\right)\mathbf{v}$$

$$= \frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v} \quad (5)$$

40

$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DF} \quad (5)$$

$$(5) \quad \mu\mathbf{u} = \frac{1}{2}a\mathbf{u} + 2a\mathbf{v} + \beta\left(\frac{a}{2}\mathbf{u} - \frac{a}{3}\mathbf{v}\right) \quad (5)$$

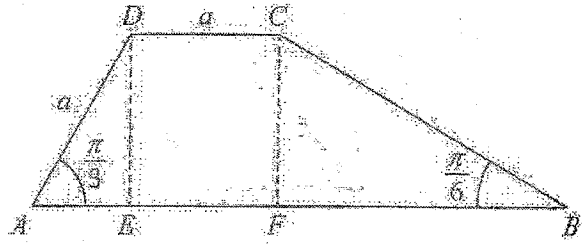
$$\mu = \frac{1}{2}a + \beta\frac{a}{2} \quad \text{හා} \quad 0 = 2a - \frac{\beta a}{3} \quad (5) + (5)$$

$$\therefore \beta = 6 \quad \text{හා} \quad \mu = \frac{7a}{2}$$

$$\therefore \overrightarrow{OF} = \frac{7a}{2}\mathbf{u}. \quad (5)$$

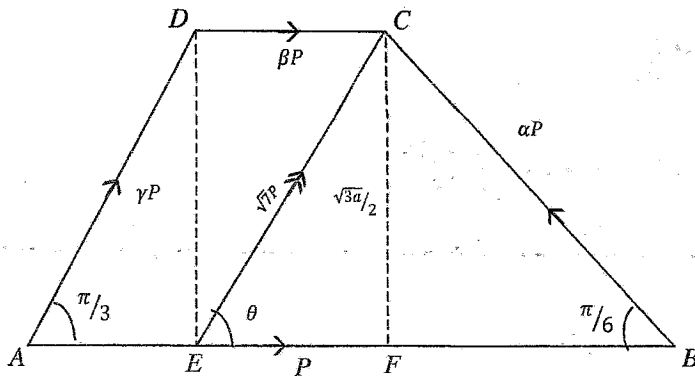
30

(b) AB හා DC සමාන්තර ද $\angle ABC = \frac{\pi}{6}$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ හා $AD = DC = a$ වන $ABCD$ ත්‍රැපීසියමක් සැලකෙමු. $\angle AED = \angle AFC = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍ය E හා F වේ (රූපය බලන්න). විශාලත්ව P , αP , βP හා γP වූ බල පිළිවෙළින් AB , BC , DC හා AD දිශේ අත්තේ අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි.



ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\sqrt{7}P$ විශාලත්වයකින් යුත් බව හා එය E හා C ලක්ෂ්‍ය තරහා E සිට C දක්වා යන බව ද දී ඇත. α , β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

ඈත් පද්ධතියට බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව F ලක්ෂ්‍යය තරහා යන පරිදි ය. එකතු කළ බල යුග්මයෙහි පූර්ණය සොයන්න.



$$\curvearrowleft \left(\frac{\gamma P}{2} + P \right) \frac{\sqrt{3}a}{2} - \frac{\gamma P \sqrt{3}}{2} \left(\frac{a}{2} + a \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\gamma}{2} + 1 - \frac{3\gamma}{2} = 0$$

$$r = 1. \quad (5)$$

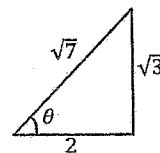
$$\uparrow \quad \gamma P \frac{\sqrt{3}}{2} + \alpha P \frac{1}{2} = \sqrt{7}P \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad (10)$$

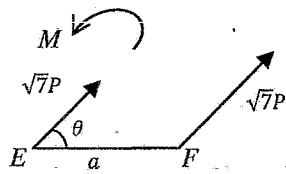
$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \sqrt{3}. \quad (5)$$

$$\rightarrow P + \beta P + P \times \frac{1}{2} - \sqrt{3}P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{7}P \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} \quad (10)$$

$$\beta = 2. \quad (5)$$





$$\sqrt{7}Pa \sin \theta - M = 0 \quad (5)$$

$$M = \sqrt{7}Pa \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$= \sqrt{3}Pa \quad (5)$$

$$\text{සුශ්‍රමයේ ස්පර්ශකය} = \sqrt{3}Pa \quad (5)$$

15

15. (a) $4a$ සමාන දිගින් හා W සමාන බරින් යුත් AB , BC හා CD එකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමුව සන්ධි කර ඇත. A අන්තය අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමුව ලෙස අසවු කර ඇත.

රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $AE = CF = DG = a$, $ABD = 60^\circ$, $CBD = 30^\circ$ හා BD සිරස් මත පරිදි දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ E , F හා G සුමුව නාදැති තුනක් මත නැබීමෙනි.

(i) G නාදැතික මගින් CD දණ්ඩ මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ

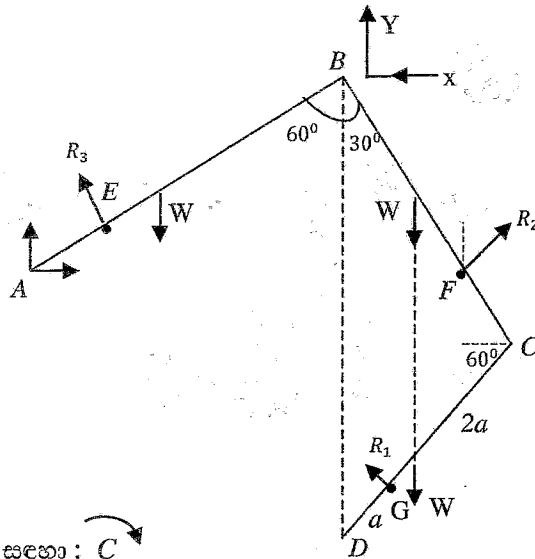
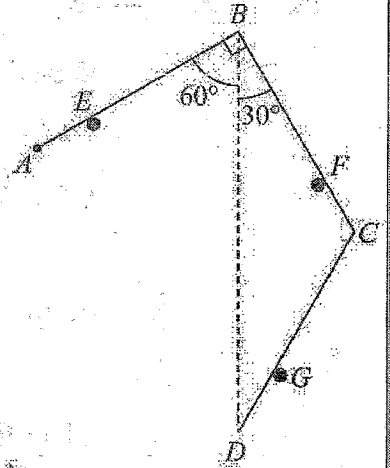
විශාලත්වය $\frac{W}{3}$ බව ද,

(ii) F නාදැතික මගින් BC දණ්ඩ මත යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ

විශාලත්වය $\frac{11W}{9}$ බව ද,

පෙන්වන්න.

AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත B සන්ධියේදී යොදන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



(5)

(i) DC දණ්ඩය සඳහා: $\curvearrowright C$

$$R_1 \times 3a - W \times 2a \cos 60^\circ = 0 \quad (5)$$

$$R_1 = \frac{W}{3} \quad (5)$$

15

(ii) BCD සඳහා: $\curvearrowright B$

$$R_2 \times 3a - 2 \times W \times 2a \sin 30^\circ - R_1 \cos 30^\circ \times 7a \cos 30^\circ + R_1 \sin 30^\circ \times a \sin 30^\circ = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} 3R_2 &= 2W + \frac{W}{3} \times 7 \times \frac{3}{4} - \frac{W}{3} \times \frac{1}{4} \\ &= 2W + \frac{20W}{12} \end{aligned}$$

$$\therefore R_2 = \frac{11W}{9} \quad (5)$$

15

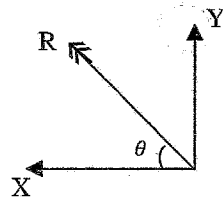
BCD සඳහා : $\rightarrow$

$$R_2 \cos 30^\circ - R_1 \cos 30^\circ - X = 0 \quad (5)$$

$$\therefore X = \frac{11W}{9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{W}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}W}{18} = \frac{4\sqrt{3}}{9}W \quad (5)$$

$$\uparrow Y - 2W + R_1 \sin 30^\circ + R_2 \sin 30^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \therefore Y &= 2W - \frac{W}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{11W}{9} \times \frac{1}{2} \\ &= 2W - \frac{14W}{18} \\ &= \frac{11W}{9}. \quad (5) \end{aligned}$$



$$R = \sqrt{\frac{48}{81} + \frac{121}{81}} \quad W = \sqrt{\frac{169}{81}} \quad W = \frac{13}{9}W. \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{\frac{11W}{9}}{\frac{4\sqrt{3}W}{9}} = \frac{11}{4\sqrt{3}}$$

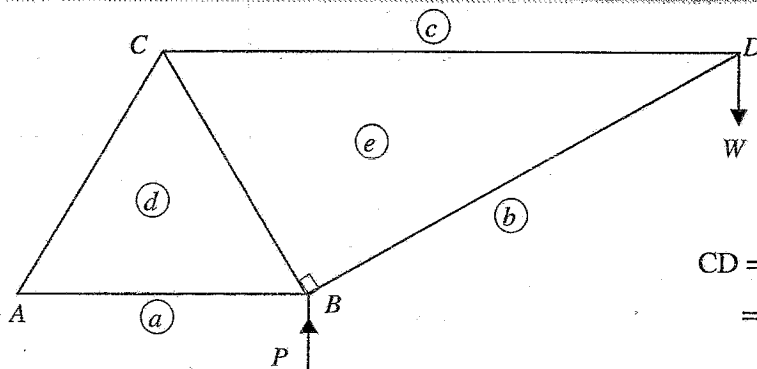
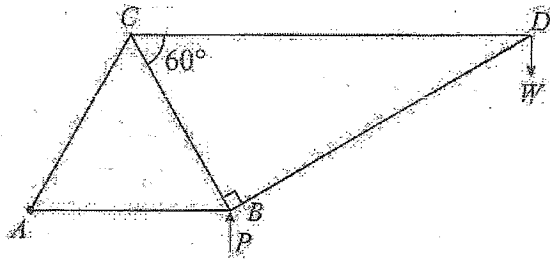
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{11}{4\sqrt{3}}\right). \quad (5)$$

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, එමායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සහතිකය AB, BC, CA, CD හා DB සැහැල්ලු දඬු පහතින් සමන්විත වේ. $AB = BC = CA = 2a$, $\angle CBD = 90^\circ$ හා $\angle BCD = 60^\circ$ බව දී ඇත. W භාරයක් D සන්ධියෙන් පිළිලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හිදී අවලු ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සහතිකය AB සිරස්ව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එසව B සන්ධියෙහිදී සිරස්ව උඩු අතට යෙදූ P බලයක් මගිනි.

(1) *පීඨ* නගය පොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් D , C හා B සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

එ නිසිනි, දැඩිවල ප්‍රකාශය, ආකර්ෂී ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

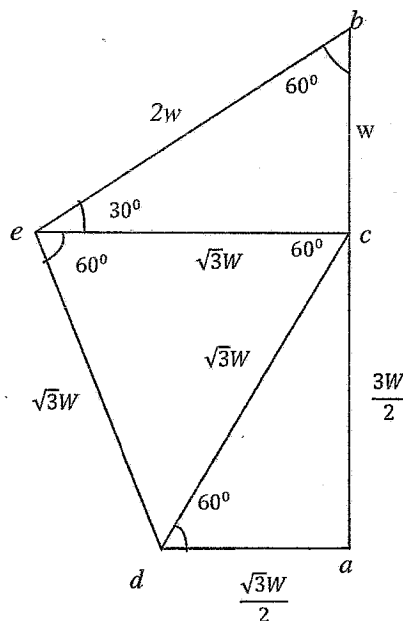


$$\begin{aligned} \text{CD} &= 2a \sec 60^\circ \\ &= 4a \end{aligned}$$

$$\textcircled{A} \quad P \times 2a - W \times (a + 4a) = 0 \quad \textcircled{5}$$

$$\therefore P = \frac{5W}{2}. \quad (5)$$

10



30

30

දිශාව	විශාලත්වය	ආතතය/තෙරපුම
AB	$\frac{\sqrt{3}W}{2}$	තෙරපුම
BD	$2W$	තෙරපුම
DC	$\sqrt{3}W$	ආතතය
CA	$\sqrt{3}W$	ආතතය
BC	$\sqrt{3}W$	තෙරපුම

50

50

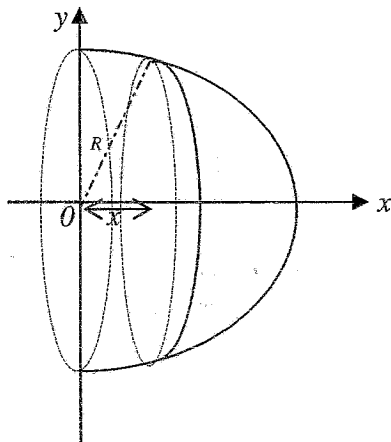
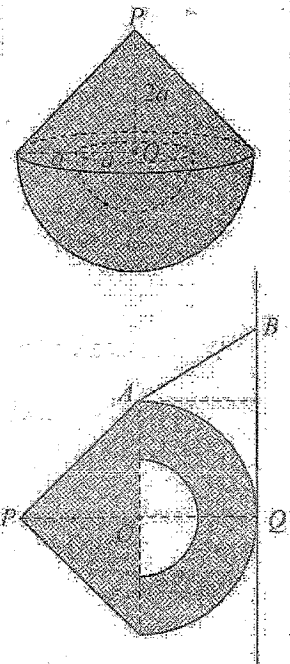
16. අරය a වූ ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{8}a$ දුරකින් පිහිටන බව හා උස h වූ ඒකාකාර සහ සෘජු-චාත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව ද පෙන්වන්න.

අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක් අරය $2a$, කේන්ද්‍රය O හා සන්තට්ඨය p වූ ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයකින් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. ඇත් පතුලෙහි අරය $2a$ හා උස $2a$ වූ සන්තට්ඨය $\lambda\rho$ වූ ඒකාකාර සහ සෘජු චාත්තාකාර කේතුවක් අර්ධ ගෝලයෙහි ඉතිරි කොටසට යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති ආකාරයට දැඩි ලෙස සවි කර ඇත. මෙලෙස සාදාගනු ලැබූ S වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\frac{(48\lambda + 157)}{8(4\lambda + 7)}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි P යනු S හි සහ කේතුවෙහි ශීර්ෂය වේ.

S හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, O හි පිහිටීම සඳහා λ හි අගය සොයන්න.

ඇත්, λ ට මෙම අගය ඇතුළු පිහිටු.

මුලින් දික්කළ PO රේඛාව S හි පිටත අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය තවදුරටත් ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. තව ද, A යනු S හි චාත්තාකාර ආරය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. S වස්තුවට රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A ලක්ෂ්‍යයට හා සිරස් බිත්තිය මත වූ B අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ඇති සැහැල්ලු අවිනාශකරණවලට ආධාරයෙනි. සමතුලිත පිහිටීමේදී S හි පිටත අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය මුලක්ෂ්‍යයෙහිදී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. O, A, B, P හා Q ලක්ෂ්‍ය බිත්තියට ලම්භ සිරස් තලයක පිහිටයි (යාබද රූපය බලන්න). $\mu \geq 1$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු S හි පිටත අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය හා බිත්තිය අතර ස්පර්ශණ සංගුණකය වේ.



සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x - අක්ෂය මත පිහිටයි.

(5)

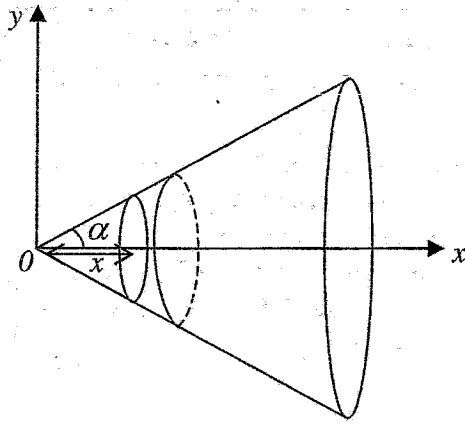
$OG = \bar{x}$. යැයි ගනිමු.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^a \pi(a^2 - x^2) \rho x dx}{\int_0^a \pi(a^2 - x^2) \rho dx} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\left(\frac{a^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^a}{\left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}}{a^3 - \frac{a^3}{3}}$$

$$= \frac{3a}{8} \quad (5)$$



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x - අක්ෂය මත පිහිටයි.

(5)

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi x^2 \tan^2 \alpha \cdot \rho x dx}{\int_0^h \pi x^2 \tan^2 \alpha \cdot \rho dx} \quad (5) + (5)$$

$$= \frac{\frac{x^4}{4} \Big|_0^h}{\frac{x^3}{3} \Big|_0^h} \quad (5)$$

$$= \frac{\frac{h^4}{4}}{\frac{h^3}{3}} = \frac{3h}{4} \quad (5)$$

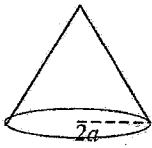
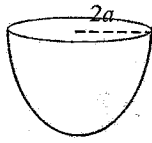
$\therefore$ පතුලෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට OG දුර

$$= h - \frac{3h}{4} = \frac{h}{4} \quad (5)$$

60

සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O හා P යා කරන රේඛාව මත පිහිටයි.

5

වස්තුව	ස්කන්ධය	ස්.කේ.ව P සිට දුර
	$\frac{1}{3}\pi(2a)^2 2a\lambda\rho$ $=\frac{8}{3}\pi a^3\lambda\rho=4\lambda m$	$\frac{3}{4}(2a)=\frac{3a}{2}$
	$\frac{2}{3}\pi(2a)^3\rho$ $=\frac{16}{3}\pi a^3\rho=8m$	$2a+\frac{3}{8}(2a)$ $=\frac{11a}{4}$
	$\frac{2}{3}\pi a^3\rho=m$	$2a+\frac{3a}{8}$ $=\frac{19}{8}a$
S	$(4\lambda+7)m$	$\bar{x}$

35

මෙහි $m=\frac{2}{3}\pi a^3\rho$.

$$4\lambda m \times \frac{3a}{2} + 8m \times \frac{11a}{4} - m \times \frac{19a}{8} = (4\lambda+7)m \times \bar{x} \quad (10)$$

$$6\lambda a + 22a - \frac{19}{8}a = (4\lambda+7)\bar{x}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{(48\lambda+157)}{8(4\lambda+7)}a. \quad (5)$$

55

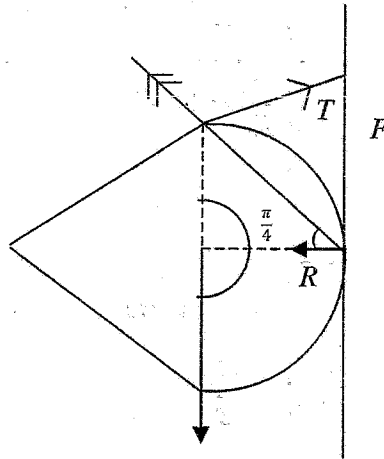
$$\bar{x} = 2a. \quad (5)$$

$$\frac{48\lambda+157}{8(4\lambda+7)}a = 2a \quad (5)$$

$$\therefore 48\lambda+157 = 64\lambda+112$$

$$\therefore \lambda = \frac{45}{16}. \quad (5)$$

15



$$\frac{F}{R} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad (15)$$

$$\mu \geq \frac{F}{R} \Rightarrow \mu \geq 1. \quad (5)$$

17.(a) පාරික්ෂණයක් සඳහා අයදුම්කරුවන් 10 ක් සහභාගී කරගෙන ඇත. ඔවුන්ගෙන් 2 ක් සහ 3 ක් B_1 පෙට්ටියක අඩංගු වේ. බෝල 3 ක් B_1 පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස, ඒවා B_2 පෙට්ටියකට මාරු කරනු ලැබේ. ඉන්පසු B_2 පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) B_2 පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය සුදු පාට වීමේ,

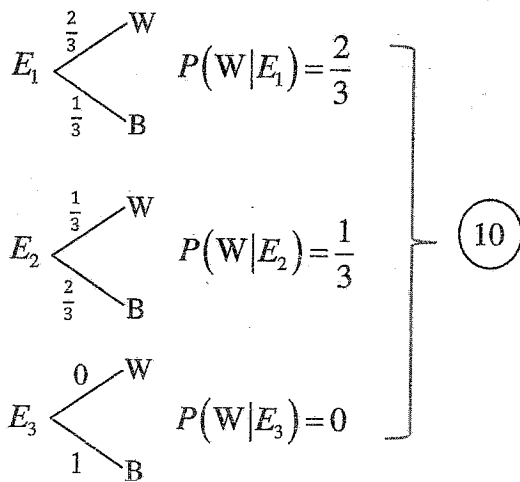
(ii) B_2 පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබූ බෝලය සුදු පාට බව දී ඇති විට, B_1 පෙට්ටියෙන් B_2 පෙට්ටිය තුළට සුදු පාට බෝල 2 ක් හා කළු පාට බෝල 1 ක් මාරු කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

B_1 න් ඉවතට ගත් බෝල 3 න් i බෝල කළු පාට වීමේ සිද්ධිය E_i යැයි ගනිමු; $i = 1, 2, 3$.

$$\text{එවිට, } P(E_1) = \frac{{}^3C_1 {}^2C_2}{{}^5C_3} = \frac{3}{10}, \quad (10)$$

$$P(E_2) = \frac{{}^3C_2 {}^2C_1}{{}^5C_3} = \frac{6}{10}, \quad (10)$$

$$P(E_3) = \frac{{}^3C_3}{{}^5C_3} = \frac{1}{10}. \quad (10)$$



මුළු සම්භාවිතා නියමයෙන් :

$$P(W) = P(W|E_1)P(E_1) + P(W|E_2)P(E_2) + P(W|E_3)P(E_3)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} + 0 \times \frac{1}{10} \quad (10)$$

$$= \frac{2}{5}. \quad (5)$$

බෙස් ප්‍රමේය :

$$P(E_1|W) = \frac{P(W|E_1) \cdot P(E_1)}{P(W)} \quad (10)$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}$$

$$= \frac{1}{2} \quad (5)$$

15

(b) සිසුන් 20 දෙනෙකු ප්‍රභේදීකාවක් විසඳීම සඳහා ගත් කාලයන් එම එක් එක් කාලයෙන් 10 ක් අඩුකර ඉන්පසු 2 හ් බෙදීම මගින් කේත කර ඇත.

සංඛ්‍යාත 2 ක් අතුරුදහන් වූ කේත කළ දත්තයන්හි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දී ඇත:

කේත කළ කාලයන් (මිනිත්තු වලින්)	සංඛ්‍යාතය
0 - 2	2
2 - 4	f_1
4 - 6	9
6 - 8	f_2
8 - 10	1

කේත කළ කාලයන්හි නිමානය කළ මධ්‍යන්‍යය මිනිත්තු 4.4 බව දී ඇත. $f_1 = 6$ හා $f_2 = 2$ බව පෙන්වන්න. මේක කළ කාලයන්හි සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

දැන්, ප්‍රභේදීකාව විසඳීම සඳහා ගත් සෑම කාලයන්හි මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

කේත කළ කාලයන් (මිනිත්තු වලින්)	f_i	x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0 - 2	2	1	2	2
2 - 4	f_1	3	$3f_1$	$9f_1 = 54$
4 - 6	9	5	45	225
6 - 8	f_2	7	$7f_2$	$49f_2 = 98$
8 - 10	1	9	9	81
			$56 + 3f_1 + 7f_2$	460

$$12 + f_1 + f_2 = 20$$

$$\therefore f_1 + f_2 = 8 \quad \text{-----(1)} \quad (5)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} = \frac{56 + 3f_1 + 7f_2}{20} = 4.4 \quad (10)$$

$$\therefore 3f_1 + 7f_2 = 32 \quad \text{-----(2)} \quad (5)$$

$$(1), (2) \Rightarrow f_1 = 6 \text{ and } f_2 = 2 \quad (5)$$

25

$$\begin{aligned} \text{සම්මත අපගමනය} &= \sqrt{\frac{460}{20} - (4.4)^2} \quad (10) + (5) \\ &= \sqrt{3.64} \quad (5) \\ &\approx 1.91 \end{aligned}$$

↑
for 460

මාන පරාස : 4-6

$$\text{මානය} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

$$= 4 + \left(\frac{9-6}{(9-6) + (9-2)} \right) \times 2 \quad (5)$$

$$= 4 + \left(\frac{3}{3+7} \right) \times 2$$

$$= 4.6 \quad (5)$$

30

y යනු සැබෑ කාලය යැයි ගනිමු.

එවිට, $x = \frac{y-10}{2}$.

$\therefore y = 2x + 10$. (5)

$\bar{y} = 2\bar{x} + 10$

$\therefore \bar{y} = 2 \times 4.4 + 10$

සැබෑ මාධ්‍යන්‍යය = 18.8 (5)

$\sigma_y = 2\sigma_x$ (5)

සැබෑ සම්මත අපගමනය = $2 \times \sqrt{3.64} \approx 2 \times 1.91 = 3.82$ (5)

සැබෑ මානය = $2 \times 4.6 + 10$

= 19.2 (5)

25

ORDER A/L $a+b^2$ TERM TEST PAPERS, SHORT NOTES, WORKBOOKS & REVISION BOOKS

SINHALA, ENGLISH & TAMIL MEDIUM



LOL BOOK STORE

CASH ON DELIVERY AND KOKO PAYMENT AVAILABLE

0717774440 (WHATSAPP)

WWW.LOL.LK