

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය: **උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ පමණි**

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

අනුමත පත්‍ර පරික්ෂකවරුන්ගේ
 අධීක්ෂණය සඳහා පමණි

11. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^2 - 2kx - k^2 - 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට ශුන්‍ය නොවන තාත්වික හා ප්‍රතිනිත මූල දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ද, $r = \frac{1}{2\alpha}$ හා $s = \frac{1}{2\beta}$ යැයි ද ගනිමු.

r හා s මූල ලෙස ඇති වර්ගභේද සමීකරණය $4(k^2 + 1)x^2 + 4kx - 1 = 0$ බව හා $|r - s| = \frac{\sqrt{2k^2 + 1}}{k^2 + 1}$ බව පෙන්වන්න.

$y = x^3 + 9x^2 + 3x + 1$ හා $y = x^3 + x^2 - x + 2$ හි ප්‍රස්ථාරවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර තිරස් දුර $\frac{\sqrt{3}}{2}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.

(b) (i) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $(x - a)$ යන්න $p(x)$ බහුපදයක සාධකයක් නම්, $p(x) - (x - a)p'(x) = (x - a)^2 s(x)$ වන පරිදි $s(x)$ බහුපදයක් පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි $p'(x)$ යනු $p(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය වේ.

(ii) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = x^3 - \lambda x^2 - 2x - (x - 2)(3x^2 + \mu x - 2)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ. $(x - 2)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව ද $(x - 1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -3 බව ද දී ඇත. $\lambda = 1$ හා $\mu = -2$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (i) භාවිතයෙන්, $(x - 2)^2$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව අපේක්ෂා කරන්න.

12. (a) එකිනෙකින් වෙනස් පොත් පහක්, A, B හා C යන සිසුන් තිදෙනෙකු අතරේ බෙදා දිය යුතුව ඇත.

(i) A ට හරියටම පොත් 2 කුත්, B ට හරියටම පොත් 2 කුත් හා C ට හරියටම 1 පොතකුත්,

(ii) එක් එක් සිසුවාට අවම වශයෙන් 1 පොතක්

ලැබිය හැකි වෙනස් විධි ගණන සොයන්න.



(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{7r+4}{r(r+1)(r+2)}$, $f(r) = \frac{A}{r}$ හා $g(r) = \frac{B}{r+1}$ යැයි ගනිමු; මෙහි A හා B තාත්කලීක නියත වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = [f(r) - f(r+2)] + [g(r) - g(r+1)]$ වන පරිදි A හා B හි අගයන් සොයන්න.

ඒ හරහින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{9}{2} - \frac{2}{n+1} - \frac{5}{n+2}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඵලතාපය සොයන්න.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{r=1}^{2n} U_r + m \sum_{r=1}^{n-1} U_{n-r} \right) = 18$ වන පරිදි m තාත්කලීක නියතයෙහි අගය සොයන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 4+a & 7 \\ 6 & 7 \\ 3a & 4 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

A^{-1} පවතින පරිදි a හි අගයන් සොයන්න.

a ඇසුරෙන් AB සොයන්න.

$B^T A^T = C$ වන පරිදි a හි අගය නිර්ණය කරන්න.

a හි මෙම අගය සඳහා, $A - A^{-1} = 3I$ බව පෙන්වන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $w = -\frac{\sqrt{2}(3+i)}{(1+2i)}$ යැයි ගනිමු. $|w| = 2$ හා $\text{Arg } w = \frac{3\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$|z| = 2$ හා $\text{Arg } z = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

තවද, ආගන්ධ සටහනක් මත A හා B යනු, පිළිවෙළින් z හා w සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. $AB^2 = 8 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ බව පෙන්වන්න.

AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. AOC ත්‍රිකෝණය භාවිතයෙන් $\sin^2\left(\frac{5\pi}{24}\right) = \frac{1}{8}(4 + \sqrt{2} - \sqrt{6})$ බව අපෝහනය කරන්න; මෙහි O මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

(c) $m \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. $(1 + \sqrt{3}i)^{3m}(1+i)^8 = 2^{3m+4}$ බව දී ඇත.

m හි අවුතම අගය සොයන්න.

14. (a) $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා, $f(x) = \frac{x^2 + x + p}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p \in \mathbb{R}$ වේ. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරය, x -ඛණ්ඩාංකය $-\frac{1}{3}$ වන ලක්ෂ්‍යයකදී, එහි තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය ඡේදනය කරන බව දී ඇත. $p = 2$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා $f'(x) = -\frac{(3x+5)}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසා, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය $f''(x)$ යන්න $\mathbb{R} - \{1\}$ සඳහා $f''(x) = \frac{6(x+3)}{(x-1)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයට $(-3, \frac{1}{2})$ හිදී නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

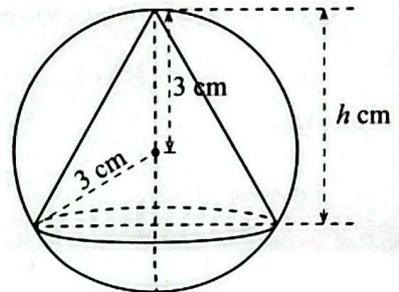
හැරුම් ලක්ෂ්‍යය, ස්පර්ශෝන්මුඛ හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය 3 cm ක් වූ ගෝලයක සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් අන්තර්ගත කළ යුතුව ඇත.

කේතුවේ උස h cm යැයි ගනිමු. කේතුවේ පරිමාව V cm³ යන්න

$$V = \frac{\pi}{3}(6h^2 - h^3)$$
 මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තවද, ගෝලය තුළ අන්තර්ගත කළ හැකි විශාලතම එබඳු කේතුව ලැබෙන්නේ $h = 4$ වන විට බව පෙන්වන්න.



15. (a) $k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\int \frac{\sqrt{x}}{(1-k^2x)} dx$ සොයන්න.

(b) $0 < x < \frac{\pi}{4}$ සඳහා $\frac{d}{dx} \left\{ \ln \left(\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} \right) \right\} = \frac{2}{\cos 2x}$ බව පෙන්වන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int (\cos 2x) \ln \left(\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} \right) dx$ සොයන්න.

(c) a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{3})}{\sin x + \cos(x + \frac{\pi}{3})} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos(x + \frac{\pi}{3})} dx$$
 බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{3})}{\sin x + \cos(x + \frac{\pi}{3})} dx = \frac{\pi}{12}$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

16. O මූල ලක්ෂ්‍යය ද, $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$ යැයි ද ගනිමු. $\triangle AOB$ හා $\triangle OAB$ කෝණවල කෝණ සමවිච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයා, මෙම කෝණ සමවිච්ඡේදක $D \equiv \left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

D සිට OA රේඛාවට ලම්බ දුර සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනම ස්පර්ශ කරන C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

C_1 වෘත්තය, OA හා AB ස්පර්ශ කරන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් E හා F යැයි සිතමු. A, E හා F ලක්ෂ්‍ය හරහා යන C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය $4x^2 + 4y^2 - 9x - 13y + 15 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C_1 හා C_2 වෘත්තයන්හි ඡේදනය ප්‍රලම්බ දැයි නිර්ණය කරන්න.

17. (a) $\sin A, \sin B, \cos A$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A + B)$ ලියා දක්වන්න.

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ බව ඉපේහභය කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\cot \theta - 2 \tan \theta = \sin 2\theta$ සමීකරණය $a \cos^4 \theta + b \cos^2 \theta + c = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a, b හා c තාත්ත්වික නියත වේ.

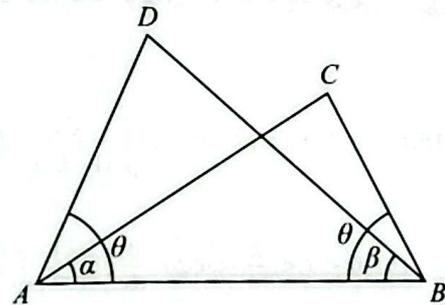
එ නිසි, $\theta = \cos^{-1} \sqrt{\frac{\sqrt{17}-1}{4}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) තලයක් මත A, B, C හා D ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $\angle BAD = \angle ABC = \theta$ හා $3AD = 4BC$ වන පරිදි ය.

$\angle BAC = \alpha$ හා $\angle ABD = \beta$ යැයි ගනිමු. (රූපය බලන්න.)

සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\frac{BC}{AD} = \frac{\sin \alpha \sin(\theta + \beta)}{\sin \beta \sin(\theta + \alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

$\cot \theta = 3 \cot \alpha - 4 \cot \beta$ බව ඉපේහභය කරන්න.



(c) පහත සමගාමී සමීකරණ, x හා y සඳහා විසඳන්න:

$$\sin^{-1} \sqrt{x} = \cos^{-1} \sqrt{y}$$

$$\tan(\tan^{-1} 3x - \tan^{-1} 2y) + \tan(\tan^{-1} 3y - \tan^{-1} 2x) = 1.$$

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය සියලු ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමට පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමට යොදාගන්න.

විභාග අංකය
 අමතර පළාත් විභාග කාලය සඳහා පමණි

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ෫ මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

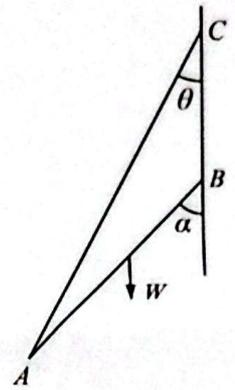
එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

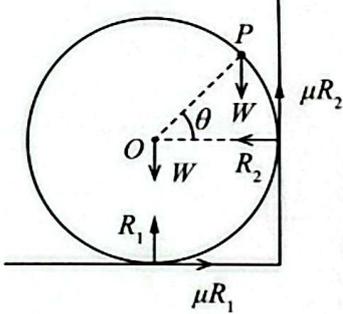
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

7. බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් යටිතල සිරස සමග α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් වන අතර B ට සිරස්ව ඉහළින් වූ C ලක්ෂ්‍යයකදී බිත්තියට ඇදූ සැහැල්ලු අච්ඡානත තන්තුවක් මගින් අතෙක් A කෙළවර රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි එල්ලීමෙනි. තන්තුව තදව ඇති අතර එය යටිතල සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ හා තන්තුව, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටා ඇත. $\tan \alpha = 2 \tan \theta$ බව පෙන්වන්න.



.....

8. බර W වූ P අංශුවක්, කේන්ද්‍රය O , අරය a හා බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තුනී තැටියක ගැටියට සවි කර ඇත. රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තැටිය සමතුලිතව ඇත. තැටිය හා ගෙබිම අතර සර්ඡණ සංගුණකය μ වන අතර තැටිය හා බිත්තිය අතර ද එය μ ම වේ. OP තිරස සමග θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) කෝණයක් සාදන විට තැටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇති බව දී ඇත. තැටිය මත ක්‍රියාකරන බල රූපයේ ලකුණු කර ඇත.



$\cos \theta = \frac{2\mu(\mu+1)}{\mu^2+1}$ බව පෙන්වන්න.

.....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

ලිඛිත පත්‍ර ස්වකාරකයාගේ
 ස්වකාරකයාගේ පදනම

10 S II

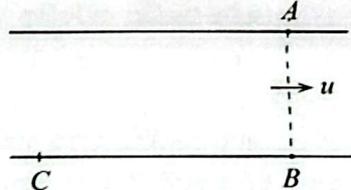
B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

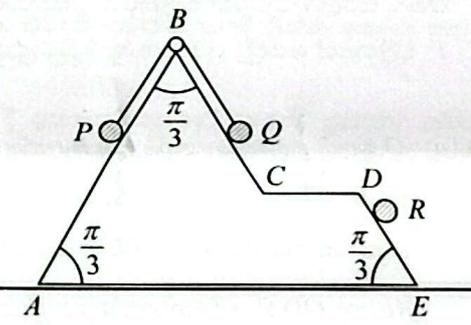
11. (a) නියත $f \text{ m s}^{-2}$ මන්දනයකින් සරල රේඛාවක් දිගේ ගමන් කරන P අංශුවක්, කාලය $t = 0 \text{ s}$ හිදී 60 m s^{-1} ක ප්‍රවේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරයි; මෙහි $f > 0$ වේ. P අංශුව නිශ්චලතාවයට පැමිණි වනාම, එය O දෙසට $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් චලනය වේ. O හි නිශ්චලතාවයේ පැවති තවත් Q අංශුවක්, කාලය $t = \frac{30}{f} \text{ s}$ හිදී $f \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් එම සරල රේඛාව දිගේම P දෙසට චලනය ආරම්භ කර, 30 m s^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබාගත් පසු එම නියත ප්‍රවේගයම පවත්වා ගෙන යයි. Q අංශුව නියත ප්‍රවේගයට පැමිණ තත්පර 10 කට පසු Q අංශුව P අංශුව හමුවේ. එකම රූපසටහනක, $t = 0 \text{ s}$ සිට P හා Q හමුවන තෙක්, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
 $f = 3$ බවත් O සිට අංශු හමුවන ලක්ෂ්‍යයට දුර 450 m බවත් පෙන්වන්න.

(b) සමාන්තර සෘජු ඉවුරු සහිත පළල a වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලයි. රූපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඉවුරු මත පිහිටා ඇත්තේ AB ඉවුරුවලට ලම්බක හා $BC = 2a$ වන පරිදි ය. P හා Q බෝට්ටු දෙකක් පිළිවෙළින් A හා B හිදී එකම මොහොතකදී තම ගමන් ආරම්භ කරයි. P බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $2\sqrt{5}u$ ප්‍රවේගයකින් AC දිශාවට ගමන් කරයි. Q බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $\sqrt{2}u$ වේගයකින් පොළොවට සාපේක්ෂව BA දිශාවට ගමන් කරයි. එකම රූපයක, P හි හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.



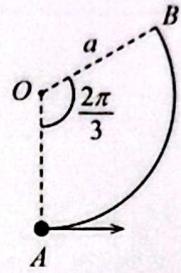
පොළොවට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයත් පොළොවට සාපේක්ෂව Q හි වේගයත් සොයන්න.
 තවද, Q ට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයේ දිශාවත් ඒ තහඩ්, P හා Q අතර කෙටිම දුරත් සොයන්න.

12. (a) ස්කන්ධය 10m වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ ABCDE සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. AE අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක තබා ඇත. තවද, AB, BC හා DE ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බැවුම් රේඛා වන අතර, CD, AE ට සමාන්තර ද $\hat{EAB} = \hat{ABC} = \hat{DEA} = \frac{\pi}{3}$ ද වේ.
 ස්කන්ධ පිළිවෙළින් 5m, m හා m වන P, Q හා R අංශු තුනක්, පිළිවෙළින් AB, BC හා DE මත අල්වා තබා ඇත. B හිදී කුට්ටියට සවි කර ඇති සුමට සැහැල්ලු කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට P හා Q අංශු ඇඳා ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පිහිටුමේ සිට තන්තුව තදව ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. කුට්ටියෙහි ත්වරණයත්, කුට්ටිය මගින් P මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



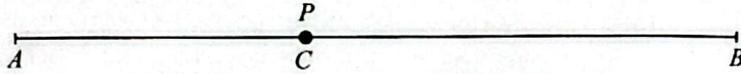
[අවමයේ පිටු බලන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය a ද, කේන්ද්‍රය O ද හා $\angle AOB = \frac{2\pi}{3}$ ද වූ වෘත්තාකාර වාපසක හැඩැති AB සුමට තුනී දෘඪ කම්බියක්, OA සිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ සුමට කුඩා පබලුවක් A හි තබා $\sqrt{\frac{7ga}{2}}$ වේගයකින් කම්බිය දිගේ ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. පබලුව O වටා θ ($0 < \theta \leq \frac{2\pi}{3}$) කෝණයකින් හැරී ඇති විට එහි v වේගය $v^2 = \frac{ga}{2}(3 + 4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



තවද, කම්බිය හැර ගිය පසු, පබලුව නැවත A වෙත පැමිණෙන බව පෙන්වා, පබලුව A කරා ළඟා වන විට එහි වේගය සොයන්න.

13. $AB = 16a$ වන පරිදි, A හා B අවල ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වන S_1 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර S_1 හි අනෙක් කෙළවර A ට ඇඳා ඇත. තවද, ස්වභාවික දිග $4a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වන දෙවන S_2 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ද P ට ඇඳා ඇති අතර S_2 හි අනෙක් කෙළවර B ට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, C ලක්ෂ්‍යයකදී P අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතී.



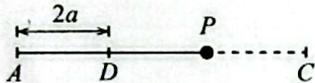
AC හි දිග හා BC හි දිග සොයන්න.

දැන්, P අංශුව B දෙසට $2a$ දුරක් ඇද, නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \omega^2(x - 6a) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වන අතර ω (> 0) නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

$X = x - 6a$ ලෙස ගෙන, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ ආවර්ත කාලය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, මෙම චලිතයේ විස්තාරය c ද, P හි උපරිම වේගය ද සොයන්න.

මෙම චලිතයේදී P , C ට ළඟා වන පළමු මොහොතේදී, S_2 තන්තුව කපනු ලැබේ.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, D යනු $AD = 2a$ වන පරිදි වූ AC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. C සිට D දක්වා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \omega_1^2 y = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වන අතර ω_1 (> 0) නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $\sqrt{\frac{68}{3}}a$ බව පෙන්වන්න.

P චලිතයේ යෙදවූ මොහොතේ සිට එය A ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන තෙක් ගත වූ මුළු කාලය සොයන්න.

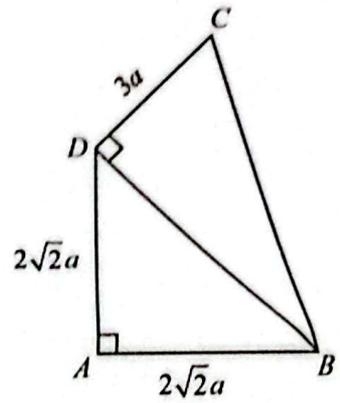
14.(a) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $\vec{OC} = 2\vec{OB}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. තවද, D යනු DC, AB ට සමාන්තර හා AD, AB ට ලම්බ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\vec{OD} = -\frac{8}{5}\mathbf{i} + \frac{11}{5}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

AB හා OD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E යැයි ගනිමු.

$\vec{AE} = \frac{1}{10}\vec{AB}$ බව පෙන්වන්න.

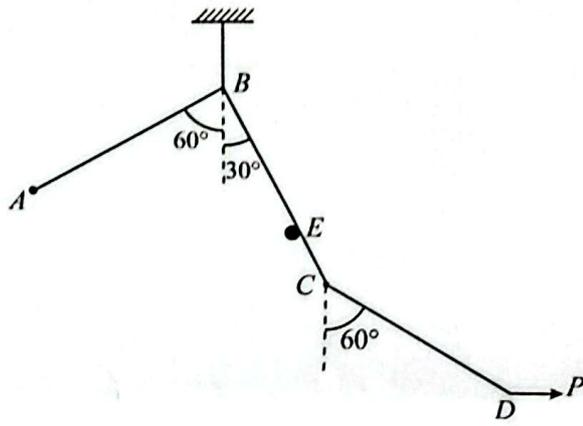


(b) $\angle BAD = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$, $AB = AD = 2\sqrt{2}a$ හා $CD = 3a$ වූ $ABCD$ තල චතුරස්‍රයක් රූපයෙහි දැක්වේ. විශාලත්ව $3P, 3P, 2\sqrt{2}P, 5\sqrt{2}P$ හා $3\sqrt{2}P$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, AD, BD, BC හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය, විශාලත්ව aP හා βP වූ පිළිවෙළින් AB හා AD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරන බල දෙකකට හා වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය M වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. a, β හා M හි අගයන් සොයන්න.



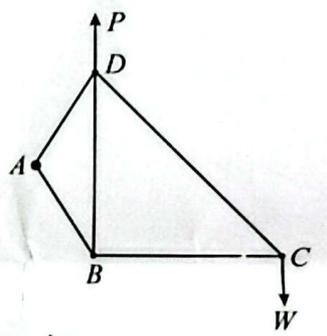
දැන්, ඉහත බල පද්ධතියට, චතුරස්‍රයේ තලයෙහි ක්‍රියාකරන බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය D හරහා යන පරිදි ය. එකතු කළ බල යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.

15.(a) $4a$ සමාන දිගින් යුත් හා බර පිළිවෙළින් $W, 2W$ හා W වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් B සන්ධියට ඇඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, තිරස් සිවිලිමක් මත B ට සිරස්ව ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, AB හා CD දඬු එක එකක් සිරස් සමග 60° ක කෝණයක් ද BC දණ්ඩ සිරස් සමග 30° ක කෝණයක් ද සාදමින් හා තන්තුව තදව ඇතිව දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ $BE = 3a$ වන පරිදි E හි ඇති අවල සුමට නාදැත්තක් මත BC දණ්ඩ තැබීමෙන් හා, D හිදී විශාලත්වය P වූ තිරස් බලයක් යෙදීමෙනි.



- (i) P හි අගය සොයන්න.
- (ii) නාදැත්ත මගින් BC දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{W}{3}$ බව පෙන්වන්න.
- (iii) තන්තුවෙහි ආතතිය සොයන්න.

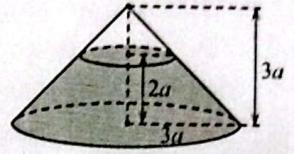
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AB = AD = 2a$, $BC = BD = 2\sqrt{3}a$ හා $\angle CBD = \frac{\pi}{2}$ බව දී ඇත. C සන්ධියේදී W බරක් එල්ලා, රාමු සැකිල්ල A හිදී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසවු කර, BC තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ D සන්ධියේදී සිරස්ව උඩු අතට යෙදූ විශාලත්වය P වූ බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.



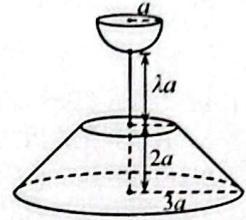
ඒ නමින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් සොයන්න.

16. අරය a වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද, උස h වූ ඝන ඒකාකාර සාජු-වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

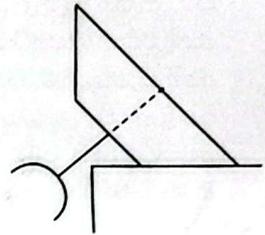
උස $2a$ වූ ඡින්නකයක් සාදා ඇත්තේ, පතුලේ අරය $3a$ හා උස $3a$ වන ඝන ඒකාකාර සාජු-වෘත්තාකාර කේතුවකින්, එහි පතුලට සමාන්තර තලයක් හරහා කපා, කුඩා සාජු-වෘත්තාකාර කේතුව ඉවත් කිරීමෙනි. (යාබද රූපය බලන්න). ඡින්නකය සෑදීම සඳහා ඉවත් කළ සාජු-වෘත්තාකාර කේතුවේ ස්කන්ධය m වේ. ඡින්නකයේ ස්කන්ධය $26m$ බව පෙන්වන්න.



අරය a හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක් හා ඉහත ඡින්නකය, දිග λa හා ස්කන්ධය m වන ඒකාකාර දණ්ඩක අන්තවලට දෘඪ ලෙස සවි කර, යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ, දණ්ඩක්, අර්ධගෝලාකාර කබොලේ කේන්ද්‍රයත්, ඡින්නකයේ අක්ෂයත් යන සියල්ල එකම සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි ය. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, ඡින්නකයේ විශාල වෘත්තාකාර පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{56}(15 + \lambda)a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



සංයුක්ත වස්තුව, තිරස් මෙසයක් මත, ඡින්නකයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මෙසය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය හරහා සිරස් හරස්කඩ යාබද රූපයේ දැක්වේ. සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $\lambda \leq \frac{11}{3}$ බව පෙන්වන්න.



17. (a) C පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 2 ක් අඩංගු වන අතර, D පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 1 ක් අඩංගු වේ. මෙම බෝල, පාටින් හැර අන් හැම අයුරකින්ම සමාන වේ. පළමුව, C පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස D පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. පසුව, D පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස C පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. දැන්, D පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

- (i) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,
- (ii) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට, පළමුව C පෙට්ටියෙන් D පෙට්ටියට මාරු කළ බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) බැංකුවක පාරිභෝගිකයින් 100 දෙනෙකුගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල දත්ත ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

ඉතුරුම්, රුපියල් දහස්වලින්	සංඛ්‍යාතය
10 – 30	35
30 – 50	40
50 – 70	15
70 – 90	10

ඉහත දත්ත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය, මාතය හා විචලතාවය සොයන්න. දැන්, අමතර පාරිභෝගිකයින් x සංඛ්‍යාවක් දත්ත ව්‍යාප්තියට එකතු කරන අතර ඒ සියලුදෙනා තනි පන්ති ප්‍රාන්තරයකට අයත් වන බව සොයාගන්නා ලදී. පාරිභෝගිකයින් $(100 + x)$ දෙනාගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල මධ්‍යන්‍යය රු. 40 000 බව දී ඇත. නව පාරිභෝගිකයින් x දෙනා අයත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය 30 – 50 බව පෙන්වන්න.
