01 පරිමිතිය

1-1 තල රූපවල පරිමිතිය

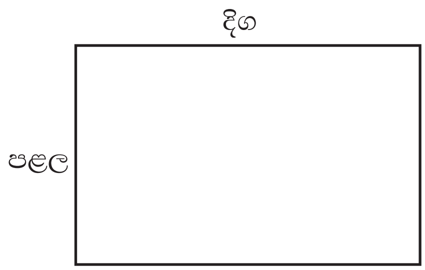
පරිමිතිය පිළිබඳ ව මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී අපි ඉගෙන ගෙන ඇත්තෙමු. ඉඩමක වටේ බැඳ ඇති වැටක දිග සෙවීම වැනි අවස්ථාවල දී ඉඩමේ පරිමිතිය සොයා ගැනීමට සිදු වේ.

තල රූපයක වටේ දිග පරිමිතිය ලෙස හැඳින්වේ.

ඒ සඳහා රූපය නිශ්චිත හැඩයක් වීම අවශ්‍ය නොවේ.

එය සෘජුකෝණාස්‍රයක් , සමචතුරස්‍රයක් , ත්‍රිකෝණයක් හෝ වෙනත් අවිධිමත් රූපයක් විය හැකිය.

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පන්ති කාමරයක වටේ දිග එනම් පරිමිතිය සෙවීමට ඇතැයි සිතමු. එහි දිග පැති දෙකක් ද,පළල පැති දෙකක් ද ඇති බැවින් දිග සහ පළල සොයා ගත් විට පරිමිතිය ගණනය කර ගත හැකි ය.



දිග දක්වන සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයක් ද පළල දක්වන සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයක් ද එකතු කිරීමෙන් හෝ දිග දක්වන සංඛ්‍යාවේ හා පළල දක්වන සංඛ්‍යාවේ එකතුව මෙන් දෙගුණයක් සෙවීමෙන් හෝ පරිමිතිය සොයා ගත හැකි ය.

සෘජුකෝණාස්‍රාකාරයේ පරිමිතිය $= 2 \times$ දිග $+ 2 \times$ පළල.

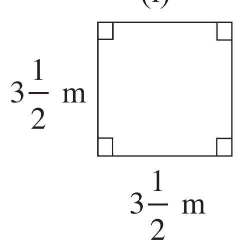
$= 2$ (දිග$+$ පළල)

මෙසේ විවිධ හැඩයේ රූපවල පරිමිතිය පහත සඳහන් අභ්‍යාසය මඟින් ගණනය කර බැලීමට උත්සාහ කරමු.

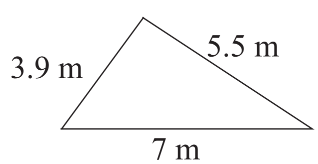
1-1 අභ්‍යාසය

(1) මෙම රූපවල පරිමිතිය සොයන්න.

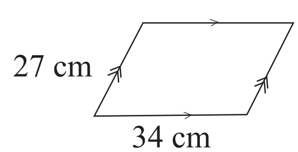
(i)



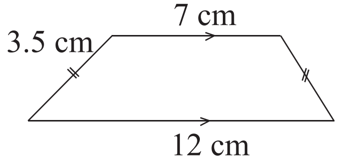
(ii)



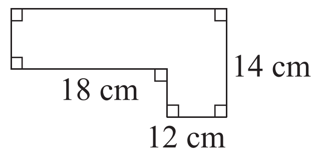
(iii)



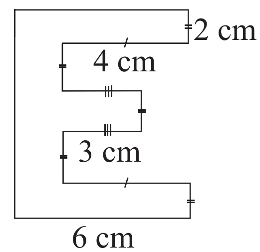
(iv)



(v)



(vi)

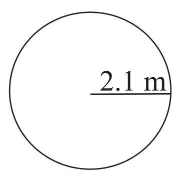


අරය r වූ වෘත්තයක පරිධිය c නම් $c = 2\pi r$ මගින් දැක්විය හැකි ය.

විශ්කම්භය d ලෙස සැලකුවිට $c = \pi d$ වේ.

(2) (i) විෂ්කම්භය 35 cm වූ වෘත්තයක පරිධිය සොයන්න.

(ii)



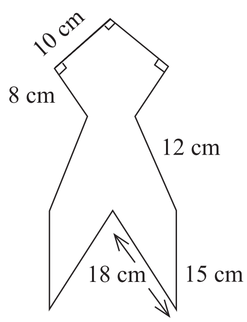
මෙම වෘත්තයේ පරිධිය ගණනය කරන්න.

(3) පරිධිය 22 cm වූ වෘත්තයක විෂ්කම්භය ගණනය කරන්න.

(4) අරය 3.5 m වූ වෘත්තාකාර මල්පාත්තියක පරිධියට සමාන පරිමිතියක් ඇති සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තවත් මල්පාත්තියක පළල 4 m නම් එහි දිග ගණනය කරන්න.

(5) ඇතුළත විෂ්කම්භය 1.75 m වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොන්ක්‍රීට් ආස්තර සාදනු ලබන අච්චුවකින් සාදාගත් ආස්තරයක පරිමිතිය ගණනය කරන්න.

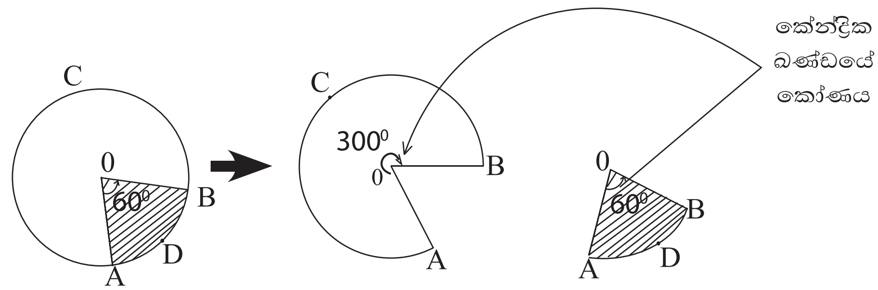
(6) පියුමි ඇයට විවේක ඇති අවස්ථාවල ඇගේ නිවසේ ආලින්දය අලංකාර කරගැනීම සඳහා සකස් කළ ද්විපාර්ශ්වික සමමිතියක් ඇති බිත්ති සැරසිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ.



මේ සැරසිල්ලේ දාරයේ නිමාව සඳහා ඇය ළඟ තිබූ $1\frac{1}{4}$ m ක් දිග වර්ණවත් රේන්දයක් යොදා ගැනීමට ඇ අදහස් කළා ය. මෙම රේන්ද ප්‍රමාණය ඒ සඳහා ප්‍රමාණවත් වේ ද? හේතු දක්වන්න.

1-2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල පරිමිතිය

වෘත්තයක අරයන් දෙකකින් හා චාපයකින් සීමා වූ ප්‍රදේශයක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ලෙස හඳුන්වයි. අරයන් දෙක අතර කෝණය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය වේ.



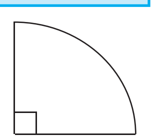
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමේ දී එම ඛණ්ඩය සම්පූර්ණ වෘත්තයෙන් කවර කොටසක් දැයි සොයා ගැනීම ඉතා වැදගත් වේ.

ඉහත OADB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය මුළු වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස $= \dfrac{60^0}{360^0} = \dfrac{1}{6}$

OACB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය මුළු වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස $= \dfrac{300^0}{360^0} = \dfrac{5}{6}$

දැන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කීපයක පරිමිතිය සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (1)



17.5 cm

අරය 17.5 cm වූ වෘත්තයක එකිනෙකට ලම්බ අරයන් දෙකක් ඇසුරින් ලබාගත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් රූප සටහනේ දැක්වේ. එහි පරිමිතිය සොයන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය = චාප දිග + 2 අරය

චාප කොටසේ දිග වෘත්තයේ පරිධියේ භාගයක් ලෙස $= \dfrac{90^0}{360^0} = \dfrac{1}{4}$

චාප කොටසේ දිග $= \dfrac{1}{4} \times 2\pi r$

$= \dfrac{1}{4} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times 17.5$

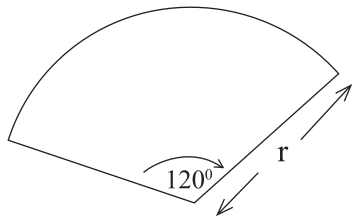
$= 27.5$ cm

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය $= 27.5 + 17.5 + 17.5$ cm

$= \underline{\underline{62.5 \text{ cm}}}$

නිදසුන (2)

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ මල්පාත්තියක් රූපයේ දැක්වේ. එහි කෝණය 120^0 වන අතර පරිමිතිය 43 m වේ. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය ගණනය කරන්න.



$$\text{අරය } r \text{ නම් චාප කොටසේ දිග} = \frac{120^0}{360^0} \times 2\pi r$$

$$= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$= \frac{44}{21} r$$

$$\text{අරයන් දෙකේ දිග} = 2r$$

$$\text{මල්පාත්තියේ පරිමිතිය} = \frac{44r}{21} + 2r$$

$$\frac{44r}{21} + 2r = 43$$

$$44r + 42r = 43 \times 21$$

$$86r = 43 \times 21$$

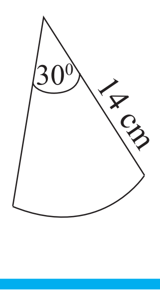
$$r = \frac{43 \times 21}{86}$$

(අරය) $\underline{\underline{r = 10.5 \text{ m}}}$

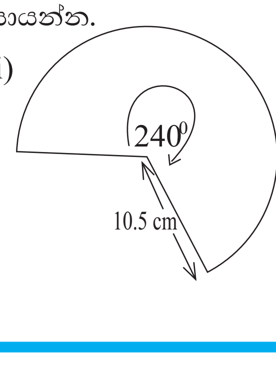
1-2 අභ්‍යාසය

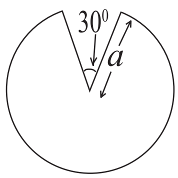
(1) මෙම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල පරිමිති සොයන්න.

(i)



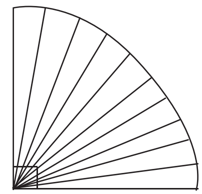
(ii)



(2) 

මෙම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය a නම් මෙහි පරිමිතිය සඳහා a ඇසුරින් ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න.

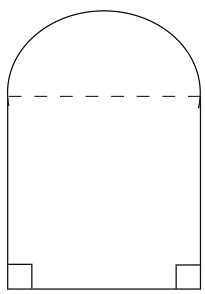
(3) පවන් සැලීම සඳහා භාවිත කරන අවානක් රූප සටහනේ දක්වේ. එය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ආකාරයට පිළියෙල කර ඇති අතර කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 90^0 කි. එහි පරිමිතිය 25 cm නම් අරය ගණනය කරන්න.



1-3 සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය

හැඩතල වර්ග කීපයක් එක් වීමෙන් සෑදුණු තලරූප සංයුක්ත තල රූප නමින් හැඳින්වේ. එවැනි ඒවායේ පරිමිතිය සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (3)



රූපයේ දක්වෙන්නේ පැත්තක දිග 2.8 m වූ සමචතුරස්‍රාකාර කොටසකින් හා අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් සමන්විත කුඩා පොකුණකි. පොකුණේ මතුපිට පෘෂ්ඨයේ පරිමිතිය සොයන්න.

චාප කොටසේ විෂ්කම්භය (d) = 2.8 m

චාප කොටසේ දිග $= \frac{1}{2}\pi d$

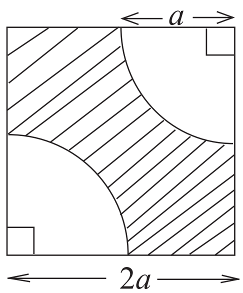
$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 2.8\text{ m}$

$= 4.4\text{ m}$

$= 4.4\text{ m} + 2.8\text{ m} + 2.8\text{ m} + 2.8\text{ m}$

$\therefore$ පොකුණේ පරිමිතිය $= \underline{\underline{12.8\text{ m}}}$

නිදසුන (4)



පැත්තක දිග $2a$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකින් අරය a බැගින් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් ඉවත්කර රූපයේ අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස ලබාගෙන ඇත. එම කොටසේ පරිමිතිය 100 cm ක් නම් සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ, පැත්තක දිග ගණනය කරන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප කොටසේ දිග $= \dfrac{90^0}{360^0}(2\pi r)$

$= \dfrac{1}{4} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times a$

$= \dfrac{11a}{7}$

අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය $= \dfrac{11a}{7} + \dfrac{11a}{7} + a + a + a + a$

$= \dfrac{22a}{7} + 4a$

$$\frac{22a}{7} + 4a = 100$$

$$22a + 28a = 100 \times 7$$

$$50a = 100 \times 7$$

$$a = \frac{100 \times 7}{50}$$

$$= 14 \text{ cm}$$

සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ පැත්තක දිග $= 2a$

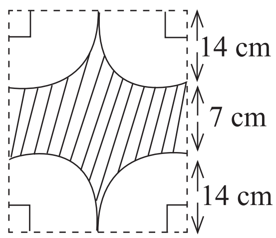
$= 2 \times 14$

$= \underline{\underline{28 \text{ cm}}}$

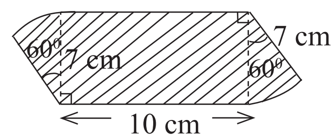
1-3 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ දී ඇති මිනුම් අනුව අඳුරු කළ කොටස්වල පරිමිතිය සොයන්න.

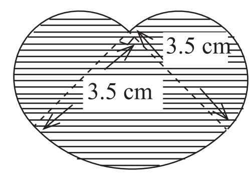
(i)



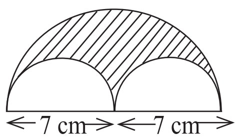
(ii)



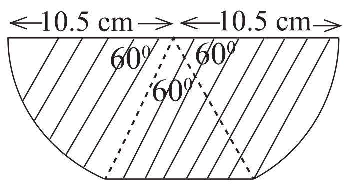
(iii)



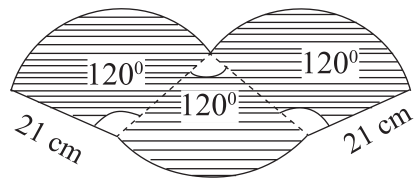
(iv)



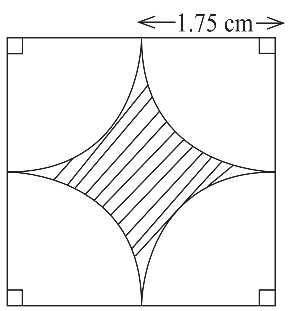
(v)



(vi)

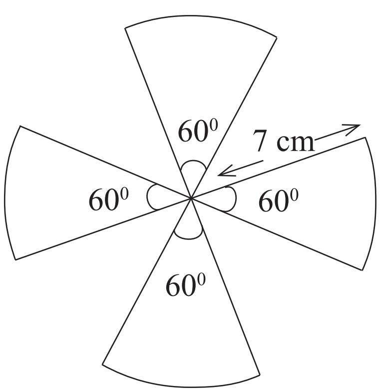


(2)



අරය 1.75 m ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 4ක් ඇසුරින් සකස් කළ මල් පාත්තියක් රූප සටහනේ දැක්වේ. එහි අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

(3)



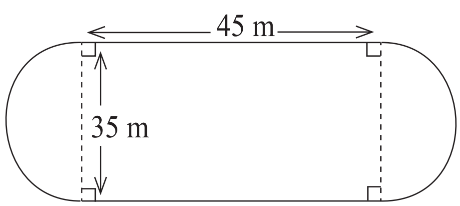
කම්බියක් නමා ලබා ගත් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 4ක් ඇසුරෙන් සාදා ඇති මෙම කම්බි රාමුවට අවශ්‍ය වූ කම්බි ප්‍රමාණයේ අවම දිග සොයන්න.

සාරාංශය

* තල රූපයක පරිමිතිය යනු එහි මායිමේ මුළු දිග වේ.
* කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීම සඳහා චාප කොටසේ දිග, අරය මෙන් දෙගුණයකට එකතු කළ යුතු වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

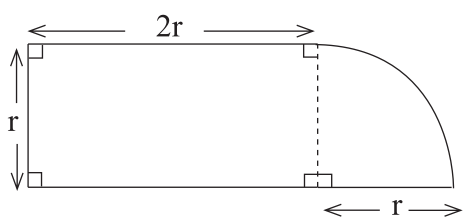
(1) රූපයේ දැක්වෙන්නේ ක්‍රීඩා පිටියක ඇති ධාවන පථයකි.



(i) ධාවන පථයේ පරිමිතිය සොයන්න.

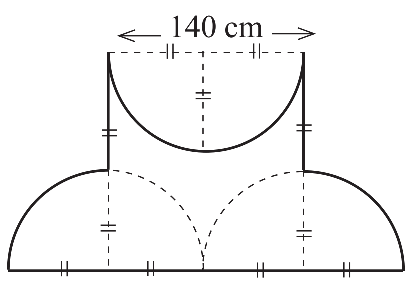
(ii) මෙම ධාවන පථය වටා වටයක් ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනයේ යෙදීමට ක්‍රීඩකයකුට තත්පර 25ක කාලයක් ගත වේ. ක්‍රීඩකයා ගේ වේගය තත්පරයට මීටරවලින් ගණනය කරන්න.

(2)



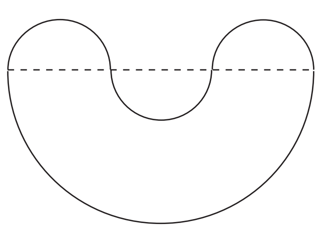
දී ඇති මිනුම් අනුව මෙම සංයුක්ත රූපයේ පරිමිතිය සඳහා වීජීය ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න.

(3)



රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ දැන්වීම් පුවරුවක තදින් අඳුරු කර ඇති මායිම් වල වර්ණවත් බල්බ වැලක් සවිකර ඇත. දී ඇති දත්ත අනුව එම බල්බ වැලේ දිග සොයන්න.

(4)



එකම තරමේ කුඩා අර්ධ වෘත්ත චාප 3 කින් හා විශාල අර්ධ වෘත්ත චාපයකින් සමන්විත ධාවන මාර්ගයක් රූපයේ දැක්වේ. කුඩා චාපයක විෂ්කම්භය 105 m නම් ධාවන පථයේ මුළු දුර සොයන්න.

02 වර්ගමූලය

2-1 වර්ගමූලය

2-1-1 පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සෙවීම.

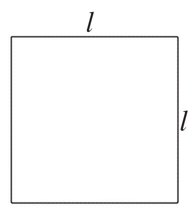
සංඛ්‍යාවක් සමාන සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි නම් එම සාධක දෙකෙන් එක් සාධකයක් මුල් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය වේ.

පැත්තක දිග 10 m වන සමචතුරස්‍රාකාර ඉඩම් කට්ටියක වර්ගඵලය ගණනය කරන අන්දම පහත දැක්වේ.

ඉඩම් කැබැල්ලක වර්ගඵලය $= 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$

$= 100 \text{ m}^2$

එහෙත් වර්ගඵලය 100 m^2 වන හරි හතරැස් ඉඩම් කැබැල්ලක පැත්තක දිග කොපමණ දැයි ඇසූ විට එය ලබා ගැනීමට වර්ගමූලය නම් ගණිත කර්මය යොදා ගැනීමට පුළුවන. එය පහත අයුරු වේ.



ඉඩම් කැබැල්ලේ වර්ගඵලය $= l \times l$

$$l^2 = 100\, m^2$$

$$\sqrt{l^2} = \sqrt{100\, m^2}$$

$$l = 10\, m$$

මෙය සාධක දනුම භාවිත කර සොයන අන්දම මෙසේය.

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$100 = (2 \times 2)(5 \times 5)$$

$$\sqrt{100} = \sqrt{2^2 \times 5^2}$$

$$\sqrt{100} = 2 \times 5$$

$$= 10$$

මේ ආකාරයට සාධක දනුම භාවිතයෙන් පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සෙවිය හැක.

නිදසුන (1) 324 පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවකි. එහි වර්ගමූලය සොයමු.

324 ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියමු.

$$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3)$$

$$324 = 18 \times 18$$

$$324 = 18^2$$

$$\therefore \sqrt{324} = \underline{\underline{18}} \text{ වේ.}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 324 \\ \hline 2 & 162 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

නිදසුන (2) $\sqrt{441}$ සොයමු.

441 ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියමු.

$$441 = 3 \times 7 \times 7 \times 3$$
$$441 = (3 \times 7) \times (3 \times 7)$$
$$441 = 21 \times 21$$
$$441 = 21^2$$
$$\therefore \sqrt{441} = \underline{\underline{21}}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 441 \\ \hline 7 & 147 \\ \hline 7 & 21 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

මෙම ක්‍රමයට සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි වන්නේ සංඛ්‍යාව පූර්ණ වර්ගයක් නම් පමණි.

2-2 සන්නිකර්ෂණයෙන් වර්ගමූලය සෙවීම

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා වර්ගමූලය සෙවිය නොහැකි සංඛ්‍යාවල පූර්ණ වර්ග නොවන සංඛ්‍යාවලවර්ගමූලය ආසන්න ලෙස සෙවීම සඳහා මෙම ක්‍රමය භාවිත කළ හැකි ය.

නිදසුන - (3) 22 වර්ගමූලය සොයමු.

I පියවර - 22 ට ආසන්නතම වටිනාකමෙන් අඩු සහ වැඩි පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා දෙකේ වර්ගමූල දෙක ලබා ගන්න.

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{16} & \sqrt{22} & \sqrt{25} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & ? & 5 \end{array}$$

II පියවර - $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ නිසා 22 වර්ගමූලය 4, 5 ත් අතර පිහිටිය යුතුයි. 4ත් 5ත් අතර සංඛ්‍යා දශමස්ථාන එකකට ලියා ගන්න.

4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5

22 වඩාත් ආසන්න 25ට ය. එම නිසා මෙම සංඛ්‍යා අතරින් $\sqrt{22}$ සඳහා සුදුසු වඩාත් ආසන්නතම අගය සොයාගත හැකි ය.

$$\left[\begin{array}{rcr} 4.6 & \quad & 4.7 \\ \times\ 4.6 & & \times\ 4.7 \\ \hline \underline{\underline{21.16}} & & \underline{\underline{22.09}} \end{array}\right]$$

$\sqrt{22}$ සඳහා 4.7 වඩාත් ආසන්න ම අගය වේ.

$\therefore \sqrt{22}$ සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණ අගය 4.7 වේ.

නිදසුන (4) $\sqrt{175}$ සොයමු.

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{169} & < & \sqrt{175} & < & \sqrt{196} \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ 13 & & & & 14 \end{array}$$

II පියවර - $\sqrt{175}$ 13ත්, 14ත් අතර පිහිටයි.

13, 13.1, 13.2, 13.3, 13.4, 13.5, 13.6, 13.7, 13.8, 13.9, 14

III පියවර -175 වඩාත් ආසන්න 169 නිසා වර්ගමූලය සඳහා 13ට ආසන්න අගයක් ලැබේ.

$\therefore \sqrt{175} = \underline{\underline{13.2}}$

$$\left[\begin{array}{l} 13.2 \times 13.2 = 174.24 \\ 13.3 \times 13.3 = 176.89 \end{array}\right]$$

2-1 අභ්‍යාසය

(1) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා වර්ගමූලය සොයන්න.

I. 256 II. 225 III. 1764 IV. 4356 V. 2500

(2) සන්නිකර්ෂණයෙන් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය ආසන්න පළමු දශම ස්ථානයට සොයන්න.

I. 45 II. 84 III. 96 IV. 115 V. 200

3. සමචතුරස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබල්ලක වර්ගඵලය 676 cm^2 එහි පැත්තක දිග කීය ද?

4. වර්ගඵලය 2025 m^2 වන සමචතුරස්‍රාකාර ඉඩමක් වටා කම්බි වැටක් සකස් කළ යුතු ව ඇත. කම්බි පොටවල් 4ක් සඳහා අවශ්‍ය කම්බිවල දිග සොයන්න.

5. වර්ගඵලය 2116 m^2 වන සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පිහිනුම් තටාකයක් වෙනුවට එම වර්ගඵලයෙන් යුතු සමචතුරස්‍රාකාර තටාකයක් ඉදිකිරීමට අවශ්‍ය නම් ඉදිකරනු ලබන තටාකයේ පැත්තක දිග මීටර කීයක් විය යුතු ද?

2-3 දෙවන සන්නිකර්ෂණයට වර්ගමූල සෙවීම.

මෙහි දී පළමු සන්නිකර්ෂණයට වර්ගමූලය ලබාගන්නා මුල් පියවර කිහිපය ඒ ආකාරයෙන් ම ක්‍රියාත්මක කළ යුතු ය.

නිදසුන (5) 750 වර්ගමූලය දෙවන සන්නිකර්ෂණයට සොයන්න.

I පියවර

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{729} & < & \sqrt{750} & < & \sqrt{784} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 27 & & ? & & 28 \end{array}$$

II   පියවර $\sqrt{750}$ හි අගය 27 හා 28 අතර පිහිටයි.

III   පියවර   750, 729 ත් 784 අතර පිහිටන නිසා එහි වර්ගමූලය 27ත් 28ත් අතර 27ට ආසන්න ව පිහිටයි.

$\sqrt{750} = 27.4$ $\left[\begin{array}{l} 27.3 \times 27.3 = 745.29 \\ 27.4 \times 27.4 = 750.76 \end{array}\right]$

IV   පියවර   750, 27.4 න් බෙදන්න. $\dfrac{750}{27.4} = 27.3$

V   පියවර   මෙම අගය පළමු වැනි සන්නිකර්ෂණය ලෙස ගත් අගයට එකතුකර දෙකෙන් බෙදන්න.

$$\frac{27.3 + 27.4}{2} = \frac{54.7}{2} = 27.35$$

$\therefore \sqrt{750}$ සඳහා දෙවෙනි සන්නිකර්ෂණයට = 27.35

නිදසුන (6)

$\sqrt{456}$ දෙවන සන්නිකර්ෂණයට සොයමු.

$$441 < 456 < 484$$
$$\sqrt{441} < \sqrt{456} < \sqrt{484}$$
$$21 < \sqrt{456} < 22$$

$\therefore \sqrt{456}$ පළමු සන්නිකර්ෂණයට = 21.4

$$\frac{456}{21.4} = 21.3$$

$$\sqrt{456} = \frac{21.4 + 21.3}{2}$$
$$= \frac{42.7}{2}$$

$\sqrt{456} = 21.35$ (දෙවන දශමස්ථානයට)

2-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල සඳහා දෙවෙනි සන්නිකර්ෂණ ලබාගන්න.
I. 71   II. 120   III. 560   IV. 950

(2) හරි හතරැස් ටැංකියක පතුලේ වර්ගඵලය වර්ගමීටර් 50කි. එහි පැත්තක දිග දෙවන සන්නිකර්ෂණයට සොයන්න.

(3) දිග 8 හා පළල 7 වන ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වේදිකාවකට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමචතුරස්‍රාකාර වේදිකාවක පැත්තක දිග සොයන්න.

2-4 වර්ගමූලය සෙවීමේ සාධාරණ ක්‍රමය

වර්ගමූලය සෙවීම සඳහා භාවිත කළ හැකි ක්‍රම දෙකක් ඉහත සඳහන් කර ඇත. පළමු ක්‍රමයෙන් පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය ද දෙවන ක්‍රමය මගින් පූර්ණ වර්ගයක් නොවන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය ද අවධාරණය කර ඇත. ඕනෑ ම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීම සඳහා ක්‍රමයක් පිළිබඳ ව ඉගෙන ගනිමු.

නිදසුන (7) 576 වර්ගමූලය සොයමු.

I පියවර - දී ඇති සංඛ්‍යාවේ අග සිට ඉලක්කම් යුගල පහත දක්වෙන ආකාරයට වෙන් කරන්න. 5, 76

II පියවර - යුගල ලෙස වෙන් කිරීමෙන් පසු මුලට එන ඉලක්කමේ හෝ ඉලක්කම් යුගලයෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට ආසන්නතම අඩු පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය ඉරට උඩින් සහ වම් පසින් ලියන්න.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5,76 \end{array}$$

III පියවර - වර්ගමූලය ලෙස ගත් සංඛ්‍යා සලකා ඒවායේ ගුණිතය (2 x 2) න් පහේ ඉලක්කමට යටින් ලියා අඩු කරන්න.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5,76 \\ & 4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

IV පියවර - ඉතිරි අංක යුගලය වන 76, අඩු කළ පසු ඉතිරි වූ අගය වන 1ට දකුණින් ලියන්න.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5,76 \\ & 4 \downarrow \\ \hline & 1\ 76 \end{array}$$

V පියවර - ඉරට උඩින් ලියා ඇති සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය වන 4, 176 ට වම්පසින් ලියන්න.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5,76 \\ & 4 \\ \hline (2+2) \rightarrow 4 & 1\ 76 \end{array}$$

VI පියවර - ඉරට උඩින් ඇති 2ට දකුණු පසින් හා V පියවරේ දී යෙදූ 4ට දකුණු පසින් එකම ඉලක්කම යොදන්න. එම ඉලක්කම තෝරාගත යුත්තේ 2ට දකුණු පසින් ලියූ ඉලක්කමේ සහ 4ට දකුණු පසින් එම ඉලක්කම යෙදූ විට ලැබෙන සංඛ්‍යාවේ ගුණිතය 176ට සමාන හෝ අඩු වන පරිදි ය.

$$\begin{array}{r|l} & 2\ \ 4 \\ \hline 2 & 5,\ 76 \\ & 4 \\ \hline 44 & 1\ 76 \\ & 1\ 76 \\ \hline & \quad\ 0 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{576} = 24$ වේ.

නිදසුන (8)

$\sqrt{134}$ අගය දශමස්ථාන දෙකකට සොයන්න. (මෙහි දී ඉලක්කම් යුගල වෙන්කළ පසු 00 යුගල දෙකක් යොදන්න.

		1 1. 5 7
	1	1, 34, 00, 00
		1
(1+1) හෝ (1×2)	21	34
		21
(21+1) හෝ (11×2)	225	13 00
		11 25
(225+5) හෝ (115×2)	2307	1 75 00
		1 61 49
		13 51

$\therefore \sqrt{134} = 11.57$ (දශමස්ථාන දෙකකට)

නිදසුන (9)

$\sqrt{7.305}$ දශමස්ථාන දෙකකට සොයමු.
*මෙහිදී සංඛ්‍යාවේ දශම ස්ථානයේ සිට දකුණු පසට හා වම් පසට වෙන වෙන ම යුගල කරයි.

	2. 7 0 2
2	7. 30, 50 00
	4
47	3 30
	3 29
540	1 50
	0 00
5402	1 50 00
	1 08 04
	41 96

$\sqrt{7.305} = \underline{\underline{2.702}}$ වේ. මෙය වැටයූ විට 2.70 වේ.

නිදසුන (10)

$\sqrt{0.766}$ දශම ස්ථාන දෙකකට සොයමු.
*මෙහි ඉලක්කම් යුගල කරන්නේ දශමස්ථානයේ සිට දකුණටයි.

	0. 8 7 5
0	0. 76, 60 00
	0
8	76
	64
167	12 60
	11 69
1745	91 00
	87 25
	3 75

$\sqrt{0.766} = 0.875$ මෙය වැටයූ විට 0.88 වේ.

2-3 අභ්‍යාසය

(1) වර්ගමූලය සොයන්න.

I. 841 II. 5625 III. 3041 IV. 9404 V. 71824

(2) අගය සොයන්න.

I. $\sqrt{12.2}$ II. $\sqrt{35.125}$ III. $\sqrt{0.7968}$ IV. $\sqrt{128.437}$ V. $\sqrt{0.0169}$

(3) වර්ගඵලය වර්ගමීටර් 3249 වන සමචතුරස්‍රාකාර ක්‍රීඩා පිටියක පැත්තක දිග සොයන්න.

(4) සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙක පිළිවෙළින් 10 cm හා 6 cm වේ. එහි කර්ණයේ දිග දශමස්ථාන දෙකකට ගණනය කරන්න.

(5) ජාතික පාසල් ක්‍රීඩා උත්සවයක දී සරඹ කණ්ඩායමකට සහභාගී වූ 3025 දෙනකු පේළි ගණන හා තීරු ගණන සමාන වන සේ පෙළට සිට ගැනීමේ දී එක් පේළියක සිටින සිසුන් ගණන සොයන්න.

සාරාංශය

- ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ය.
- සන්නිකර්ෂණයෙන් පූර්ණ වර්ග නොවන සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ය.
- සාධාරණ ක්‍රමයෙන් ඕනෑම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) අගය සොයන්න.

I. $\sqrt{3600}$ II. $\sqrt{5197}$ III. $\sqrt{46.758}$ IV. $\sqrt{2401}$ V. $\sqrt{0.0625}$

(2) දිග 104 m හා පළල 26 m වන සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ඉඩමක වර්ගඵලයට සමාන වර්ග ඵලයක් ඇති සමචතුරස්‍රාකාර ඉඩමක පැත්තක දිග කීය ද?

(3) වත්තක පොල්ගස් 6084ක් ඇත. පේළි ගණන හා තීරු ගණන සමාන වන අයුරින් ගස් සිටුවා ඇත්නම් එක පෙළකට ඇති පොල්ගස් ගණන කීය ද?

03 භාග

ඔබ ලබා ඇති භාග පිළිබඳ දැනුම පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත සඳහන් අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3-1 අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

(ii) $3\frac{2}{3} + 2\frac{3}{5} - 5\frac{2}{3}$

(iii) $\left(2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{10}$

(iv) $\left(3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}\right) \div 5\frac{2}{3}$

(v) $4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3}$

(vi) $2\frac{2}{3} \times \frac{5}{14} \times \frac{1}{10}$

(vii) $1\frac{1}{6} \div 5\frac{1}{4}$

(viii) $3\frac{1}{3} \div 1\frac{4}{6}$ න් $\frac{1}{6}$

(ix) $\left(1\frac{1}{5} - 1\frac{1}{6}\right) \div \frac{9}{10}$

(2) 16 m ක් දිග කම්බියකින් $\frac{2}{3}$ m ක් දිග කැබලි කීයක් කැපිය හැකි ද?

(3) ටැංකියක් $\frac{1}{4}$ ක් ජලයෙන් පිරී ඇති විට ටැංකියෙන් $\frac{2}{3}$ ප්‍රමාණයක් නැවත ජලය පුරවන ලදි. එවිට තිබෙන ජල ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{3}$ පාවිච්චි කළ පසු ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ජලය ඉතිරි වී තිබේ ද?

(4) දිග $5\frac{1}{4}$m ද පළල $4\frac{4}{7}$m ද වූ සෘජුකෝණාස්‍ර කාමරයක බිම සම්පූර්ණයෙන් ආවරණය වීමට එළිය යුතු කළාලයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?

✸ එදිනෙදා කටයුතු වලදී ගණිත කර්ම කීපයක් එකවර යොදා ගන්නා ගැටලු කීපයක් සලකා බලමු.

✸ දිරියගම විදුහලේ ක්‍රීඩා උත්සවය සඳහා ප්‍රචාරක බැනර් දෙකක් ඇඳීම සඳහා ප්‍රදේශයේ දානපතියකුගෙන් රෙදි $5\frac{1}{2}$m ක් ලැබුණි. රෙදි $\frac{1}{4}$m ක් මැහුම් වාසි සඳහා වෙන් කළ පසු ඉතිරි රෙදිවලින් සම ප්‍රමාණයේ බැනර් 2ක් ඇඳීමට ක්‍රීඩා නායකයා අදහස් කළේ ය. වැඩ අවසන් කළ බැනරයක දිග ක්‍රීඩා නායිකාව විසින් ගණනය කරන ලද්දේ මෙසේ ය.

$$\left(5\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \div 2$$

$$= \left(5\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\right) \div 2$$

$$= 5\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{21}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{21}{8}$$

$$= 2\frac{5}{8}$$

* මෙම ගැටලුව වරහන් නොසලකා $5\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \div 2$ ලෙස ගත් විට පළමුව බෙදීමේ ගණිත කර්මය සිදු කළ යුතු ය.

  එවිට ලැබෙන පිළිතුර ඉහත පිළිතුර නොවේ. මේ පිළිබඳ ව මිතුරන් සමග සාකච්ඡා කරන්න.

* ඒ අනුව භාග සුළු කිරීමේ දී ගණිතකර්ම සිදුකරන පිළිවෙල ඉතා වැදගත් වේ. එය මෙසේ කළ යුතු යැයි සම්මතයක් ඇත.

- පළමුව වරහන් තුළ සුළු කිරීම.
- මීළඟට ''න්'' සුළු කිරීම.
- මීළඟට ගැටලුවේ දී ඇති පිළිවෙළට බෙදීම හා ගුණ කිරීම.
- අවසානයේ එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම ද කළ යුතු ය.

නිදසුන (1)

අධ්‍යාපන චාරිකාවක් සඳහා එක්තරා දිනක පිටත් වූ ළමයින් පිරිසක් පෙ.ව. 10.00 වන විට චාරිකාවේ මුළු දුරින් $\frac{1}{4}$ නිම කර තිබුණි. ප.ව. 4.00 වන විට ඉතිරි දුරින් $\frac{5}{6}$ ක් නිම කළේ නම්

(i) ගමනේ මුළු දුරෙන් කවර භාගයක් ඉතිරි ව තිබේ ද?

චාරිකාවේ දුරින් පෙ.ව. 10.00 වන විට නිම කර තිබූ භාගය $= \frac{1}{4}$

ඉතිරි කොටස $= \frac{3}{4}$

පෙ.ව. 10.00 සිට ප.ව. 4.00 දක්වා ගමන් කර තිබූ කොටස $= \frac{3}{4}$ න් $\frac{5}{6}$

$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$

$= \frac{5}{8}$

මුළු ගමනෙන් ප.ව. 4.00 වන විට නිම කළ කොටස $= \frac{1}{4} + \frac{5}{8}$

$= \frac{7}{8}$

ප.ව. 4.00 වන විට මුළු ගමනින් ඉතිරි වී තිබූ කොටස $= 1 - \frac{7}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$

(ii) ඉහත ගැටළුවේ ප.ව. 4.00 න් පසු ගමන නිමකිරීමට ඉතිරි වී තිබූ දුර ප්‍රමාණය 30km ක් නම් ගමනේ මුළු දුර කොපමණ ද?

ප.ව. 4.00 වන විට ගමනින් ඉතිරිව තිබූ කොටස $= \frac{1}{8}$

ගමනින් $\frac{1}{8}$ කොටස $=$ 30 km

$\therefore$ ගමනේ මුළු දුර $\left(\frac{8}{8}\right)$ $=$ 8 x 30 km

$=$ $\underline{\underline{240 \text{ km}}}$

නිදසුන (2)

එක්තරා දිනෙක විශාල තෙල් ටැංකියකින් $\frac{5}{11}$ ක ප්‍රමාණයක් පිරී තිබුණි. සෑම දිනක ම එහි ඇති තෙල්වලින් $\frac{1}{100}$ ක් වාෂ්ප වීම නිසා අපතේ යයි

(i) පළමු දිනය අවසානයේ දී ටැංකියෙන් කවර භාගයක් තෙල්වලින් පිරී තිබේ ද?

(ii) දෙවන දිනය අවසානයේ දී ටැංකියෙන් කවර භාගයක් තෙල්වලින් පිරී තිබේ ද?

(iii) මේ අවස්ථාවේ ටැංකියේ තිබූ තෙල්වලින් 1182 l ක් ඉවතට ගත් විට ටැංකියෙන් $\frac{3}{20}$ ක් පිරී තිබුණි නම් ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

(i) පළමු දින අවසානයේ ටැංකියෙන් පිරී තිබූ කොටස $= \frac{5}{11} \times \frac{99}{100}$

$= \underline{\underline{\frac{9}{20}}}$

(ii) දෙවන දිනය අවසානයේ ටැංකියෙන් පිරී තිබූ කොටස $= \frac{9}{20} \times \frac{99}{100}$

$= \underline{\underline{\frac{891}{2000}}}$

(iii) ඉවත් කළ තෙල් ප්‍රමාණය භාගයක් ලෙස $= \frac{891}{2000} - \frac{3}{20}$

$= \frac{891 - 300}{2000}$

$= \frac{591}{2000}$

ටැංකියෙන් $\frac{591}{2000}$ කොටස $= 1182\ l$

$= \frac{1182}{591} \times 2000$

$\therefore$ ටැංකියේ ධාරිතාව $= \underline{\underline{4000\ l}}$

3-2 අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $\left(1\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right)$ න් $\frac{5}{6}$

(ii) $\left(2\frac{1}{10} + 1\frac{5}{7}\right) \div 4\frac{1}{2}$

(iii) $8\frac{4}{9} \times \left(5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}\right)$

(iv) $3 - \left(5\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}\right)$

(v) $5\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}$ න් $\frac{20}{33}$

(vii) $\dfrac{\left(1\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right)}{\left(3\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)}$

(vi) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ න් $\frac{4}{5} + \frac{1}{6}$

(viii) $\frac{7}{9}$ න් $\left(\frac{4}{5} + \frac{5}{7}\right) \div 10\frac{3}{5}$

(2) පා පැදියක් මිල දී ගැනීමට මුදල් ඉතිරි කළ කාවින්දට පාපැදියේ වටිනාකමින් $\frac{3}{5}$ ක මුදලක් ඉතිරි කරගත හැකි විය. එය මිල දී ගැනීමට තව රුපියල් 800 ක් අවශ්‍ය වේ නම් පා පැදියේ වටිනාකම කොපමණ ද?

(3) ඉරිදා පොළට ගිය සචිනි ඇය ළඟ තිබූ මුදලෙන් $\frac{2}{3}$ ක් එළවළු මිල දී ගැනීමට ද මුදලින් $\frac{1}{5}$ පලතුරු මිල දී ගැනීමට ද වැය කළේ ය. එවිට ඇය ළඟ රු. 80 ක් ඉතිරි වුණි නම් ඇය පොළට රැගෙන ගිය මුදල කොපමණ ද?

(4) ජාත්‍යන්තර ගණිත ඔලිම්පියාඩ් තරඟාවලියට ශ්‍රීලංකාව නියෝජනය කිරීම සඳහා අවස්ථාව ලැබූ තීක්ෂණට ඒ සඳහා විදෙස්ගත වීමට වැය වන මුළු මුදලින් $\frac{1}{2}$ රජයෙන් ද ඉතරි මුදලින් $\frac{2}{3}$ ක් තම පාසලෙන් හා හිතමිතුරන්ගෙන් ද ලැබුණු අතර ඉතරි වූ රු. 18,000 ක මුදල තම ඥාතීන්ගෙන් ද ලැබුණි. ඔහුට මේ තරගාවලියට සහභාගී වීමට වැය වන මුළු මුදල කොපමණ ද?

(5) ජල ටැංකියකින් $\frac{5}{8}$ ජලයෙන් පිරී ඇති අවස්ථාවක එම ජලයෙන් $\frac{2}{5}$ ක කොටසක් ප්‍රයෝජනයට ගන්නා ලදි. එවිට ටැංකියේ තව ජලය 720 l ක් ඉතිරි වී තිබුණි. මුල් අවස්ථාවේ දී ටැංකියේ තිබූ ජලය ලීටර් ගණන කීය ද?

(6) 18 m ක් දිග $13\frac{1}{2}$ m පළල රැස්වීම් ශාලාවක බිමට ඇල්ලීමට $\frac{1}{3}\,m \times \frac{1}{4}\,m$ ප්‍රමාණයේ පිඟන් ගඩොල් කීයක් අවශ්‍ය වේ ද?

(7) මෝටර් රථයක වටිනාකම වසරින් වසර 20% ක් බැගින් අඩු වේ. මෝටර් රථ යක වර්තමාන වටිනාකම රු. 500,000 නම් තව වසර තුනක් අවසානයේ එහි වටිනාකම කොපමණ විය යුතු ද?

(8) ඉඩමකින් $\frac{3}{5}$ ක් මිල දී ගත් සුපුන් එම ඉඩමේ ඉතිරි කොටසින් $\frac{1}{6}$ ක් පසුව මිල දී ගත්තේ ය. දැන් ඔහුට අයිති ව ඇති මුළු ඉඩම් කොටස හෙක්ටයාර 1.2 ක් නම් මුල් ඉඩමේ ප්‍රමාණය හෙක්ටයාරවලින් ගණනය කරන්න.

සාරාංශය

☛ භාග සුළු කිරීමේ දී පළමුව වරහන ද දෙවනුව "න්" ද, තෙවනුව ගුණ කිරීම, බෙදීම යන ගණිත කර්ම සිව්වනුව එකතු කිරීම සහ අඩු කිරීම ගණිත කර්ම ද සුළු කළ යුතුය.
(එකතු කිරීමේ දී හා අඩුකිරීමේ දී අනුපිළිවෙල වැදගත් නැත.)

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) මෙම භාග ආරෝහණ පිළිවෙළට පිළියෙල කරන්න.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$

(ii) $\frac{3}{8}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}$

(2) භාග දෙකක අන්තරය $1\frac{5}{12}$ කි. ඉන් කුඩා භාගය $1\frac{5}{6}$ නම් විශාල භාගය කුමක් ද?

(3) $\frac{20}{21}$ ලැබීමට $\frac{5}{14}$ කුමන භාගයෙන් ගුණ කළ යුතු ද?

(4) එක්තරා දිනෙක වෙළඳ පොළකින් ලැබූ ආදායමෙන් $\frac{1}{2}$ ක් බැංකුවේ තැන්පත් කළ අතර ඉතිරි මුදලෙන් $\frac{1}{3}$ විකිණීම සඳහා මිල දී ගත් භාණ්ඩ වෙනුවෙන් වැය කිරීමට සිදු විය. එවිට ඉතිරි වූ මුදලින් $\frac{1}{4}$ පැරණි ණය ගනුදෙනුවක් පියවීමට යෙදූ අතර දැන් වෙළඳසැල් හිමියාගේ අත ඉතිරි ව ඇත්තේ එදින ආදායමෙන් කවර භාගයක් ද?

(5) සුළු කරන්න.

(i) $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{15} + 2\frac{1}{8}$

(ii) $\dfrac{1\frac{1}{4} \text{ න් } \frac{3}{5} + \frac{1}{3}}{1\frac{1}{4} \text{ න් } \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)}$

(iii) $\left(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}\right) \div \left(3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}\right)$

(iv) $\left(1\frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) \text{ න් } \frac{1}{11} + \frac{3}{40}$

04 ද්විපද ප්‍රකාශන

ද්විපද ප්‍රකාශන ගුණ කිරීම පහත සඳහන් නිදසුන් ඇසුරින් හදාරමු.

නිදසුන (1)

$(x + 5)\,(x + 2)$ ගුණ කරන්න.

$(x + 5)\,(x + 2)$

$= x(x + 2) + 5(x + 2)$
$= x^2 + 2x + 5x + 10$
$= \underline{\underline{x^2 + 7x + 10}}$

නිදසුන (2)

$(x + y)\,(2x + y)$ ගුණ කරන්න.

$= x\,(2x + y) + y(2x + y)$
$= 2x^2 + xy + 2xy + y^2$
$= \underline{\underline{2x^2 + 3xy + y^2}}$

නිදසුන (3)

$(x - a)\,(x + 2a)$ ගුණ කරන්න.

$= x(x + 2a) - a(x + 2a)$
$= x^2 + 2ax - ax - 2a^2$
$= \underline{\underline{x^2 + ax - 2a^2}}$

නිදසුන (4)

$(2x + 3y)\,(4x - 2y)$ ගුණ කරන්න.

$= 2x(4x - 2y) + 3y(4x - 2y)$
$= 8x^2 - 4xy + 12xy - 6y^2$
$= \underline{\underline{8x^2 + 8xy - 6y^2}}$

4-1 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් ද්විපද ප්‍රකාශන ගුණ කර සුළු කරන්න.

(1) $(p + 2)\,(p + 3)$
(2) $(2x + p)\,(3x + 2p)$
(3) $(2m + 2n)\,(3m - n)$
(4) $(7p - 2q)\,(3p + 3q)$
(5) $(5k + 3l)\,(2l - 2k)$
(6) $(6x - 2y)\,(3x - 3y)$
(7) $(8a - 5b)\,(3a - 2b)$
(8) $(5x - 3y)\,(3x - 2y)$

පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල ගුණිත ලබා ගන්නා ආකාරය සලකා බලමු.

(I) $(x + y)^2 = (x + y)\,(x + y)$
$= x(x + y) + y(x + y)$
$= x^2 + xy + xy + y^2$
$= \underline{\underline{x^2 + 2xy + y^2}}$

(II) $(p + 3)^2 = (p + 3)\,(p + 3)$
$= p(p + 3) + 3(p + 3)$
$= p^2 + 3p + 3p + 9$
$= \underline{\underline{p^2 + 6p + 9}}$

4-2 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් ප්‍රකාශන ඉහත ආකාරයට ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(1) $(a+b)^2$ (2) $(x+p)^2$ (3) $(a+1)^2$ (4) $(1+p)^2$

(5) $(6+x)^2$ (6) $(m+8)^2$ (7) $(a-b)^2$ (8) $(p-q)^2$

(9) $(p-1)^2$ (10) $(1-p)^2$ (11) $(x-5)^2$ (12) $(8-y)^2$

ද්විපද වීජීය ප්‍රකාශනවල වර්ගායිතය මනෝමයෙන් ලබා ගන්නා ආකාරය පිළිබඳ අවධානය යොමු කරමු.

$(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$ වේ.

මෙම ප්‍රකාශන දෙක ගුණ කිරීමේ දී

(I) x, x වලින්ගුණවේ.

$(x - y)\ (x - y)$

(II) x හා $(-y)$ දෙවරක් ගුණ වේ.

$(x - y)\ (x - y)$

(III) $(-y)$, $(-y)$ වලින් ගුණ වේ.

$(x - y)\ (x - y)$ මේ අනුව $(x - y)^2$ ප්‍රසාරණය කර සුළු කරමු.

$(x - y)^2 = (x \times x) \quad - \quad 2(x \times y) \quad + \quad (y \times y)$

= පළමු පදයේ වර්ගය - පද දෙකේ ගුණිතයේ දෙගුණය + දෙවන පදයේ වර්ගය

වශයෙන් මතක තබාගෙන සුළු කිරීම පහසු වේ.

නිදසුන (5)

(1) $(p + q)^2$ = පළමු පදයේ වර්ගය + පද දෙකේ ගුණිතයේ දෙගුණය + දෙවන පදයේ වර්ගයේ

(p – පළමු පදය, q – දෙවන පදය)

$= p^2 + 2 \times pq + q^2$

(2) $(a+3)^2 = a^2 + 2(a \times 3) + 3^2$

$= \underline{\underline{a^2 + 6a + 9}}$

(3) $(m-n)^2 = m^2 + 2(m \times -n) + (-n)^2$

$= \underline{\underline{m^2 - 2mn + n^2}}$

4-3 අභ්‍යාසය

පහත වර්ගායිත ප්‍රකාශනවල ගුණිතය මනෝමයෙන් ලබාගන්න.

(I) $(a+b)^2 = ...$

(II) $(p+t)^2 = ...$

(III) $(v+2)^2 = ...$

(IV) $(p+r)^2 = ...$

(V) $(2+p)^2 = ...$

(VI) $(t+5)^2 = ...$

(VII) $(a-b)^2 = ...$

(VIII) $(a-c)^2 = ...$

(IX) $(a-2)^2 = ...$

(X) $(5-x)^2 = ...$

(XI) $(m-4)^2 = ...$

(XII) $(p-1)^2 = ...$

- ද්විපද ප්‍රකාශනවල වීජීය පදවල සංගුණකය 1 ට වැඩි වනවිට ඒවා වර්ගායිත කරන ආකාරය සලකා බලමු.

  $(ax+by)^2$ වැනි අවස්ථා (a හා b නිඛිල වේ.)

නිදසුන (6)

(1) $(2a+b)^2 = (2a+b)\,(2a+b)$
$= 2a(2a+b)+b(2a+b)$
$= 4a^2+2ab+2ab+b^2$
$= \underline{\underline{4a^2+4ab+b^2}}$

(2) $(3x+2)^2 = (3x+2)\,(3x+2)$
$= 3x(3x+2)+2(3x+2)$
$= 9x^2+6x+6x+4$
$= \underline{\underline{9x^2+12x+4}}$

(3) $(5a-1)^2 = (5a-1)\,(5a-1)$
$= 5a(5a-1)-1(5a-1)$
$= 25a^2-5a-5a+1$
$= \underline{\underline{25a^2-10a+1}}$

(4) $(2x+3y)^2$
$= (2x+3y)(2x+3y)$
$= 2x(2x+3y)+3y(2x+3y)$
$= 4x^2+6xy+6xy+9y^2$
$= \underline{\underline{4x^2+12xy+9y^2}}$

(5) $(2a+3b)^2$
$= (2a+3b)\,(2a+3b)$
$= 2a(2a+3b)+3b(2a+3b)$
$= 4a^2+6ab+6ab+9b^2$
$= \underline{\underline{4a^2+12ab+9b^2}}$

(6) $(4p-3q)^2$
$= (4p-3q)\,(4p-3q)$
$= 4p(4p-3q)-3q(4q-3q)$
$= 16p^2-12pq-12pq+9q^2$
$= \underline{\underline{16p^2-24pq+9q^2}}$

4-4 අභ්‍යාසය

පහත වර්ගායිත ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(1) $(2p+4q)^2$ (2) $(5p-3q)^2$ (3) $(8t+1)^2$ (4) $(6m+7n)^2$

(5) $(10p-4t)^2$ (6) $(9k-1)^2$ (7) $(m^2-n)^2$ (8) $(3p-\mathrm{q}^2)^2$

(9) $(a^2-b^2)^2$ (10) $(am-bn)^2$

සාරාංශය

- $(x+y)$ වැනි ප්‍රකාශනයක් වර්ග කිරීමේ දී ත්‍රිපද ප්‍රකාශනයක් ලැබේ. ඉන් පළමු පදය x^2 ත් දෙවන පදය x හා y වල ගුණිතයේ දෙගුණයත්, තෙවන පදය y වල වර්ගයත් වශයෙන් ලැබේ.

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- x හා y වලට සංගුණක ඇති ප්‍රකාශන වර්ග කිරීමේ දී ද, අවසාන වශයෙන් ත්‍රිපද ප්‍රකාශනයක් ලැබේ.

$$(ax+by)^2 = (ax)^2 + 2axby + (by)^2$$
$$(ax-by)^2 = a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$$

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

(1) පහත සඳහන් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

X	$2x$	$-2p$	-2	6
$2p$				
$3x$				
$-4y$				

(2) පහත A තීරුවේ ප්‍රකාශනවලට ගැළපෙන ප්‍රසාරණය B තීරුවෙන් තෝරා යාකරන්න.

	A	B
(i)	$(2x+3y)^2$	$25x^2 - 30ax + 9a^2$
(ii)	$(5x-3a)^2$	$6x^2 - 8px - 8p^2$
(iii)	$(2a-1)^2$	$36b^2 - 6bc - 6c^2$
(iv)	$(2x-4p)(3x+2p)$	$4a^2 - 4a + 1$
(v)	$(6b+2c)(6b-3c)$	$4x^2 + 12xy + 9y^2$

(3) භාග සංඛ්‍යා සහිත පහත ද්විපද ප්‍රකාශන වර්ගායිත කරන්න.

(i) $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2$ (iii) $\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{3}n\right)^2$ (v) $\left(\frac{2}{6}x - \frac{3}{4}y\right)^2$

(ii) $\left(\frac{1}{3}p - q\right)^2$ (iv) $\left(\frac{1}{5}p + \frac{2}{3}q\right)^2$

(vi) $a+b=5$ ද $ab=3$ නම් a^2+b^2 හි අගය සොයන්න.

05 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

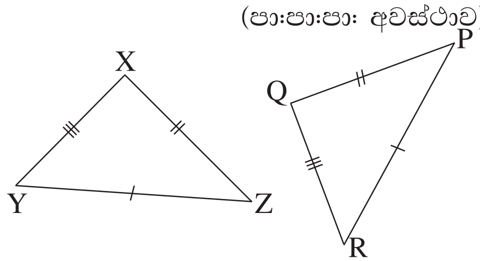
ත්‍රිකෝණයක පාද සහ කෝණ, එහි අංග ලෙස හඳුන්වන බව අපි දනිමු. ඒ අනුව එක් ත්‍රිකෝණයක පාද හා කෝණ සියල්ල තවත් ත්‍රිකෝණයක අනුරූප පාදවලට හා කෝණවලට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ අංගසම වන්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම බව "$\equiv$" සංකේතය යොදා පෙන්වනු ලැබේ.

එහෙත් ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම දැයි බැලීමට ඒවායේ අංග යුගල සියල්ල ම ගැළපීම අවශ්‍ය නැත. අංග යුගල කීපයක් ගැළපීමෙන් අංගසම අවස්ථාව හඳුනාගෙන අංගසම බව ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම විය හැකි අවස්ථා 4ක් ඇත. එම අංගසම අවස්ථා 4 විධිමත්ව අධ්‍යයනය කරමු.

පළමු අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිග, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිගට පිළිවෙළින් සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (පා:පා:පා: අවස්ථාව)



XYZ හා PQR Δ වල

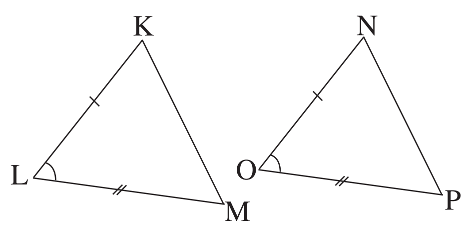
$XZ = PQ$

$YZ = PR$

$XY = QR$

ඒ අනුව $XYZ\ \Delta \equiv PQR\ \Delta$ (පා:පා:පා: අවස්ථාව)

දෙවන අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ **අන්තර්ගත කෝණය** තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට සහ **අන්තර්ගත** කෝණයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (පා:කෝ:පා: අවස්ථාව)



KLM හා NOP Δ වල

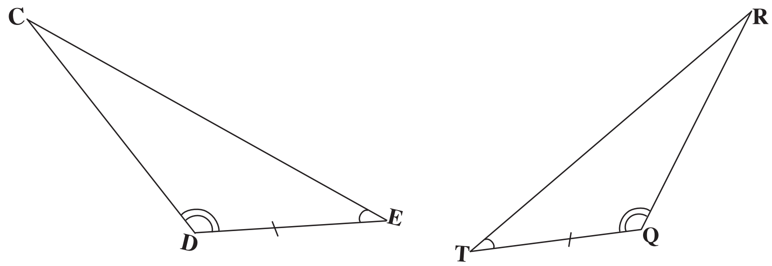
$KL = NO$

$K\hat{L}M = N\hat{O}P$

$LM = OP$

ඒඅනුව $KLM\ \Delta \equiv NOP\ \Delta$ (පා:කෝ:පා: අවස්ථාව)

තුන්වන අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සහ පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (කෝ:කෝ:පා: අවස්ථාව)



CDE හා TQR Δ වල

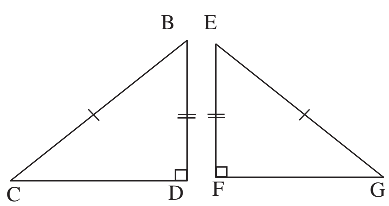
$C\hat{D}E = T\hat{Q}R$

$C\hat{E}D = R\hat{T}Q$

$DE = TQ$ (හෝ $DC = QR$ හෝ $CE=TR$ විට)

$CDE\,\Delta \equiv TQR\,\Delta$ (කෝ:කෝ:පා: අවස්ථාව)

හතරවන අවස්ථාව - සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක, **කර්ණ පාද** දෙක දිගින් සමාන වී තවත් පාද යුගලයක් සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (කර්ණ පා: අවස්ථාව)



BCD හා EFG **සෘජුකෝණී** ත්‍රිකෝණවල

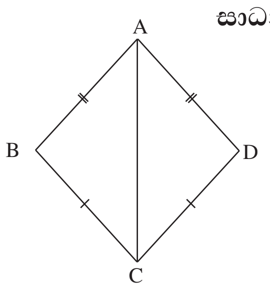
$BC = EG$

$BD = EF$

එම නිසා $BCD\,\Delta \equiv EFG\,\Delta$ (කර්ණ පා: අවස්ථාව)

* සාධනය සඳහා මෙම අංගසම අවස්ථා යොදාගන්නා අයුරු සලකා බලමු

නිදසුන (1) රූප සටහනේ දී ඇති දත්ත අනුව ABC ත්‍රිකෝණය හා ACD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව සාධනය කරන්න.



දත්තය - ABCD චතුරස්‍රයේ $AB = AD$, $BC = DC$ වේ.

සාධනය කළ යුත්ත - $ABC\,\Delta \equiv ADC\,\Delta$ බව.

සාධනය - $ABC\,\Delta$ හා $ACD\,\Delta$ වල

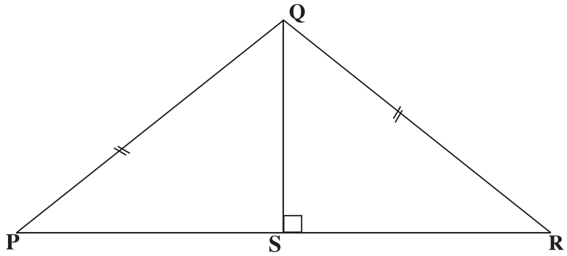
$AB = AD$ (දත්තය)

$BC = CD$ (දත්තය)

$AC = AC$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABC\,\Delta \equiv ADC\,\Delta$ (පා:පා:පා:)

නිදසුන (2)



රූප සටහනේ දී ඇති දත්ත අනුව PQS Δ හා QRS Δ අංගසම බව සාධනය කරන්න.

දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = RQ වේ. $\hat{Q}$ සමච්ඡේදකය PR පාදය S හිදී හමු වේ.

සාධනය කල යුත්ත - PQS Δ ≡ QRS Δ බව

සාධනය - PQS Δ හා QSR Δ වල,

PQ = QR (දත්තය)

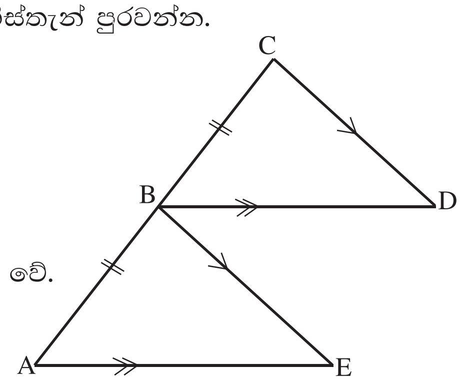
QS = QS (පොදුපාදය)

$P\hat{Q}S = R\hat{Q}S = 90^{o}$ (දත්තය)

∴ PQS Δ ≡ RQS Δ (කර්ණය පා.)

ක්‍රියාකාරකම (1)

රූප සටහනේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව හිස්තැන් පුරවන්න.



දත්තය - ABC සරල රේඛාවකි.
CD // BE සහ BD // AE වේ.

සාධනය කළ යුත්ත - AE = BD බව

සාධනය - ABE Δ හා BCD Δ වල

AB = ... (දත්තය)

$A\hat{B}E = B\hat{C}D$ (...........................)

$B\hat{A}E$ = ... (අනුරූප කෝණ)

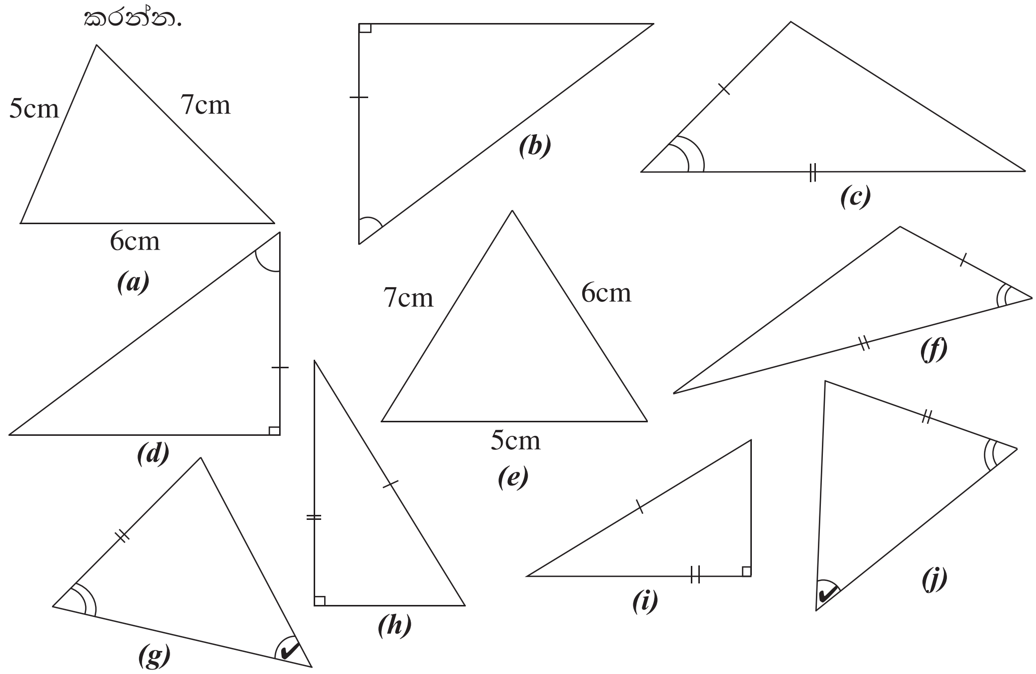
∴ ABE Δ ≡ BCD Δ (.................................)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා

AE = ...

5-1අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් රූපසටහන්වල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල බැගින් තෝරා ඒවා අංගසම වන්නේ කවර අවස්ථාවක දී ද යන්න සඳහන් කරන්න.



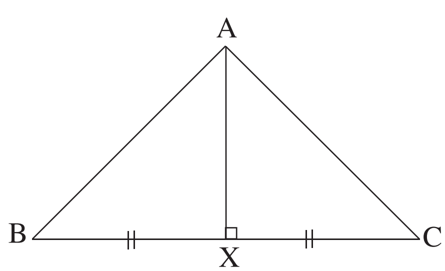
(2) දළ සටහන් ඇඳ පහත දී ඇති තොරතුරු එම රූප සටහන්වල ලකුණු කරන්න. ලැබී ඇති ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වන්නේ කුමන අවස්ථාව යටතේ දැයි දක්වන්න.

(i) PQR හා ABC ත්‍රිකෝණවල $PQ = AB$, $QR = BC$ $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$ වේ.

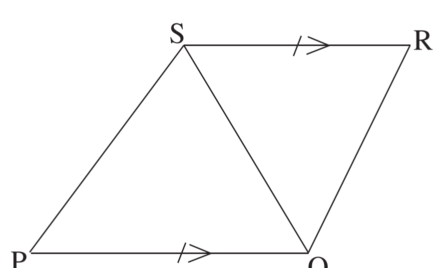
(ii) DEF හා XYZ Δ වල $DE = XY$, $E\hat{D}F = Y\hat{X}Z$, $D\hat{E}F = X\hat{Y}Z$ වේ.

(iii) KLM හා CDE ත්‍රිකෝණවල $\hat{L} = \hat{D} = 90^0$ $KM = CE$, $KL = DE$ වේ.

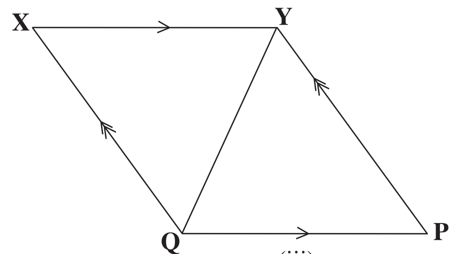
(3) පහත සඳහන් රූපවල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා අංගසම අවස්ථාව ද සමඟ ලියන්න.



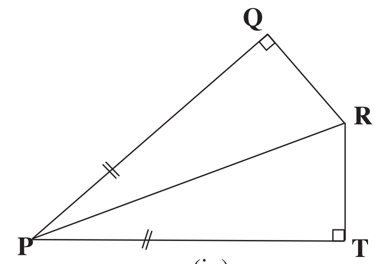
(i)



(ii)



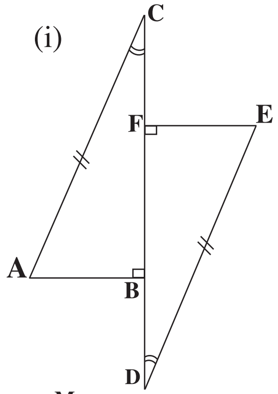
(iii)



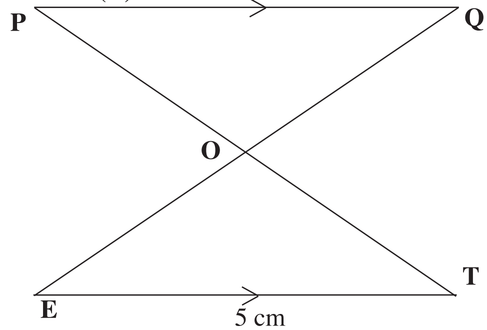
(iv)

(4) පහත සඳහන් රූපවල දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව එහි ඇති ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වීමට අවශ්‍ය කරුණු සටහන් කර පෙන්වන්න.

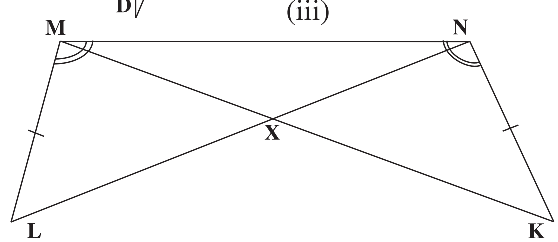
(i)



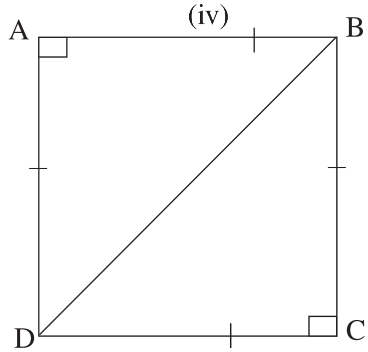
(ii)



(iii)

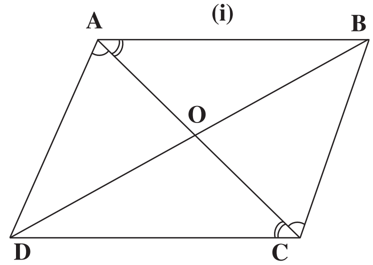


(iv)

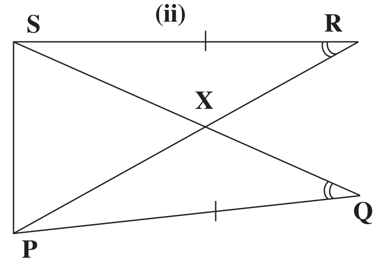


(5) පහත සඳහන් රූප සටහන්වල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගලය බැගින් ලියන්න.

(i)



(ii)

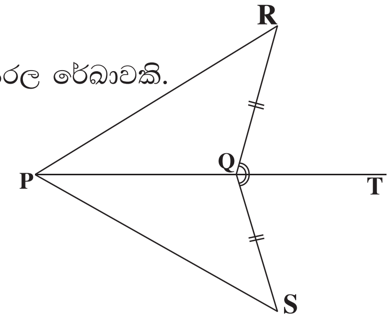


(6)

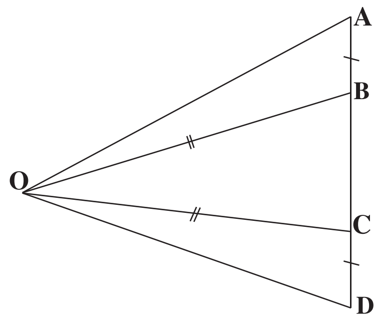
රූපයේ $R\hat{Q}T = T\hat{Q}S$ සහ $RQ = QS$ වන අතර PQT සරල රේඛාවකි.

(i) $P\hat{Q}R = P\hat{Q}S$ වීමට හේතු දක්වන්න.

(ii) PQR Δ හා PQS Δ අංගසම බව පෙන්වන්න.



(7)



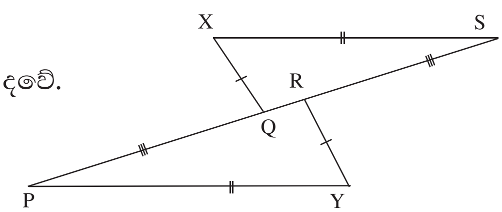
රූපයේ ABCD සරල රේඛාවකි.
$OB = OC$ සහ $AB = CD$ හා
$O\hat{B}A = O\hat{C}D$ නම්
AOB $\Delta \equiv$ CDO Δ බව සාධනය කරන්න.

(8)

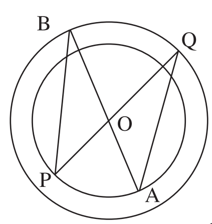
රූපයේ $PQ = RS$ ද $XQ = YR$ හා $XS = PY$ දවේ.

(i) $PR = QS$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) XQS $\Delta \equiv$ PRY Δ බව පෙන්වන්න.

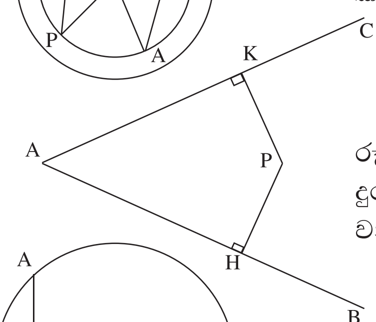


(9)



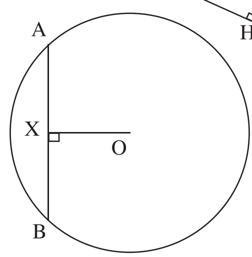
AB හා PQ සරල රේඛා වන අතර කේන්ද්‍රය O වශයෙන් ඇති ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත දෙකේ දක්වා ඇති දත්ත අනුව $PB = AQ$ බව සාධනය කරන්න.

(10)

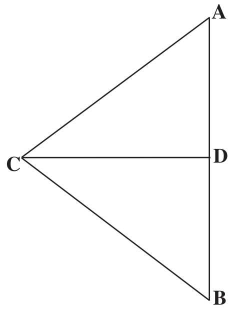


රූපයේ AC හා AB රේඛාවලට P සිට ඇති ලම්බ දුර සමාන වේ. AP මගින් $C\hat{A}B$ සමච්ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.

(11)



රූපයේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ O සිට AB ජ්‍යායට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය X නම් $AX = XB$ බව සාධනය කරන්න.

(12) 

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AC = BC$ වේ. $A\hat{C}B$ සමච්ඡේදකය AB රේඛාව D හි දී හමු වේ.

(i) $ACD\ \Delta \equiv BCD\ \Delta$ බව

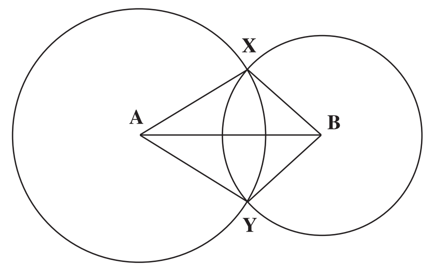
(ii) $AD = BD$ බව

(iii) $A\hat{D}C = 90^0$ බව සාධනය කරන්න.

(13) A හා B කේන්ද්‍රය වශයෙන් ඇති අසමාන වෘත්ත දෙකක් X හා Y හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

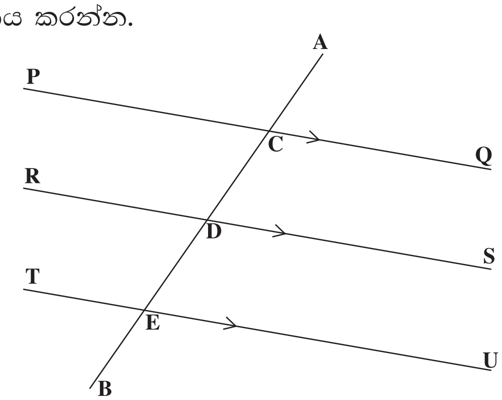
(i) $X\hat{B}A = A\hat{B}Y$ බව

(ii) $X\hat{A}B = Y\hat{A}B$ බව සාධනය කරන්න.



(14) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D හා E වේ. C හරහා BA ට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවට දික් කළ DE, X හි දී හමු වේ. $AD = CX$ බව සාධනය කරන්න.

(15)



PQ, RS, TU, එකිනෙකට සමාන්තර සරල රේඛා වේ. AB තීර්යක් රේඛාව PQ, RS, TU රේඛා පිළිවෙළින් C, D, E හිදී ඡේදනය කරයි.

(i) මෙම රූපය පිටපත් කරගන්න.

(ii) එහි C සිට RS ට ඇඳි ලම්බය CX ලෙසත් D සිට TU ට ඇඳි ලම්බය DY ලෙසත් ලකුණු කරන්න.

(iii) මෙහි $CD = DE$ වේ නම් $CX = DY$ බවත් සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

* ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංග සම කළ හැකි අවස්ථා 4 කි.

☛ එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිග තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිගට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

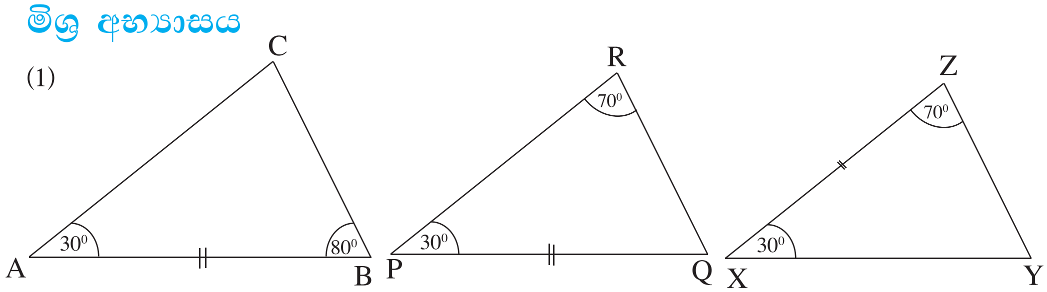
☛ එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

☛ එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

☛ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක කර්ණ දිගින් සමාන වී තවත් පාද යුගලයක් සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

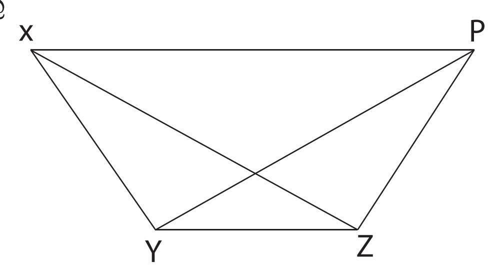
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1)

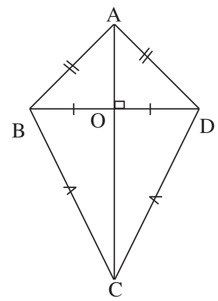


මෙම රූපවල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ ද? අංගසම අවස්ථාව කුමක් ද?

(2) රූපයේ $XY = PZ$ වේ. $XYZ\ \Delta$ හා $PYZ\ \Delta$ පා:කෝ:පා: අවස්ථාව යටතේ අංගසම වීම සඳහා සමාන විය යුතු ඉතිරි අංග යුගල කුමක් ද?

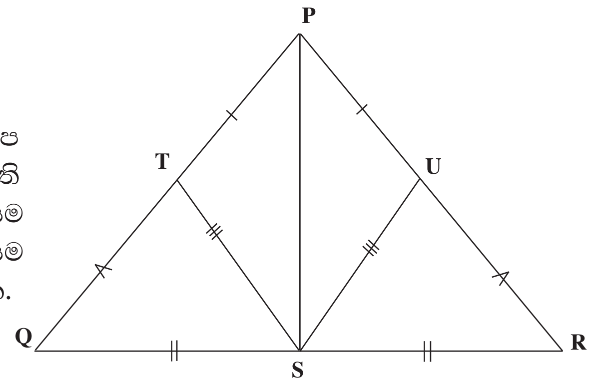


(3)

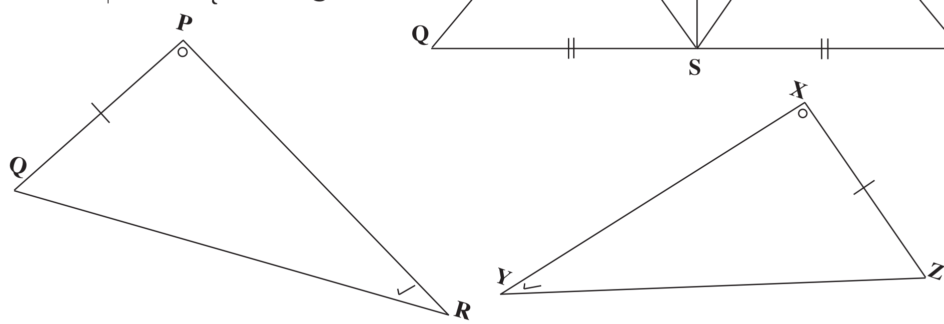


සරුංගලයක හැඩැති රූප සටහනක් මෙහි දැක්වේ. මෙහි ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල් තෝරා ඒවා කුමන අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන්නේ දැයි සටහන් කරන්න.

(4) මෙහි දැක්වෙන්නේ වහල කාප්ප බාල්කයක දළ සටහනකි.දී ඇති දත්ත අනුව මෙහි ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා අංගසම වන අවස්ථාවද සමඟ ලියන්න.



(5)



රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

(i) මෙම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වන්නේ කුමන අවස්ථාව යටතේ ද?

(ii) $Q\hat{P}R$ ට සම්මුඛ පාදය කුමක් ද?

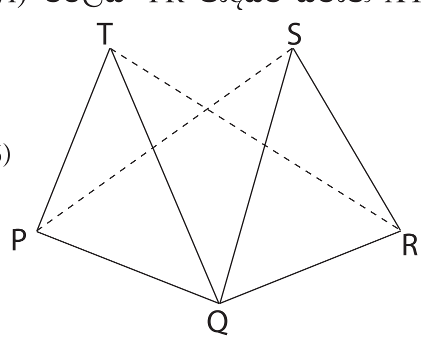
(iii) $Q\hat{P}R$ ට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ කෝණය කුමක් ද?

(iv) ඉහත (iii) හි ඔබ සටහන් කළ කෝණයට සම්මුඛ පාදය කුමක් ද?

(v) ඒ අනුව QR පාදයට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ පාදය කුමක් ද?

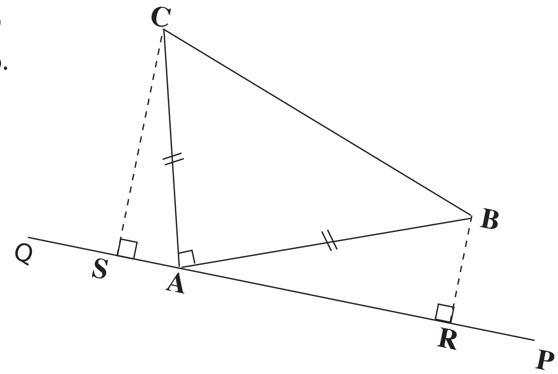
(vi) එලෙස PR පාදයට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ පාදය කුමක් ද?

(6)

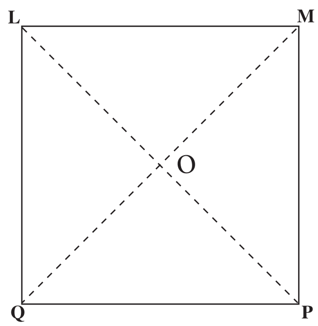


රූපයේ PQT හා QSR ත්‍රිකෝණවල PQ = QR, PT = SR සහ QT = QS වේ.
PS = TR බව සාධනය කරන්න.

(7) රූපයේ ABC යනු AB = AC වූ සමද්විපාද සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි. එහි A හරහා ඇඳ ඇති PQ රේඛාවට B හා C සිට BR හා CS ලම්බ ඇඳ ඇත.
AR = CS බව සාධනය කරන්න.



(8)

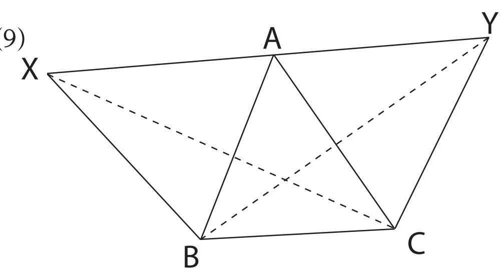


LMPQ චතුරස්‍රයේ LQ = MP, LP = MQ වේ. චතුරස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.

(i) OQ = OP බව

(ii) LM // QP බව සාධනය කරන්න.

(9)



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. AB පාදය මත ABX සමපාද ත්‍රිකෝණය ද AC පාදය මත ACY සමපාද ත්‍රිකෝණය ද ඇඳ ඇත. XC = BY බව සාධනය කරන්න.

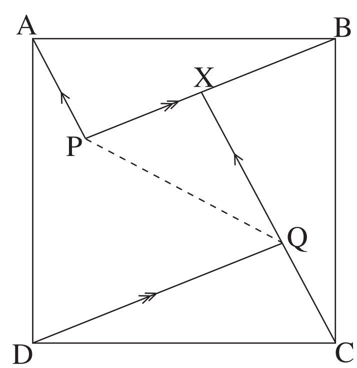
(10) රූපයේ ABCD සමචතුරස්‍රයකි. DQ // PB සහ CQ // AP වේ. DQ ⊥ XC වේ

(i) $B\hat{X}Q = 90^0$ බව

(ii) $D\hat{C}Q = C\hat{B}X$ බව

(iii) DQC $\Delta \equiv$ BXC Δ බව

(iv) XQ = DQ - QC බව සාධනය කරන්න.



06 පරිමේය සංඛ්‍යා

නිඛිල දෙකක අනුපාතයක් ලෙස, එනම් භාගයක් ලෙස (හරය ''0'' නොවන) දැක්විය හැකි සියලු ම සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා වේ.

$2 = \frac{2}{1}$
$3 = \frac{3}{1}$
$\sqrt{25} = 5 = \frac{5}{1}$
$\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$

උදා :- $\frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{8}{9}, 2, 3, \sqrt{25}, \sqrt{16}, \sqrt{49}$

පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය $\mathbb{Q}$වලින් අංකනය කෙරෙන අතර $\mathbb{Q}$ කුලකය වීජීය අංකන ක්‍රමය යටතේ මෙසේ ලියා දැක්විය හැකි ය.

$$\mathbb{Q} = \{x : x = p/q : p, q \in Z, q \neq 0\}$$

මේ අනුව පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

පරිමේය සංඛ්‍යා
- නිඛිල
- භාග
  - අන්ත දශම
  - සමාවර්ත දශම

මේ අනුව $\mathbb{Z}$ නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයේ උපකුලකයක් වේ.

එනම් $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ වේ.

අන්ත දශම

යම් භාගයක් දශම සංඛ්‍යාවක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමේ දී ලවය හරයෙන් ඉතිරි නැති ව බෙදිය හැකි නම් එවැනි දශම අන්ත දශම වශයෙන් නම් කෙරේ.

නිදසුන (1)

$\frac{1}{2} = 0.5$	0.763450
$\frac{3}{4} = 0.75$	4.56780
$\frac{1}{8} = 0.125$	7.5630

මේවා ද අන්ත දශම වේ.

6-1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් භාග සංඛ්‍යා දශම සංඛ්‍යා ලෙස ප්‍රකාශ කර එය අන්ත දශමයක් ද නොවේ ද යන්න සඳහන් කරන්න.

I. $\frac{1}{3}$ II. $\frac{2}{3}$ III. $\frac{6}{7}$ IV. $\frac{3}{4}$ V. $\frac{10}{3}$

VI. $\frac{5}{6}$ VII. $\frac{8}{3}$ VIII. $\frac{9}{7}$ IX. $\frac{16}{17}$ X. $\frac{8}{5}$

සමාවර්ත දශම

භාගයක් දශම සංඛ්‍යාවක් ලෙස ප්‍රකාශ කිරීමේ දී ලැබෙන දශම කොටසෙහි සංඛ්‍යා එකක් හෝ කිහිපයක අගය පුන පුනා ලැබේ නම් එවැනි ඒවා සමාවර්ත දශම ලෙස ලිවිය හැකි ය.

නිදසුන (2)

$\frac{10}{3} = 3.333$ ....

$\frac{1}{3} = 0.333$ ....

$\frac{22}{7} = 3.1428571$ ....

සමාවර්ත දශම මෙසේ කැටිකර ලිවිය හැකි ය.

ඒ අනුව 3.333 .... $= 3.\dot{3}$

3.1428571 .... $= 3.\dot{1}4285\dot{7}$

0.333 .... $= 0.\dot{3}$

6-2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් භාග සංඛ්‍යා දශම සංඛ්‍යා ලෙස ප්‍රකාශ කර ඒවා සමාවර්ත නම් කැටි කර ලියන්න.

භාගය	දශමයක් ලෙස	කැටිකර ලිවීම
$\frac{5}{6}$		
$\frac{5}{3}$		
$\frac{4}{3}$		
$\frac{17}{3}$		
$\frac{19}{15}$		

2. පහත සඳහන් භාග අතරින් සමාවර්ත දශම තෝරා ලියන්න.

   I. $\frac{4}{3}$ II. $\frac{100}{15}$ III. $\frac{18}{5}$ IV. $\frac{47}{15}$ V. $\frac{85}{12}$ VI. $\frac{95}{3}$ VII. $\frac{425}{35}$ VIII. $\frac{89}{7}$

3. පහත සඳහන් පරිමේය සංඛ්‍යාවල දළ පිහිටීම සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

   I. 2 II. –4 III. 1.7 IV. $\frac{1}{3}$

4. පහත සඳහන් සංඛ්‍යා සමූහයෙන් පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය තෝරා සඟල වරහන් තුළ ලියා දක්වන්න.

   $\sqrt{4}$ 3.145..... -4 5 $\frac{22}{7}$ $\frac{1}{2}$ $\sqrt{25}$ -2 7 $\frac{3}{4}$ 4.3 $\sqrt{5}$ $\sqrt{2}$

5. පහත සඳහන් සංඛ්‍යා ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කරන්න.

   2.51 $\frac{5}{2}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{22}{7}$ 3

6. පහත සඳහන් දශම භාග සංඛ්‍යා ලෙස ලියා දක්වන්න.

   I. 0.6 II. 0.25 III. 0.45 IV. 0.55 V. 0.125

සාරාංශය

- **පරිමේය සංඛ්‍යා ප්‍රධාන වශයෙන් නිඛිල හා භාග වශයෙන් කොටස් දෙකකි.**
- **භාග, අන්ත දශම හා සමාවර්ත දශම වශයෙන් කොටස් දෙකකි**

07 වර්ගඵලය

වර්ගඵලය යන්නෙන් අදහස් කරන්නේ යම් පෘෂ්ඨයක මතුපිට ඉඩ ප්‍රමාණයයි. ඒ ඉඩ ප්‍රමාණය හෙවත් වර්ගඵලය ප්‍රයෝජනයට ගන්නා ආකාරය පහත සඳහන් අවස්ථා යටතේ ඔබේ ගුරුතුමා සමග සාකච්ඡා කරන්න.

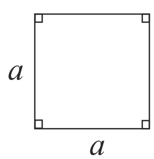
* පන්ති කාමරය
* ගෙවත්ත
* තමන්ගේ අභ්‍යාස පොත
* ක්‍රීඩා පිටිය
* නගරයේ සීමිත ඉඩකඩ සඳහා විකල්ප ක්‍රියා

7-1 සංවෘත තල රූපවල වර්ගඵලය

මෙම කරුණු සාකච්ඡා කිරීමේදී ඉඩ ප්‍රමාණ පිළිබඳ අදහසක් අප සිත් තුළ ඉස්මතු වේ. මෙම ඉඩ ප්‍රමාණයන් පිළිබඳව ප්‍රමාණාත්මක අගයන් ලබා ගැනීම සඳහා පහත දක්වෙන හැඩ හඳුනාගෙන ඒවායේ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා දී ඇති මිනුම් අනුව සම්බන්ධතා ගොඩනගන්න.

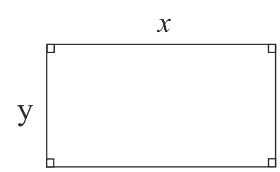
7-1 අභ්‍යාසය

1. I.



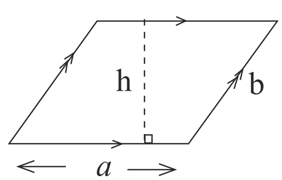
....

II.



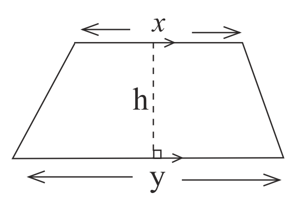
....

III.



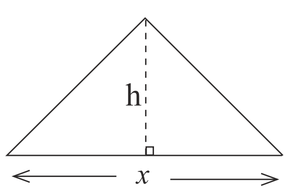
....

IV.



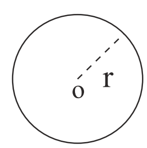
....

V.



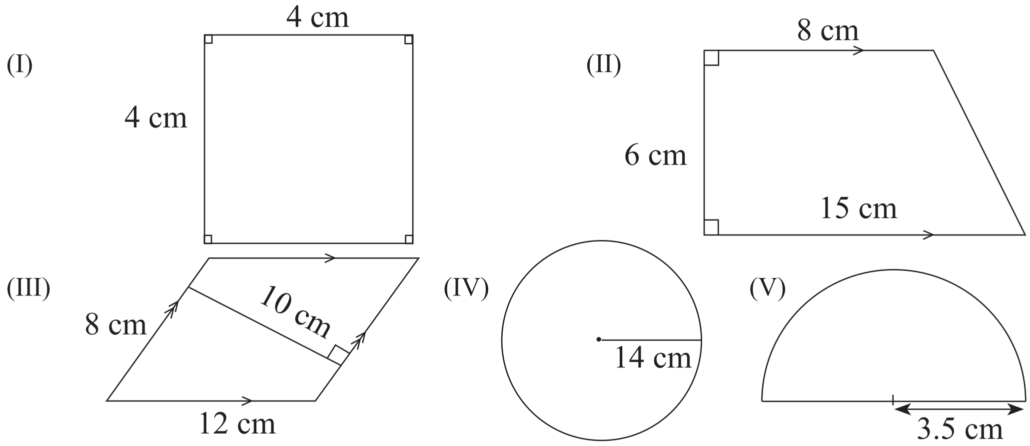
....

VI.



....

2. දී ඇති මිනුම් භාවිතා කරමින් පහත දැක්වෙන රූපවල වර්ගඵලය සොයන්න.



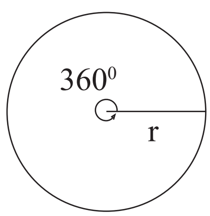
තල රූපයක වර්ගඵලය සෙවීමේ දී එක් එක් රූපයට අදාළ සූත්‍රය භාවිතා කළ යුතු බැවින් පළමුවෙන් ම වර්ගඵලය සොයන රූපය හඳුනා ගැනීම ඉතා වැදගත් බව වටහා ගත යුතු ය.

7-2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵලය

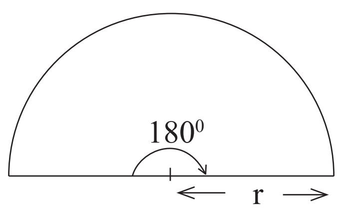
වෘත්තය ද සරල තල රූපයකි. අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා πr^2 යන සූත්‍රය භාවිත කරයි. එහෙත් වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සෙවීමේ දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් කුමන ප්‍රමාණයේ භාගයක් දැයි තීරණය කිරීම සඳහා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය භාවිත කළ හැකි ය.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලයත් වෘත්තයේ වර්ගඵලයත් අතර අනුපාතය ඒවායේ කේන්ද්‍රයේ කෝණ අතර අනුපාතයට සමාන වේ.

ක්‍රියාකාරකම්(1)

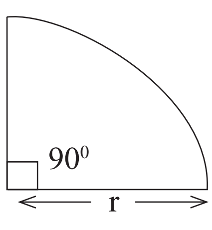


රූපයේ වර්ගඵලය $= \frac{360^0}{360^0} \times \pi r^2 = \pi r^2$

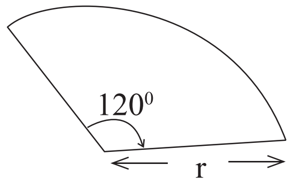


රූපයේ වර්ගඵලය

$= \frac{180^0}{360^0} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} \times \pi r^2$

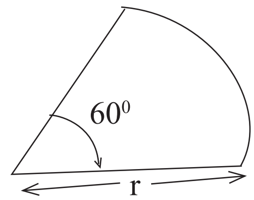


රූපයේ වර්ගඵලය = ...



රූපයේ වර්ගඵලය

= ....

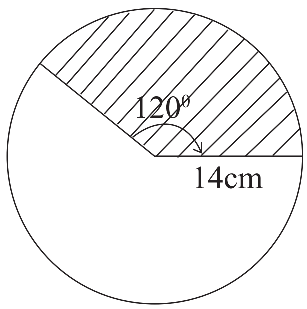


රූපයේ වර්ගඵලය

= ....

නිදසුන (1)

රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 14 cm වූ වෘත්තයක 120^0 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



වෘත්තයේ අරය = 14 cm

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය = 120^0

$\therefore$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{120^0}{360^0} \times \pi r^2$

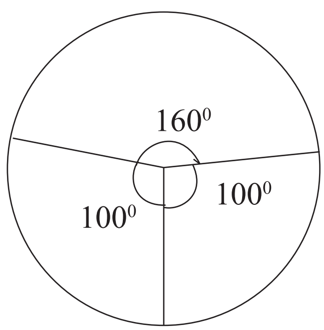
$= \dfrac{1}{3} \times \pi r^2$

$= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ cm}^2$

$= \dfrac{616}{3} \text{ cm}^2$

$= 205.33 \text{ cm}^2$

නිදසුන (2)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 7cm වූ වෘත්තයකි, එය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුනකට වෙන් කර ඇත. 100^0 වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

වෘත්තයේ අරය = 7 cm

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය = 100^0

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{100^0}{360^0} \times \pi r^2$

$= \dfrac{100^0}{360^0} \times \dfrac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times 7 \text{ cm}^2$

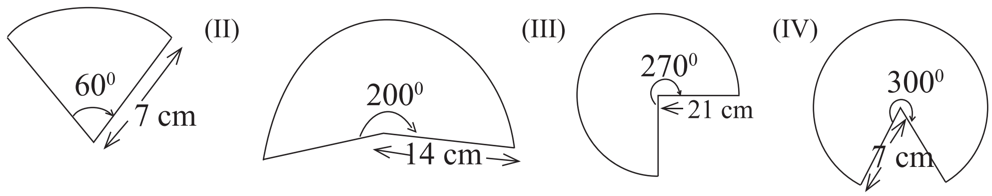
$= \dfrac{15400}{360} \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{42.77 \text{ cm}^2}}$

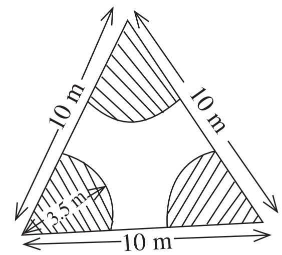
7-2 අභ්‍යාසය

(1) අරය 7 cm වන අර්ධ වෘත්තයක වර්ගඵලය සොයන්න.

(2) පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵලය සොයන්න.

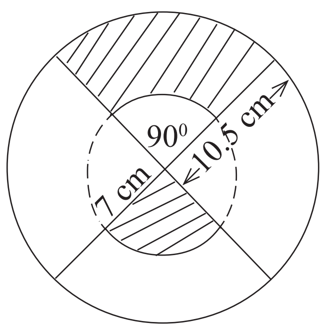


(3) පහත රූපයේ දක්වෙන්නේ උයනක් අලංකාර කිරීම සඳහා සකස් කර ඇති මල්පාත්තියකි. එහි අඳුරු කළ කොටසේ මල් වවා ඇති අතර අනෙක් කොටස්වල තණකොළ වවා ඇත. තණකොළ වවා ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



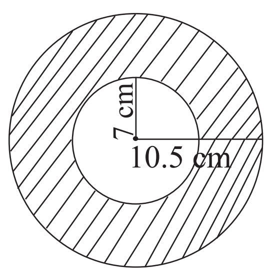
(4) නත්තල් උත්සවය සඳහා කේතු ආකාර නත්තල් ගසක් ගනකම කඩදාසියෙන් සකස් කළ අමිල ඒ සඳහා කපාගත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 240^0 කි. වෘත්තයේ අරය 35 cm නම් සැරසිල්ල සඳහා යොදාගත් කඩදාසියේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(5)



රූපයේ පාට කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(6)



රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

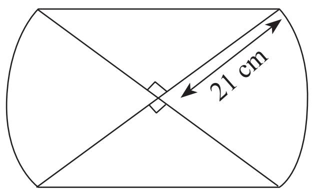
(7) කුඩ නිපැයුම් ආයතනයක් කුඩයක් නිෂ්පාදනය සඳහා අරය 42 cm ද කෝණය 45^0 ක් වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 8ක කුඩ රෙදි භාවිත කරයි. කුඩ 100 සෑදීම සඳහා අවශ්‍ය අවම රෙදි ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.

7-3 සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵලය

සරල තල රූප කීපයක එකතුවක් සංයුක්ත රූපයක් ලෙස හඳුන්වයි. එවැනි රූපවල වර්ගඵලය සෙවීමේ දී එම සංයුක්ත රූපය තුළ අඩංගු සරල තල රූප හඳුනාගත යුතුය. එසේ හඳුනාගත් සරල රූපවල වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යය සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය වේ.

* එවැනි සංයුක්ත රූප කීපයක වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (3)



රූපයේ දැක්වෙන සංයුක්ත රූපය. එක ම තරමේ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකකින් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත වේ. දී ඇති මිනුම් අනුව සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $= \dfrac{90^0}{360^0} \times \pi r^2$

$= \dfrac{1}{4} \times \dfrac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 346.5 \text{ cm}^2$

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2} \times 21 \times 21$

$= 220.5 \text{ cm}^2$

සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= (2 \text{ x } 346.5) + (2 \text{ x } 220.5) \text{ cm}^2$

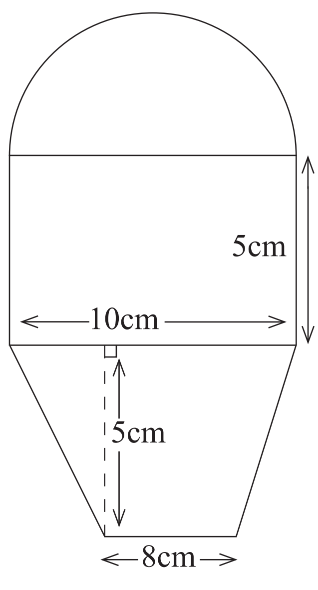
$= 693 + 441 \text{ cm}^2$

$= 1134 \text{ cm}^2$

* මෙහි වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා යොදා ගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් යෝජනා කරන්න.

නිදසුන (4)

පහත දැක්වෙන සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



අර්ධ වෘත්ත කොටසේ වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2} \times \pi r^2$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{22}{7} \times 5 \text{ x } 5 = 39.29 \text{ cm}^2$

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 5 \text{ cm}^2$

$= 50 \text{ cm}^2$

ත්‍රිපීසියමේ වර්ගඵලය $= \dfrac{10 + 8}{2} \times 5 \text{ cm}^2$

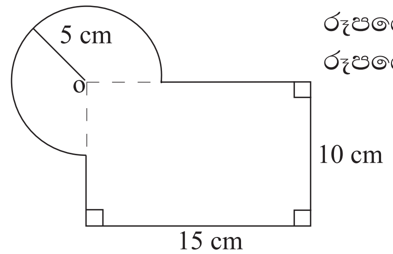
$= 9 \times 5 \text{ cm}^2$

$= 45 \text{ cm}^2$

සම්පූර්ණ රූපයේ වර්ගඵලය $= 39.29 + 50 + 45 \text{ cm}^2$

$= 134.29 \text{ cm}^2$

නිදසුන (5)



රූපයේ දක්වා ඇති සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= 15 \times 10 \text{ cm}^2$

$= 150 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 270^0$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{270^0}{360^0} \times \pi r^2$

$= \dfrac{3}{4} \times \dfrac{22}{7} \times 5 \times 5 \text{ cm}^2$

$= \dfrac{3}{2} \times \dfrac{11}{7} \times 25 \text{ cm}^2$

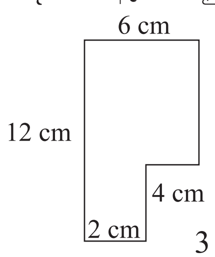
$= \dfrac{825}{14} \text{ cm}^2 = 58.92 \text{ cm}^2$

$\therefore$ මුළු රූපයේ වර්ගඵලය $= 150 \text{ cm}^2 + 58.92 \text{ cm}^2 = 208.92 \text{ cm}^2$

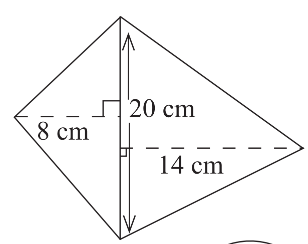
7-3 අභ්‍යාසය

(1) දක්වා ඇති මිනුම් අනුව පහත සංයුක්ත රූපවල වර්ගඵලය සොයන්න.

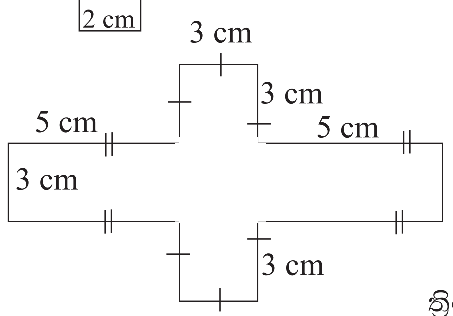
(I)



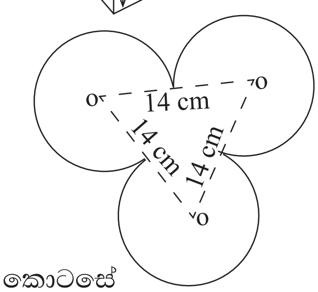
(II)



(III)



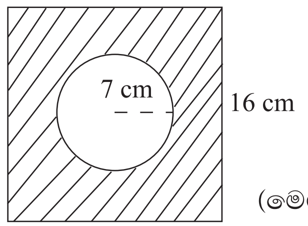
(IV)



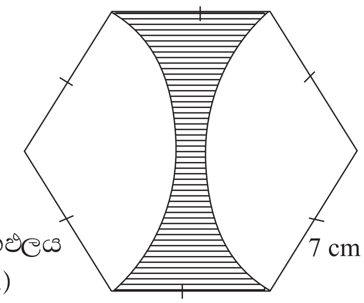
ත්‍රිකෝණාකාර කොටසේ වර්ගඵලය 84.9 cm^2 ලෙස සලකන්න.

(2) පහත දැක්වෙන රූපවල අඳුරු කළ කොටස්වල වර්ගඵලය සොයන්න.

(I)

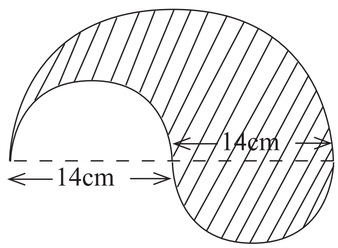


(II)

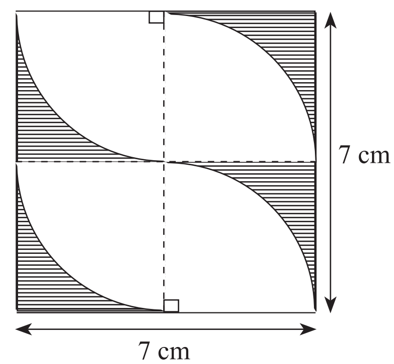


(මෙම සවිධි ෂඩස්‍රයේ වර්ගඵලය $127.26\ cm^2$ ලෙස සලකන්න.)

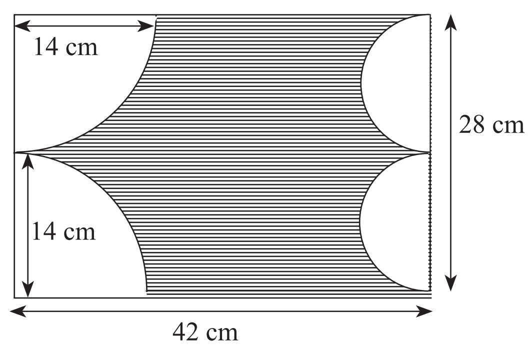
(III)

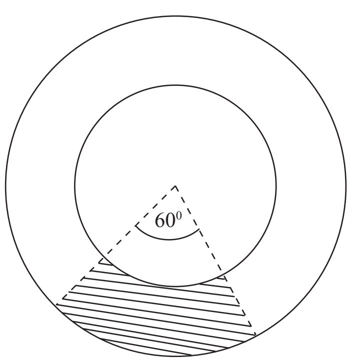


(IV)



(3) කෑම මේසයක ආහාර බඳුන් තැබීමට යොදා ගන්නා ලේන්සුවක් රූපයේ දැක්වේ. එහි අඳුරු කළ කොටසේ මල් මෝස්තර යොදා ඇත. මෝස්තර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.





(4) රූපයේ දැක්වෙන ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත දෙකේ අරයන් 10.5 cm හා 7 cm බැගින් වේ. එහි දක්වා ඇති 60^0 ක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අඳුරු කළ කොටස කපා ඉවත් කර ඇත. එවිට ඉතිරි වන කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

සාරාංශය

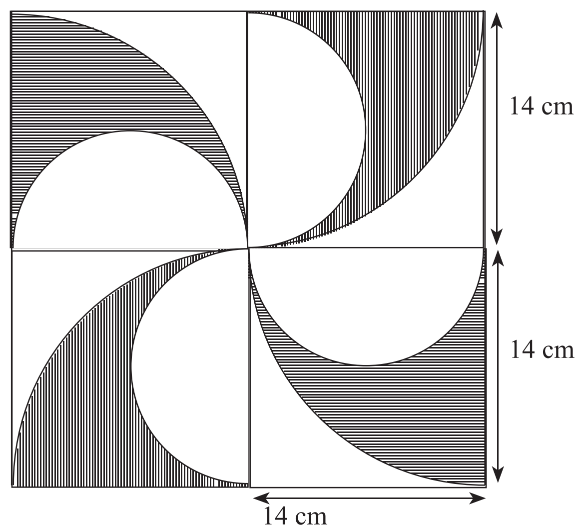
☛ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \dfrac{\text{කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය}}{360^0} \times \pi r^2$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

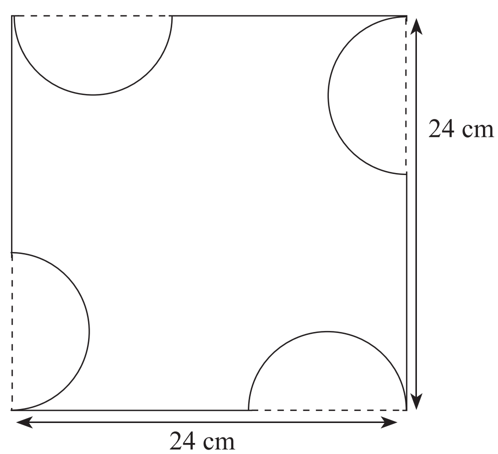
(1) 25 cm දිග 15 cm පළල පාට කඩදාසියකින් විෂ්කම්භය 7 cm වන වෘත්තාකාර කොටස් 6ක් කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(2) අර්ධ වෘත්තාකාර යකඩ තහඩුවක වර්ගඵලය 1232 cm^2 වේ. එහි විෂ්කම්භය කීය ද?

(3) රූපයේ දක්වෙන්නේ පැත්තක දිග 28 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිඟන් ගඩොලක, වෘත්ත ඛණ්ඩ ඇසුරින් නිර්මාණය කළ මෝස්තරයකි. රූපය හොඳින් නිරීක්ෂණය කර එහි අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



(4) පැත්තක දිග 24 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකින් අර්ධ වෘත්තාකාර සමාන කොටස් 4 ක් කපා ඉවත් කළ විට ඉතිරි වූ තහඩු කොටස රූපයේ දක්වේ. මෙම ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය 268 cm^2 නම් කපා ඉවත් කළ අර්ධ වෘත්ත කොටසක අරය ගණනය කරන්න.



08 වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

8-1 වීජීය ප්‍රකාශනයක් සාධකවලට වෙන්කිරීම

+ 6 වැනි සංඛ්‍යාවක් 6 x 1, 2 x 3, (-6) x (-1), (-2) x (-3) වැනි ක්‍රමවලින් සාධකවලට වෙන් කර දක්වන්නා සේ ම $2y$, $13x$, p^2 වැනි වීජීය පද ද $2 \times y$, $13 \times x$, $p \times p$ ආකාරයට සාධකවලට වෙන් කළ හැක. මේ ආකාරයට වීජීය ප්‍රකාශන ද සාධකවලට වෙන් කළ හැකි ය.

▲ පළමුව වීජීය ප්‍රකාශනයක පොදු සාධක වෙන් කරන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන (1)

(i) $12x + 18y$
$= \underline{\underline{6(2x + 3y)}}$

(ii) $-4p^2 - 6pq$
$= \underline{\underline{-2p(2p + 3q)}}$

(iii) $3y^2 + 9yc - 3y$
$= \underline{\underline{3y(y + 3c - 1)}}$

(iv) $a(x + 7) - 3(x + 7)$
$= \underline{\underline{(x + 7)(a - 3)}}$

(v) $6p^2 - 4p + 9p - 6$
$= 2p(3p - 2) + 3(3p - 2)$
$= \underline{\underline{(3p - 2)(2p + 3)}}$

> වැදගත් -
> $\boldsymbol{a(p-q) - b(q-p)}$
> $\boldsymbol{= a(p-q) + b(p-q)}$
> ලෙස දැක්විය හැකි ය.

▲ දෙවනුව වර්ග දෙකක අන්තර ක්‍රමය වීජීය ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීමට යොදා ගනිමු.

නිදසුන (2)

$\boxed{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)}$ බව අපි දනිමු.

(i) $1 - P^2$
$= 1^2 - P^2$
$= \underline{\underline{(1 - P)(1 + P)}}$

(ii) $4x^3 - xy^2$
$= x(4x^2 - y^2)$
$= x(2^2x^2 - y^2)$
$= \underline{\underline{x(2x - y)(2x + y)}}$

(iii) $(x - 3)^2 - 16$
$= (x - 3)^2 - 4^2$
$= \{(x - 3) - 4\}\{(x - 3) + 4\}$
$= \underline{\underline{(x - 7)(x + 1)}}$

8-1 අභ්‍යාසය

(1) සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $15ay - 10y$

(ii) $n^3 - n$

(iii) $18k^2 - 9kc$

(iv) $9y^2 - 18xy + 6y$

(v) $-P^2y - 2Py^2$

(2) සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $x(x-2) - y(x-2)$

(ii) $(p+q)^2 - (p+q)$

(iii) $t(a-3) + 5(3-a)$

(iv) $2x(3x-2) + 9x - 6$

(3) සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $ax + ay + bx + by$

(ii) $x^2 - 3x - 4x + 12$

(iii) $x^3 + 3x^2 + 4x + 12$

(iv) $3a^3 + 21 - 9a - 7a^2$

(4) සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $100 - y^2$

(ii) $9k^2 - C^2$

(iii) $t^3 - tp^2$

(iv) $(a+b)^2 - 64$

(v) $1 - (2x-3)^2$

(vi) $(x+y)^2 - (p-q)^2$

(5) සාධක දැනුම භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) $2.5 \times 114 - 2.5 \times 14$

(ii) $65^2 - 35^2$

(iii) $87.5^2 - 12.5^2$

(iv) 96×104

(v) $27(15-8) - 7(15-8)$

(vi) 102.5×97.5

8-2 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම

$x^2 + 6x + 8$ සාධකවලට වෙන් කරමු.

මෙම ප්‍රකාශනයේ පද තුනට ම පොදු සාධක නොමැති බැවින් පළමුවෙන් ම පහත පියවර අනුගමනය කරමින් පද 4ක් සහිත ප්‍රකාශනයක් බවට පත්කරගත යුතු ය.

I. **පියවර -** ප්‍රකාශනයේ පළමු හා තුන්වන පදවල ගුණිතයෙන් $+8x^2$ ලබාගන්න.

II. **පියවර -** $8x^2$ සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස වෙන් කළ හැකි ආකාර ලබාගන්න.

III. **පියවර -** ලැබුණු සාධක දෙකක එකතුය $+6x$ වන අවස්ථාවේ පද දෙක $6x$ වෙනුවට යෙදිය යුතු ය.

$+8x^2$ හි සාධක	සාධකවල එකතුය
$x \times 8x$	$9x$
$2x \times 4x$	$6x$
$(-x) \times (-8x)$	$-9x$
$(-2x) \times (-4x)$	$-6x$

IV. **පියවර -** වගුවේ ලකුණු කර ඇති ආකාරයට $2x + 4x$ මගින් $6x$ ලැබෙන නිසා එම සාධක යුගලය යොදා ගනිමින්.
$= x^2 + 6x + 8$ ප්‍රකාශනය $x^2 + 2x + 4x + 8$ ලෙස පද 4ක් සහිත ප්‍රකාශනයක් ලෙස ලියා ගන්න.

V. පියවර - දැන් ප්‍රකාශනයේ පද යුගලය බැගින් ගෙන පොදු සාධක මගින් සාධක සෙවීම කළ හැකි ය.

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 8 \\ = \; & x^2 + 2x + 4x + 8 \\ = \; & x(x+2) + 4(x+2) \\ = \; & \underline{\underline{(x+2)(x+4)}} \end{aligned}$$

නිදසුන (3)

$$\begin{aligned} & x^2 - 6x + 8 \\ = \; & x^2 - 2x - 4x + 8 \\ = \; & x(x-2) - 4(x-2) \\ = \; & \underline{\underline{(x-2)(x-4)}} \end{aligned}$$

$+8x^2$ හි සාධක	සාධකවල ඓක්‍යය
$x \times 8x$	$9x$
$2x \times 4x$	$6x$
$(-x) \times (-8x)$	$-9x$
$(-2x) \times (-4x)$	**$-6x$**

නිදසුන (4)

$$\begin{aligned} & P^2 + 2P - 15 \\ = \; & P^2 + 5P - 3P - 15 \\ = \; & P(P+5) - 3(P+5) \\ = \; & \underline{\underline{(P+5)(P-3)}} \end{aligned}$$

පළමු හා තුන්වන පදවල ගුණිතය $-15P^2$ නිසා

$-15P^2$ සාධක	සාධකවල ඓක්‍යය
$15P \times -P$	$+14P$
$-15P \times P$	$-14P$
$-5P \times 3P$	$-2P$
$5P \times -3P$	**$+2P$**

නිදසුන (5)

$$\begin{aligned} & 6n^2 - 7n + 2 \\ = \; & 6n^2 - 3n - 4n + 2 \\ = \; & 3n(2n-1) - 2(2n-1) \\ = \; & \underline{\underline{(2n-1)(3n-2)}} \end{aligned}$$

$12n^2$ සාධක	සාධකවල ඓක්‍යය
$12n \times n$	$+13n$
$6n \times 2n$	$+8n$
$3n \times 4n$	$+7n$
$-12n \times -n$	$-13n$
$-6n \times -2n$	$-8n$
$-3n \times -4n$	**$-7n$**

නිදසුන (6)

$$\begin{aligned} & 3 - 23h + 14h^2 \\ = \; & 3 - 21h - 2h + 14h^2 \\ = \; & 3(1-7h) - 2h(1-7h) \\ = \; & \underline{\underline{(1-7h)(3-2h)}} \end{aligned}$$

$42h^2$ හි සාධක	සාධකවල ඓක්‍යය
$-42h \times -h$	$-43h$
$-21h \times -2h$	**$-23h$**

නිදසුන (7)

$8k^2 - 2kp - 15p^2$
$= 8k^2 - 12kp + 10kp - 15p^2$
$= 4k(2k - 3p) + 5p(2k - 3p)$
$= \underline{(2k - 3p)(4k + 5p)}$

නිදසුන (8)

$x^3 - 2x^2y + xy^2$
$= x(x^2 - 2xy + y^2)$
$= x\{x^2 - xy - xy + y^2\}$
$= x\{x(x - y) - y(x - y)\}$
$= x\{(x - y)(x - y)\}$
$= \underline{x(x - y)^2}$

පොදු සාධක තිබේ නම් පළමුව පොදු සාධක වෙන් කරන්න.

8-2 අභ්‍යාසය

සාධක සොයන්න

(1) (i) $a^2 + 8a + 15$
(ii) $p^2 + 7p + 10$
(iii) $y^2 + 8y + 12$
(iv) $n^2 + 10n + 9$
(v) $x^2 + 14x + 33$
(vi) $24 + 11c + c^2$

(2) (i) $k^2 - 5k+6$
(ii) $t^2 - 9t + 14$
(iii) $x^2 - 7x + 6$
(iv) $y^2 - 13y + 30$
(v) $d^2 - 9d + 20$
(vi) $36 - 12f + f^2$

(3) (i) $y^2 + y - 12$
(ii) $x^2 + 2x - 8$
(iii) $p^2 + 9p - 90$
(iv) $e^2 + 4e - 5$
(v) $y^2 + 3y - 28$
(vi) $10 + 3p - p^2$

(4) (i) $n^2 - 3n - 10$
(ii) $y^2 - 6y - 16$
(iii) $m^2n - 3mn - 18n$
(iv) $g^2 - 3g - 4$
(v) $2x^2 - 8x - 42$
(vi) $19 - 18k - k^2$

(5) (i) $x^2 + 6xy + 9y^2$
(ii) $l^2 - 12lm + 20m^2$
(iii) $k^2 - 4kp+3p^2$
(iv) $p^2 + 2pq - 24q^2$
(v) $a^2 - 6ax - 7x^2$
(vi) $x^2 - 9xy - 10y^2$

8-3 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම තවදුරටත්

නිදසුන (9)

$= 8k^2 - 2kp - 15p^2$
$= 8k^2 - 12kp + 10kp - 15p^2$
$= 4k(2k - 3p) + 5p(2k - 3p)$
$= \underline{(2k - 3p)(4k + 3p)}$

$-120k^2p^2$ සාධක	සාධකවල ඓක්‍යය
$-120kp \times kp$	$-119kp$
$-60kp \times 2kp$	$-58kp$
$-12kp \times 10kp$	$-2kp$

8-3 අභ්‍යාසය

සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(1) (i) $2a^2 + 11a + 5$
(ii) $3x^2 + 13x + 10$
(iii) $9r^2 + 18r + 5$
(iv) $5m^2 + 8m + 3$
(v) $7a^2 + 16a + 9$

(2) (i) $3y^2 + 8xy + 4x^2$ (ii) $4p^2 + 13pq + 3q^2$ (iii) $5x^2 + 9xy + 4y^2$ (iv) $2m^2 + 17mn + 15n^2$

(3) (i) $6y^2 - 11y + 3$ (ii) $7c^2 - 9c + 2$ (iii) $8x^2 - 15x + 7$ (iv) $9k^2 - 13k + 4$

(4) (i) $m^2n^2 - 4mn + 4$ (ii) $10a^2 - 21ab + 11b^2$ (iii) $3x^2 - 8xy + 5y^2$ (iv) $2x^2 - 11ax + 5a$

(5) (i) $5y^2 + 2yx - 7x^2$ (ii) $6a^2 + ab - 15b^2$ (iii) $7t^2 + 10tl - 8l^2$ (iv) $10p^2 + 7pq - 12q^2$

(6) (i) $3x^2 + 2xy - 16y^2$ (ii) $2t^2 + tp - 45p^2$ (iii) $9a^2 + 5ab - 4b^2$ (iv) $14f^2 + 17fg - 6g^2$

(7) (i) $21x^2 - 16xy - 5y^2$ (ii) $9m^2 - 12mn + 4n^2$ (iii) $6y^2 - 7yx - 3x^2$ (iv) $15x^2 - 19xa - 10a^2$

(8) (i) $5 - 32x - 21x^2$ (ii) $8r^2 + 2rp - 15p^2$ (iii) $20a^2b^2 - 12ab - 27$ (iv) $12x^3 + 10x^2 - 42x$

8-4 වීජීය ප්‍රකාශනයක් ඒකජ ප්‍රකාශනයකින් බෙදීම

1. පදයක් පදයකින් බෙදීම

❉ සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවකින් බෙදන ආකාරය මීට පෙර සාකච්ඡා කර ඇත.

$$\frac{18 \text{ (භාජ්‍යය)}}{2 \text{ (භාජකය)}} = 9 \text{ (ලබ්ධිය)}$$

❉ ඒ ආකාරයට ම වීජීය පද බෙදීම ද කළ හැකි ය.

$$\frac{24xy \text{ (භාජ්‍යය)}}{8y \text{ (භාජකය)}} = 3x \text{ (ලබ්ධිය) වේ.}$$

නිදසුන (10)

(i) $\dfrac{24x^5}{8x^2} = \underline{\underline{3x^3}}$

(ii) $-28a^3b^2 \div 7a^2b$

$= \dfrac{-28a^3b^2}{7a^2b}$

$= \underline{\underline{-4ab}}$

2. ප්‍රකාශනයක් පදයකින් බෙදීම

නිදසුන (11)

$(12x + 6xy - 3z) \div 3$

$$\begin{array}{r|l} & 4x + 2xy - 1z \\ \hline 3 & (12x + 6xy - 3z) \\ & 12x \\ \cline{2-2} & \quad + 6xy \\ & \quad + 6xy \\ \cline{2-2} & \qquad - 3z \\ & \qquad - 3z \\ \cline{2-2} & \qquad 0 \end{array}$$

$(12x + 6xy - 3z) \div 3 = \underline{\underline{4x + 2xy - z}}$ (ලබ්ධිය)

3. ප්‍රකාශනයක් ප්‍රකාශනයකින් බෙදීම

නිදසුන (12)

(x^2+5x+6), $(x+2)$ න් බෙදන්න.

(i) පළමුව භාජ්‍යයේ පද පිළිවෙළට සකස්කර එහි පළමු පදය (x^2) භාජකයේ පළමු පදයෙන් (x) වලින් බෙදා පිළිතුර (x) ලබ්ධිය සටහන් කරන ස්ථානයේ ලියනු ලැබේ.

$$
\begin{array}{r|lcl}
 & x & & \\ \cline{2-2}
x+2 & x^2+5x+6 & & \\
 & \underline{x^2+2x} & \longleftarrow & x(x+2) \\
 & \qquad 3x+6 & &
\end{array}
$$

(ii) ලබ්ධියේ x භාජ්‍යයේ $(x+2)$ න් ගුණ කර (x^2+2x) භාජ්‍යයට පහළින් සටහන් කරනු ලැබේ.

(iii) (x^2+5x+6) න් (x^2+2x) අඩු කර ලැබෙන පිළිතුර එනම් $(3x+6)$ නැවත භාජකයේ පළමු පදයෙන් එනම් x වලින් බෙදා ලැබෙන පිළිතුර $(+3)$ ලබ්ධියේ දැනට ලැබී ඇති පිළිතුරට පසු ව සටහන් කරනු ලැබේ.

(iv) දැන් ලබ්ධියේ සටහන් කළ පදය භාජකයෙන් ගුණකර පිළිතුර පහළින් ලියනු ලැබේ.

$$
\begin{array}{r|lcl}
 & x+3 & & \\ \cline{2-2}
x+2 & x^2+5x+6 & & \\
 & \underline{x^2+2x} & \longleftarrow & x(x+2) \\
 & \qquad 3x+6 & & \\
 & \qquad \underline{3x+6} & \longleftarrow & 3(x+2) \\
 & \qquad\quad \underline{\underline{0}} & &
\end{array}
$$

❉ මේ අනුව $(x^2+5x+6) \div (x+2) = (x+3)$ වේ.

නිදසුන (13) $a^2-11a+2$, $(a-2)$ න් බෙදමු.

$$
\begin{array}{r|lcll}
 & a-9 & & & \\ \cline{2-2}
a-2 & a^2-11a+2 & & & \\
 & \underline{a^2-2a} & \longleftarrow & a(a-2) & \text{(ලබා ගන්නා ක්‍රමය)} \\
 & \qquad -9a+2 & & & \\
 & \qquad \underline{-9a+18} & \longleftarrow & -9(a-2) & \\
 & \qquad\quad -16 & & &
\end{array}
$$

❉ $a^2-11a+2$, $(a-2)$ න් බෙදූ විට ලබ්ධිය $= a-9$

ශේෂය $= -16$

8-4 අභ්‍යාසය

(1) (i) $16m^7 \div 8m^2$
(ii) $9a^4b^3 \div 2a^2b$
(iii) $8b^3c^2 \div -4b$
(iv) $-x^2y^2z^3 \div xy^2z$
(v) $63x^4y^2z^7 \div 9x^4y^2$
(vi) $-27ab^2c^3x^4 \div 3ac^2x^2$

(2) සුළු කරන්න.
(i) $(15xy - 10y) \div 5y$
(ii) $(12a^2 - 14a) \div 7a$
(iii) $(xy^3 - 20y^2) \div -y^2$
(iv) $(3x^6 - 6x^4 - 3x^3) \div 3x^3$
(v) $(3m^3 - 9m^2n + 12mn^3) \div (-3m)$
(vi) $(x^3y^2z + 7x^2yz^3 + 3xyz) \div (-xyz)$

(3) සුළු කරන්න.
(i) $(y^2 + 7y + 10) \div (y + 5)$
(ii) $(b^2 + 13b + 42) \div (b + 7)$
(iii) $(2x^2 + 9x + 4) \div (2x + 1)$
(iv) $(4m^2 - 4m-3) \div (2m - 3)$
(v) $(c^2 - 21cd + 108d^2) \div (c - 9d)$
(vi) $(2x^3 + 7x^2 + 6x + 1) \div (2x - 1)$

සාරාංශය

- වීජීය ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීමේ ආකාර කීපයක් ඇත.
- $ax+bx = x(a+b)$
- $a(x+y)+b(x+y) = (a+b)(x+y)$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- $a^2+3a+2 = (a+2)(a+1)$
- අංක ගණිතමය සුළු කිරීම්වල දී සාධක දැනුම භාවිත කළ හැකි ය.
- සංයුත ප්‍රකාශනයක් තනි සාධකයකින් බෙදීමේ දී එම සාධකයෙන් ප්‍රකාශනයේ සෑම පදයක් ම වෙන් වෙන් ව බෙදිය යුතු ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) සාධක සොයන්න

(i) $(p - q)^2 - 81\,x^2y^2$
(ii) $x^2 - 10y^2 + xy - 10xy$
(iii) $4(a - b)^2 - 2\,(b - a)$
(iv) $a^2b - 10b^3 - 3ab^2$

(2) සුළු කරන්න.

(i) $(6ac^3 - 6a^2b - 12ab^2) \div 6a$
(ii) $(-x^2 + x + 6) \div (-x - 2)$
(iii) $(6y^2 - y - 15) \div (3y - 5)$
(iv) $(5x^2 + 9xy + 4y^2) \div (5x + 4y)$

09 ත්‍රිකෝණ

9-1 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ

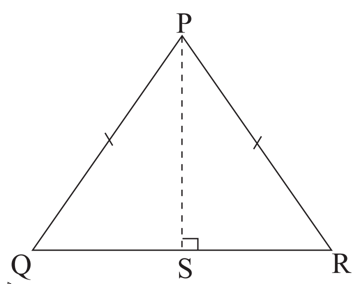
සටහන

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක

- ☛ ආධාරක පාදය ලෙස සමාන පාද දෙක හැර ඉතරි පාදය ගත් විට
- ☛ ආධාරකයට සම්මුඛ ශීර්ෂයේ සිට ආධාරකයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට අඳිනු ලබන රේඛාව එනම් මධ්‍යස්ථයත්
- ☛ ශීර්ෂ කෝණයේ සමච්ඡේදකයත්
- ☛ ශීර්ෂයේ සිට ආධාරකයට අඳිනු ලබන ලම්බයත්
- ☛ ආධාරකයේ ලම්බසමච්ඡේදකයත් එකිනෙක සමපාත වේ.

මෙම ගුණ සාධනය කර පෙන්විය හැකි පහත ක්‍රියාකාරකම කරන්න.

ක්‍රියාකාරකම(1)



දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR

සාධනය කළ යුත්ත -
* P ශීර්ෂයේ සිට QR ට අඳිනු ලබන මධ්‍යස්ථයත්
* P ශීර්ෂයේ සිට QR ට අඳින ලම්බයත්
* $Q\hat{P}R$ හි කෝණ සමච්ඡේදකයත්
* QR හි ලම්බ සමච්ඡේදකයත් සමපාත වන බව

නිර්මාණය - QR හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වන S ලකුණු කර PS යා කරන්න.

සාධනය - (හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න)

PQS හා PSR Δ වල

PQ = ... (.................................)

PS = ... (.................................)

...... = SR (.................................)

PQS Δ $\equiv$ .... (..................... අවස්ථාව)

$Q\hat{P}S$ =.................. (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

ඒ අනුව PS වලින් $Q\hat{P}R$ සමච්ඡේදනය වී ඇත.

$P\hat{S}Q$ = ...

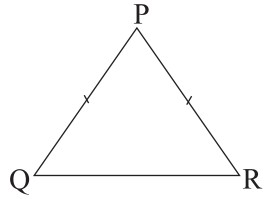
$P\hat{S}Q + P\hat{S}R$ = ... (.................................)

$P\hat{S}Q$ = ... = 90^0

PS $\perp$ QR

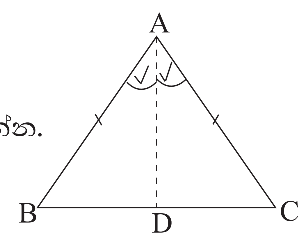
S ලක්ෂ්‍යය QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය බැවින්
PS, QR හි ලම්බ සමච්ඡේදකයයි. එසේ ම PS, QR ට ඇඳි මධ්‍යස්ථයකි.

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් එය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් ලෙස හඳුන්වයි.



PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වන නිසා PQR සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වේ.
මෙහි QR පාදය ආධාරකය යනුවෙන් ද $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{R}Q$ ආධාරක කෝණ ලෙස ද හඳුන්වයි. ආධාරකයට සම්මුඛ කෝණය එනම් $Q\hat{P}R$ ශීර්ෂ කෝණය ලෙස හඳුන්වයි.

ප්‍රමේයය:- ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.



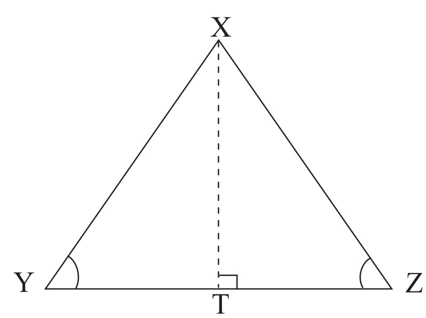
දත්තය - ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ.
සාධනය කළ යුත්ත - $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ බව
නිර්මාණය - $B\hat{A}C$ සමච්ඡේදකය, BC පාදය D හිදී හමු වන පරිදි අඳින්න.
සාධනය - ABD හා ACD Δ වල

AB	= AC	(දත්තය)
$B\hat{A}D$	= $C\hat{A}D$	(නිර්මාණය)
AD	= AD	(පොදු පාදය)
ABD Δ	$\equiv$ ACD Δ	(පා:කෝ:පා: අවස්ථාව)
$A\hat{B}D$	= $A\hat{C}D$	(අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)
එනම් $A\hat{B}C$	= $A\hat{C}B$	වේ.

සටහන

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වූ විට සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද අතර සම්බන්ධතාවක් තිබේ දැයි පහත ක්‍රියාකාරකම ඇසුරින් සොයා බලමු.

ක්‍රියාකාරකම(2)



හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

දත්තය - XYZ ත්‍රිකෝණයේ $X\hat{Y}Z = X\hat{Z}Y$ වේ.

සාධනය කළ යුත්ත- XY = XZ බව

නිර්මාණය - $Y\hat{X}Z$ සමච්ඡේදකය YZ පාදය T හි දී හමු වන සේ අඳින්න.

සාධනය - XYT හා XZT ත්‍රිකෝණවල

$X\hat{Y}T$ = ... (....................)

$Y\hat{X}T$ = ... (....................)

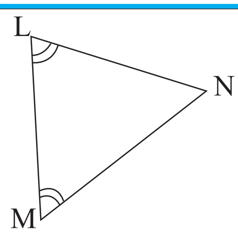
XT = ... (පොදු පාදය)

XYT Δ $\equiv$ .... Δ (.....................)

$\underline{\underline{XY = ...}}$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයයː- ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම් සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වේ.

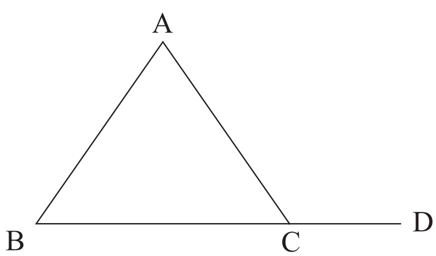


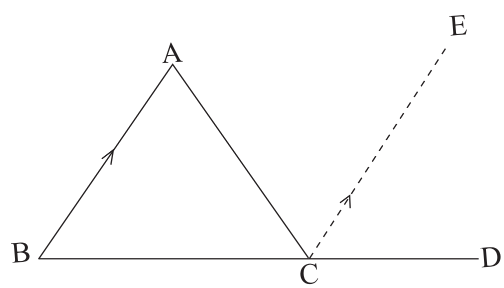
රූපයේ $N\hat{L}M = N\hat{M}L$ නම්
ඉහත ප්‍රමේයට අනුව LN = MN වේ.

ක්‍රියාකාරකම (3)

ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D තෙක් දික් කර ඇත.

මෙහි $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ කෝණ දෙක $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණය අනුබද්ධයෙන් අභ්‍යන්තර ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණ දෙක ලෙස හැඳින්වේ.





දත්තය - ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D තෙක් දික් කර ඇත.

සාධනය කළ යුත්ත - $A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$ බව

නිර්මාණය - C හරහා AB ට සමාන්තර ව CE අඳින්න.

සාධනය - හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$A\hat{B}C$ = ... (අනුරූප ∢) - (1)

$B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (................................) - (2)

(1)+(2) $A\hat{B}C + B\hat{A}C$ = ... + ...

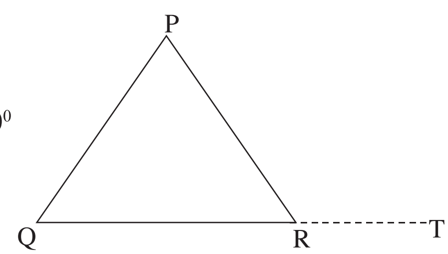
$\underline{\underline{A\hat{B}C + B\hat{A}C = A\hat{C}D}}$

මෙම ක්‍රියාකාරකමෙන් ලැබුණු ප්‍රතිඵලය, ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය:- ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික්කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණවල එකෲයට සමාන වේ.

ක්‍රියාකාරකම (4)

රූපසටහන සැලකිල්ලට ගෙන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණකි.

සාධනය කළ යුත්ත - $P\hat{Q}R + P\hat{R}Q + Q\hat{P}R = 180^0$ (සෘජු ∢ 2) බව

නිර්මාණය - QR පාදය T තෙක් දික් කර ඇත.

හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

සාධනය - $P\hat{Q}R + Q\hat{P}R = P\hat{R}T$ (......................)

දෙපසට ම $P\hat{R}Q$ එකතු කළ විට

$P\hat{Q}R + Q\hat{P}R + P\hat{R}Q = P\hat{R}T$ + ...

නමුත් $P\hat{R}T$ + ... $= 180^0$ (......................)

$P\hat{Q}R + Q\hat{P}R + P\hat{R}Q = 180^0$

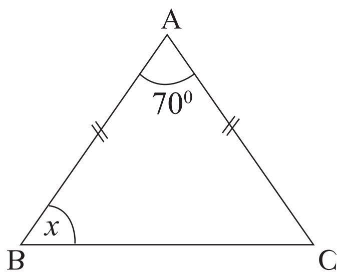
මෙම ක්‍රියාකාරකමෙන් ලැබුණු ප්‍රතිඵලය, ප්‍රමේයක් ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය:- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180^0 කි. (සෘජුකෝණ 2කි.)

ඉහත ප්‍රමේයයන් භාවිත කරන ගණනය කිරීම් හා සාධන කීපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන (1)

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. x අගය සොයන්න.



$A\hat{B}C = A\hat{C}B = x$ (AB = AC නිසා)

$x + x + 70^0 = 180^0$ (∆ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය)

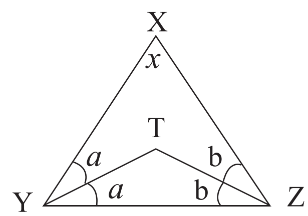
$2x = 180^0 - 70^0$

$2x = 110^0$

$\underline{\underline{x = 55^0}}$

නිදසුන (2)

XYZ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{Y}$ හා $\hat{Z}$ සමච්ඡේදක T හිදී හමු වේ. $x = 50^0$ නම් $Y\hat{T}Z$ අගය සොයන්න.



$\hat{Y}$, TY මගින් සමච්ඡේදනය වී ඇති නිසා

$X\hat{Y}T = Z\hat{Y}T = a$ සහ එලෙස ම

$X\hat{Z}T = Y\hat{Z}T = b$ ද නම්

XYZ ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල ඓක්‍යය 180^0 නිසා

$2a + 2b + 50^0 = 180^0$

$2a + 2b = 180^0 - 50^0$

$2(a + b) = 130^0$

$a + b = 65^0$

TYZ ත්‍රිකෝණයේ $a + b + Y\hat{T}Z = 180^0$

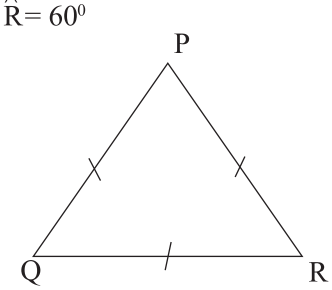
$65^0 + Y\hat{T}Z = 180^0$

$Y\hat{T}Z = 180^0 - 65^0$

$= \underline{\underline{115^0}}$

නිදසුන (3)

PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = QR = PR වේ. $\hat{P} = \hat{Q} = \hat{R} = 60^0$ බව සාධනය කරන්න.



නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = QR = PR වේ.

සාධනය කළ යුත්ත - $\hat{P} = \hat{Q} = \hat{R} = 60^0$ බව

සාධනය -

$PQ = PR$ (දත්තය)

$\therefore P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$ (ත්‍රිකෝණයක පාද 2ක් සමාන වේ. ඒවාට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.)

මෙලෙස ම $PR = QR$ නිසා

$P\hat{Q}R = Q\hat{P}R$

ප්‍රත්‍යක්ෂ අනුව $P\hat{Q}R = P\hat{R}Q = Q\hat{P}R$

නමුත් $\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} = 180^0$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය)

$\hat{P} = \hat{Q} = \hat{R}$ නිසා

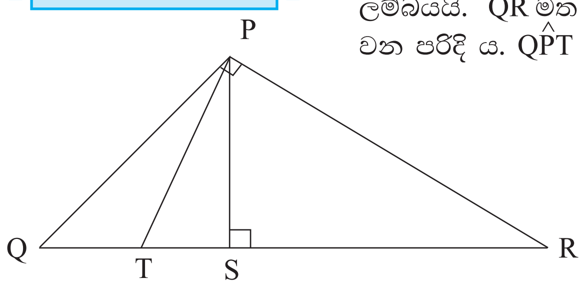
$3\hat{P} = 180^0$

$\underline{\underline{\hat{P} = 60^0}}$

මෙලෙස ම $\hat{Q} = 60^0$ හා $\hat{R} = 60^0$ වේ.

නිදසුන (4)

PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{P} = 90^0$ වේ. PS යනු P සිට QR ඇදි ලම්බයයි. QR මත T ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ PR = TR වන පරිදි ය. $Q\hat{P}T = T\hat{P}S$ බව සාධනය කරන්න.



දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{P} = 90^0$

PS යනු P සිට QR ට ඇදි ලම්බයයි.

QR මත T ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ PR = TR වන පරිදි ය.

සාධනය කළ යුත්ත - $Q\hat{P}T = T\hat{P}S$ බව

සාධනය - PTS ත්‍රිකෝණයේ $P\hat{S}T = 90^0$ (දත්තය නිසා)

$R\hat{T}P + T\hat{P}S = 90^0$ ——— (1)

$Q\hat{P}T + T\hat{P}R = 90^0$ ——— (2)

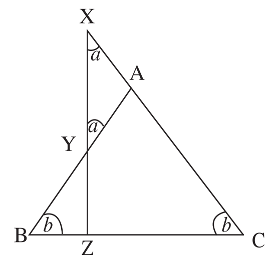
(1) හා (2) $R\hat{T}P + T\hat{P}S = Q\hat{P}T + T\hat{P}R$

නමුත් $R\hat{T}P = T\hat{P}R$ (PR = TR නිසා)

$\underline{\underline{T\hat{P}S = Q\hat{P}T}}$

නිදසුන (5)

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. දික් කළ CA මත X පිහිටන්නේ AX = AY වන සේ ය. $YZ \perp BC$ බව සාධනය කරන්න.



දත්තය - ABC Δ යේ AB = AC වේ.
දික්කල CA මත x පිහිටන්නේ
AX = AY වන සේ ය.

සාධනය කළ යුත්ත - YZ BC බව

සාධනය - $A\hat{X}Y = A\hat{Y}X = a$ (AX = AY නිසා)

AB = AC නිසා $A\hat{B}C = A\hat{C}B = b$ නම්

$B\hat{A}C = 2a$ (Δ පාදයක් දික්කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණවල ඓක්‍යය)

ABC Δ යේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180^0 නිසා

$$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$$
$$2a + b + b = 180^0$$
$$2a + 2b = 180^0$$
$$a + b = 90^0$$

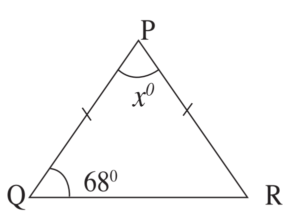
XZC ත්‍රිකෝණයේ $Z\hat{X}C + X\hat{C}Z + X\hat{Z}C = 180^0$

$$a + b + X\hat{Z}C = 180^0$$
$$90^0 + X\hat{Z}C = 180^0$$
$$X\hat{Z}C = 90^0$$
$$\therefore YZ \perp BC$$

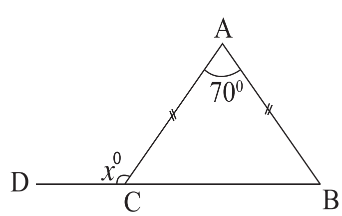
9-1අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපවල දත්ත අනුව x^0 ලෙස දක්වා ඇති කෝණයේ අගය සොයන්න.

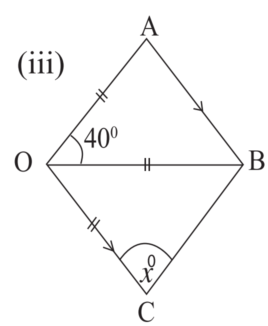
(i)



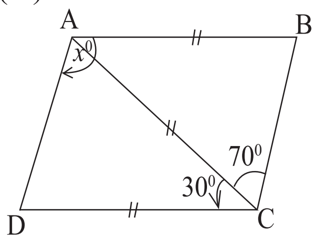
(ii)



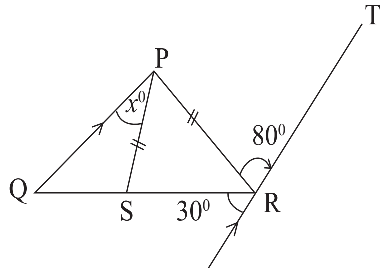
(iii)



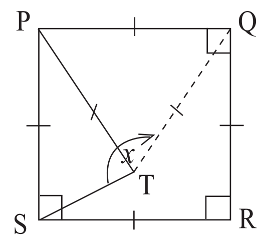
(iv)



(v)

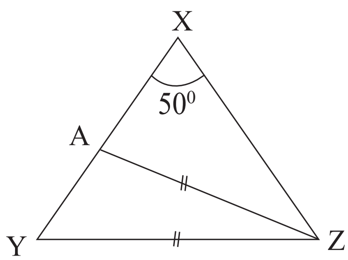


(vi)



(2) ආධාරක කෝණයක් ශීර්ෂ කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වූ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක එක් එක් කෝණයේ අගය සොයන්න.

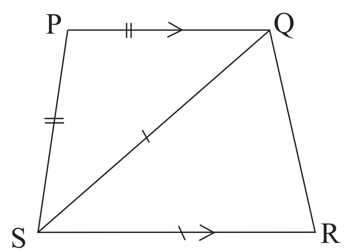
(3)



රූපයේ XYZ ත්‍රිකෝණයේ XY = XZ ද AZ = YZ ද වේ. $Y\hat{X}Z = 50^0$ නම් $X\hat{Z}A$ සොයන්න.

(4) ABCDE සවිධි පංචාස්‍රයකි. එහි $E\hat{B}C$ අගය සොයන්න.

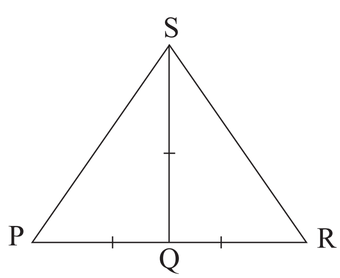
(5)



PQRS චතුරස්‍රයේ PQ // SR වේ. එහි PQ = PS සහ SQ = SR වේ නම් $S\hat{P}Q = 100^0$ වූ විට $S\hat{R}Q$ අගය සොයන්න.

(6) ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ නම් AB = BC = CA බව සාධනය කරන්න.

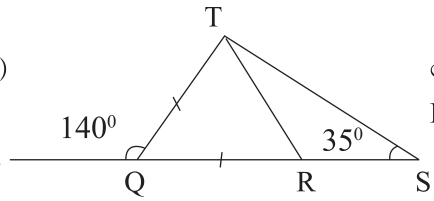
(7)



PSR ත්‍රිකෝණයේ PR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Q වේ. PQ = SQ වේ නම් $P\hat{S}R$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

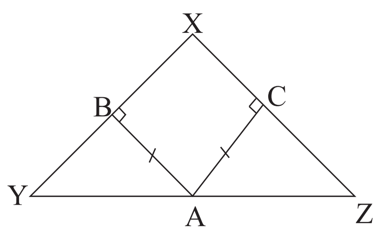
(8) ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = \hat{B}$ වේ. $\hat{A}$ හා $\hat{B}$ සමච්ඡේදක x හි දී එකිනෙක හමුවේ. ABX සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

(9)



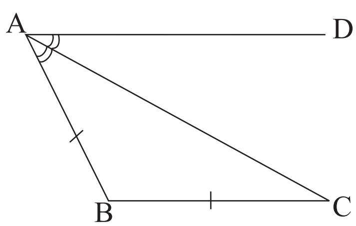
රූපයේ PQRS සරල රේඛාවකි. QT = QR වේ RT = RS බව පෙන්වන්න.

(10)



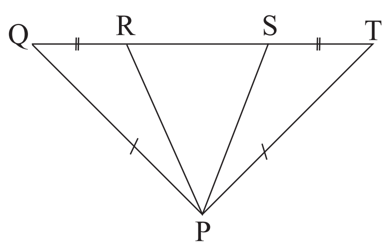
XYZ ත්‍රිකෝණයේ XY = XZ වේ. YZ මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයේ සිට XY ට ඇඳි ලම්බය AB ද XZ ට ඇඳි ලම්බය AC ද වේ. AB = AC නම් YZ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය A බව සාධනය කරන්න.

(11)



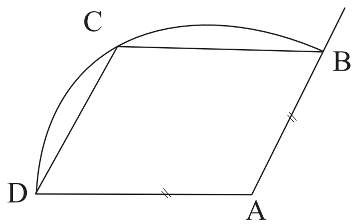
රූපයේ AC මගින් $D\hat{A}B$ සමච්ඡේදනය වී ඇත. AB = BC නම් AD // BC බව සාධනය කරන්න.

(12)



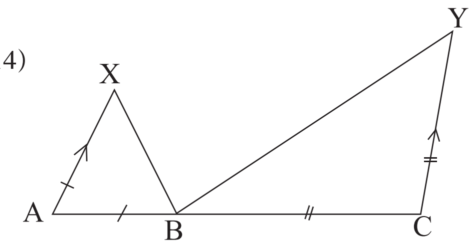
රූපයේ QRST සරල රේඛාවකි. PQ = PT සහ QR = ST නම් $P\hat{R}S = P\hat{S}R$ බව සාධනය කරන්න.

(13)



A කේන්ද්‍රය වූ වෘත්ත චාපයක් මත B, C, D ලක්ෂ්‍ය පිහිටයි.
$A\hat{D}C + A\hat{B}C = B\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.
(ඉඟිය - AC යා කරන්න.)

(14)



රූපයේ ABC සරල රේඛාවකි. AX // CY වන අතර AX = AB සහ CB = CY වේ නම් $X\hat{B}Y$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

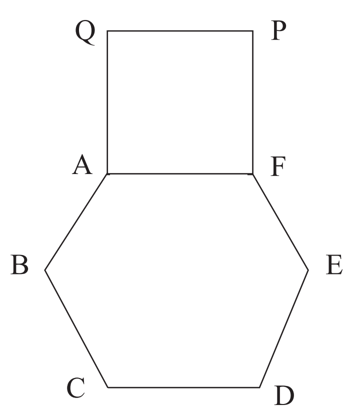
(15) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. BA හා BC මත පිළිවෙළින් X හා Y පිහිටා ඇත්තේ XB = YB වන පරිදි ය. දික්කළ XY ත් දික් කළ AC ත් Z හි දී හමු වේ. XA = XZ නම් $\hat{B} = 3\hat{A}$ බව සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

- පාද දෙකක් සමාන ත්‍රිකෝණ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ලෙස හඳුන්වන අතර, ඒවායේ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම් සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණවල ඓක්‍යයට සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකි.

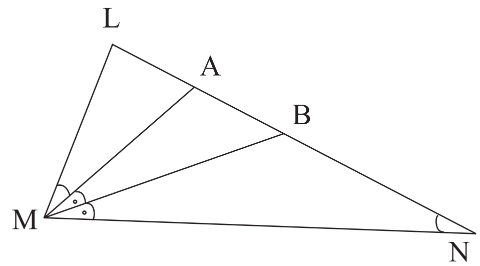
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1)



රූපයේ ABCDEF සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. AFPQ සමචතුරස්‍රයකි. $F\hat{P}E$ අගය සොයන්න.

(2) රූපයේ LMN ත්‍රිකෝණයේ LN පාදය මත A හා B ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $A\hat{M}N$ සමච්ඡේදකය MB වන සේ සහ $L\hat{M}A = B\hat{N}M$ ලෙස නම් LM = LB බව සාධනය කරන්න.

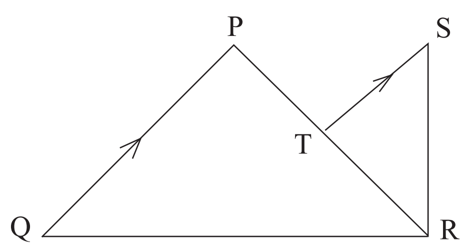


(3) PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{P} = 90^0$ වේ. PS යනු P සිට QR ට ඇඳි ලම්බයයි. QR මත T ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ PR = TR වන පරිදි ය. $T\hat{P}S = T\hat{P}Q$ බව සාධනය කරන්න.

(4) XYZ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ XY = YZ වේ. $Y\hat{X}Z$ සමච්ඡේදකය T හිදී YZ හමුවේ. XZ = XY + YT බව සාධනය කරන්න. (ඉඟිය: T සිට XZ ට ලම්බයක් අඳින්න.)

(5) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. CN යනු C ලක්ෂ්‍යයේ සිට AB ට ඇඳි ලම්බයයි. $B\hat{A}C = 2N\hat{C}B$ බව සාධනය කරන්න.

(6)



PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = PR වේ. TS = TR සහ PQ // TS නම් QRS සෘජුකෝණියක් බව සාධනය කරන්න.

10 අනුපාත

10-1 අනුපාත

එකම ඒකකයකින් ප්‍රකාශිත රාශි දෙකක් අතර සම්බන්ධතාව අනුපාතයක් වශයෙන් හැඳින්වේ.

ගීතාගේ උස 1 m 20 cm කි. ඇගේ සොහොයුරිය වූ නීතාගේ උස 90 cm කි. ගීතාගේ සහ නීතාගේ උස අතර අනුපාතය සොයන්න.

ගීතාගේ උස $= 1\,\text{m}\ 20\,\text{cm} = 120\,\text{cm}$
නීතාගේ උස $= 90\,\text{cm}$

ගීතාගේ හා නීතාගේ උස අතර අනුපාතය $= 120 : 90$
(සරල ම ආකාරයට) $= 4:3$

අනුපාතයේ ඇතුළත් සංඛ්‍යා අනුපාතයේ පද ලෙස හඳුන්වයි. පද දෙකක අනුපාතයක් භාගයක් ලෙස ද දැක්විය හැකි ය.

$4:3 \longrightarrow \dfrac{4}{3}$ (පළමු පදය) දෙවන පදය)

ක්‍රියාකාරකම් (1)

පහත දැක්වෙන රාශි අතර සම්බන්ධතා අනුපාත ලෙස ලියන්න.

(1) A හා B යන දෙදෙනා ළඟ පිළිවෙළින් රුපියල් 1000 ක් හා රුපියල් 250 ක් ඇත.

I. A හා B ළඟ ඇති මුදල් අතර අනුපාතය $= \dfrac{\text{A ගේ මුදල}}{\text{B ගේ මුදල}} = \dfrac{1000}{\ldots\ldots} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \rightarrow 4:1$

II. B හා A ළඟ ඇති මුදල් අතර අනුපාතය $= \dfrac{\text{B ගේ මුදල}}{\text{A ගේ මුදල}} = \dfrac{}{1000} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \rightarrow \ldots\ldots$

නිදසුන (1)

එක්තරා සමාගමක් නිපදවනු ලැබූ විදුලි බල්බ 840 තොගයක වොට් 25 බල්බ 480ක් ද වොට් 40 බල්බ 240 ක් ද වොට් 60 බල්බ 120ක් ද විය. වොට් 25, 40, 60 බල්බ සංඛ්‍යා අතර අනුපාතය කීය ද?

වොට් 25, වොට් 40 වොට් 60 බල්බ ගණන අතර අනුපාතය $= 480 : 240 : 120$

$= 48 : 24 : 12$

$= \underline{\underline{4 : 2 : 1}}$

10-1 අභ්‍යාසය

1. A ගේ වයස අවුරුදු 45 යි. B ගේ වයස අවුරුදු 5 යි. දෙදෙනාගේ වයස් අතර අනුපාතය ලියන්න.

2. රු. 2 හා ශත 50 අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

3. දිනක දී අලෙවි වූ ඉසිවර පුවත්පත් ගණන 750 කි. එදින ම අලෙවි වූ ජනජය පුවත්පත් ගණන 400 කි. ඉසිවර හා ජනජය පුවත්පත් අලෙවි වූ අනුපාතය සොයන්න.

4. එක්තරා පාසලක උසස් පෙළ විද්‍යා, කලා, වාණිජ විෂය ධාරාවක් හදාරන සිසුන් සංඛ්‍යාවන් පිළිවෙළින් 420, 700, 630 වේ. එක් එක් විෂය ධාරාවන් හදාරන සිසුන් අතර අනුපාතය කීය ද?

5. එළවළු වගා කිරීමෙන් එක් කන්නයක දී නිමල් ලැබූ ආදායම රු. 30,000 කි. කමල් ලැබූ ආදායම රු. 20,000 ක් නම් නිමල් හා කමල්ගේ ආදායම් අතර අනුපාතය කීය ද?

6. පහත දක්වා ඇති අනුපාතයන් භාග ලෙස දක්වන්න.

   I. 3:2 II. 1:5 III. 7:3 IV 1.5 : 0.25 V. $\frac{1}{2}:3$

10-2 අනුපාත භාවිතය

අනුපාත, විවිධ ගණනය කිරීම් සඳහා යොදා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන (2)

විස්කෝතු නිෂ්පාදනය සඳහා පිළියෙල කරන ලද පිටි මිශ්‍රණයක් සඳහා බර අනුව සීනි, කිරි හා පිටි 2:3:5 අනුපාතයට මිශ්‍ර කරනු ලබයි.

I. මිශ්‍රණය 100 kg සඳහා යෙදිය යුතු සීනි කිලෝග්‍රෑම් ගණන කීය ද?

II. ඉහත අනුපාතයට ම මිශ්‍රණය සාදා ගැනීමට සීනි 10 kg සඳහා යෙදිය යුතු කිරි හා පිටි ප්‍රමාණයන් සොයන්න.

(i) විස්කෝතු මිශ්‍රණයේ සීනි කිරි හා පිටි අතර අනුපාතය $= 2 : 3 : 5$

සීනි ප්‍රමාණය මුළු මිශ්‍රණයේ භාගයක් ලෙස $= \dfrac{2}{10}$

මිශ්‍රණය 100kg සඳහා අවශ්‍ය සීනි වල බර $= \dfrac{2}{1\cancel{0}} \times 10\cancel{0}$

$= \underline{\underline{20\text{kg}}}$

(ii) සීනි කිරි හා පිටි අතර අනුපාතය $= 2 : 3 : 5$

සීනි හා කිරි අතර අනුපාතය භාගයක් ලෙස $= \dfrac{3}{2}$

සීනි 10kg සඳහා යෙදිය යුතු කිරි ප්‍රමාණය $= \dfrac{3}{\cancel{2}} \times \overset{5}{\cancel{10}}$

$= \underline{\underline{15\text{kg}}}$

සීනි හා පිටි අතර අනුපාතය $= \dfrac{5}{2}$

සීනි 10kg සඳහා යෙදිය යුතු පිටි ප්‍රමාණය $= \dfrac{5}{\cancel{2}} \times \overset{5}{\cancel{10}}$

$= \underline{\underline{25\text{kg}}}$

10-2 අභ්‍යාසය

1. රු.343 ක් A හා B අතර 3:4 අනුපාතයට බෙදූ විට A ට ලැබෙන මුදල කීය ද?

2. නිමල් හා රංජිත් අතර රු.169 ක් 10:3 අනුපාතයට බෙදූ විට නිමල්ට හා රංජිත්ට ලැබෙන මුදල් ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. ගම්මානයක පිහිටි පාසලක සිංහල, ද්‍රවිඩ හා මුස්ලිම් සිසුන් සිංහල මාධ්‍යයෙන් අධ්‍යාපනය ලබති. සිසුන් සංඛ්‍යාව අතර අනුපාතය 5:2:1 නම් 552 වන මුළු සිසුන් සංඛ්‍යාවෙන් සිංහල සිසුන් ගණන කීය ද?

4. එක්තරා ගමක සිටින පවුල් පිළිබඳ ව කළ සමීක්ෂණයක දී ස්වයංරැකියා, රජයේ රැකියා,පෞද්ගලික අංශයේ රැකියා හා විදේශ රැකියා කරන්නන් අතර අනුපාතය 2:3:1:4 බව හෙළි වෙයි. රජයේ රැකියා කරන්නන්ගේ සංඛ්‍යාව 27 ක් නම්

   I. විදේශ රැකියා කරන සංඛ්‍යාව කීය ද?
   II. මේ ආකාරයේ රැකියා කරන ගමේ සිටින මුළු පවුල් ගණන කීය ද?

5. එක්තරා මුදලක් විජිනි හා නීලා අතර 5:2 අනුපාතයට ද නීලා හා සචිනි අතර 4:3 අනුපාතයට ද බෙදනු ලැබූ විට නීලාට රු. 24 ක් ලැබුණි. බෙදූ මුදල කීය ද?

6. සුළු ව්‍යාපාරිකයෙක් රටකජු පරිප්පු හා මුරුක්කු 2:3:5 අනුපාතයට මිශ්‍රකර මිශ්‍ර මුරුක්කු පැකට් නිෂ්පාදනය කරයි. රට කජු 1 kg ක් රු.120 ක් ද, පරිප්පු 1 kg ක් රු. 130 ක් ද මුරුක්කු 1 kg සඳහා රු.60 ක් ද වැය කරයි. මිශ්‍ර මුරුක්කු 100g සඳහා ඔහු වියදම් කරන මුදල කීය ද?

7. එක්තරා මුදලක් මලිත් හා නුවන් අතර 5:4 අනුපාතයට බෙදන ලදී. මලිත්ට ලැබුණු මුදලින් රු.28 ක් නුවන්ට දුන් විට දෙදෙනා ළඟ මුදල් අතර අනුපාතය 2:3 විය. ඔවුන් අතර බෙදා දෙන ලද මුළු මුදල කීය ද?

8. අමිල හා සුදත් පිළිවෙළින් රු. 7500 හා රු. 6000 යොදා ආරම්භ කරන ලද ව්‍යාපාරයකට මාස 2 කට පසු සුනිල් රු.1200 ක් යොදා හවුල් විය. අවුරුද්දක් අවසානයේ ව්‍යාපාරයෙන් ලැබූ ලාභය තමන් යෙදූ මුදලටත් මුදල් යෙදවූ කාලයටත් අනුපාතික ලෙස බෙදා ගැනීමට ඔවුහු ගිවිස ගත්හ. ව්‍යාපාරය ආරම්භ කර පළමු අවුරුද්දේ සුදත් ලැබූ ලාභය රු. 5800 ක් නම් අමිල හා සුනිල් ලැබූ ලාභයන් වෙන වෙන ම සොයන්න.

10-3 සමානුපාත

එකිනෙකට සම්බන්ධ එහෙත් වෙනස් ඒකකවලින් යුත් රාශීන් අතර සම්බන්ධතා සමානුපාත ලෙස හැඳින්විය හැක.

නිදසුන (3)

පැන්සල් දෙකක මිල රු.10 වූ විට පැන්සල් 3ක මිල රු.15 ක් වේ.
පැන්සල් ගණන අතර අනුපාතය = 2:3
මිල අතර අනුපාතය = 10 : 15 = 2 : 3
ඒ අනුව 2 : 3 = 10 : 15 ලෙස සමානුපාතයක් ලෙසින් දැක්විය හැක.

සමානුපාත විචලනය වන ආකාරය අනුව කොටස් දෙකකට වෙන් කළ හැකි ය.

අනුලෝම සමානුපාත

රාශි දෙකකින් යුත් සමානුපාතයක එක් රාශියක් වැඩි වන විට අනෙක් රාශියක් වැඩි වේ නම් හෝ එක් රාශියක් අඩු වන විට අනෙක් රාශිය අඩු වේ නම් එවැනි සමානුපාත අනුලෝම සමානුපාත ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන (4)

දුම්රියක් කිසියම් කාලයක දී එක්තරා දුර ප්‍රමාණයක් ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. කාලය දෙගුණ වන විට දුර ප්‍රමාණය ද දෙගුණ වේ. කාලය අඩු වන විට දුර ප්‍රමාණය ද අඩුවේ. එය අනුලෝම සමානුපාතිකයකි.

සමානුපාත හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමේ දී ඒකීය ක්‍රමය හා සමානුපාත ක්‍රමය භාවිත කළ හැකි ය.

නිදසුන (5)

පොල්ගෙඩි 5ක මිල රු. 45ක් වේ. පොල්ගෙඩි 14ක මිල සොයන්න.

❖ **(ඒකීය ක්‍රමය)**

පොල් ගෙඩි 5ක මිල = රු. 45.00

පොල් ගෙඩි එකක මිල = රු. $\frac{45.00}{5}$

පොල් ගෙඩි 14ක මිල = රු. $\frac{45.00}{5}$ x 14

= රු.9 x 14

= රු.126.00

❖ **සමානුපාත ක්‍රමය**

පොල් ගෙඩි 5ක මිල = රු. 45.00

පොල් ගෙඩි 14ක මිල = රු. x

5 : 14 = 45 : x

(එක ම ඒකකයෙන් මනිනු ලබන රාශි අනුපාත ලෙස හඳුනාගන්න.)

$$\frac{5}{14} = \frac{45}{x}$$

$$5x = 45 \times 14$$

$$x = \frac{45 \times 14}{5}$$

$$x = 9 \times 14$$

$$x = 126$$

∴ පොල් ගෙඩි 14ක මිල = රු. 126.00

10-3අභ්‍යාසය

විසඳන්න.

1. මුද්‍රිත චීත්ත මීටර් 3ක මිල රු.225ක් නම් චීත්ත මීටර් 7ක මිල කීය ද?
2. විශාල ප්‍රමාණයේ රබර් බෝල 6ක මිල රු. 186 ක් නම් රබර් බෝල 23 ක මිල කීය ද?
3. පැයට 96 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියක් මිනිත්තු 3ක දී කොපමණ දුරක් ගමන් කරයි ද?
4. බෙහෙත් පෙති නිෂ්පාදන සමාගමක බෙහෙත් පෙති නිෂ්පාදන යන්ත්‍රයෙන් මිනිත්තුවකට බෙහෙත් පෙති 125ක් නිෂ්පාදනය වේ නම් පැය 4ක දී ඉන් නිෂ්පාදිත බෙහෙත් පෙති ගණන සොයන්න.
5. ඉන්ධන ලීටර් 10කින් 150 km ක් යන මෝටර් රථයක් ඉන්ධන ලීටර් 7කින් යන දුර සොයන්න.

6. නගර දෙකක් අතර දුර 48 km කි. 8 kmh^{-1} වේගයෙන් එක් නගරයක සිට රිෂ්මි ද අනෙක් නගරයේ සිට 4 kmh^{-1} වේගයෙන් රවිඳු ද මුහුණට මුහුණලා ගමන් ආරම්භ කරන්නේ උදෑසන 8.00 යි. ඔවුන් හමු වන වෙලාව සහ ඔවුන් ගමන්කර ඇති දුර ද සොයන්න.

ප්‍රතිලෝම සමානුපාත

රාශි දෙකකින් යුත් සමානුපාතයක එක් රාශියක අගය වැඩි වන විට අනෙක් රාශියේ අගය අඩු වේ නම් හෝ එක් රාශියක අගය අඩු වන විට අනෙක් රාශියේ අගය වැඩි වේ නම් එවැනි සමානුපාත ප්‍රතිලෝම සමානුපාත වේ.

කුඹුරක ගොයම් කැපීම සඳහා මිනිසුන් 7 දෙනෙකුට දින 4ක් ගත වේ නම් මිනිසුන් 14 දෙනෙකුට ගත වන කාලය දින 2කි. මෙවැනි සමානුපාත ප්‍රතිලෝම සමානුපාත වේ.

ප්‍රතිලෝම සමානුපාත ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම සඳහා ද සමානුපාත ක්‍රමය යොදාගත හැකි ය.

නිදසුන (6)

මිනිසුන් 3 දෙනෙකුට යම් වැඩක් නිම කිරීමට දින 8ක් ගත වේ. මිනිසුන් 4 දෙනෙකුට එම වැඩ ප්‍රමාණය නිම කිරීමට දින කීයක් ගත වේ ද?

මිනිසුන් 3 දෙනෙකුට ගත වන දින ගණන $= 8$
මිනිසුන් 4 දෙනෙකුට ගත වන දින ගණන $= x$
මිනිසුන් ගණන අතර අනුපාතය $= 3 : 4$
දින ගණන අතර අනුපාතය $= 8 : x$

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක් බැවින්

$$3:4 = x:8$$

(මෙය ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක් නිසාත් අනුරූප පදවල ගුණිතයන් සමාන විය යුතු නිසාත්) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$ ගත යුතුය.

$$24 = 4x$$

$$6 = x$$

$\therefore$ වැඩ ප්‍රමාණය නිම කිරීමට මිනිසුන් 4 දෙනෙකුට ගත වන කාලය $=$ දින 6

නිදසුන (7)

නවාතැන් පොලක හමුදා භටයන් 1200 ක් සඳහා දින 65කට ප්‍රමාණවත් ආහාර ගබඩා කර ඇත. හමුදා භටයන් පිරිස 1500 දක්වා වැඩිකරන ලද නම් එම ආහාර ප්‍රමාණය දින කීයකට ප්‍රමාණවත් වේ ද?

හමුදා භටයන් 1200 ආහාර ප්‍රමාණවත් වන දින ගණන = 65
හමුදා භටයන් 1500 කට එම ආහාර ප්‍රමාණවත් වන දින ගණන = x

$$1200 : 1500 = x : 65$$

$$\frac{1200}{1500} = \frac{x}{65}$$

$$\frac{1200 \times 65}{1500} = x$$

$$\frac{260}{5} = x$$

$$52 = x$$

හමුදා භටයන් 1500 සඳහා එම ආහාර දින 52 ට ප්‍රමාණවත් වේ.

10-4 අභ්‍යාසය

(1) වත්තක පොල් කැඩීම සඳහා මිනිසුන් 4 දෙනෙකුට දින 14ක් ගතවේ. මිනිසුන් 7 දෙනෙකුට ඒ සඳහා ගත වන කාලය කොපමණ ද?

(2) දිනකට පැය 8 බැගින් වැඩකරන මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට යම් වැඩක් නිම කිරීමට දින 5ක් ගත වේ. ඔවුන් වැඩකරන පැය ගණන 10ක් දක්වා වැඩි කළේ නම් දින කීයකින් වැඩ නිම කළ හැකි ද?

(3) 48 kmh^{-1} වේගයකින් තම මෝටර් රථයෙන් ගමන්කරන සුමිත් පැය 2ක දී ගමන අවසන් කරයි. ඒ ගමන සඳහා අජිත්ට පැය 1 1/2 ගත විණි නම් අජිත් ගිය රථයේ වේගය කොපමණ ද?

(4) ගංවතුර ගැලීමෙන් අනාථ වූ පිරිසක් වෙසෙන කඳවුරක 500 දෙනෙකු සිටි අතර ඔවුන් සඳහා දින 18 ප්‍රමාණවත් ආහාර ස්වේච්ඡා සංවිධානයකින් සපයනු ලැබී ය. එදින ම කඳවුරේ සිටි අයගෙන් 50 දෙනෙක් නැවත තම වාසස්ථාන කරා යන්නට ඉදිරිපත් විය. කඳවුරේ ඉතිරි වී සිටි අයට එම ආහාර තොගය දින කීයකට ප්‍රමාණවත් ද?

(5) යතුරුපැදිකරුවකු 20 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කර මිනිත්තු 15 කට පසු ව ඒ දිශාවට ම ගමන් ආරම්භ කළ මෝටර් රථයක් පැයක කාලයක දී යතුරුපැදිකරු පසුකරයි. මෝටර් රථයේ වේගය සොයන්න.

සාරාංශය

- එක ම ඒකකයකින් ප්‍රකාශිත රාශි දෙකක් අතරින් පළමුවැන්න දෙවැන්නේ කවර ගුණාකාරයක් ද නැතිනම් කවර කොටසක් ද යන්න ප්‍රකාශ කිරීම අනුපාතයකි.
- අනුපාත දෙකක් අතර පවතින සමානතාවය සමානුපාතයක් ලෙස හඳුන්වයි.
- සමානුපාත, අනුලෝම හා ප්‍රතිලෝම ලෙස වර්ග කළ හැකි ය.

මිශ්‍රඅභ්‍යාසය

(1) සිසුන් 450 ක් සහිත පාසලක ගුරුවරු 15ක් සිටිත් නම් සිසුන් සහ ගුරුවරුන් අතර අනුපාතය කීය ද?

(2) x හා y පරිපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි. x හා y කෝණ යුගලයකි. x හා y කෝණ අතර අනුපාතය 1:5 නම් x හා y කෝණවල අගය සොයන්න.

(3) ඩොලර් හා රුපියල්වල වටිනාකම් අතර අනුපාතය 1:93 කි. ඩොලර් 70 ක් මාරු කළ විට ලැබෙන මුදල රුපියල් කීය ද?

(4) ප්‍රාදේශීය සභා ඡන්දයක දී එක්තරා ඡන්ද කොට්ඨාසයක 8430ක් ඡන්දය ප්‍රකාශ කර තිබුණි. ඡන්දය ප්‍රකාශ කළ හා නො කළ ඡන්ද දායකයින් අතර අනුපාතය 5:3 නම් ඡන්දය ප්‍රකාශ නොකළ සංඛ්‍යාව කීය ද?

(5) 75 m දිග දුම්රියක් 60 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරයි. පහන් කණුවක් පසුකර යාමට දුම්රියට ගත වන කාලය කොපමණ ද?

11 වීජීය ප්‍රකාශන වල කුඩා පොදු ගුණාකාරය

4 හා 6 යන සංඛ්‍යාවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

ක්‍රියා පිළිවෙළ :-

4 ගුණාකාර ⟶ 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

6 ගුණාකාර ⟶ 6, 12, 18, 24, ...

4 හා 6 හි පොදු ගුණාකාර ⟶ 12, 24, ...

ඒ නිසා 4 හා 6 හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය = 12 ලෙස සැලකේ.

කු. පො. ගු. බෙදීමේ ක්‍රමයෙන් ද පහත සඳහන් ආකාරයට පහසුවෙන් ලබාගත හැකි ය.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4,\ 6 \\ \hline 2 & 2,\ 3 \\ \hline 3 & 1,\ 3 \\ \hline & 1,\ 1 \end{array}$$

කුඩා පොදු ගුණාකාරය $= 2 \times 2 \times 3$

$= 12$

සංඛ්‍යා කීපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (1) 24, 36, 48 යන සංඛ්‍යාවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයන්න

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24,\ 36,\ 48 \\ \hline 2 & 12,\ 18,\ 24 \\ \hline 2 & 6,\ 9,\ 12 \\ \hline 2 & 3,\ 9,\ 6 \\ \hline 3 & 3,\ 9,\ 3 \\ \hline 3 & 1,\ 3,\ 1 \\ \hline & 1,\ 1,\ 1 \end{array}$$

24, 36, 48 කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 16 \times 9$

$= \underline{\underline{144}}$

මෙම ගැටළුවම ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා කුඃපොඃගුඃ ලබා ගන්නා ආකාරය බලමු. එහි දී පහත පියවර අනුගමනය කිරීම පහසු ය.

$24 = 2^3 \times 3$
$36 = 2^2 \times 3^2$
$48 = 2^4 \times 3$

කු:පො:ගු: $= 2^4 \times 3^2$
$= 16 \times 9$
$= 144$

(1) දී ඇති ප්‍රකාශන සාධකවලට වෙන් කිරීම.

(2) සාධක බල වශයෙන් දැක්වීම.

(3) සෑම සාධකයක ම විශාල ම බල තෝරා ඒවා ගුණ කළ විට කු:පො:ගු: ලැබේ.

11-1 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් සොයන්න.

I. 18, 36, 72 II. 64, 72, 80 III. 50, 60, 90
IV. 96, 132, 144 V. 24, 30, 32, 72

ඉහත ක්‍රමය භාවිත කර වීජීය පද කීපයක කු:පො:ගු: සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (2)

I. 24, $8x$, $16x^2$ යන පදවල කු:පො:ගු: සොයන්න

$24 = 2^3 \times 3$
$8x = 2^3 \times x$
$16x^2 = 2^4 \times x^2$
කු:පො:ගු: $= 2^4 \times 3 \times x^2$
$= \underline{\underline{48\ x^2}}$

II. $8m$, $12mn$, $16mn^2$ යන පදවල කු:පො:ගු: සොයන්න

$8m = 2^3 \times m$
$12mn = 2^2 \times 3 \times m \times n$
$16mn^2 = 2^4 \times m \times n^2$
කු:පො:ගු: $= 2^4 \times 3 \times m \times n^2$
$= \underline{\underline{48\ mn^2}}$

11-2 අභ්‍යාසය

I. ab, ab^2
II. a^2, a^2b^2
III. $3xy^2$, x^2y^2
IV. $4x^2y^2$, $6xy^2$
V. m^2p, mp^2, mp
VI. $3mn^2$, m^2n, $4m^2n^2$
VII. $2ab$, $3ab^2$, $6ba$
VIII. $8a^2$, $10ab$, $12ab^2$
IX. $12xy^2$, $16x^2y$, $8x^2y^2$
X. $4a^2y^2$, $3a^2$, $6x^2y^2$

11- 2 වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය

නිදසුන (3)

$3x$, $15(x-1)$, $9(x+1)$ යන පදවල කු:පො:ගු: සොයන්න

$3x = 3 \times x$
$15(x-1) = 3 \times 5 \times (x-1)$
$9(x+1) = 3^2 \times (x+1)$
කු:පො:ගු: $= 3^2 \times 5 \times x \times (x-1)(x+1)$
$= \underline{\underline{45x(x-1)(x+1)}}$

නිදසුන (4)

$(a-x)^2, (x+a)^2, (x^2-a^2)$ යන පදවල කු:පොා:ගු: සොයන්න

සටහන:- $(a\text{-}x)^2 \longrightarrow (x\text{-}a)^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$
\begin{aligned}
(a-x)^2 &= (a-x)^2\\
(x+a)^2 &= (x+a)^2\\
(x^2-a^2) &= (x-a)(x+a)\\
\text{කු:පොා:ගු:} &= \underline{\underline{(x-a)^2\,(x+a)^2}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන (5)

$(p^2-1), 2p(1-p)^2, (1-p)$

$$
\begin{aligned}
(p^2-1) &= (p+1)(p-1)\\
2p(1-p)^2 &= 2p\,(p-1)^2\\
(1-p) &= -1\ (p-1)\\
\text{කු:පොා:ගු:} &= -1 \times 2p \times (p+1) \times (p-1)^2\\
&= \underline{\underline{-2p(p+1)(p-1)^2}}
\end{aligned}
$$

- **සටහන** $2p(1-p)^2 \Rightarrow 2p(p-1)^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

  $\therefore 2p(1-p)^2 = 2p(p-1)^2$ වේ.

- $(1-p) = -1(p-1)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. මෙවැනි අවස්ථා මතක තබාගැනීම කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට පහසු වේ.

නිදසුන (6)

ab, a^2+ab, ab^2+b^2

$$
\begin{aligned}
ab &= a \times b\\
(a^2+ab) &= a\ (a+b)\\
ab^2+b^2 &= b^2\ (a+1)\\
\text{කු:පොා:ගු:} &= \underline{\underline{a \times b^2\ (a+b)\ (a+1)}}
\end{aligned}
$$

11-3 අභ්‍යාසය

පහත ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(1) $5(p+2),\ 20,\ 25(p+2)^2$

(2) $(x+y),\ (x+y)(x-3),\ x^2-y^2$

(3) $(m+n),\ 2(n-m),\ n^2-m^2$

(4) $(9-x^2),\ (3-x)(3+x)$

(5) $(a+b),\ (a-b),\ (b-a)^2$

(6) $ab, (a^2+ab),\ ab+b^2$

(7) $(p-q)^2$, $(p+q)^2$, q^2-p^2

(8) $x(2x-1)$, $(y-4)$, $xy(2x-1)^2$

(9) $(9+3x)$, $(9-x^2)$, $(9x-3x^2)$

(10) $(p-2)(p-1)$, $(1-p)(p-3)$, $(p-3)(p-1)^2$

වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම තවදුරටත්

නිදසුන (7)

p^2-q^2 හා $2p^2-pq-q^2$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

පළමු පියවර $p^2-q^2=(p-q)(p+q)$

පළමු පියවර $p^2-q^2=(p-q)(p+q)$

$2p^2-pq-q^2=(p-q)(2p+q)$

$\therefore\ p^2-q^2 = (p+q)(p-q)$

$2p^2-pq-q^2 = \qquad (p-q)(2p+q)$

කු:පො:ගු: $= \underline{\underline{(p+q)\ (p-q)\ (2p+q)}}$

නිදසුන (8)

m^2-5m+6, m^2-2m-3 ,හි කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

පළමු පියවර $\longrightarrow$ ප්‍රකාශනවල සාධක සොයා ගනිමු.

$m^2-5m+6=(m-3)(m-2)$

$m^2-2m-3=(m-3)(m+1)$

$m^2-5m+6 = (m-3)(m-2)$

$m^2-2m-3 = (m-3) \qquad (m+1)$

$\therefore$ කු:පො:ගු: $= \underline{\underline{(m-3)(m-2)(m+1)}}$

11-4 අභ්‍යාසය

පහත ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(1) $(x-3)$, $(x^2+5x-24)$

(2) $(x+1)^2$, x^2+6x+5

(3) $x(x+6)$, x^2+5x-6

(4) x^2+3x+2, x^2+6x+5

(5) $x^2-2xy+y^2$, x^2-y^2

(6) x^2+5x+6, x^2-x-6

(7) x^2-6x+9, x^2+6x+9, x^2-9

(8) $2x^2 - 8, \ 3x^2 - 12x + 12, \ x^2 + 4x + 4$

(9) $x^2 - 2x - 3, \ x^2 + 5x + 6, \ x^2 + x - 2$

(10) $x^2 - 6x + 5, \ x^2 - 3x + 2, \ x^2 - 8x + 12$

කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය භාවිත වන අවස්ථා

- එක්තරා රෝගියෙකුට වෛද්‍යවරයෙක් බෙහෙත් වර්ග 3ක් බීමට උපදෙස් දුන්නේ පැය 2, පැය 3 හා පැය 8කට වරක් ලෙසිනි. මෙම බෙහෙත් වර්ග තුන ම උදේ 6.00 ට බොන ලද නම් නැවත මෙම බෙහෙත් වර්ග තුන ම එක වර බොන්නේ කීවෙනි පැයේ දී ද?

- මෙම බෙහෙත් වර්ග තුන ම නැවත එක ම වෙලාවට බීමට සිදුවන්නේ මෙම 2, 3 හා 8 යන ඉලක්කම් තුනේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය අනුවයි.

2, 3, 8, හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

$2 = 2$

$3 = 3$

$8 = 2^3$

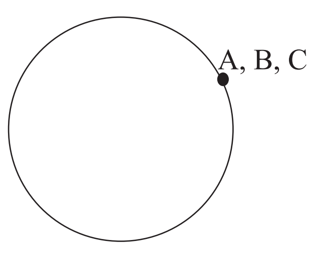
කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 2^3 \times 3 = 24$

මේ අනුව එම රෝගියාට නැවත එම බෙහෙත් වර්ග තුන ම එක විට බීමට සිදු වන්නේ පසු දින උදේ 6.00 ටයි.

11-5 අභ්‍යාසය

(1) සීනු තුනක් එක වර නාද වී ඉන්පසු එකක් පිළිවෙළින් මිනිත්තු 12, මිනිත්තු 18 හා මිනිත්තු 24කට වරක් නාද වේ. මෙම සීනු තුන නැවත එක වර නාද වන්නේ පැය කීයකට පසු ව ද?

(2) බල්බ වැලක නිල්, රතු කොළ හා කහපාට බල්බ 25 බැගින් ඇත. නිල් බල්බයක් තත්පර 5කට වරක් ද, රතු, කොළ හා කහපාට බල්බ පිළිවෙළින් තත්පර 6, 10 හා තත්පර 12 කට වරක් ද දැල්වේ නම් බල්බ 4ම එක වර දැල්වෙන්නේ තත්පර කීයකට වරක් ද?

(3) 

වෘත්තාකාර ධාවන පථයක A,B,C යන පුද්ගලයන් එක ම මොහොතේ එක ම ස්ථානයෙන් දිවීම ආරම්භ කරයි. වටයක් අවසාන කිරීමට පිළිවෙළින් ඔවුන් තිදෙනාට තත්පර 15ක්, 25ක් හා 30 ක කාලයක් ගත වේ නම් ඔවුන් තිදෙනා නැවත එකට මුණගැසෙන්නේ කොපමණ වේලාවකට පසු ව ද?

(4) (I) නගරයක සිට ග්‍රාමීය ප්‍රදේශයකට යන මාර්ගයක විදුලි රැහැන් කණු සහ දුරකථන රැහැන් කණු සිටුවා ඇත්තේ පාර දෙපැත්තේ ය. මේවා නගරයේ එකම ස්ථානයකින් ආරම්භ කොට විදුලි රැහැන් කණු දෙකක් අතර පරතරය 85 m හා දුරකථන රැහැන් කණු දෙකක් අතර පරතරය 75 m වන පරිදි සිටුවා ඇත. කණු අතර පරතරය එලෙස ම පවත්වා ගෙන ගියහොත් නැවත එකළඟ කණු දෙකක් සිටවෙන්නේ ආරම්භක ස්ථානයේ සිට මීටර් කීයක් දුරකින් ද?

(II) එම ස්ථානය තෙක් සිටවෙන දුරකථන රැහැන් කණු ගණන කීය ද?

සාරාංශය

- **සංඛ්‍යා කීපයක කුඩා පොදු ගුණාකාරය යනු එම සංඛ්‍යා සියල්ලෙන් බෙදෙන කුඩා ම සංඛ්‍යාව වේ.**
- **වීජීය ප්‍රකාශන කිහිපයක කු.පො.ගු. යනු එම එක් එක් ප්‍රකාශනයක සාධකයක් වන වීජීය ප්‍රකාශනයකි.**
- **කුඩා පොදු ගුණාකාරය සාමාන්‍ය ජීවිතයේ දී භාවිත කළ හැකි අවස්ථා ඇත.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් වීජීය පදවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) p^2, pqr

(ii) $2p^2$, p^2q

(iii) $3p^2q$, $2pq^2$

(iv) $8mn$, $24m^2n$, $72m^2n^2$

(v) $6pq^2$, $24p^2q^2$

(vi) $16p^2q$, $48pq^2$, $32pq$

(vii) $45\ m^2n^2$, $81n^2m$, $27mn$

(viii) $39xy^2$, $13x^2y$, $52x^2y^2$

(ix) $75x^2y$, $100y^2x$, $45x^2y^2$

(x) $243x^2y$, $81xy^2$, $36xy^2$

(2) පහත සඳහන් ප්‍රකාශනවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $(x^2 - 4)$, $x^2 + 2x$

(ii) $p^2 - q$, $2p^2 + 6p$

(iii) $3ab$, $(6a^2b - 3ab)$

(iv) $(p^2q + pq^2)$, $(p^2 + pq)$

(v) $(x^2 - 81)$, $x^2 - 21x + 108$

(3) පහත ප්‍රකාශනවල සාධක ඇසුරෙන් කුඩා පොදු ගුණාකාරය ලබාගන්න.

(i) $x^2 - 4x - 21$, $x^2 - 9x + 14$

(ii) $p^2 - pq - 2q^2$, $p^2 - 5pq + 6q^2$, $p^2 - 2pq - 3q^2$

(iii) $a^2 - 19a + 78$, $a^2 - 21a + 104$, $a^2 - 14a + 48$

(iv) $2p^2 - 5p - 3$, $p^2 + p - 12$, $2p^2 + 9p + 4$

(v) $4x^2 - 4xy + y^2$, $2x^2 + 3xy - 2y^2$, $9x^2 - 36y^2$

12 දත්ත නිරූපණය

☛ කිසියම් සිදුවීමකට අදාළ ව සංඛ්‍යාත්මක තොරතුරු ලබාගෙන ඒවා විවිධ ක්‍රමවලට නිරූපණය කිරීමෙන් එම දත්ත සමූහය පිළිබඳ අර්ථ කථනයන් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

අප මෙතෙක් ඉගෙනගෙන ඇති දත්ත නිරූපණය කිරීමේ ක්‍රම ලෙස

I. චිත්‍ර ප්‍රස්තාර
II. තීර ප්‍රස්තාර
III. වට ප්‍රස්තාර
IV. වෘන්ත පත්‍ර සටහන, නම් කළ හැකි ය.

මෙම සෑම ක්‍රමයක් මගින් ම නිරූපණය කළ දත්තවල විශේෂ ලක්ෂණ නම් ඒවා විවික්ත දත්ත වීමයි. එනම් ගණන් කිරීමෙන් ලබාගන්නා වූ දත්ත වේ.

සන්තතික දත්ත

කාලය, දිග, බර වැනි මිණුම්වලින් ලබා ගන්නා දත්ත බොහෝ විට ආසන්න අගයන් වේ. එමෙන් ම මේවායේ දශම අගයන් ද සහිත වේ. එබැවින් සන්තතික දත්ත නිරූපණය කිරීමට තීර ප්‍රස්තාර ඇඳීමේ දී තීරවල පරතරයක් තිබිය නොහැකි ය. එහි තීර එකිනෙකට ස්පර්ශ ව පවතී. එවිට එම ප්‍රස්තාර ජාලරේඛය නමින් හැඳින් වේ.

ජාල රේඛය

ජාල රේඛය ද තීර ප්‍රස්තාර වර්ගයකි. එහි ස්තම්භ ස්පර්ශව පවතී. තීර ප්‍රස්තාරයේ දී එක් අක්ෂයක් පමණක් ක්‍රමාංකණය කරන අතර ජාල රේඛයේ දී අක්ෂ දෙක ම ක්‍රමාංකණය කෙරේ. (තීර ප්‍රස්තාරවල සංඛ්‍යාව, තීරවල උසෙන් දක්වෙන අතර, ජාල රේඛාවල සංඛ්‍යාව, තීරවල වර්ගඵලයෙන් දක්වේ.)

(තව ද ස්තම්භවල වර්ගඵලය හා අදාළ සංඛ්‍යාත සමානුපාත වේ.)

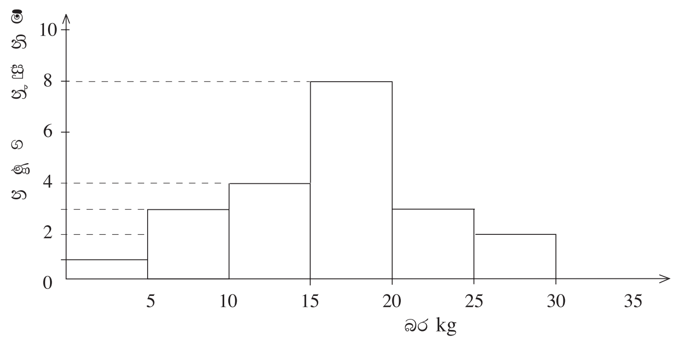
නිදසුන (1)

තේ දලු එක් රැස් කරන මධ්‍යස්ථානයකට දිනක දී මිනිසුන් ගෙනෙන ලද තේ දළු ප්‍රමාණය පිළිබඳ තොරතුරු පහත දක්වේ.

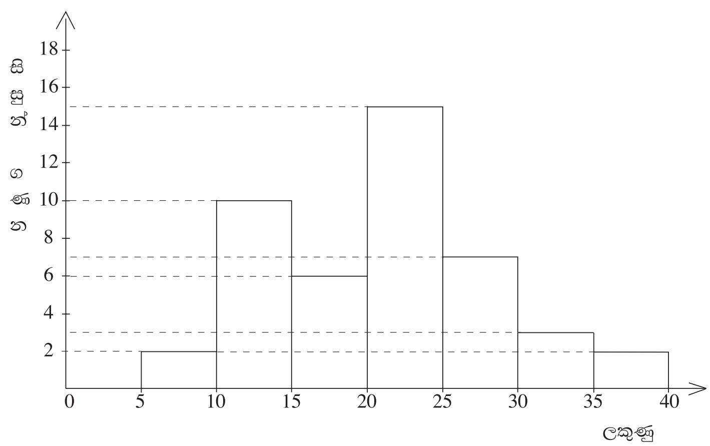
(මෙහි 5-10 පන්තියෙන් කියවෙන්නේ 5 හෝ 5ට වැඩි 10ට අඩු යන්න වේ.)

බර kg	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30
මිනිසුන් ගණන	1	3	4	8	3	2

මෙම තොරතුරු ජාල රේඛයක නිරූපණය කළ විට පහත ආකාරය වේ.



නිදසුන (2)



මෙම ජාල රේඛයේ දැක්වෙන්නේ මුළු ලකුණු 40 ක් ලබාදෙන එක්තරා පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් පිරිසක් ලකුණු ලබාගත් ආකාරයයි.

I. පරීක්ෂණයට පෙනී සිටි සිසුන් ගණන කීය ද?

II. වැඩි ම සිසුන් ගණනක් ලබාගෙන ඇති ලකුණු පරාසය කුමක් ද?

III. වැඩි ම ලකුණු ලබාගත් සිසුන් ගණන කීය ද?

IV. ලකුණු 20ට වැඩියෙන් ලබාගත් සිසුන් ගණන කීය ද?

පිළිතුරු- I. සිසුන් ගණන 45

II. 20-25

III. 2යි

IV. 27

නිදසුන (3)

එක්තරා වෛද්‍ය සායනයකට පෙනී සිටි රෝගීන්ගේ වයස් පිළිබඳ තොරතුරු ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

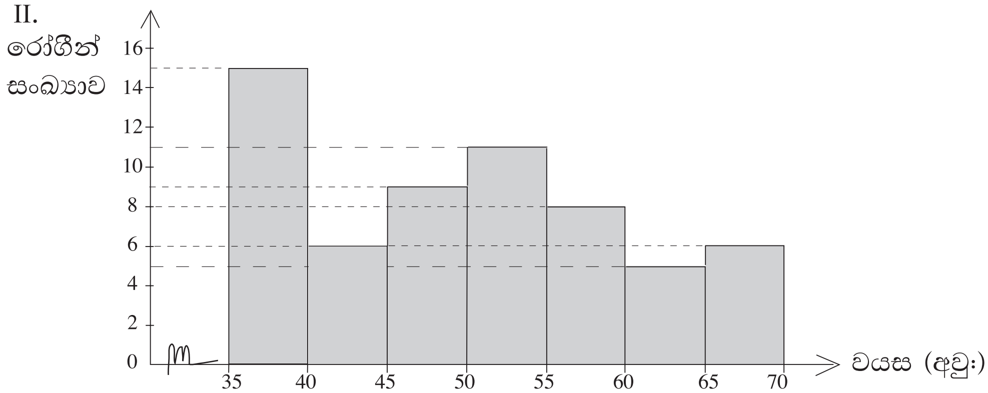
රෝගීන්ගේ වයස (අවුරුදු)	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70
රෝගීන් සංඛ්‍යාව	15	6	9	11	8	5	6

(3540 යනු අවුරුදු 35 සහ ඊට වැඩි 40ට අඩු)

I. මෙම සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?
II. මෙම තොරතුරු දැක්වීමට ජාල රේඛය අඳින්න.
III. අඩු ම රෝගීන් සංඛ්‍යාවක් සිටින්නේ කුමන පරාසය තුළ ද?
IV. එදින සායනයට පැමිණි මුළු රෝගීන් ගණන කීය ද?

පිළිතුරු : I. 3540

II.



III. 6065 වයස පරාසය තුළ IV' රෝගීන් ගණන 60

ඉහත ප්‍රස්තාරයේ 0-35 අතර දත්ත නොමැති බැවින් 0-35 දක්වා අක්ෂය කැටි කර මගින් දක්වනු ලැබේ' එහෙත් y අක්ෂය එසේ කැටි කර දැක්විය නොහැකි ය.

12-1 අභ්‍යාසය

(1) ගොවි මහතෙක් තම ගොවිපළෙන් නෙළා ගන්නා ලද වට්ටක්කා ගෙඩි තොගයක බර කිරන ලදුව පහත තොරතුරු ලැබිKs'

බර kg	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15
ගෙඩි ගණන f	4	5	6	4	6

I. වට්ටක්කා තොගයේ මුළු ගෙඩි ගණන කීය ද?

II. මෙම තොරතුරු දැක්වීමට ජාල රේඛය අඳින්න.

III. මෙහි මාත පන්තිය කුමක් ද?

(2) දුරකථන ඇමතුම් මධ්‍යස්ථානයකට දිනකට පැමිණි පාරිභෝගිකයන් මගින් දුරකථනය භාවිත කළ කාලය පහත වගුවෙන් දැක්වේ.

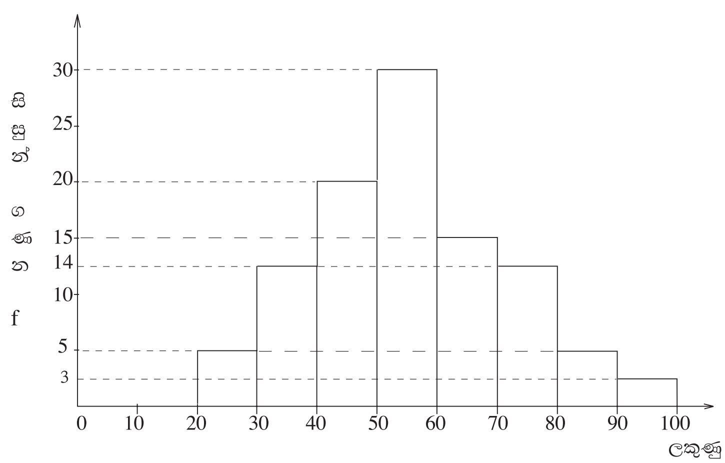
කාලය මිනිත්තු T	$1 \leq T < 3$	$3 \leq T < 5$	$5 \leq T < 7$	$7 \leq T < 9$	$9 \leq T < 11$
පාරිභෝගිකයන් ගණන	5	6	8	9	7

I. මෙම සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තිය අනුව එදින එම මධ්‍යස්ථානයට පැමිණි පාරිභෝගිකයන් ගණන කීය ද?

II. මෙම තොරතුරු දැක්වීමට ජාල රේඛය අඳින්න.

III. මෙම තොරතුරු ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(3) ලකුණු 100න් දෙනු ලැබූ ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍රයක ලකුණු ව්‍යාප්තියක් සඳහා අඳින ලද ජාල රේඛයක් පහත දැක්වේ.



I. ඇගයීමට ලක් වූ මුළු සිසුන් ගණන කීය ද?

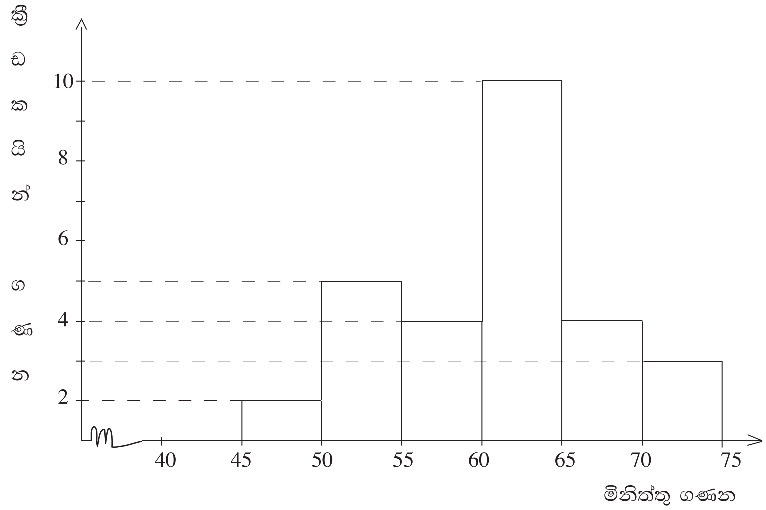
II. සිසුන් වැඩි ම සංඛ්‍යාවක් ලකුණු ලබා ඇත්තේ කුමන පන්ති ප්‍රාන්තරය තුළ ද?

III. 60 -70 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලැබූ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව කීය ද?

IV. ලකුණු 40ට වඩා ලබාගෙන ඇති සිසුන් ගණන මුළු සිසුන් ගණනේ භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

V. සමාන සිසුන් සංඛ්‍යාවක් ලකුණු ලබා ඇත්තේ කුමන ප්‍රාන්තර තුළ ද?

(4) මැරතන් ධාවන තරගයක දී තරගය නිම කිරීම සඳහා තරගකරුවන් ගත කළ කාලය පිළිබඳ අඳිනු ලබන ජාල රේඛයක් පහත දැක්වේ. (මෙහි 45-50 කියවෙන්නේ 45 හෝ ඊට වැඩි 50 අඩු යන්නයි.)



I. මෙම මැරතන් ධාවන තරගය නිම කළ මුළු සිසුන් ගණන කීය ද?

II. ජයග්‍රාහී ක්‍රීඩකයා තරගය නිම කිරීමට ගත කළ කාලය කුමක් ද?

III. 50 -60 කාල පරාසය තුළ තරගය නිම කළ ක්‍රීඩකයින් ගණන කීය ද?

IV. කාලය මිනිත්තු 50ට අඩුවෙන් තරගය නිමකර ඇත්තේ මුළු ක්‍රීඩකයන්ගෙන් කවර ප්‍රතිශතයක් ද?

(5) පහත දැක්වෙන්නේ පන්තියක සිසුන් 30 දෙනකු ඇගයීම් පරීක්ෂණයක දී ලබාගත් ලකුණු වේ.

05,	04,	10,	09,	12,	08,	15,	07,	11,	12
14,	12,	15,	16,	18,	20,	17,	18,	19,	20
10,	11,	15,	06,	08,	09,	10,	12,	07,	08

I. මෙම ලකුණු 0-4, 4-8, 8-12.....යනාදි වශයෙන් පන්තිවලට ගෙන පහත සඳහන් ආකාරයේ වගුවක් සකස් කර සම්පූර්ණ කරන්න. මෙහි දී 0-4 පන්තිය 0 හෝ 0ට වැඩි 4 ට අඩු ලෙසත් 4-8 පන්තිය 4 හෝ 4 ට වැඩි 8 ට අඩු යනා දී වශයෙන් සලකන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	ප්‍රගණන ලකුණ	සංඛ්‍යාතය (f)
00 - 04		
04 - 08		
08 - 12		
12 - 16		
16 - 20		

II. මෙම තොරතුරුවලට අදාළ ජාලරේඛය අඳින්න.

III. මෙම තොරතුරුවලට අනුව මෙම ඇගයීම සඳහා ප්‍රදානය කළ ලකුණු පරාසය කොපමණ දැයි අපේක්ෂා කළ හැකි ද?

IV. 0-4 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් සිසුන් ගණන කීය ද?

V. ප්‍රශස්ත මට්ටමට (16-20) ලඟා වී ඇති සිසුන් ගණන කීය ද?

සාරාංශය

- **දෙන ලද දත්ත සමූහයක් නිරූපණය කිරීමේ එක් ක්‍රමයක් ලෙස ජාල රේඛය හඳුනා ගත හැකිය.**
- **ජාල රේඛයක් යනු තීර ප්‍රස්තාරයක් වුව ද ඒවායේ තීර ස්පර්ශව පවතී.**
- **සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සමූහයක් තේරුම් ගැනීමට වඩා තීර ප්‍රස්තාරයක් මගින් තොරතුරු තේරුම් ගැනීම පහසු ය.**
- **ජාල රේඛය ඇසුරින් මාතය හා සංඛ්‍යාතවල එකතුව පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි ය.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. ගොවි මහතෙකු තම ගෙවත්තෙන් කඩාගත් පැපොල් ගෙඩි තොගයක බර කිරීමේ දී එක් එක් ගෙඩියේ බර පිළිබඳ තොරතුරු මෙසේ සටහන් විය.

බර g	300 - 400	400 - 500	500 - 600	600 - 700	700 - 800	800 - 900	900 - 1000
ගෙඩිගණන f	7	6	8	10	4	5	5

I. මෙම තොරතුරු නිරූපණය කිරීමට ජාල රේඛයක් අඳින්න.

II. මෙම තොරතුරු ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

III. 800 g ට වැඩි බරින් යුත් ගෙඩි ගණන මුළු ගෙඩි ගණනින් කවර භාගයක් ද?

2. පෞද්ගලික වෛද්‍ය මධ්‍යස්ථානයකට දිනක් තුළ ප්‍රතිකාර ගැනීම සඳහා පැමිණි රෝගීන්ගේ වයස අනුව වර්ගීකරණය පහත දැක්වේ.

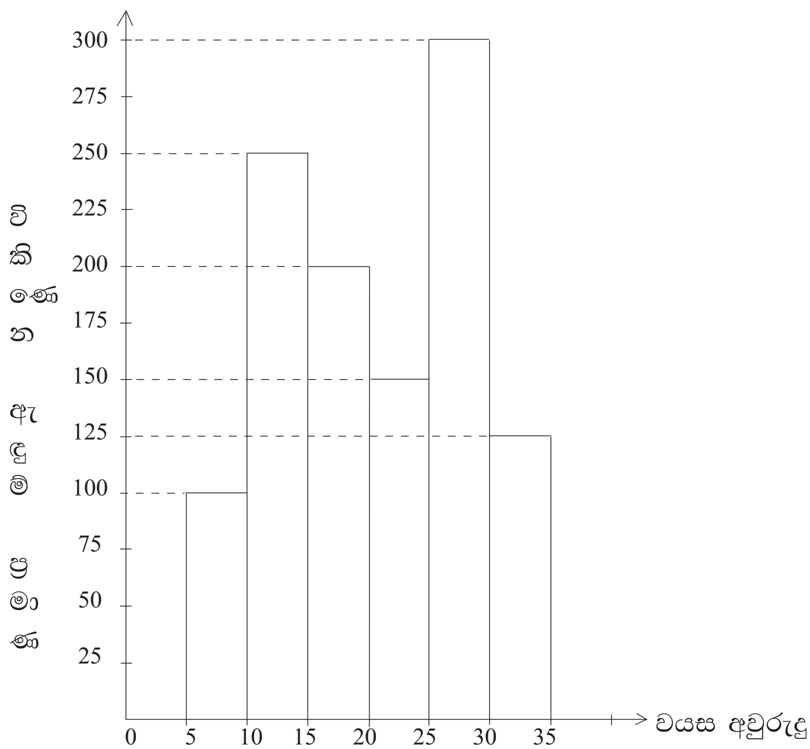
වයස අවුරුදු	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35
රෝගීන් ගණන	5	6	8	4	3	4	4

I. මෙම තොරතුරුවල මාත පන්තිය කුමක් ද?

II. මෙම තොරතුරු දැක්වීමට සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ජාල රේඛයක් අඳින්න.

III. මෙම මධ්‍යස්ථානයට පැමිණි රෝගීන්ගෙන් වයස අවුරුදු 20 ට අඩු අයගේ ප්‍රතිශතය කුමක් ද?

3. නිමි ඇඳුම් විකුණන කඩයක එක් එක් වයස්වලට අනුව දිනක් තුළ විකිණෙන ඇඳුම් පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වෙන ජාල රේඛය මෙසේ ය;



I. මෙම ජාල රේඛය අනුව මාත පන්තිය කුමක් ද?

II. වැඩි ම ඉල්ලුමක් පවතින්නේ කුමන වයස් කාණ්ඩ අතර ද?

III. කඩහිමියා දිනක දී විකුණන මුළු ඇඳුම් ගණන කීය ද?

13 වීජීය භාග

භාගයක ලවය හෝ හරය හෝ ඒ දෙක ම වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන වේ නම් එවැනි භාග වීජීය භාග ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

$$\frac{x}{4},\ \frac{2x}{7},\ \frac{20}{y},\ \frac{3}{2(a+1)},\frac{x\text{-}y}{5},\frac{a+3}{c^2-9}$$

යනු විජීය භාග කිහිපයකි.

සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී ඒවා පොදු හරයකින් යුත් භාග බවට පත්කළ යුතු ආකාරයට ම වීජීය භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී ද පොදු හරයන් සහිත බාග බවට පත් කළ යුතු ය.

ඒ සඳහා පහත විජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට උත්සාහ කරන්න.

(i) $2a,\ 4a$

(ii) $4x,\ 5y$

(iii) $5xy,\ 10x,\ 20x^2y$

(iv) $18,\ 12m,\ 6mn$

(v) $4(x+y)^2,\ 8(x+2)$

(vi) $(a^2-1),\ 2(a-1),\ (a+1)$

(vii) $(x+5)(x-2),\ (x+1)(x-2),\ (x+5)(x+1)$

(viii) $(4x+3y)(x+2y),\ (5x+y)(4x+3y)$

13-1 වීජීය භාග එකතු කිරීම

පොදු හරයන් සහිත භාග බවට පත් කිරීමෙන් වීජීය භාග එකතු කළ හැකි ය.

නිදසුන (1)

$\frac{x}{2}+\frac{x}{6}$ සුළු කරන්න

$$= \frac{x}{2}+\frac{x}{6} = \frac{3x+x}{6}$$

$$= \frac{4x}{6} = \underline{\underline{\frac{2x}{3}}}$$

නිදසුන (2)

$\frac{2x}{3}+\frac{y}{6}$ සුළු කරන්න

$$= \frac{2x}{3}+\frac{y}{6}$$

$$= \frac{2(2x)+y}{6} = \underline{\underline{\frac{4x+y}{6}}}$$

නිදසුන (3)

$$\frac{x+1}{5} + \frac{x-3}{2} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{(x+1)}{5} + \frac{(x-3)}{2}$$

$$= \frac{2(x+1) + 5(x-3)}{10}$$

$$= \frac{2x + 2 + 5x - 15}{10}$$

$$= \frac{7x - 13}{10}$$

නිදසුන (4)

$$\frac{2x-1}{6} + \frac{3x-2}{8} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{(2x-1)}{6} + \frac{(3x-2)}{8}$$

$$= \frac{4(2x-1) + 3(3x-2)}{24}$$

$$= \frac{8x - 4 + 9x - 6}{24}$$

$$= \frac{17x - 10}{24}$$

13-1 අභ්‍යාසය

(1) $\frac{a}{5} + \frac{2a}{5}$ (2) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$ (3) $\frac{2x}{7} + \frac{x}{7} + \frac{3x}{7}$ (4) $\frac{a}{4} + \frac{b}{8}$

(5) $\frac{3y}{2} + \frac{y}{4} + \frac{y}{6}$ (6) $\frac{x+1}{3} + \frac{x+2}{5}$ (7) $\frac{(a-5)}{2} + \frac{(a+3)}{3}$

(8) $\frac{2y+1}{7} + \frac{3y+3}{2}$ (9) $\frac{x-6}{6} + \frac{2x-9}{3}$ (10) $\frac{3a+1}{5} + \frac{4a-3}{3}$

වීජීය භාග එකතු කිරීම තවදුරටත් අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා පහත දැක්වෙන නිදසුන් ද සලකා බලමු. වීජීය භාගවල ද අවසන් පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන (5)

$$\frac{3x+6}{9} = \frac{\cancel{3}(x+2)}{\cancel{9}\,3} = \frac{(x+2)}{3}$$

නිදසුන (6)

$$\frac{3}{2x} + \frac{2}{5x} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{3}{2x} + \frac{2}{5x} = \frac{5(3) + 2(2)}{10x}$$

$$= \frac{15 + 4}{10x} = \frac{19}{10x}$$

නිදසුන (7)

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{p+2} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{3}{p+2}$$

$$= \frac{3(p+2)+15}{5(p+2)} \Rightarrow \frac{3p+6+15}{5p+10}$$

$$= \frac{3p+21}{5(p+2)} \Rightarrow \frac{3(p+7)}{5(p+2)}$$

නිදසුන (8)

$$\frac{3}{y+2} + \frac{4}{y+5} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{3}{y+2} + \frac{4}{y+5}$$

$$= \frac{3(y+5)+4(y+2)}{(y+2)(y+5)}$$

$$= \frac{3y+15+4y+8}{(y+2)(y+5)}$$

$$= \frac{7y+23}{(y+2)(y+5)}$$

නිදසුන (9)

$$\frac{3}{4x} + \frac{5}{2(x-3)} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= \frac{3}{4x} + \frac{5}{2(x-3)}$$

$$= \frac{3(x-3)+2x(5)}{4x(x-3)}$$

$$= \frac{3x-9+10x}{4x(x-3)}$$

$$= \frac{13x-9}{4x(x-3)}$$

නිදසුන (10)

$$5 + \frac{2}{a+3} \quad \text{සුළු කරන්න}$$

$$= 5 + \frac{2}{a+3} = \frac{5(a+3)+2}{a+3}$$

$$= \frac{5a+15+2}{a+3} = \frac{5a+17}{a+3}$$

නිදසුන (11)

$$\frac{4}{(2a+3b)(a+b)} + \frac{3}{(2a+3b)(a+2b)}$$

$$= \frac{4}{(2a+3b)(a+b)} + \frac{3}{(2a+3b)(a+2b)}$$

$$= \frac{4(a+2b)+3(a+b)}{(2a+3b)(a+b)(a+2b)}$$

$$= \frac{4a+8b+3a+3b}{(2a+3b)(a+b)(a+2b)} = \frac{7a+11b}{(2a+3b)(a+b)(a+2b)}$$

13-2 අභ්‍යාසය

සුළු කරන්න.

(1) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x}$

(2) $\frac{5}{a} + \frac{2}{a} + \frac{1}{a}$

(3) $\frac{4}{3y} + \frac{2}{y}$

(4) $\frac{1}{2x} + \frac{3}{5x}$

(5) $\frac{3}{2a} + \frac{2}{a} + \frac{1}{4a}$

(6) $\frac{3}{a} + \frac{2}{a-1}$

(7) $\frac{2}{p} + \frac{3}{2p+1} + \frac{3}{p}$

(8) $\frac{3}{(x-2)} + \frac{4}{(x+3)}$

(9) $\frac{3}{10a} + \frac{7}{5(a+3)}$

(10) $1 + \frac{2}{y-5}$

(11) $\frac{5}{(x+1)(x-3)} + \frac{2}{(x+1)(x-2)}$

(12) $\frac{4}{(a-b)(b+c)} + \frac{3}{(a-c)(b+c)}$

13-2 වීජීය භාග අඩුකිරීම

පොදු හරයක් සහිත භාග බවට පත් කර ගැනීමෙන්, සාමාන්‍ය භාග අඩුකරන ආකාරයට වීජීය භාග ද අඩු කිරීම කළ හැකි ය.

නිදසුන (1)

$\frac{4a}{3} - \frac{a}{2}$ සුළු කරන්න

$$= \frac{4a}{3} - \frac{a}{2}$$

$$= \frac{8a - 3a}{6} = \underline{\underline{\frac{5a}{6}}}$$

නිදසුන (2)

$\frac{x+5}{3} - \frac{x+3}{4}$ සුළු කරන්න

$$= \frac{x+5}{3} - \frac{x+3}{4}$$

$$= \frac{4(x+5) - 3(x+3)}{12}$$

$$= \frac{4x + 20 - 3x - 9}{12}$$

$$= \underline{\underline{\frac{x+11}{12}}}$$

නිදසුන (3)

$\frac{3x-4}{7} - \frac{2x-3}{5}$ සුළු කරන්න

$$= \frac{3x-4}{7} - \frac{2x-3}{5}$$

$$= \frac{5(3x-4) - 7(2x-3)}{35}$$

$$= \frac{15x - 20 - 14x + 21}{35} = \underline{\underline{\frac{x+1}{35}}}$$

13-3 අභ්‍යාසය

සුළු කරන්න

(1) $\frac{4a}{7} - \frac{2a}{7}$

(2) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5}$

(3) $\frac{3p}{4} - \frac{2p}{5}$

(4) $\frac{m-2}{3} - \frac{m-1}{7}$

(5) $\frac{5y+3}{4} - \frac{y+2}{3}$

(6) $\frac{3x+4}{5} - \frac{x-3}{20}$

(7) $\frac{4x-3}{2} - \frac{3x-2}{6}$

(8) $\frac{5x-2}{18} - \frac{x-1}{30}$

(9) $\frac{5a}{7} + \frac{3a}{7} - \frac{4a}{7}$

(10) $\frac{2x+1}{4} + \frac{3x+2}{2} - \frac{x+3}{6}$

නිදසුන (4)

$\frac{5}{a-b} - \frac{2}{b-a}$ සුළු කරන්න

$= \frac{5}{a-b} + \frac{2}{a-b}$ ($\frac{-2}{b-a}$ භාගයේ ලවය හා හරය -1 න් ගුණ කළ විට $\frac{+2}{a-b}$ භාගය ලැබේ.)

$= \frac{7}{(a-b)}$

නිදසුන (5)

$\frac{7}{c-5} - \frac{2}{c+3}$

$= \frac{7}{c-5} - \frac{2}{c+3}$

$= \frac{7(c+3) - 2(c-5)}{(c-5)(c+3)}$

$= \frac{7c + 21 - 2c + 10}{(c-5)(c+3)}$

$= \frac{5c+31}{(c-5)(c+3)}$

නිදසුන (6)

$\frac{3}{(n+3)(n-4)} - \frac{5}{(n-4)(3n-2)}$ සුළු කරන්න

$= \frac{3}{(n+3)(n-4)} - \frac{5}{(n-4)(3n-2)}$

$= \frac{3(3n-2) - 5(n+3)}{(n+3)(n-4)(3n-2)}$

$= \frac{9n - 6 - 5n - 15}{(n+3)(n-4)(3n-2)}$

$= \frac{4n-21}{(n+3)(n-4)(3n-2)}$

නිදසුන (7)

$\frac{a^2+6a+5}{2a+10}$ සරලම භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

$\frac{\cancel{(a+5)}\,(a+1)}{2\,\cancel{(a+5)}}$

$\frac{(a+1)}{2}$

13-4 අභ්‍යාසය සුළු කරන්න.

(1) $\frac{5}{x} - \frac{2}{x}$ (2) $\frac{4}{3t} - \frac{1}{t}$ (3) $\frac{2}{5n} - \frac{1}{3n} + \frac{3}{n}$

(4) $\frac{2}{a} - \frac{1}{a+5}$ (5) $\frac{6}{x+3} - \frac{5}{3-x}$ (6) $\frac{8}{14y} - \frac{4}{7(y+1)}$

(7) $\frac{5}{p-3} - \frac{3}{2(p-3)} + 2$ (8) $\frac{4}{(m+3)(m-2)} - \frac{3}{(m-2)(m+4)}$

(9) $\frac{5}{3x+2} - \frac{3}{7x-3}$ (10) $\frac{8}{(2a+3b)(3a+4b)} - \frac{3}{(4a+b)(3a+4b)}$

පහත සඳහන් භාගවල සරල ම තුල්‍ය භාගය ලියන්න.

(11) $\frac{8x+12}{(2x+3)(x+4)}$ (13) $\frac{12xy-18y}{10xy-15y}$

(12) $\frac{20x-5xy}{(y-4)(x+4)}$ (14) $\frac{x^2+8x+12}{(x+6)(x+3)}$

සාරාංශය

- වීජීය භාග එකතු කිරීමේ දී සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේ දී භාවිත කරන මූලධර්ම ම භාවිත කෙරේ.
- වීජීය භාග අඩුකිරීමේ දී ද සාමාන්‍ය භාග අඩු කිරීමේ දී භාවිත කෙරෙන මූලධර්ම ම භාවිත කෙරේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

(සුළු කරන්න.)

(1) $\frac{x+5}{4} + \frac{y+2}{3}$ (2) $\frac{3}{7a} + \frac{2}{5a}$ (3) $\frac{4}{p+1} - \frac{1}{p-2}$

(4) $\frac{7}{4a^2} - \frac{5}{2ab}$ (5) $\frac{3}{2xy} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{6y}$ (6) $3 + \frac{4}{t+2} - \frac{1}{t-3}$

(7) $\frac{5}{(a+3b)(a-4b)} + \frac{2}{(a+3b)(2a+b)} - \frac{1}{(2a+b)(a-9b)}$

(8) $\frac{p+4}{p+3} - \frac{3}{p+2}$ (9) $\frac{5}{a-3} - \frac{3}{(a-3)^2} + \frac{2}{(a+3)}$ (10) $\frac{3}{p+q} + \frac{2}{q-p} - \frac{1}{p^2-q^2}$

14 සංඛ්‍යා පාද

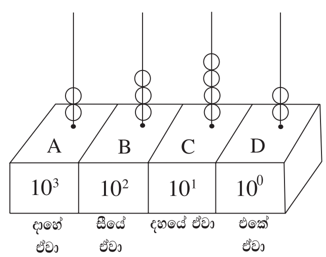
14-1 දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය

අපි එදිනෙදා භාවිත කරන 0 සිට 9 තෙක් ඉලක්කම් 10 සහිත හින්දු අරාබි සංඛ්‍යාංකණ පද්ධතිය පාදය දහය වූ සංඛ්‍යාංකණ ක්‍රමය හෙවත් දශමය සංඛ්‍යාංකන ක්‍රමය ලෙස හැඳින්වෙයි.

දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය පිළිබඳ අවබෝධය ඉතා වැදගත් වේ.

❉ දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

මෙම ඉලක්කම් භාවිත කර ලියනු ලබන සංඛ්‍යාංකණයනගේ ඉලක්කම්වල ඇති වටිනාකම් ගණක රාමුවක් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.



රූපසටහන ඇසුරින් පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) ඕනෑ ම කුරක තිබිය හැකි උපරිම ගණක සංඛ්‍යාව කීය ද?

(ii) B කුරේ ගණකයක් නිරූපණය කරන සංඛ්‍යාව C කුරේ ගණකයකින් නිරූපණය වන සංඛ්‍යාව මෙන් කී ගුණයක් ද?

(iii) B කුරෙන් නිරූපණය වන වටිනාකම කීය ද?

(iv) ඉහත ගණක රාමුවෙන් නිරූපණය කර ඇති සංඛ්‍යාංකය කුමක් ද?

(v) මෙවැනි ගණක රාමුවකින් බිංදුව නිරූපණය කරන්නේ කෙසේ ද?

පිළිතුරු (i) 9යි (ii) දස ගුණයකි
(iii) 300යි. (iv) 2342
(v) එකම ගණකයක්වත් අදාල කුරට නොදමා 0 නිරූපණය කළ හැකි ය.

14-2 දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා හෙවත් ද්විමය සංඛ්‍යා

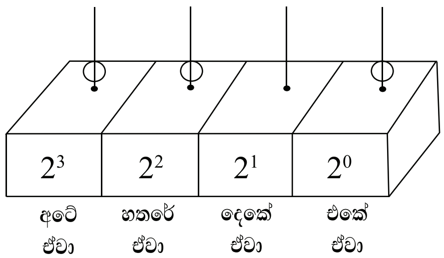
0 හා 1 යන ඉලක්කම් දෙක පමණක් භාවිත කරමින් ලියනු ලබන සංඛ්‍යා පද්ධතිය ද්විමය සංඛ්‍යා පද්ධතිය නමින් හැඳින්වේ.

∴ ද්විමය සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය = {0, 1}

එබැවින් ද්විමය සංඛ්‍යාවල ලිවිය හැකි විශාල ම ඉලක්කම 1 වේ.

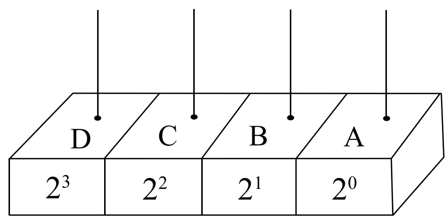
ද්විමය සංඛ්‍යා ගණක රාමුවකින් නිරූපණය කරමු.

නිදසුන (1) $1101_{දෙක}$



දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යාවක පාදය දහය යනුවෙන් ලියනු නොලැබුවත් දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යාවක පාදය දෙක යනුවෙන් සඳහන් කිරීම සම්මත ක්‍රමයයි.

ක්‍රියාකාරකම (1)



දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ඉහත ගණක රාමුව සැලකිල්ලට ගෙන පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) දෙකේ පාදයේ ගණක රාමුවක ඕනෑ ම කුරක තිබිය හැකි උපරිම ගණක ගණන කීය ද?

(ii) C කුරේ ඇති ගණකයකින් නිරූපණය වන සංඛ්‍යා B කුරේ ඇති ගණකයකින් නිරූපණය වන සංඛ්‍යාව මෙන් කී ගුණයක් ද?

(iii) මෙම ගණක රාමුවේ D කුරේ සහ B කුරේ ගණක 1 බැගින් තිබේ නම් එම ගණක රාමුවෙන් නිරූපණය කෙරෙන සංඛ්‍යාව කීය ද?

පිළිතුරු

(i) උපරිම ගණක ගණන 1 කි. (ii) දෙගුණයකි. (iii) $1010_{දෙක}$

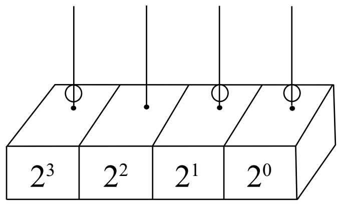
14-1 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා ගණක රාමුවලින් නිරූපණය කරන්න.

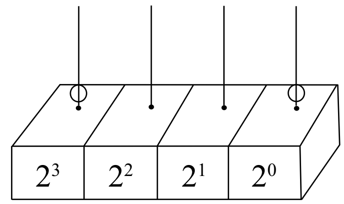
(i) $1001_{දෙක}$ (ii) $1101_{දෙක}$ (iii) $10111_{දෙක}$ (iv) $1111_{දෙක}$ (v) $10011_{දෙක}$

(2) පහත ඇති ගණක රාමුවලින් නිරූපණය කර ඇති සංඛ්‍යා ලියන්න.

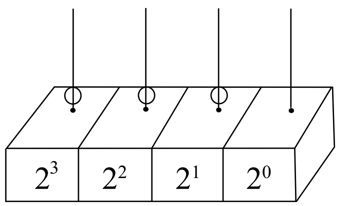
(I)



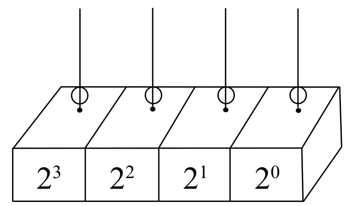
(II)



(III)



(IV)



14-3 දශමය සංඛ්‍යා ද්විමය සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය

දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා ද්විමය සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය කිරීමේ පහසු ම ක්‍රමය නම් දෙන ලද සංඛ්‍යාව දෙකෙන් පුන පුනා බෙදමින් ලබ්ධිය ශුන්‍ය කිරීමයි.

නිදසුන (2)

$15_{\text{දහය}}$ දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යාවක් බවට පරිවර්තනය කරන්න.

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 15 \\
2 & 7 \;—\; 1 \\
2 & 3 \;—\; 1 \\
2 & 1 \;—\; 1 \\
 & 0 \;—\; 1
\end{array}
$$

ලබ්ධිය →

$1\ 1\ 1\ 1_{\text{දෙක}}$

නිදසුන (3)

$23_{\text{දහය}}$ දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යාවක් ලෙස ලියන්න.

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 23 \\
2 & 11 \;—\; 1 \\
2 & 5 \;—\; 1 \\
2 & 2 \;—\; 1 \\
2 & 1 \;—\; 0 \\
 & 0 \;—\; 1
\end{array}
$$

ලබ්ධිය →

$1\ 0\ 1\ 1\ 1_{\text{දෙක}}$

14-4 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා ද්විමය සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය කරන්න.

(i) 10 (ii) 64 (iii) 85 (iv) 127 (v) 300

14-4 ද්විමයසංඛ්‍යා දශමය සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය කිරීම.

නිදසුන (4) $110_{දෙක}$ දහයේ පාදයට පරිවර්තනය කරන්න.

$1\ 1\ 0_{දෙක}$

$2^0 \longrightarrow 1 \times 0 = 0$

$2^1 \longrightarrow 2 \times 1 = 2$

$2^2 \longrightarrow 4 \times 1 = 4$

$\underline{\underline{6_{දෙක}}}$

☛ සංඛ්‍යාවේ ස්ථානීය අගය අනුව ඒ ඒ ඉලක්කම්වල වටිනාකම් ගනිමු.

මෙහි වටිනාකම දහයේ පාදයට පරිවර්තනය කිරීමේ තවත් ක්‍රමයක් ඇත.

$1\ 1\ 0_{දෙක} = (4 \times 1) + (2 \times 1) + (1 \times 0)$

$= 4 + 2 + 0$

$= \underline{\underline{6_{දහය}}}$

එකේ ඒවා
දෙකේ ඒවා
හතරේ ඒවා

නිදසුන (5) $11011_{දෙක}$ දහයේ පාදයට පරිවර්තනය කරන්න.

$1\ 1\ 0\ 1\ 1_{දෙක} = (16 \times 1) + (8 \times 1) + (4 \times 0) + (2 \times 1) + (1 \times 1)$

$= 16 + 8 + 0 + 2 + 1$

$= \underline{\underline{27_{දහය}}}$

එකේ ඒවා
දෙකේ ඒවා
හතරේ ඒවා
අටේ ඒවා
දහසයේ ඒවා

නිදසුන (6) $111001_{දෙක}$ දහයේ පාදයට පරිවර්තනය කරන්න.

$111001_{දෙක} = (32 \times 1) + (16 \times 1) + (8 \times 1) + (4 \times 0) + (2 \times 0) + (1 \times 1)$

$= 32 + 16 + 8 + 0 + 0 + 1$

$= \underline{\underline{57_{දහය}}}$

සටහන

සංඛ්‍යා දහයේ පාදයට පරිවර්තනය කිරීමේදී ඊතල යොදා ලිවීම අවශ්‍ය ම නොවන බව මතක තබා ගන්න. ඉහත ආකාරයට පහසුවෙන් පරිවර්තනය කළ හැකි ය.

14-5 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් ද්විමය සංඛ්‍යා දහයේ පාදයෙන් දක්වන්න.

(i)	$100_{දෙක}$	(ii)	$101_{දෙක}$	(iii)	$111_{දෙක}$
(iv)	$1001_{දෙක}$	(v)	$1110_{දෙක}$	(vi)	$111001_{දෙක}$
(vii)	$11110_{දෙක}$	(viii)	$1011_{දෙක}$	(ix)	$101010_{දෙක}$
(x)	$111011_{දෙක}$	(xi)	$110011_{දෙක}$	(xii)	$100001_{දෙක}$

14-5 ද්විමය සංඛ්‍යා ආකලනය

ද්වීමය සංඛ්‍යා ආකලනයේ දී භාවිත වන පහත සඳහන් බන්ධන පිළිබඳ අවබෝධය ඉතා වැදගත් වේ.

$0_{දෙක} + 0_{දෙක} = 0_{දෙක}$

$0_{දෙක} + 1_{දෙක} = 1_{දෙක}$

$1_{දෙක} + 0_{දෙක} = 1_{දෙක}$

$1_{දෙක} + 1_{දෙක} = 10_{දෙක}$

මතක තබාගත යුතු ඉතා ම වැදගත් බන්ධනය

$$\begin{array}{r} 1_{දෙක} \\ +\ 1_{දෙක} \\ \hline 10_{දෙක} \end{array}$$

ඒ අනුව දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා ආකලනය (එකතු කිරීම) සිදු කරන ආකාරය බලමු.

නිදසුන (7)

(i)
$$\begin{array}{r} 100_{දෙක} \\ +\ 11_{දෙක} \\ \hline 111_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} 110_{දෙක} \\ +\ 101_{දෙක} \\ \hline 1011_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} 111_{දෙක} \\ +\ 101_{දෙක} \\ \hline 1100_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

14-2 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් යුගලවල ඓක්‍යය ලබාගන්න.

(i) $100_{දෙක} + 10_{දෙක}$

(ii) $110_{දෙක} + 10_{දෙක}$

(vi) $1101_{දෙක} + 100_{දෙක}$

(vii) $1100_{දෙක} + 100_{දෙක}$

(iii) $110_{දෙක} + 100_{දෙක}$

(iv) $111_{දෙක} + 101_{දෙක}$

(v) $1001_{දෙක} + 10_{දෙක}$

(viii) $10001_{දෙක} + 111_{දෙක}$

(ix) $10011_{දෙක} + 1011_{දෙක}$

(x) $11101_{දෙක} + 1011_{දෙක}$

14-6 ද්විමය සංඛ්‍යා ව්‍යාකලනය (අඩුකිරීම)

ද්විමය සංඛ්‍යා ව්‍යාකලනයේ දී භාවිත වන බන්ධන

$0_{දෙක} - 0_{දෙක} = 0_{දෙක}$

$1_{දෙක} - 0_{දෙක} = 1_{දෙක}$

$1_{දෙක} - 1_{දෙක} = 0_{දෙක}$

$10_{දෙක} - 1_{දෙක} = 1_{දෙක}$

ද්විමය සංඛ්‍යා ව්‍යාකලන සිදු වන ආකාරය සලකා බලමු

නිදසුන (8)

(i)
$$\begin{array}{r} 111_{දෙක} \\ -\ 11_{දෙක} \\ \hline 100_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} 110_{දෙක} \\ -\ 11_{දෙක} \\ \hline 11_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iii)
$$\begin{array}{r} 11001_{දෙක} \\ -\ 111_{දෙක} \\ \hline 10010_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

(iv) $110001_{දෙක} - 111_{දෙක}$ අඩු කරන්න

$$\begin{array}{r} 110001_{දෙක} \\ -\ 111_{දෙක} \\ \hline 101010_{දෙක} \\ \hline\hline \end{array}$$

14-3 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් ද්විමය සංඛ්‍යා යුගල අඩු කරන්න.

(i) $111_{දෙක} - 10_{දෙක}$

(ii) $1100_{දෙක} - 100_{දෙක}$

(iii) $11101_{දෙක} - 101_{දෙක}$

(iv) $10011_{දෙක} - 100_{දෙක}$

(v) $10001_{දෙක} - 111_{දෙක}$

(vi) $1111_{දෙක} - 1000_{දෙක}$

(vii) $100111_{දෙක} - 1111_{දෙක}$

(viii) $101101_{දෙක} - 101_{දෙක}$

(ix) $110111_{දෙක} - 1011_{දෙක}$

(x) $1001101_{දෙක} - 1011_{දෙක}$

14-7 වෙනත් පාදවල සංඛ්‍යා

I. හතරේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය

0, 1, 2, 3 යන ඉලක්කම් හතර පමණක් භාවිත කරමින් ලියනු ලබන සංඛ්‍යා හතරේ පාදයේ සංඛ්‍යා යනුවෙන් හැඳින්වේ.

II. අටේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිය

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 යන ඉලක්කම් අට භාවිත කරමින් ලියනු ලබන සංඛ්‍යා පද්ධතිය අටේ පාදයේ සංඛ්‍යා ලෙස හැඳින්වේ.

සංඛ්‍යා පාදය	භාවිතාවන ඉලක්කම්
දෙකේ පාදය	0, 1
තුනේ පාදය	0, 1, 2
හතරේ පාදය	0, 1, 2, 3
පහේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4
හයේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4, 5
හතේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
අටේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
නමයේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
දහයේ පාදය	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

මේ ආකාරයට එක් එක් පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතිවල භාවිත වන ඉලක්කම් තුලක මෙසේ දැක්විය හැකිය.

නිදසුන (9)

දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා හැර ඕනෑ ම පාදයක සංඛ්‍යා ලිවීමේ දී එහි පාද සඳහන් කිරීම සම්මත ක්‍රමයයි.

$10111_{\text{දෙක}}$, $2001_{\text{දෙක}}$, $2013_{\text{හතර}}$, $5023_{\text{හය}}$

14-8 දශමය සංඛ්‍යා හතරේ පාදයට හා අටේ පාදයට පරිවර්තනය කිරීම.

නිදසුන (10)

(I) 24 හතරේ පාදයෙන් දක්වන්න.

4|24
4|6 — 0
4|1 — 2
  0 — 1

$24_{\text{දහය}} = \underline{\underline{120_{\text{හතර}}}}$

(ii) 38 හතරේ පාදයෙන් දක්වන්න.

4|38
4|9 — 2
4|2 — 1
  0 — 2

$38_{\text{දහය}} = \underline{\underline{212_{\text{හතර}}}}$

(iii) 45 අටේ පාදයෙන් දක්වන්න.

$$\begin{array}{r|l} 8 & \underline{45} \\ 8 & \underline{5} \quad -5 \\ & 0 \quad -5 \end{array} \qquad 45 = \underline{\underline{55_{\text{අට}}}}$$

(iv) 98 අටේ පාදයෙන් දක්වන්න.

$$\begin{array}{r|l} 8 & \underline{98} \\ 8 & \underline{12} \quad -2 \\ 8 & \underline{1} \quad -4 \\ & 0 \quad -1 \end{array} \qquad 98 = \underline{\underline{142_{\text{අට}}}}$$

ඉහත නිදසුන් වලට අනුව දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා වෙනත් ඕනෑ ම පාදයක සංඛ්‍යා බවට පහසුවෙන් පරිවර්තනය කිරීමට නම් එම පාදයේ අගයෙන් දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යාව බෙදිය යුතු වේ.

14-6 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් දශමය සංඛ්‍යා හතරේ පාදයේ සහ අටේ පාදයේ සංඛ්‍යා ලෙස දක්වන්න.

(i) 36 (ii) 48 (iii) 75

(iv) 125 (v) 235 (vi) 253

සාරාංශය

- දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- ද්විමයසංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය $\{0, 1\}$
- හතරේ පාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය $\{0, 1, 2, 3\}$
- අටේපාදයේ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ ඉලක්කම් කුලකය $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- ද්විමය සංඛ්‍යා ආකලනයේ දී හා ව්‍යාකලනයේ දී මතක තබා ගත යුතු බන්ධන

$0 + 0 = 0$	$0 - 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$10 - 1 = 1$
$1 + 0 = 1$	$1 - 0 = 1$
$1 + 1 = 10$	$1 - 1 = 0$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා ගණක රාමුවලින් නිරූපණය කරන්න.

(i) $1101_{\text{දෙක}}$ (ii) $10101_{\text{දෙක}}$ (ii) $11011_{\text{දෙක}}$

(iv) $123_{\text{හතර}}$ (v) $2465_{\text{අට}}$

(2) පහත ඒවා සුළු කර අගය සොයන්න.

(i) $110_{\text{දෙක}} + 1111_{\text{දෙක}} - 101_{\text{දෙක}}$ (iii) $11101_{\text{දෙක}} + 110_{\text{දෙක}} - 1101_{\text{දෙක}}$

(ii) $110011_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}} + 1100_{\text{දෙක}}$ (iv) $110_{\text{දෙක}} + 11110_{\text{දෙක}} - 110_{\text{දෙක}}$

(3) පහත දක්වා ඇති සංඛ්‍යා ඉදිරියෙන් දක්වා ඇති පාදයට පරිවර්තනය කරන්න.

(i) 45 (දෙකේ පාදයට) (iv) 112 (දෙකේ පාදයට)

(ii) 64 (දෙකේ පාදයට) (v) 142 (දෙකේ පාදයට)

(iii) 92 (දෙකේ පාදයට) (vi) 152 (දෙකේ පාදයට)

(4) පහත දැක්වෙන දෙකේ පාදයේ සංඛ්‍යා දහයේ පාදයෙන් දක්වන්න.

(i) $1101_{\text{දෙක}}$ (iv) $100111_{\text{දෙක}}$

(ii) $1111_{\text{දෙක}}$ (v) $1100_{\text{දෙක}}$

(iii) $100011_{\text{දෙක}}$ (vi) $10101_{\text{දෙක}}$

(5) පහත සඳහන් දහයේ පාදයේ සංඛ්‍යා හතරේ පාදයේ සංඛ්‍යා සහ අටේ පාදයේ සංඛ්‍යා බවට පරිවර්තනය කරන්න.

(i) 17 (ii) 32

(iii) 48 (iv) 50

(v) 75

15 සමීකරණ

15-1 සරල සමීකරණ

අගය නොදන්නා රාශීන් එනම් අඥාත රාශීන් දැක්වීමට ගණිතයේ දී x, y, a, b වැනි වීජීය සංකේත යොදා ගැනේ. මෙවැනි රාශීන් ඇතුළත් ප්‍රකාශන දෙකක සමානතාව සමීකරණයක් ලෙස හැඳින්වෙයි.

සරල සමීකරණ, සමගාමී සමීකරණ, වර්ගජ සමීකරණ ආදි වශයෙන් සමීකරණ වර්ග කීපයකි. සමීකරණයක අඥාතයේ අගය ලබාගැනීම සමීකරණය විසඳීමයි.

සමීකරණයක අඥාතයේ දර්ශකය 1 වූ විට, ඒවා ඒකජ සමීකරණ වේ. විසඳුම ලෙස එක් පිළිතුරක් පමණක් ලැබෙන්නේ සරල සමීකරණවල දී පමණි. සරල සමීකරණ විසඳීම සඳහා මීට ඉහත ලබාගත් දැනුම පුනරීක්ෂණය කරමු.

15-1අභ්‍යාසය

මෙම සරල සමීකරණ විසඳන්න.

(i)	$a + 2 = 10$	(vii)	$4(p - 3) = 2(p - 1)$
(ii)	$x - 4 = 6$	(viii)	$2(x + 3) = 5(2 - x) - 2$
(iii)	$5x = 15$	(ix)	$10 + 3x = 3(2x - 7) + 7$
(iv)	$3p - 2 = 10$	(x)	$3x + 5 - 2(x + 6) = 0$
(v)	$5(3m - 4) = 4$	(xi)	$8 - 2(5 - p) = 3(p - 4)$
(vi)	$2a + 6 = 3(a + 1)$	(xii)	$2(1 + a - 5) = 3(a - 2) - 1$

(13) සංඛ්‍යාවකින් 7 ක් අඩු කර පිළිතුර 2 න් ගුණ කළ විට ලැබෙන අගය 16 කි. සංඛ්‍යාව a ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනැඟීමෙන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(14) පෑනක මිල පැන්සලක මිලට වඩා රු. 6/= කින් වැඩිය. පෑනක් හා පැන්සලක් ගැනීමට රු. 16 ක් අවශ්‍ය වේ. පැන්සලක මිල රු. x ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනගා පැන්සලක මිල සොයන්න.

15-2 වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීම

වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීමේ දී හරයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරයෙන් සියලු ම පද ගුණකිරීමෙන් භාග රහිත සමීකරණයක් බවට පත් කරනු ලැබේ.

නිදසුන (1)

I ක්‍රමය

$\frac{y}{4} - 1 = 5$ විසඳන්න.

$$\frac{y}{4} \times 4 - 1 \times 4 = 5 \times 4$$

$$y - 4 = 20$$

$$\underline{\underline{y = 24}}$$

II ක්‍රමය

$$\frac{y}{4} - 1 = 5$$

$$\frac{y}{4} = 5 + 1$$

$$y = 6 \times 4$$

$$\underline{\underline{y = 24}}$$

* සමීකරණයට ලබාගත් විසඳුම ආදේශ කිරීමෙන් විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

$$\frac{y}{4} - 1 = 5$$

වමත් පස $= \frac{24}{4} - 1$ දකුණත් පස $= 5$

$= 6 - 1$

$= 5$

වමත් පස = දකුණත් පස

විසඳුම නිවැරදිය.

නිදසුන (2)

$\frac{a}{3} - \frac{a}{5} = 4$ විසඳන්න.

$$\frac{a}{3} \times 15 - \frac{a}{5} \times 15 = 4 \times 15$$

$$5a - 3a = 60$$

$$2a = 60$$

$$\underline{\underline{a = 30}}$$

නිදසුන (3)

$\frac{3}{2p} - \frac{1}{4p} = \frac{1}{4}$ විසඳන්න.

හරයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය වන 4p වලින් සියලු ම පද ගුණ කරනු ලැබේ.

$$\frac{3}{2p} \times 4p - \frac{1}{4p} \times 4p = \frac{1}{4} \times 4p$$

$$6 - 1 = p$$

$$\underline{\underline{5 = p}}$$

* ලබාගත් පිළිතුර ආදේශ කර නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කරන්න.

නිදසුන (4)

$\frac{4}{5} + \frac{1}{y+3} = 1$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{y+3} = 1$$

(හරයේ කු:පො:ගු $5(y+3)$) $\frac{4 \times 5(y+3)}{5} + \frac{1 \times 5(y+3)}{y+3} = 1 \times 5(y+3)$

$$4(y+3) + 5 = 5(y+3)$$

$$4y + 12 + 5 = 5y + 15$$

$$4y - 5y = 15 - 17$$

$$-y = -2$$

$$\underline{\underline{y = 2}}$$

II ක්‍රමය $\frac{4}{5} + \frac{1}{(y+3)} = 1$

$$\frac{1}{(y+3)} = 1 - \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{y+3} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{y+3}{1} = \frac{5}{1}$$

ඒ අනුව $y + 3 = 5$

$$\underline{\underline{y = 2}}$$

නිදසුන (5) $\frac{3}{x+2} = \frac{6}{3x-1}$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$\frac{3}{x+2} = \frac{6}{3x-1}$$

$$\frac{3(x+2)(3x-1)}{(x+2)} = \frac{6(x+2)(3x-1)}{(3x-1)}$$

$$9x - 3 = 6x + 12$$

$$9x - 6x = 12 + 3$$

$$3x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

* භාගයක් භාගයකට සමාන නම් ඒවායේ පරස්පරය ද සමාන වේ.

II ක්‍රමය - රාශි 2 ක් අතර අනුපාතයක් තවත් රාශි දෙකක අනුපාතයකට සමාන නම් වම්පස ලවය හා දකුණු පස හරයේ ගුණිතයත් දකුණු පස ලවයේ හා වම්පස හරයේ ගුණිතයත් සමාන වේ. එබැවින්

$$\frac{3}{(x+2)} = \frac{6}{(3x-1)}$$

$$3(3x-1) = 6(x+2)$$

$$9x - 3 = 6x + 12$$

$$9x - 6x = 12 + 3$$

$$3x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

නිදසුන (6)

$5\left(3 + \frac{1}{a}\right) - 2\left(\frac{1}{3a} + 8\right) = 3\frac{1}{3}$

විසඳන්න.

පළමු ව වරහන් ඉවත් කර පසුව හරයේ පදය ඉවත් කරන්න.

$$5\left(3 + \frac{1}{a}\right) - 2\left(\frac{1}{3a} + 8\right) = 3\frac{1}{3}$$

$$15 + \frac{5}{a} - \frac{2}{3a} - 16 = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{a} - \frac{2}{3a} = \frac{10}{3} + 1$$

$$15 - 2 = \frac{13}{3} \times 3a \quad (3a \text{ වලින් ගුණ කිරීමෙන්})$$

$$13 = 13a$$

$$1 = a$$

▲ ඉහත නිදසුන්වල දී භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමේ දී යොදා ගත හැකි ක්‍රම කීපයක් හඳුන්වාදී ඇත. ඉන් ගැටලුවේ විසඳුම ලබා ගැනීමට පහසු ම කෙටි ම ක්‍රමය එය විසඳීමට යොදා ගත යුතු ය.

15-2 අභ්‍යාසය

විසඳන්න.

(1) $\frac{y}{2} = 5$ (2) $\frac{a}{3} + 2 = 7$ (3) $\frac{3p}{4} - \frac{p}{8} = 5$

(4) $\frac{3}{m} = 1$ (5) $\frac{1}{x} = 4$ (6) $\frac{2}{y+4} = \frac{2}{9}$

(7) $\frac{3x}{x-2} - 3 = 6$ (8) $\frac{5}{8} = \frac{y-3}{y}$ (9) $\frac{2}{a-3} = \frac{3}{a-2}$

(10) $\frac{1}{p} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (11) $\frac{2}{x+3} - \frac{1}{5} = \frac{3}{35}$ (12) $\frac{3}{m+1} + \frac{1}{m+1} = 1\frac{2}{3}$

(13) $\frac{3}{2(x-5)} + \frac{4}{(x+10)} = 0$ (14) $\frac{3}{2x-5} - \frac{4}{x+10} = 0$ (15) $\frac{5}{p+2} + \frac{3}{p+2} + \frac{1}{2} = 1$

(16) $\frac{m+4}{m-3} = 4\frac{1}{2}$ (17) $5\left(\frac{1}{x}+1\right) + 3\left(\frac{1}{x}+2\right) = 15$ (18) $3\left(\frac{3}{p}+4\right) - 4\left(2+\frac{1}{p}\right) = 5$

(19) $2\left(5-\frac{1}{x}\right) - 9 = \frac{3}{x}$ (20) $15 - 3\left(\frac{5}{x}+2\right) - \frac{3}{x} = 3$

15-3 සරල සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම

එදිනෙදා ජීවිතයේ දී හමුවන ගැටලු විසඳීමට ද සරල සමීකරණ ප්‍රයෝජනවත් වේ. මෙහි දී ගැටලුවල අඩංගු තොරතුරු මත පදනම් ව සමීකරණයක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් ගැටලුවට විසඳුම සොයා ගත හැකි ය.

නිදසුන (7)

මවකගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් සිවු ගුණයකි. තව අවුරුදු 5කට පසු මවගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයක් වේ. දියණියගේ දැන් වයස සොයන්න.

දියණියගේ දැන් වයස අවුරුදු x යයි සිතමු.

මවගේ දැන් වයස	= අවුරුදු $4x$
තව වසර 5කින් දියණියගේ වයස	= අවුරුදු $x + 5$
තව වසර 5කින් මවගේ වයස	= අවුරුදු $4x + 5$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

එහෙත් තව වසර 5කින් මවගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයක් වන නිසා $4x + 5 = 3\,(x + 5)$ වේ.

$$4x + 5 = 3x + 15$$

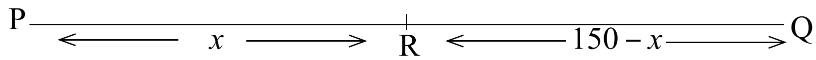
$$x = 10$$

$\therefore$ දියණියගේ දැන් වයස $=$ අවුරුදු 10

නිදසුන (8)

P හා Q නගර දෙක අතර දුර 150 km කි. රථයක් 40 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් P සිට Q වෙත යාමට ගමන් ආරම්භ කරන මොහොතේ ම තවත් රථයක් 60 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් Q සිට P වෙත යාමට ගමන් අරඹයි. එම රථ දෙක මුණ ගැසුණේ P සිට කොපමණ දුරක දී ද?

▲ එම රථ 2 හමු වන ස්ථානය R ද එයට P සිට ඇති දුර x km ද යයි සිතමු.



රථ දෙක හමු වන ස්ථානයට P සිට ඇති දුර $= x$ km

රථ දෙක හමු වන ස්ථානයට Q සිට ඇති දුර $= 150 - x$ km

PR දුර යාම සඳහා ගත වන කාලය $= \dfrac{x}{40}$ h

QR දුර යාම සඳහා ගත වන කාලය $= \dfrac{150 - x}{60}$ h

එක ම කාලයක් ගත වූ පසු රථ දෙක හමු වන බැවින්

$$\frac{x}{40} = \frac{150 - x}{60}$$ (120න් ගුණ කිරීමෙන් හරය කුඩා වේ.)

$$3x = 2(150 - x)$$

$$3x = 300 - 2x$$

$$5x = 300$$

$$x = 60$$

$\therefore$ රථ දෙක මුණ ගැසෙනුයේ P සිට 60km ක දුරක දී ය.

නිදසුන (9)

තැපැල් කන්තෝරුවක තිබූ මුද්දර 20 කින් කොටසක් රු. 8.50 බැගින් ද අනෙක් ඒවා රු. 5.00 බැගින් ද අලෙවි කිරීමෙන් ලද මුළු මුදල රු. 114/= ක් විය. එහි රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර කීයක් තිබුණි ද?

රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන a යැයි සිතමු.

එවිට රු. 5.00 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන $= 20 - a$

රු. 8.50 මුද්දර විකිණීමෙන් ලැබෙන මුදල $=$ රු. $8.50\, a$

රු. 5.00 මුද්දර විකිණීමෙන් ලැබෙන මුදල $=$ රු. $5(20 - a)$

$$8.50\, a + 5(20 - a) = 114$$
$$8.50\, a + 100 - 5a = 114$$
$$3.50\, a = 14$$
$$a = \frac{14}{3.50}$$
$$a = 4$$

$\therefore$ රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන 4කි.

15-3 අභ්‍යාසය

පහත ගැටලුවලට අදාල සමීකරණ ගොඩනගා විසඳන්න.

(1) අනුයාත සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යයේ දෙගුණය 82 කි. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(2) රුවන්ගේ වයස රහිම්ගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයට 10 කින් අඩු ය. දෙදෙනාගේ වයස්වල පරතරය අවුරුදු 14ක් නම් රුවන්ගේ වයස සොයන්න.

(3) සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග පළල මෙන් දෙගුණයට වඩා 5 mක් අඩු ය. එහි පරිමිතිය 62m නම් සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිගත් පළලත් සොයන්න.

(4) තැඹිලි හා කුරුම්බා විකුණන වෙළෙන්දෙක් කුරුම්බා ගෙඩියක් රු. 12 බැගින්ද තැඹිලි ගෙඩියක් රු.15/= බැගින් ද විකිණීමෙන් රු.264/= ආදායමක් ලබයි. ඔහු විකුණන තැඹිලි හා කුරුම්බා ගෙඩි ගණන 20 ක් නම් ඔහු විකුණන කුරුම්බා ගෙඩි ගණන සොයන්න.

(5) අයියාගේ වයස නංගීගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයකි. තව වසර 4කට පසු අයියාගේ වයස නංගීගේ වයස මෙන් දෙගුණයක් වේ. අයියාගේ දැන් වයස සොයන්න.

(6) සංඛ්‍යා දෙකක් අතුරෙන් එකක් අනෙකට වඩා 12 ක් වැඩි ය. කුඩා සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{5}{6}$ ක් විශාල සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{1}{2}$ ට සමාන නම් සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(7) සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සාදා ඇති කම්බියක් මුළුමනින් ම ප්‍රයෝජනයට ගෙන සෘජුකෝණාස්‍රයක් සාදනු ලැබේ. සෘජුකෝණාස්‍රයේ එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට වඩා 1 cm බැගින් දිග වැඩි වන අතර අනෙක් සම්මුඛ පාද යුගලය සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට වඩා 5 cm බැගින් දිගින් අඩු ය සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග සොයන්න.

(8) චිත්‍රපට දර්ශනයක් සඳහා රු. 75.00, රු. 50.00 සහ රු. 25.00 යන ප්‍රවේශපත් නිකුත් කරන ලදි. රු. 75.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන මෙන් දෙගුණයක් රු. 50.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර අලෙවි විය. රු. 25.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන රු. 50.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණනට වඩා 100ක් වැඩි ය. ප්‍රවේශපත අලෙවියෙන් ලැබූ ආදායම රු. 20500.00 නම් අලෙවි වූ මුළු ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන සොයන්න.

(9) x හා y නම් නගර දෙකක් අතර දුර 80 km කි. මෝටර් රථයක් මින් පළමු කොටස $60\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ද ඉතිරි කොටස $25\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ද ගමන් කිරීමට පැය $2\frac{1}{2}$ ක් ගනී. ගමනේ පළමු කොටසේ දුර සොයන්න.

(10) වෙළෙඳ සැලක අලෙවියට තිබුණු නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාව රතුපාට පෑන් සංඛ්‍යාවට වඩා 11 ක් වැඩි ය. රතුපාට පෑන් සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{5}{7}$ ක් නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාවේ $\frac{2}{5}$ සමාන නම් නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

15-4 ඒකජ සමගාමී සමීකරණ

එක් අඥාත රාශියක් සහිත සමීකරණ විසඳන ආකාරය අපි ඉගෙන ගතිමු. අඥාතයන් කීපයක් සහිත සමීකරණ යෙදෙන අවස්ථා ඇත.

උදා - සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 10 කි. සංඛ්‍යා දෙක m හා n නම්, $m + n = 10$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැඟිය හැකි නමුත් m හා n හි අය ගණන් ගැන නිශ්චිත ව කිව නොහැකි ය. මෙය විසඳීමට m හා n අතර තවත් සම්බන්ධයක් තිබිය යුතු ය.

එම සංඛ්‍යා දෙකේ අන්තරය 4 කි.

එවිට $m - n = 4$ වේ.

මෙවැනි සමීකරණ සමගාමී සමීකරණ ලෙස හැඳින්වෙයි. එහි දී අනුගමනය කළ හැකි ක්‍රම කීපයක් ඇත.

I ක්‍රමය - ආදේශයෙන් විසඳීම

$$\begin{aligned} m + n &= 10 \\ m - n &= 4 \end{aligned}$$ විසඳමු

$$\begin{aligned} m + n &= 10 \text{ ——— } (1) \\ m - n &= 4 \text{ ——— } (2) \end{aligned}$$

(2) න් $m = 4 + n$

මෙම අගය (1) ට ආදේශ කළ විට

$$\begin{aligned} (4 + n) + n &= 10 \\ 4 + 2n &= 10 \\ 2n &= 6 \\ n &= 3 \end{aligned}$$

n හි අගය (1) ට ආදේශ කළ විට

$$\begin{aligned} m + n &= 10 \\ m + 3 &= 10 \\ m &= 10 - 3 \\ m &= 7 \end{aligned}$$

විසඳුම් $m = 7, \quad n = 3$

විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව මෙසේ පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

$$\begin{aligned} m + n &= 10 \\ \text{වම් පැත්ත} \quad m + n &= 7 + 3 \\ &= 10 \\ \text{දකුණු පැත්ත} &= 10 \\ \text{වම් පැත්ත} &= \text{දකුණු පැත්ත} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m - n &= 4 \\ \text{වම් පැත්ත} \quad 7 - 3 &= 4 \\ \text{දකුණු පැත්ත} &= 4 \\ \text{වම් පැත්ත} &= \text{දකුණු පැත්ත} \end{aligned}$$

m හා n හි විසඳුම් දෙක ම සමීකරණ දෙක ම තෘප්ත කරන බැවින් එම විසඳුම් නිවැරදි ය.

II ක්‍රමය - එක් විචල්‍යයක් ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය

$x + 2y = 5$
$x - y = -1$ විසඳමු

$$x + 2y = 5 \quad \text{———— (1)}$$
$$x - y = -1 \quad \text{———— (2)}$$

$(1) - (2)$

$$(x + 2y) - (x - y) = 5 - (-1)$$
$$x + 2y - x + y = 5 + 1$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

y = 2 (1) ආදේශ කළ විට

$$x + 2 \times 2 = 5$$
$$x + 4 = 5$$
$$x = 5 - 4$$
$$x = 1$$

විසඳුම $x = 1, \quad y = 2$

මුල් ගැටලුවේ විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ ආකාරයට මෙම සමගාමී සමීකරණයේ ද නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

නිදසුන (10) $2a + 3b = 16$
$4a + 3b = 26$ විසඳන්න.

▲ සංගුණක සමාන වන්නේ bවල නිසා (2) සමීකරණයෙන් (1) සමීකරණය අඩු කරන්න.

$$2a + 3b = 16 \quad \text{———— (1)}$$
$$4a + 3b = 26 \quad \text{———— (2)}$$

$(2) - (1)$

$$2a = 10$$
$$a = 5$$

$a = 5$ (1) සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්

$$2a + 3b = 16$$
$$10 + 3b = 16$$
$$3b = 6$$
$$b = 2$$

විසඳුම $a = 5$ හා $b = 2$ වේ.

15-4 අභ්‍යාසය

විසඳන්න.

(1) $x + y = 5$
$x - y = 1$

(2) $a + 2b = 7$
$2a - 2b = 2$

(3) $m + n = 8$
$2m + n = 2$

(4) $4x - y = 7$
$4x - 2y = 2$

(5) $x + 2y = 11$
$x - 4y = 5$

(6) $2a + 3b = 14$
$-2a + 2b = 16$

(7) $3a - 2b = 10$
$-3a + 3b = -6$

(8) $3x + 4y = 4$
$3x - 2y = 16$

(9) $2.5a + 1.3b = 11.3$
$1.5a - 1.3b = 4.7$

(10) $x + 0.2y = 7$
$x + 0.1y = 6$

සංගුණක සමාන වන සජාතීය පද ඇතුළත් සමීකරණ ඉහත ආකාරයට විසඳිය හැකි නමුත් සජාතීය පදවල සංගුණක සමාන නොවන අවස්ථාවල දී ඉවත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන අඥාත පදවල සංගුණක සමාන කරගත යුතු ය.

එවැනි සමීකරණවල විසඳුම් සොයා ගන්නා ආකාරය පහත නිදසුන්වල දක්වේ.

III ක්‍රමය - සංගුණකය සමාන කර විසඳීම

නිදසුන (11)

$2x + 3y = 12$
$x + 2y = 7$ විසඳන්න.

$2x + 3y = 12$ —— (1)
$x + 2y = 7$ —— (2)
(2) x 2 ➔ $2x + 4y = 14$ —— (3)
(3) – (1) ➔ $y = 2$
$y = 2$ (1) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$2x + 3y = 12$
$2x + 3 \times 2 = 12$
$2x + 6 = 12$
$2x = 6$
$x = 3$

විසඳුම $y = 2$ හා $x = 3$ වේ.

නිදසුන (12)

$3a + 4b = 15$
$4a + 3b = 13$ විසඳන්න.

$3a + 4b = 15$ —— (1)
$4a + 3b = 13$ —— (2)
(1) x 4 ➔ $12a + 16b = 60$ —— (3)
(2) x 3 ➔ $12a + 9b = 39$ —— (4)
(3) – (4) ➔ $7b = 21$
$b = 3$
$b = 3$ (1) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$3a + 4b = 15$
$3a + 12 = 15$
$3a = 3$
$a = 1$

විසඳුම $b = 3$ හා $a = 1$ වේ.

නිදසුන (13)

$$\frac{3a}{6} - \frac{b}{2} = 2$$

$$\frac{2a}{12} + \frac{3b}{2} = 4$$ විසඳන්න.

$$\frac{3a}{6} - \frac{b}{2} = 2 \quad \text{———} (1)$$

$$\frac{2a}{12} + \frac{3b}{2} = 4 \quad \text{———} (2)$$

(1) x 6 $\quad 3a - 3b = 12$ ——— (3)

(2) x 12 $\quad 2a + 18b = 48$ ——— (4)

(3) x 6 $\quad 18a - 18b = 72$ ——— (5)

(4) + (5) $\quad 20a = 120$

$a = 6$

$a = 6$ (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්

$$3a - 3b = 12$$
$$18 - 3b = 12$$
$$-3b = -6$$
$$b = 2$$

විසඳුම $a = 6$ හා $b = 2$ වේ.

නිදසුන (14)

$$\frac{x+y}{7} = \frac{3x-1}{8} = \frac{x+y-4}{3} \quad \text{විසඳන්න.}$$

මෙයින් සමීකරණ තුනක් ගොඩනැගිය හැකිය. සමගාමී සමීකරණ ලෙස විසඳුම් ලබා ගැනීමට අවශ්‍ය වන්නේ සමීකරණ දෙකක් නිසා එක් සමීකරණ යුගලයක් ලබා ගනිමු.

$$\frac{x+y}{7} = \frac{3x-1}{8} \quad \text{———} (1)$$

$$\frac{x+y}{7} = \frac{x+y-4}{3} \quad \text{———} (2)$$

(1) $\longrightarrow \quad 8(x + y) = 7(3x - 1)$

$8x + 8y = 21x - 7$

$13x - 8y = 7$ ——— (3)

(2) $\longrightarrow \quad 3(x + y) = 7(x + y - 4)$

$3x + 3y = 7x + 7y - 28$

$4x + 4y = 28$ ——— (4)

(4) x 2 $\quad 8x + 8y = 56$

(3) + (5) $\quad 21x = 63$

$x = 3$

$x = 3$ (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්

$$13x - 8y = 7$$
$$39 - 8y = 7$$
$$-8y = -32$$
$$y = 4$$

විසඳුම $x = 3$ හා $y = 4$ වේ.

15-5අභ්‍යාසය

(1) $x + 2y = 13$
$2x - 5y = 31$

(2) $2a - b = 2$
$3a + 2b = 17$

(3) $3m + 2n = 11$
$5m + 3n = 17$

(4) $4x - 3y = 8$
$3x + 4y = 31$

(5) $0.3x + 1.1y = 2$
$1.5x - 1.2y = 3.3$

(6) $2a + 3b = 6$
$7a + 5b = -1$

(7) $3(x + y) = 24$
$2x + 4y = 18$

(8) $x + 3y = 21$
$3x - 14 = 2x - y$

(9) $2x - 3y = 9$
$3x - 14 = 2x - y$

(10) $3(a - 3) = 1 - 4b$
$5a + 4 = 2(b - 7)$

(11) $c + \frac{d}{3} = 11$
$4c - \frac{d}{2} = 22$

(12) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 7$
$x - \frac{y}{8} = 8$

(13) $5a - 3b = 14$
$\frac{a}{4} - \frac{b}{2} = 1\frac{3}{4}$

(14) $\frac{x+6}{5y} = 2$
$\frac{x-2y}{x+y} = \frac{2}{5}$

(15) $\frac{a+3}{4} = \frac{b+1}{2} = \frac{a+b+2}{5}$

15-5 සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැඟීම හා විසඳීම

නිදසුන (15)

නගර සේවා බසයක රු. 5/= හා රු. 6/= ටිකට්පත් පමණක් නිකුත් කරනු ලැබේ. එක් දිනක දී බසයෙන් ලද ආදායම රු. 3350/=කි. එදින රු.6 ටිකට්පත්වලින් ලැබුණු ආදායම රු. 5 ටිකට්පත්වලින් ලැබුණු ආදායමට වඩා රු. 850/= ක් වැඩි ය. එදින විකුණන ලද රු. 6/=යේ ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

එදින විකිණූ රු. 5/= ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව $= x$ ලෙස ද
එදින විකිණූ රු. 6/= ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව $= y$ ලෙස ද ගනිමු.
රු. 5/= ටිකට්වලින් ලැබූ ආදායම = රු. $5x$
රු. 6/= ටිකට්වලින් ලැබූ ආදායම = රු. $6y$

$$5x + 6y = 3350 \text{ ——— } (1)$$
$$6y - 5x = 850 \text{ ——— } (2)$$
$$(1) + (2) \quad 12y = 4200$$
$$y = 350$$

එදින විකිණූ රු. 6 ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව = 350

නිදසුන (16)

එක්තරා විදුහලක විභාග ගාස්තු ලෙස 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් රු. 25/= බැගින් ද 11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් රු. 30/= බැගින් ද එකතු කළ විට එකතු වූ මුළු මුදල රු. 9400/= කි. පසු ව මුදල් ඉතිරි වූ බැවින් 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට රු. 10/= බැගින් ද 11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට රු.8/= බැගින් ද බෙදා දෙන ලදි. එසේ බෙදා දෙන ලද ඉතිරි වූ මුදල රු. 3040/= කි. එම විදුහලේ 10 ශ්‍රේණියේ සහ 11 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා වෙන වෙන ම සොයන්න.

එම විදුහලේ 10 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව = x ද
11 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව = y ද ලෙස ගනිමු.
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් එකතු වූ මුදල = රු. $25x$
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් එකතු වූ මුදල = රු. 30y
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට ආපසු දුන් මුදල = රු. $10x$
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට ආපසු දුන් මුදල = රු. 8y

$$25x + 30y = 9400 \text{ —— } (1)$$
$$10x + 8y = 3040 \text{ —— } (2)$$
(1) ÷ 5 $\quad 5x + 6y = 1880$ —— (3)
(2) ÷ 2 $\quad 5x + 4y = 1520$ —— (4)
(3) – (4) $\quad 2y = 360$
$$y = 180$$
y = 180 (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$$5x + 6y = 1880$$
$$5x + 1080 = 1880$$
$$5x = 800$$
$$x = 160$$
∴ එම විදුහලේ
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සංඛ්‍යාව = 160 ක් ද
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සංඛ්‍යාව = 180 ක් ද වේ.

15-6අභ්‍යාසය

(1) සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 40 ද අන්තරය 4 ද වේ. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(2) වෙළෙන්දෙක් තමා ළඟ තිබූ ඇපල් ගෙඩියක් රු. 15/= බැගින් ද දොඩම් ගෙඩියක් රු. 12 බැගින් ද විකුණා රු. 600/= ක ආදායමක් ලැබී ය. ඔහු දොඩම්වලින් ලද ආදායම ඇපල්වලින් ලද ආදායමට වඩා රු. 120/= කින් වැඩි ය. ඔහු විකුණන ලද දොඩම් ගෙඩි ගණන සොයන්න.

(3) එක්තරා වෙළෙඳසලක පිහියක් රු. 100/= ක් ද කතුරක් රු. 80/= ක් ද ලෙස මිළ ලකුණු කොට ඇත. ඒවා විකිණීමෙන් අපේක්ෂිත ආදායම රු. 1680/=කි. පිහියක් රු. 80 බැගින් ද කතුරක් රු. 100 බැගින්ද විකුණා තමා රු. 1740/= ආදායමක් ලද බව පදික වෙළෙන්දෙකු කී ය. වෙළඳසැලේ පිහි කීයක් විකිණීමට තිබුණේ ද?

(4) රස කැවිල්ලක් සෑදීමට යෙදූ පිටි සහ සීනි ප්‍රමාණ අතර අනුපාතය 1:2 විය. මෙම දෙවර්ගයෙන් ම තවත් 250g බැගින් එක් කිරීමෙන් වෙනත් රස කැවිල්ලක් සාදන අතර එහි පිටි සහ සීනි අතර අනුපාතය 2:3 වේ. පළමු රස කැවිල්ල සඳහා යොදන ලද පිටි ප්‍රමාණ සොයන්න.

(5) සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ගොඩනැගිල්ලක පරිමිතය 74 m වේ. මෙම ගොඩනැගිල්ලේ දිගෙන් අඩක දිගක් ඇති පළලින් $\frac{1}{3}$ ක පළලක් ඇති ශාලාවක් එය තුළ වෙන් කර ඇත. ශාලාවේ පරිමිතිය 32m වේ. ලොකු ගොඩනැගිල්ලේ දිග හා පළල සොයන්න.

(6) එක්තරා ගමනකින් මුල් කොටස 30 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් ගමන් කරන බසයකින් ද ඉතිරි කොටස 4 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් පයින් ද යාමට පැය 1ක් ගත වේ. එම සම්පූර්ණ ගමන ම 45 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන රථයකින් ගමන් කිරීමට ගත වන්නේ පැය 1/2 කි. බසයෙන් ගමන් කළ දුර ප්‍රමාණය සොයන්න.

සාරාංශය

- වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීමේ දී හරයන්හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරයෙන් සමීකරණය ගුණ කර සරල සමීකරණ ලෙස සකස් කරගනු ලැබේ.
- එදිනෙදා ජීවිතයේ පැන නගින ඇතැම් ගැටලු සරල සමීකරණ වලට ගොඩනැගීමෙන් විසඳිය හැකි ය.
- සමගාමී සමීකරණ විසඳීමේ දී එක් සංරචකයක සංගුණකය සමාන කරගත යුතු ය.
- ඇතැම් ප්‍රායෝගික ගැටලු විසඳීම සඳහා ද සමගාමී සමීකරණ භාවිතයට ගැනේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) විසඳන්න.

(i) $x + 12 = 8$

(ii) $15 - x = 7$

(iii) $3x + 20 - 2x = 50 - 5x$

(iv) $9x - 8 = 2(3x + 14)$

(v) $2\{3x - (6 + 2x)\} = 4$

(2) පහත සඳහන් සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $3a + 5b = 27$
$4a - 5b = 1$

(ii) $3(x - 2) - 5 = x - 7y + 10$
$2(2x - 6y) = 23 - x$

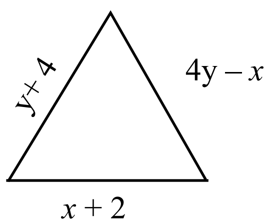
(iii) $\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 3$
$\frac{a}{2} - \frac{b}{6} = 3\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{2x+1}{4} - \frac{2y}{8} = 0$
$\frac{3x+4}{2} - \frac{y+1}{2} = -1$

(v) $\dfrac{2m+n+1}{3} = m = \dfrac{3n-1}{2}$

(3) නිමල් මෙසේ පවසයි. මම සංඛ්‍යා දෙකක් සිතුවෙමි. ඉන් පළමු වැන්නට 11ක් එකතු කළ විට දෙවැනි සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය ලැබේ. දෙවෙනි සංඛ්‍යාවට 20ක් එකතු කළ විට පළමු සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය ලැබේ. නිමල් සිතූ සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(4)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. එහි ලකුණු කර ඇති පාදවල දිග අනුව x හා y අගයන් සොයා ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(5) ඉලක්කම් දෙකකින් යුත් සංඛ්‍යාවක්, එහි ඉලක්කම්වල ඓක්‍යය මෙන් සත් ගුණයකට සමාන වේ. තවද එම සංඛ්‍යාව, එහි ඉලක්කම් මාරු කළ විට ලැබුණු සංඛ්‍යාවට වඩා 36 කින් විශාල ය. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(6) වගා සේන තමාගේ මිරිස් පාත්ති දෙක පිළිබඳ ව තම මිතුරාට මෙසේ පවසයි.

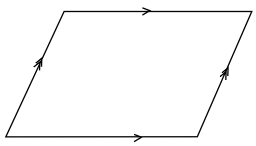
''මගේ මිරිස් පාත්ති දෙක අසමානයි. ලොකු පාත්තියෙන් පැල 15 ක් කුඩා පාත්තියට යන සේ මායිම වෙනස් කළොත් පාත්ති දෙක ම සමාන වේ. එහෙත් කුඩා පාත්තියෙන් පැළ 10 ක් ලොකු පාත්තියට යන සේ මායිම වෙනස් කළොත් ලොකු පාත්තියේ කුඩා පාත්තිය මෙන් තුන් ගුණයක් පැළ තිබේ.''වගා සේනගේ පාත්ති දෙකේ තිබූ පැළ ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.

16 සමාන්තරාස්‍ර - I

16-1 සමාන්තරාස්‍රය

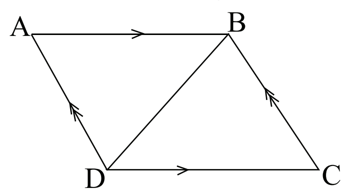
සම්මුඛ පාද යුගල දෙක ම සමාන්තර වූ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වෙයි.

සමාන්තරාස්‍රයක එම ලක්ෂණ රූප සටහනක මෙසේ දක්විය හැකි ය.



සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ ගැන හැදෑරීමේ දී ඒ හා සම්බන්ධ ප්‍රමේයයන් අධ්‍යයනය කළ යුතු ය.

ප්‍රමේයය :- සමාන්තරාස්‍රයක
(i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
(ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.



දත්තය - ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. BD විකර්ණයකි.

සාධනය කළ යුත්ත-
(i) $AB = CD, AD = BC$
(ii) $D\hat{A}B = D\hat{C}B, A\hat{B}C = A\hat{D}C$
(iii) ABD Δ හි වර්ගඵලය = CBD Δ වර්ගඵලය

නිර්මාණය - BD විකර්ණය ඇඳීම.

සාධනය - ABD Δ සහ CBD Δ සැසඳීමෙන්

$A\hat{B}D = C\hat{D}B$ (ඒකාන්තර කෝණ, AB // DC)

$A\hat{D}B = D\hat{B}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, AD // BC)

$BD = BD$ (පොදු පාදය)

$\therefore$ ABD $\Delta \equiv$ CBD Δ (කෝ:කෝ:පා)

$\therefore$ $AD = BC, AB = CD$(අංගසම Δ වල අනුරූප පාද සමාන වේ.)

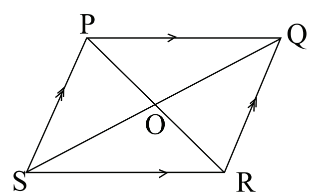
(ii) $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ එපරිද්දෙන් මAC යා කිරීමෙන්
ABC $\Delta \equiv$ ADC Δ බව සාධනය කළ හැකි ය.
එවිට $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ වේ.

(iii) ABD $\Delta \equiv$ CBD Δ නිසා ඒවායේ වර්ගඵලය ද සමානවේ.
මෙලෙස ම AC විකර්ණය ද සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

❍ වැදගත් ප්‍රතිඵලයක් සඳහා ක්‍රියාකාරකම් (1)

රූපයේ දැක්වෙන PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ PR සහ QS විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වී ඇත.

මෙම සටහන පිටපත් කරගෙන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

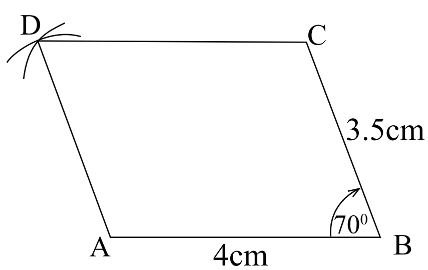


POQ Δ හා SOR Δ සැසඳීමෙන්

PQ	$=$	(සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වේ.)
$Q\hat{P}O$	$= O\hat{R}S$	(........................)
....	$= O\hat{S}R$	(සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටන ඒකාන්තර කෝණ)
$\therefore$ POQ Δ	$\equiv$ SOR Δ	(...................)

PO = OR සහ OQ = OS වේ.

ක්‍රියාකාරකම් (2)



AB = 4cm, BC = 3.5 cm හා $A\hat{B}C = 70^0$ වනසේ ABCD සමාන්තරාස්‍රය කෝණමානය හා කවකටුව භාවිත කර නිර්මාණය කරන්න.

AC හා BD යා කරන්න. එම රේඛා දෙක ඡේදන ලක්ෂ්‍ය O ලෙස නම් කරන්න.

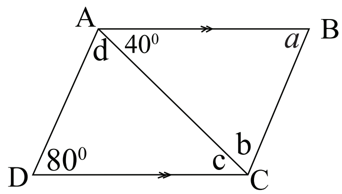
AO = ... OC = ...
BO = ... OD = ... දිග මැන ලියන්න. ප්‍රතිඵල අනුව

AO = OC ද BO = OD ද වන බව පෙනේ. මෙම ක්‍රියාකාරකම් දෙකේ ප්‍රතිඵල අනුව

ඕනෑ ම සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ ද එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන බව පෙනේ.

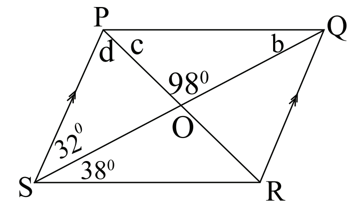
16-1 අභ්‍යාසය

(1)



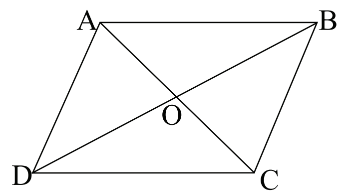
ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. දී ඇති දත්ත අනුව a, b, c, dවල අගය සොයන්න.

(2)



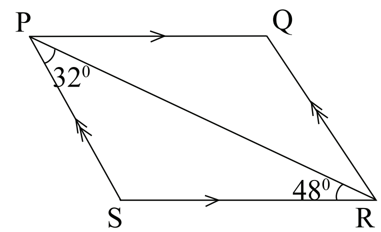
PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.
$P\hat{O}Q = 98^0$ $P\hat{S}O = 32^0$
$O\hat{S}R = 38^0$ නම්
b, c, dවල අගය සොයන්න.

(3)

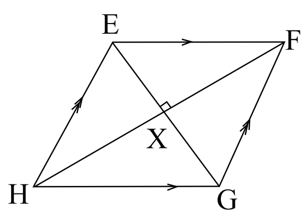


ABCD චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී සමච්ඡේදනය වේ. ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(4) රූපයේ දැක්වෙන PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ $S\hat{P}R = 32^0$, $S\hat{R}P = 48^0$නම් සමාන්තරාස්‍රයේ එක් එක් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය සොයන්න.

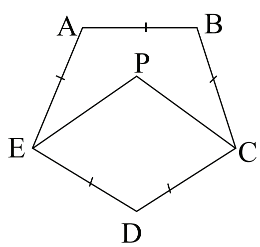


(5)



EFGH සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ X හි දී එකිනෙක සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය කරයි. එහි එක් පාදයක දිග 5cm ද එක් විකර්ණයක දිග 6cm ද නම් අනෙක් විකර්ණයේ දිග ගණනය කරන්න.

(6)



ABCDE යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි. EDCP යනු පංචාස්‍රය තුළ වූ සමාන්තරාස්‍රයකි.

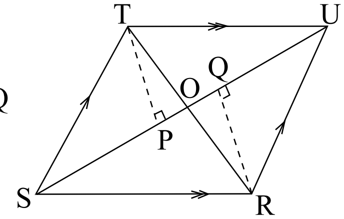
(i) $E\hat{D}C$, $P\hat{E}D$, $A\hat{E}P$ වල අගය සොයන්න.

(ii) APE කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද හේතු දක්වන්න.

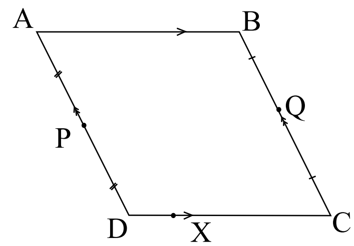
(iii) ඒ අනුව $A\hat{P}E$ අගය සොයන්න.

(iv) APC සරල රේඛාවක් බව සාධනය කරන්න.

(7) SRUT සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි විකර්ණ O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. T හා R ලක්ෂ්‍යවල සිට SU ට ඇඳි ලම්බ TP හා RQ වේ. PO = OQ බව සාධනය කරන්න.

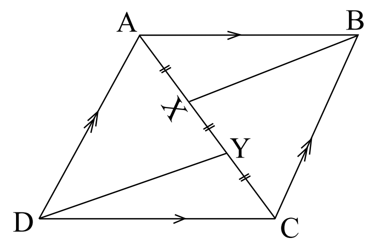


(8) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ. X යනු DC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. DX = CY වන පරිදි DC පාදය දික් කරනු ලැබේ.

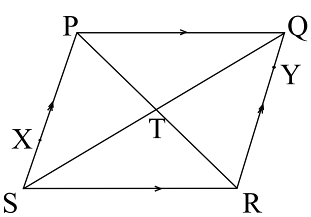


(i) මෙම රූපසටහනේ ඉතිරි දත්ත සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) PX = QY බව සාධනය කරන්න.

(9) ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. AX = XY = YC වන පරිදි AC විකර්ණය මත X, Y ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.
(i) BX = DY බව ද
(ii) BX // DY බව ද සාධනය කරන්න.



(10)

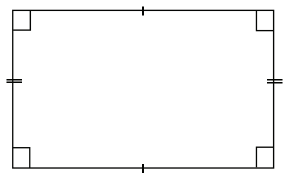


PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ T හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. T හරහා ගමන් කරන රේඛාව X හි දී PS ද Y හි දී QR ද හමු වේ.

(i) ඉහත රූපය පිටපත් කරගෙන ඉතිරි දත්ත එහි සලකුණු කරන්න.
(ii) XT = TY බව ද
(iii) SX = QY බව ද සාධනය කරන්න.
(iv) මෙම රූපයේ XY දෙපසට දික් කළ විට A හිදී දික් කළ PQ ත් B හිදී දික් කළ RSත් හමු වේ. මෙම දත්ත එම රූපසටහනේ ඇතුළත් කර PA= RB බව සාධනය කරන්න.

16-2 විශේෂ ලක්ෂණවලින් යුත් සමාන්තරාස්‍ර

(1) සෘජුකෝණාස්‍රය

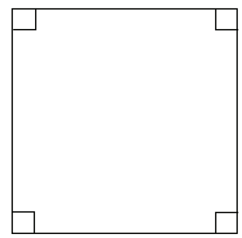


එක් කෝණයක් සෘජුකෝණයක් වූ සමාන්තරාස්‍රයක් සෘජුකෝණාස්‍රයකි. සමාන්තරාස්‍ර ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත සඳහන් ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයට ඇත.

(i) සියලු කෝණ සෘජුකෝණ වේ.

(ii) විකර්ණ දිගින් සමාන ය.

(2) සමචතුරස්‍රය



බද්ධ පාද සමාන වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සමචතුරස්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.

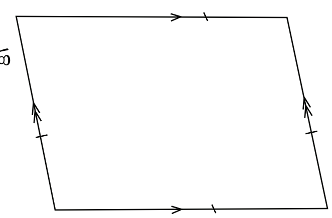
සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සමචතුරස්‍රයට ඇත.

(i) විකර්ණ මගින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය වේ.

(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය වේ.

(iii) විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.

(3) රොම්බසය



සියලු ම පාද සමාන වූ සමාන්තරාස්‍රයක් රොම්බසයක් ලෙස හැඳින්වෙයි. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ වලට අමතරව පහත සඳහන් ලක්ෂණ ද රොම්බසයට ඇත.

(i) සියලු ම පාද සමාන වේ.

(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය වේ.

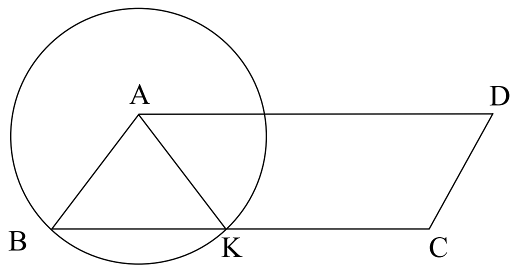
(iii) විකර්ණවලින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය වේ.

සාරාංශය

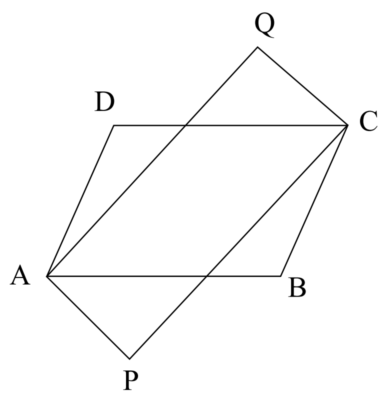
- සමාන්තරාස්‍රයක් යනු සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයකි.
- සමාන්තරාස්‍රයක
  - i. සම්මුඛ පාද සමාන වේ. ii. සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
  - iii. විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.
  - iv. එක් එක් විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

(1) සමාන්තරාස්‍රයක එක් අභ්‍යන්තර කෝණයක් අනෙකට වඩා 30^0 වැඩිය. එහි එක් එක් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය සොයන්න.

(2) 

රූපයේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය A වේ. $K\hat{A}D = C\hat{D}A$ බව සාධනය කරන්න.

(3) 

රූපයේ ABCD හා APCQ සමාන්තරාස්‍රය වේ.

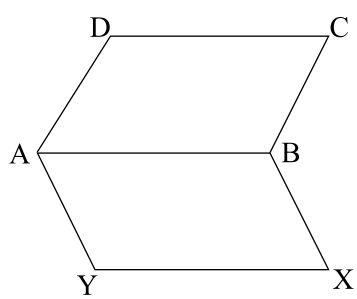
(i) AC, PQ, BD ඒක ලක්ෂ්‍ය බව එනම් එක ම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා වැටී ඇති බව ද

(ii) DQ // PB බව ද සාධනය කරන්න.

(4) ABCD රොම්බසයකි. $D\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය T හිදී CD ඡේදනය කරනු ලැබේ. $D\hat{T}A = 3D\hat{A}T$ බව සාධනය කරන්න.

(5) ABCDE යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි. ABPQ යනු එහි ඇතුළත වූ සමචතුරස්‍රයකි.

(I) $C\hat{B}P$ අගය ද (ii) $D\hat{B}Q$ අගය ද සොයන්න.

(6) 

රූපයේ ABCD හා ABXY සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. ADY $\Delta \equiv$ CBX Δ බව සාධනය කරන්න.

17 සමාන්තරාස්‍ර - II

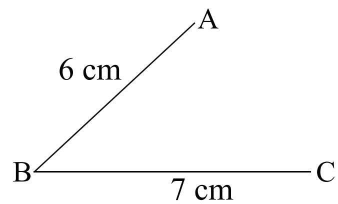
17-1 සමාන්තරාස්‍රය

සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තරවූ චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් බව මීට පෙර උගත්තෙමු. චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර බව ලබා ගැනීමට චතුරස්‍රයේ වෙනත් ලක්ෂණ උපයෝගී කරගත හැකි ආකාරය සලකා බලමු.

ක්‍රියාකාරකම (1)

- කවකටුව හා සරල දාරය භාවිතයෙන් පහත සඳහන් ලක්ෂණ ඇතුළත් චතුරස්‍රයක් නිර්මාණය කරමු.

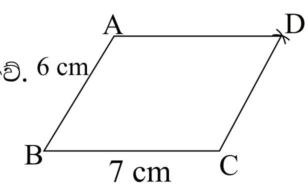
(i) බාහුවල දිග 7 cm හා 6 cm වූ රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ $A\hat{B}C$ නිර්මාණය කරන්න.



(ii) C සිට 6 cm ක් දුරින් A පිහිටි පැත්තේ පිහිටන පරිදිත් A සිට 7 cm ක් දුරින් C පිහිටි පැත්තේ පිහිටන පරිදිත් D ලක්ෂ්‍යය ලබා ගන්න.

(iii) ABCD චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න. එවිට AD = BC
AB = DC වේ.

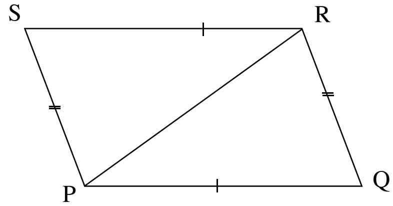
(iv) සරල දාරය සහ විහිත චතුරස්‍රය ආධාරයෙන් AB හා CD ත් BC හා AD සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.



මේ අනුව

සම්මුඛ පාද යුගල සමාන වූ චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර ද වේ.

- ඉහත ප්‍රතිඵලය විධිමත් සාධනයකින් ද ලබාගත හැකි බව පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රතිඵලය අනුව පෙනේ.



මෙම චතුරස්‍රයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව පහත හිස්තැන් පුරවන්න.

PSR Δ හා PQR Δ වල

PS	=	....	(දත්තය)
SR	=	....	(දත්තය)
....	=	....	(පොදු පාදය)
$\therefore$ PSR Δ	$\equiv$	PQR Δ	(...................)
$P\hat{R}S$	=	$R\hat{P}Q$	(අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

නමුත් මෙම කෝණ යුගලය ඒකාන්තර කෝණ වේ.

$\therefore$ SR // ....

මෙලෙස $S\hat{P}R$ = ...(අංග සම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

එහෙත් මෙම කෝණ යුගලය ඒකාන්තර කෝණ වේ.

$\therefore$ SP // QR වේ.

මේ අනුව PQRS චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර ද වේ.

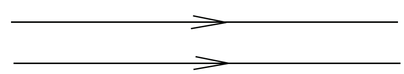
PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.

මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

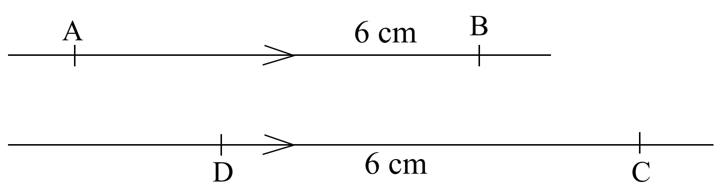
ප්‍රමේය :- චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගල සමාන නම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි.

ක්‍රියාකාරකම් (2)

(i) කෝදුවේ දාර දෙක භාවිතයෙන් පහත සඳහන් ආකාරයේ සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අඳින්න.



(ii) එම සමාන්තර රේඛා යුගලයෙන් එකක් මත AB = 6 cm වන ලෙස ද අනෙක් සමාන්තර රේඛාව මත CD = 6 cm වන ලෙස ද රේඛා ඛණ්ඩ දෙකක් ලකුණු කරන්න.



(iii) දැන් ABCD චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කර එහි AD හා BC සරල රේඛා සමාන්තර වේ දැයි කෝදුව හා විහිත චතුරස්‍රය ආධාරයෙන් බලන්න.

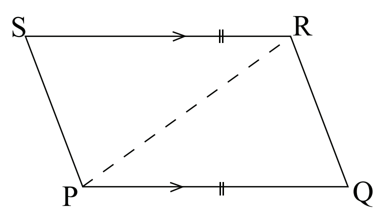
(iv) ඔබට ලැබුණු චතුරස්‍රයට සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි කිව හැකි ද?

මේ අනුව එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර වන චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව පෙනේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය සාධනයක් ඇසුරින් ලබා ගනිමු. ඒ සඳහා පහත රූප සටහනට අනුව අදාළ හිස්තැන් පුරවන්න.

❄❄ දී ඇති රූපයේ PQ // RS හා PQ = RS වේ.

පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



PQR Δ හා PSR Δ වල

PQ = SR (............)

$Q\hat{P}R$ = ... (ඒකාන්තර කෝණ)

PR = ... (පොදු පාදය)

∴ PQR Δ ≡ PSR Δ (..................)

∴ $Q\hat{R}P$ = ... (අංගසම Δ වල අනුරූප අංග)

එහෙත් ඒවා ඒකාන්තර ∠ වේ.

∴ QR // .... වේ

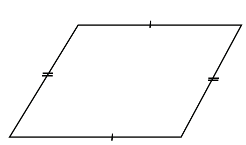
මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය :- චතුරස්‍රයක එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර වේ නම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි.

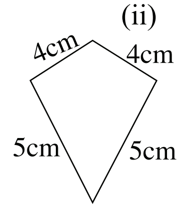
17-1 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් රූපවල ලකුණුකර ඇති දත්ත අනුව ඒවා සමාන්තරාස්‍ර වේ දැයි සොයා එම නිගමනයට හේතුව ද ලියන්න.

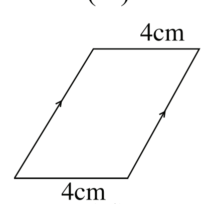
(i)



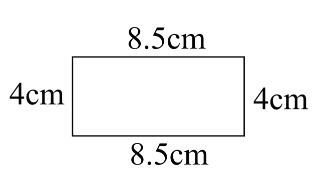
(ii)



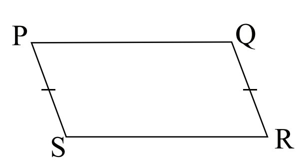
(iii)



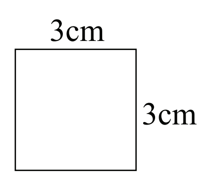
(iv)



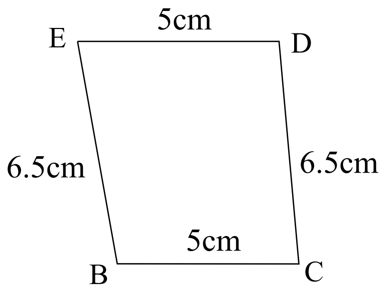
(v)



(vi)

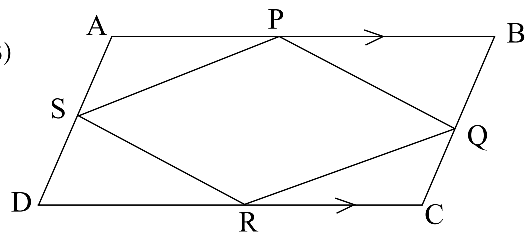


(2)



BCDE චතුරස්‍රයේ දී ඇති දත්ත අනුව BC // ED වන එහෙත් BE // CD නොවන බව මලින්ද ප්‍රකාශ කරයි. මෙම ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අසත්‍යතාව හේතු දක්වමින් පහදන්න.

(3)

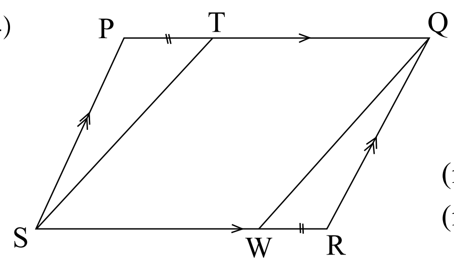


ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AB, BC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R, S වේ.

(i) ASP Δ ≡ QCR Δ බව (ii) SDR Δ ≡ PBQ Δ බව

(iii) PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(4)

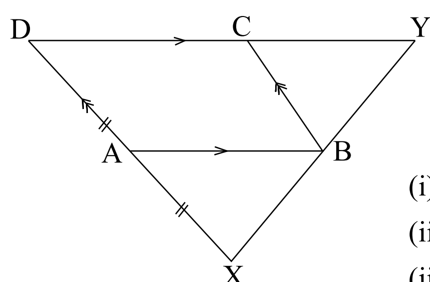


රූපයේ දැක්වෙන PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ PT = WR වන පරිදි PQ මත T ලක්ෂ්‍යයත් SR මත W ලක්ෂ්‍යයත් පිහිටා ඇත.

(i) TQ = SW බව

(ii) TQWS සමාන්තරාස්‍රයක් බව හේතු සහිතව සාධනය කරන්න.

(5)



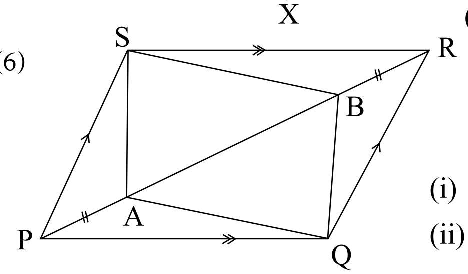
රූපයේ දැක්වෙන ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ DA = AX වන පරිදි DA රේඛාව X දක්වා දික්කර ඇත. දික් කළ DC හා XB රේඛා Y හි දී හමු වේ.

(i) AXBC සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්

(ii) ABYC සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්

(iii) DC = CY බවත් සාධනය කරන්න.

(6)



PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි. PA = RB වන පරිදි A හා B ලක්ෂ්‍යය, PR විකර්ණය මත පිහිටා ඇත.

(i) PAS Δ ≡ QBR Δ බව සාධනය කරන්න.

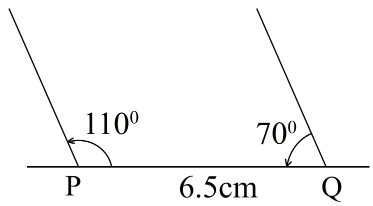
(ii) AQBS සමාන්තරාස්‍රයක් වන්නේ ඇයිදැයි හේතු සහිත ව පැහැදිලි කරන්න.

චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වීමට තිබිය යුතු තවත් අවශ්‍යතා කීපයක් සලකා බලමු.

ක්‍රියාකාරකම් (3)

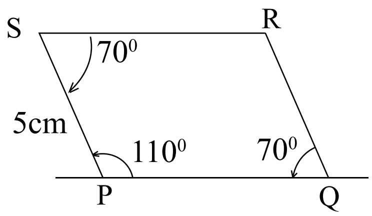
❂ කෝදුව හා කෝණමානය භාවිතකර පහත දැක්වෙන නිර්මාණය කරමු.

(i)



6.5cm දිග PQ සරල රේඛාවක් නිර්මාණය කර එහි P හා Q අන්ත දෙකෙහි පිළිවෙළින් 110^0 හා 70^0 කෝණ යුගලයක් අඳින්න. (මේ සඳහා කෝණමානය යොදා ගන්න.)

(ii)



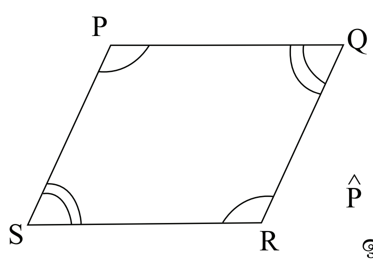
P හරහා ඇඳි රේඛාව මත PS = 5cm වන පරිදි S ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර කෝණමානය භාවිතයෙන් $P\hat{S}R = 70^0$ වන පරිදි Q හරහා ඇඳි රේඛාව මත R ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

(iii) $\hat{R}$ අගය මැන බලන්න.

දැන් ඔබට ලැබී ඇත්තේ සම්මුඛ කෝණ යුගල සමාන චතුරස්‍රයකි.

- ☛ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වන බව විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව ආධාරයෙන් නිරීක්ෂණය කරන්න.
- ☛ මේ අනුව සම්මුඛ කෝණ යුගල සමාන වූ චතුරස්‍රයක, සම්මුඛ පාද යුගල ද සමාන්තර වන බව පෙනේ.
- ☛ මෙම ප්‍රතිඵලය සාධනයක් ඇසුරින් ද ලබාගත හැකි ය. ඒ සඳහා පහත රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු ප්‍රයෝජනයට ගනිමින් හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

රූපයේ දැක්වෙන PQRS චතුරස්‍රයේ $\hat{P} = \hat{R}$ හා $\hat{Q} = \hat{S}$ වේ.



$\hat{P} + \hat{Q} + \hat{S} + \hat{R} = 360^0$ (.........)

$\hat{P} = \hat{R}$ හා $\hat{Q} = \hat{S}$ නිසා

$2\hat{P} + 2\hat{Q} =$ ....

$\hat{P} + \hat{Q} =$ ....

$\hat{P}$ හා $\hat{Q}$ මිත්‍රකෝණ වන බැවින් PS // ....

ඉහත ආකාරයට ම $2\hat{P} + 2\hat{S} = 360^0$

$\hat{P} + \hat{S} = 180^0$

$\hat{P}$ හා $\hat{S}$ .... කෝණ බැවින්

PQ .... SR වේ.

◉ මෙම ප්‍රතිඵලය අනුව චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එහි සම්මුඛ පාද යුගල ද සමාන්තර වේ.

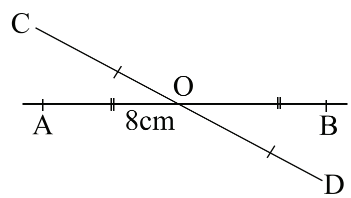
මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැක.

ප්‍රමේයය :- චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි.

ක්‍රියාකාරකම් (4)

(i) 8cm දිග AB සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O ලෙස ලකුණු කරන්න.

(ii) O හරහා ගමන් කරන 6cm දිග වූ ද O මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූද CD නම් තවත් රේඛාවක් එය මත ම අඳින්න.



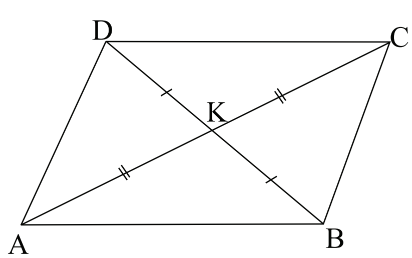
(iii) ACBD ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර බව ඔබ කලින් විමසූ ක්‍රමයට ම ලබා ගන්න.

මේ අනුව විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව පෙනේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය ද සාධනයක් ඇසුරින් ලබා ගත හැකි ය.

ක්‍රියාකාරකම් (5)

✳ රූපයේ දැක්වෙන චතුරස්‍රයේ විකර්ණ K හි දී එකිනෙක ඡේදනය වී ඇත. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



AKB Δ හා DKC Δ වල

AK	=	....	(දත්තය)
BK	=	....	(දත්තය)
$A\hat{K}B$	=	....	(ප්‍රතිමුඛ කෝණ)
∴ AKB Δ	≡	DKC Δ	(...................)
∴ $A\hat{B}K$	=	$K\hat{D}C$	

නමුත් ඒවා ඒකාන්තර ∢ වේ.

∴ AB // DC .... වේ.

AKD Δ හා BKC Δ වල

AK	=	....	(දත්තය)
DK	=	....	(දත්තය)
$A\hat{K}D$	=	....	(ප්‍රතිමුඛ කෝණ)
$\therefore$ AKD Δ	$\equiv$	BKC Δ	(...................)
$\therefore$ $A\hat{D}K$	=	$K\hat{B}C$	

නමුත් මේවා .... වේ.

$\therefore$ AD // BC

මෙම ප්‍රතිඵලය අනුව ඕනෑම චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එහි සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වේ.

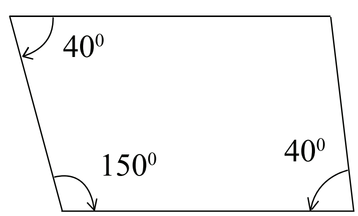
මෙම ප්‍රතිඵලය ද ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය - චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එය සමාන්තරාස්‍රයකි.

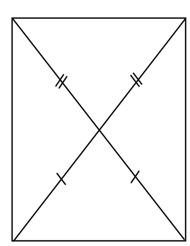
17-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් චතුරස්‍රවල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව ඒවායින් කවරක් සමාන්තරාස්‍ර දැයි තෝරන්න. ඔබේ තේරීමට හේතු දක්වන්න.

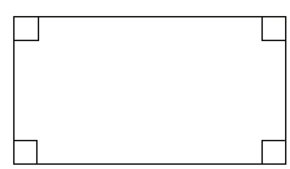
(i)



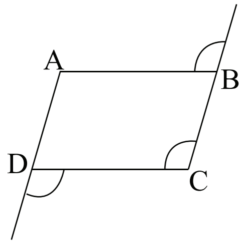
(ii)

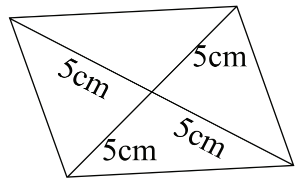


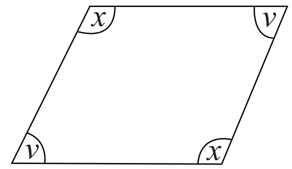
(iii)



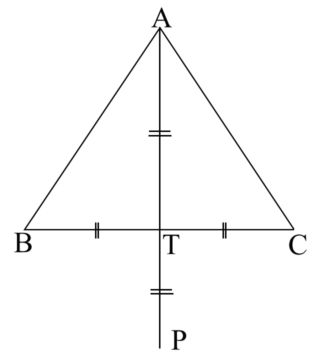
(iv) (v) (vi)





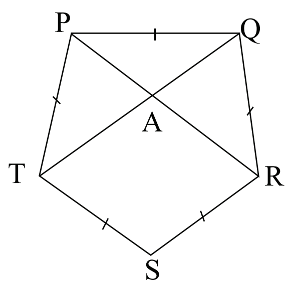


(2) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. AT = TP වන පරිදි AT රේඛාව P තෙක් දික් කර ඇත. ACPB සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



(3) PQR ත්‍රිකෝණයේ PR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. QP ට සමාන්තර වR හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළQT රේඛාව S හි දී හමු වේ.PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(4)



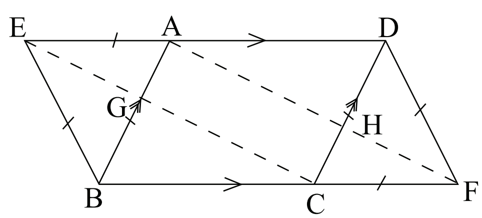
PQRST සවිධි පංචාස්‍රයකි. එහි PR සහ TQ රේඛා A හි දී ඡේදනය වේ.

(i) $S\hat{T}A$, $T\hat{A}R$ කෝණවල අගයන් සොයන්න.

(ii) ATSR සමාන්තරාස්‍රයක් වන්නේ ඇයි?

(iii) ATSR සමාන්තරාස්‍රය හැඳින්විය හැකි විශේෂ නාමය කුමක් ද?

(5)



රූපයේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. ABEසහ DCF යනු සමාන්තරාස්‍රයට පිටතින් පිහිටි සමපාද ත්‍රිකෝණ දෙකකි. AHF සහ CGE සරල රේඛා වේ.

(i) $A\hat{D}F = E\hat{B}C$ බව

(ii) AF = CE බව

(iii) AHCG සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

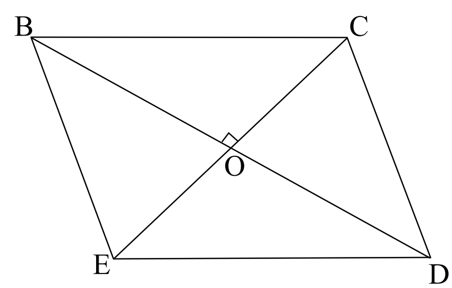
චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වන අවස්ථා

- එහි එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන ද සමාන්තර ද වන විට
- එහි සම්මුඛ පාද යුගල සමාන වන විට
- එහි සම්මුඛ කෝණ යුගල සමාන විට
- එහි විකර්ණ එකක් අනෙකෙන් සමච්ඡේදනය වන විට යන අවස්ථාවල දී චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක AB හා CD විෂ්කම්භ දෙකකි. ACBD සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(2) රූපයේ BCDE චතුරස්‍රයේ විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වේ. $B\hat{O}C = 90^0$ නම් BCDE රොම්බසයක් වීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතා සියල්ල ම ලියන්න.



(3) PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි. PX $\perp$ SR සහ RY $\perp$ PQ ද වේ. SX = QY බව සාධනය කරන්න.

(4) LMNOPQ සවිධි ෂඩාස්‍රයකි.

(i) LP = MO බව

(ii) LMOP සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(5) PQRS රොම්බසයකි. $S\hat{P}R$ හි සමච්ඡේදකයට SR පාදය T හි දී හමු වේ. $3S\hat{P}T = P\hat{T}S$ බව පෙන්වන්න.

18 කුලක

18-1 කුලක

නිශ්චිත වශයෙන් ම වෙන් කර ගත හැකි ද්‍රව්‍ය සමූහයක් කුලකයක් බව ඉගෙන ගත්තා ඔබට මතක ඇත. මේ අර්ථ දැක්වීමට අනුව ඔබට කුලකයක් හඳුනාගත හැකි නම් ඒ හැකියාව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පහත විස්තර කර ඇති එක එකක් අතරින් කුලක වෙන්කර දක්වන්න.

(1) ද්වි බීජ පත්‍රී ශාක
(2) ලංකාවේ සිටින දක්ෂ ක්‍රීඩකයන්
(3) ඔබේ පන්තියේ සිටින දුප්පත් ළමයින්
(4) ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා
(5) ශ්‍රී ලංකාවට ආවේණික සතුන්
(6) ප්ලේටෝ කැට
(7) ලෝකයේ ඇති දිග ගංගා
(8) ලංකාවේ භාවිත කරන හොඳ ම පත්තර
(9) දිග පිහාටු සහිත සතුන්
(10) හින්දු අරාබි ඉලක්කම්

18-2 කුලක අංකනය

කුලකයක් ලියා දැක්වීමට යොදා ගන්නා ක්‍රම කුලක අංකන ක්‍රම ලෙස අර්ථ දැක්වෙයි. එය කුලකයක් බව ප්‍රදර්ශනය කරමින් කුලකයක් අංකනය කළ හැකි ක්‍රම 4ක් පහත දැක්වේ.

(1) සඟල වරහන් තුළ කුලකයක් විස්තර කර ලිවීම.
(2) සඟල වරහන් තුළ අවයව ලියා දැක්වීම.
(3) වෙන් රූපයක් තුළ කුලකයේ අවයව ලියා දැක්වීම.
(4) කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් දැක්වීම

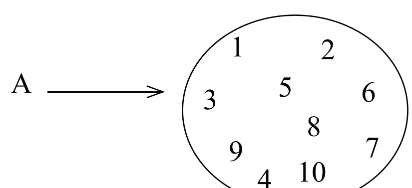
මෙම ක්‍රම පැහැදිලි කර ගැනීම සඳහා එකම කුලකය ඉහත ආකාර 4 ට ම ලියා දක්වමු.

නිදසුන (1)

1 සිට 10 දක්වා පූර්ණ සංඛ්‍යා ඇතුළත් කුලකය A නම්

A = {1 සිට 10 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යා}

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}



A = {x : $1 \leq x \leq 10$, x පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.}

❉ කුලකයක් සටහන් කර දැක්වීමේ දී ඉහත දක්වා ඇති ක්‍රම අතරින් පහසුම ආකාරය යොදා ගැනීමට හැකියාව තිබේ.

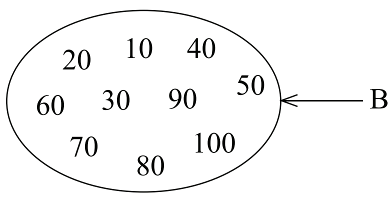
ක්‍රියාකාරකම් (1) පහත A හා B කාණ්ඩ දෙකේ ලියා ඇති කුලකවලින් සමාන කුලක යා කරන්න.

	A	B
(I)	$\{x : 1 \leq x < 40,\ x$ පහේ ගුණාකාරයක් වේ.$\}$	$\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$
(II)	$\{x : 1 \leq x < 10,\ x$ ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි.$\}$	$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
(III)	$\{x : 1 < x < 10,\ x$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි.$\}$	$\{5,10,15,20,25,30,35\}$
(IV)	$\{x : 1 < x < 100,\ x$ පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවකි.$\}$	$\{2,3,5,7\}$
(V)	$\{x : 1 \leq x \leq 20,\ x$ දෙකේ ගුණාකාරයකි.$\}$	$\{1,3,5,7,9\}$

18-2 අභ්‍යාසය

(1) P = {පෙරදිග සංගීත ක්‍රමයේ භාවිත වන ස්වර} නම් P කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(2) A = {9, 18, 27, 36, 45} මෙම A කුලකය කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් දක්වන්න.

(3) 

B කුලකය විස්තර කර දක්වන්න.

(4) C = $\{x : 0 < x < 10,\ x$ සංයුක්ත සංඛ්‍යාවක් වේ.$\}$
C කුලකය වෙන් රූපයකින් දක්වන්න.

(5) D = $\{R : 50 \leq R \leq 100,\ R\ 10\}$ යේ ගුණාකාරයක් වේ.
D කුලකයේ අවයව වරහන් තුළ ලියා දක්වන්න.

(6)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,
8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
15, 16, 17, 18, 19, 20

I. මෙම කොටුව තුළ ඇති සංඛ්‍යා පමණක් යොදා ගනිමින් P, Q, R, S යනුවෙන් කුලක 4 ක් අවයව සහිත ව ලියා දක්වන්න.

II. එම කුලක 4 විස්තර කර දක්වන්න.

(7) නිමල්, A = {ප්‍රථමක සංඛ්‍යා} යනුවෙන් A නම් කුලකයක් විස්තර කර දක්වා තිබුණි.

I. A කුලකයක් ද විස්තර කරන්න.

II. A හි අවයව වෙන් රූපයක් තුළ ලියා දැක්විය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

III. A කුලකය දැක්වීමට සුදුසු වෙනත් ක්‍රමයක් තිබේ ද? පිළිතුර ගැන ගුරුතුමා සමඟ සාකච්ඡා කරන්න.

(8) ඔබ කැමති කුලක 5ක් ලියා ඒවා ඉහත ආකාර 4ට ම ලියා දක්වන්න.

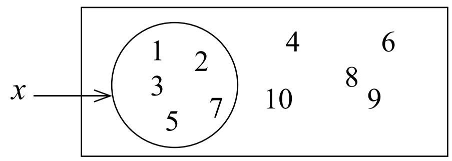
18-3 කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව n(A)

කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව n නම් එය n(A) ලෙස දක්වනු ලැබේ.

* A = {2, 4, 6, 8, 10} නම් n (A) = 5 වේ.

* B = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ අකුරු} n (B) = 26

*



n (x) = 5 ද

n (ε) = 10 වේ

18-3 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව සංකේත මගින් ලියා දක්වන්න.

(1) P = {a, b, c, d, e, f} (2) Q = {10, 20, 30}

(3) R = {1977 යන සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම්}

(4) S = $\{x : 2 < x < 10, x,$ 2 ගුණාකාරයකි.}

(5) M = {△, □, ⬠, ⬡, ○} (6) N = {CALCULATOR යන වචනයේ අකුරු}

(7) L = $\{x : 5 \leq x \leq 50,\ x,$ 5 ගුණාකාරයකි.}

(8) G = {ලෝකයේ ඇති මහාද්වීප} (9) U = {ඔබේ පන්තියේ සිසුන්}

(10) V = {TESSELLATION යන වචනයේ අකුරු}

18-4 කුලක වර්ග

කුලක ඒවායේ පවතින පොදු ලක්ෂණ අනුව වර්ග කීපයකට වෙන් කර දක්වා ඇත. ඒවා නම්

සර්වත්‍ර කුලකය

කිසියම් කුලකයකට අයත් සියලු අවයව ඇතුළත් කුලකය සර්වත්‍ර කුලකය නමින් හැඳින්වේ.

පරිමිත කුලක

ක්‍රියාකාරකම් (2)

පහත දක්වා ඇති කුලකවල අවයව සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(I) සිංහල හෝඩියේ අකුරු .... (II) දේදුන්නේ පාට ....

(III) ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා .... (IV) 200 දක්වා 5 හේ ගුණාකාර ....

(V) වෘත්තයකට ඇඳිය හැකි සමමිතික අක්ෂ ගණන ....

ඇතැම් ඒවායේ අවයව සංඛ්‍යාව ලිවිය නොහැකි බව පෙනේ.

> අවයව සංඛ්‍යාව නිශ්චිත සංඛ්‍යාත්මක අගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි කුලක පරිමිත කුලක වේ.

ඒ අනුව, I, II, IV පරිමිත කුලක වේ.

අපරිමිත කුලක

ක්‍රියාකාරකම (3)

පහත දක්වා ඇති කුලකවල අවයව නිශ්චිතව ප්‍රකාශ කළ නොහැකි බව ඔබට පෙනේ.

(I) රේඛාවකට සමාන්තර ව ඇඳිය හැකි සරල රේඛා ගණන
(II) ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා කුලකය
(III) නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය
(IV) වෘත්තයකට ඇඳිය හැකි විෂ්කම්භ

අවයව සංඛ්‍යාව සංඛ්‍යාත්මක ව අගයකින් දැක්විය නොහැකි කුලක අපරිමිත කුලක වේ.

අභිශූන්‍ය කුලක :- **අවයව කිසිවක් නොමැති කුලක අභිශූන්‍ය කුලක ලෙස හැඳින්වෙයි.**

නිදසුන (2)

1. 1ත් 10ත් අතර 50 හේ ගුණාකාර
2. ශ්‍රී ලංකාවේ සිටින අවුරුදු 200 ක් වයස මිනිසුන්
3. 1 ට අඩු ගණිත සංඛ්‍යා

සම කුලක :- **අවයව සංඛ්‍යාව මෙන් ම අවයව ද සමාන වන කුලක සම කුලක ලෙස හැඳින්වෙයි.**

A = {T, E, A}
B = {E, T, A}

A හා B කුලක දෙකේ අවයව මෙන් ම අවයව ගණන ද සාමාන ය.

A හා B සමකුලක වේ.
එය A = B ලෙස ලිවිය හැක.

P = $\{x : 1 \leq x \leq 10, x$ ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවකි.}

Q = $\{x : 1 \leq x \leq 10, x$ දෙකේ ගුණාකාරයක් වේ.}

P හා Q කුලකවල අවයව ලියා P හා Q සමකුලක වේ දැයි බලන්න.

තුල්‍ය කුලක - **අවයව සංඛ්‍යාව සමාන වන කුලක තුල්‍ය කුලක ලෙස හැඳින්වෙයි.**

නිදසුන (3)

A = {1, 2, 3}
B = {b, o, k}

A හා B තුල්‍ය කුලක වේ. A ~ B ලෙස ලියනු ලැබේ.

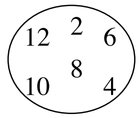
සමකුලක සැම විට තුල්‍ය කුලක වන අතර තුල්‍ය කුලක සැමවිට ම සමකුලක නොවේ.

18-4 අභ්‍යාසය

(1) පහත දක්වා ඇති කුලකවලින් පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක තෝරන්න.

(I) P = {6 ගුණාකාර}

(II) Q = {x : $0 < x < 1000$ x, පූර්ණ සංඛ්‍යා}

(III) R $\longrightarrow$ 

(IV) S = {ශ්‍රී ලංකාවට ආවේණික සිවුපා සතුන්}

(V) T = {ගණිත සංඛ්‍යා}

(VI) U = {බහු අස්‍ර}

(2) මෙහි දක්වා ඇති කුලකවලින් සමකුලක යුගල හා තුල්‍ය කුලක යුගල තෝරන්න.

A = {1815 යන සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම්}
B = {නිමල්කා යන වචනයේ අකුරු}
C = {10 අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
D = {17235 හි ඉලක්කම් කුලකය}
E = {මල් පියලි යන වචනයේ අකුරු}
F = {100 යේ මුල් ගුණාකාර 10}
G = {Sun යන වචනයේ අකුරු}
H = {Son යන වචනයේ අකුරු}

(3) පහත දක්වා ඇති කුලක අතරින් අභිශූන්‍ය කුලක තෝරන්න.

A = {x : $0 < x < 1$, x පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවකි.}
B = {y : $1 < y \leq 10$, y ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි.}
C = {පියාසර කළහැකි සිව්පා සතුන්}
D = {හොඳින් අං වැඩුණු අශ්වයන්}
E = {ඉලක්කම් දර්ශකය බිංදුවක් වන 10-100 ත් අතර සංඛ්‍යා}
F = {භාෂා 4 ක් කථා කළ හැකි මිනිසුන්}

18-5 කුලක කර්ම

කුලක පිළිබඳ අධ්‍යනය කිරිමේ දී භාවිත වන කුලක කර්ම 3 කි. ඒවා එකින් එක අධ්‍යයනය කර බලමු.

කුලක ඡේදනය ($\cap$)

A = {1, 2, 3, 4, 5}

B = {2, 4, 6, 8, 10} A කුලකයටත් B කුලකයටත් අයත් වන පොදු අවයව කුලකය ඡේදන කුලකය නමින් හැඳින්වේ. A හා B කුලකවල ඡේදනය මෙසේ සටහන් කළ හැකිය. $A \cap B = \{2, 4\}$

කුලක දෙකකට හෝ කීපයකට අයත් පොදු අවයව සහිත කුලකය ඡේදන කුලකය නමින් හැඳින්වේ.

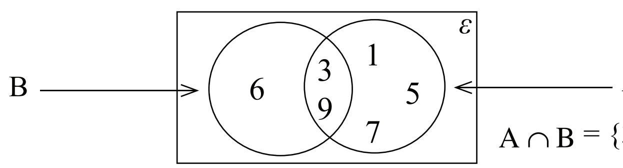
නිදසුන (4) පහත දැක්වෙන කුලක යුගලවල ඡේදන කුලකය ලියා දක්වන්න.

(i) X = {නිමල්, රංජිත්, තාරක, අමල්, අහමඩ් }
Y = {සුරංග, ෂෙහාන්, රංජිත්, අජන්ත }
$(X \cap Y)$ = {රංජිත් }

(ii) P = {"අනුරාධපුරය" යන වචනයේ අකුරු}
Q = {"රත්නපුරය" යන වචනයේ අකුරු}
$(P \cap Q)$ = {ර, පු, ය}

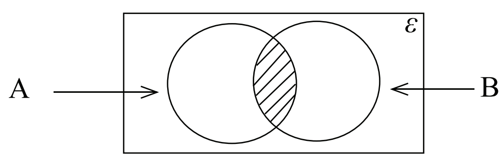
(iii) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$B = \{3, 6, 9\}$

(iv) A හා B කුලක දෙකේ ඡේදනය වෙන් රූපයක දක්වමු.

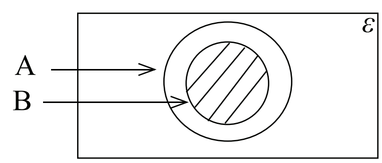


$A \cap B = \{3, 9\}$

ඡේදනය වෙන් රූපයක දැක්විය හැකි ආකාර



$A \cap B$



$A \cap B$
$B \subset A$ වනවිට

ඡේදන කුලක වීජ ගණිතයේ දී $A \cap B = \{x : x \in A$ සහ $x \in B\}$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

කුලක මේලය ($\cup$)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$
$$(A \cup B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

A ට හෝ B ට හෝ A, B දෙකට ම හෝ අයත් සියලු අවයව සහිත කුලකය කුලක දෙකේ කුලක මේලය වේ.

කුලක දෙකකට හෝ කීපයකට අයත් සියලුම අවයව ඇතුළත් කුලකය කුලක මේලය ලෙස හැඳින්වෙයි.

මෙය වීජ ගණිතයෙ දී $A \cup B = \{x: \ x \in A$ හෝ $x \in B$ හෝ$\}$ලෙස ලියා දැක්වේ.

නිදසුන (5)

(i) $N = \{1, 9, 8, 4\}$
$Y = \{1, 9, 6, 6\}$ $N \cup Y$ සොයන්න.

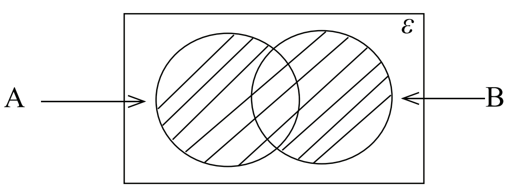
$(N \cup Y) = \{1, 9, 4, 6, 8\}$

(ii) P = {SCHOOL යන වචනයේ අකුරු}
Q = {BOOK යන වචනයේ අකුරු}
P හා Q කුලක වල අවයව ලියා $P \cup Q$ සොයන්න.
$P = \{S, C, H, O, L\}$
$Q = \{B, O, K\}$
$P \cup Q = \{S, C, H, O, L, B, K\}$

(iii) T = {නිල්, කොළ, රතු, කහ}
R = {රෝස, දම්, සුදු, කළු} $T \cup R$ කුලකය ලියා දක්වන්න.
$T \cup R$ = {නිල්, කොළ, රතු, කහ, දම්, රෝස, සුදු, කළු}

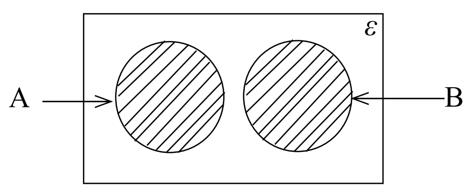
(iv) $A \cup B$ වෙන් රූපයක අඳුරු කර දක්වන්න.

ඡේදනයක් ඇති විට



$A \cup B$

A හා B වියුක්ත කුලක නම්

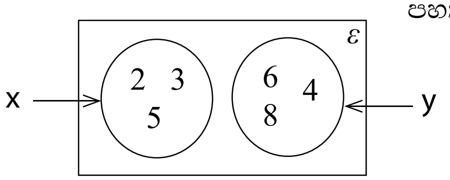


$A \cup B$
$A \cap B =$ වනවිට

වියුක්ත කුලක $P = \{S, O, W\}$
$Q = \{1, 2, 3\}$

$P \cap Q = \phi$ P හා Q වියුක්ත කුලක වේ.

පහත වෙන් රූපය දෙස අවධානය යොමු කරන්න.



x හා y වියුක්ත කුලක වේ.

$x \cap y = \phi$

ඡේදනය අභිශූන්‍යවන කුලක වියුක්ත කුලක වේ.
එනම් පොදු අවයව නොමැති අවස්ථා

කුලක අනුපූරකය

0 ට වැඩි 10 ට අඩු ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා කුලකය සලකමු එය   නම්,

  $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

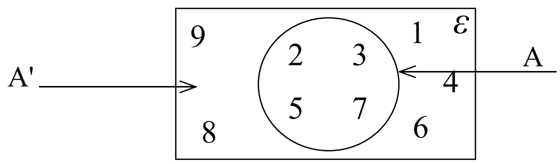
10 ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා කුලකය A නම්,

  $A = \{2, 3, 5, 7\}$

A ට අයත් නොවන සංඛ්‍යා කුලකය කුමක් ද?

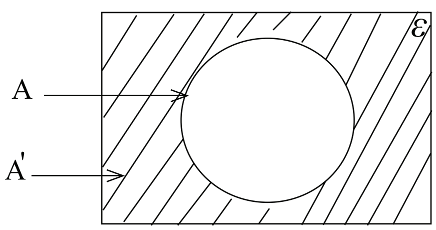
  එය $\{1, 4, 6, 8, 9\}$ වේ.

මෙම කුලකය A කුලකයේ අනුපූරක කුලකය ලෙස හැඳින්වේ. එය A' යනුවෙන් අංකනය කෙරේ. එවිට $A' = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැක. මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක මෙසේ දැක්විය හැකිය.



$n(\varepsilon) = n(A) + n(A')$

අනුපූරක කුලකයන් වෙන් රූපයකින් අඳුරු කර දක්වන ආකාරය බලමු.



අඳුරුකර ඇත්තේ A' ට අයත් වන ප්‍රදේශයයි. මෙය කුලකය වීජ ගණිතයේ දී $A = \{x : x, \not\subseteq A, x \in \varepsilon\}$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

යම් කුලකයකට අයත් නො වන එහෙත් සර්වත්‍ර කුලකයට අයත් අවයව සහිත කුලකය අනුපූරක කුලකය නමින් හැඳින්වෙයි.

නිදසුන (6)

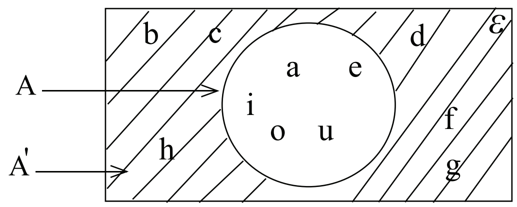
(I) $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
$B = \{1, 4, 9\}$
$C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ A', B', C' සොයන්න.

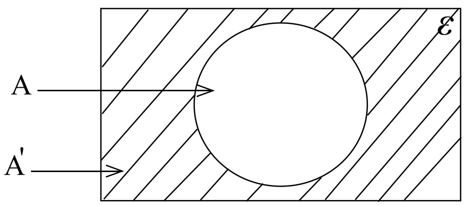
$A' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$
$B' = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 10\}$
$C' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

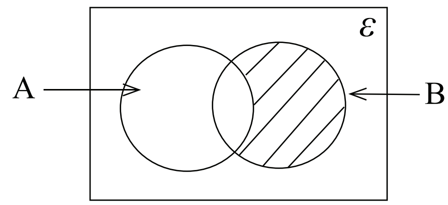
(II) $= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, o, u\}$
  $A = \{a, e, i, o, u\}$ A' සොයා වෙන් රූපයක දක්වන්න.

$A' = \{b, c, d, f, g, h\}$ වේ.
A' වෙන් රූපයක දක්වමු.

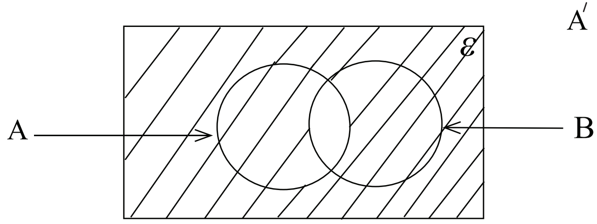


(III) වෙන් රූපයක් ඇසුරින් අනුපූරකය දක්වමු.





$A' \cap B$



$(A \cap B)'$

18-5 අභ්‍යාසය

(1) $A = \{3, 6, 9\}$ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ නම්

(I) $A \cap B$ (II) $A \cap C$ (III) $A \cup B$ (IV) $B \cup C$

කුලක ලියා දක්වන්න.

(2) ε = {නිහාල්, හුසයින්, කාදර්, ෂාමෙන්, හිමාලි, නදිල්ක}
x = {නිහාල්, හුසයින්, කාදර්, ෂාමෙන්}
y = {කාදර්, හිමාලී, නදිල්ක, ෂාමෙන්}

(I) $(x \cap y)$ (II) $(x \cup y)$ (III) x' (IV) y'

(3) පහත දක්වා ඇති කුලක වෙන් රූපවල අඳුරු කර දක්වන්න.

(I) $A \cap B$ (II) $A \cup B$ (III) A'
(IV) B' (V) $(A \cap B)'$ (VI) $(A \cup B)'$

(4) ε = {1 සිට 10 දක්වා ගණින සංඛ්‍යා} Q = {1 සිට 10 දක්වා ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා}
P = {1 සිට 10 දක්වා ප්‍රථමක සංඛ්‍යා} R = {1 සිට 10 දක්වා ඔත්තේ සංඛ්‍යා}

ඉහත දක්වා ඇති කුලකවල අවයව ලියා ඒ ඇසුරින් පහත දක්වෙන කුලක ලියා දක්වන්න.

(I) $P \cap Q$ (II) $P \cap R$ (III) $Q \cap R$ (IV) $P \cup Q$
(V) $P \cup R$ (VI) $Q \cup R$

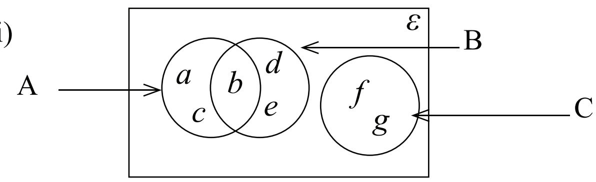
(5) A = {''මහරගම'' යන වචනයේ අකුරු}
B = {''මහනුවර'' යන වචනයේ අකුරු}
C = {''දෙවිනුවර'' යන වචනයේ අකුරු }

A, B, C කුලක ඇසුරින්

(I) $A \cap B$ (II) $B \cap C$ (III) $C \cap A$
(IV) $A \cup B$ (V) $B \cup C$ (VI) $A \cup C$ කුලක සොයන්න.

(6) පහත දක්වා ඇති කුලක වලින් වියුක්ත කුලක යුගල නම් කරන්න.

(i)



(ii) P = {1, 3, 5, 7}
Q = {2, 4, 6, 8}
R = {3, 6, 9, 12}

(iii) X = {''සිරස'' යන වචනයේ අකුරු}
Y = {''පදම'' යන වචනයේ අකුරු}
Z = {''රහස'' යන වචනයේ අකුරු}

(iv) L = {ත්‍රිකෝණ}
M = {චතුරස්‍ර}
N = {බහුඅස්‍ර }

(v) T = {සිවුපා සතුන්}
U = {පක්ෂීන්}
V = {උරගයන්}

18-6 කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යා අතර සම්බන්ධය

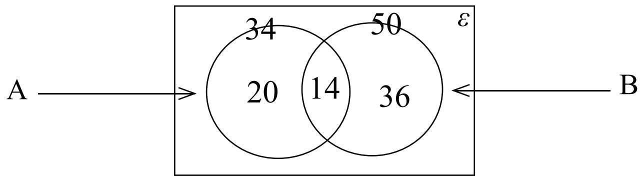
අනේකත්වය යනු කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව බවත් එය n මගින් සංකේතවත් කරන බවත් මින් පෙර ඉගෙන ගත්තා ඔබට මතක ඇති. සංකේත භාවිත කරමින් කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යාව අතර සම්බන්ධය විමසා බලමු.

නිදසුන (7)

ක්‍රීඩා පුහුණු සංචිතයකට සහභාගී වූ සිසුන් 70 දෙනෙකු ගෙන් තමන් සංචාරය කර ඇති රටවල් පිළිබඳ ව විමසූ විට 34 දෙනෙකු ජපානයේ ද 50 දෙනෙකු ඕස්ට්‍රේලියාවේ ද සංචාරය කළ බව පවසන ලදී. එහෙත් මෙම සංඛ්‍යාවල එකතුව සංචිතයේ මුළුසිසුන් ගණනට වැඩි නිසා රටවල් දෙකහිම සංචාරය කළ පිරිසක් ද සිටින බව පැහැදිලි ය.

පුහුණු සංචිතයට සහභාගී වූ සිසුන් ගණන	$n(S)$	$= 70$
ජපානයේ සංචාරයක කළ සිසුන් ගණන	$n(A)$	$= 34$
ඕස්ට්‍රේලියාවේ සංචාරය කර ඇති සිසුන් සංඛ්‍යාව	$n(B)$	$= 50$
රටවල් දෙකෙහි ම සංචාරය කළ සිසුන් ගණන	$n(A \cap B)$	$= (34 + 50) - 70$ $= 14$

* මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වමු.



තොරතුරු මෙලෙස දක්වීම ගැළපෙන බව පෙනේ.

සංඛ්‍යාත්මක සම්බන්ධයට කුලකමය අංකනයන් දුන් විට

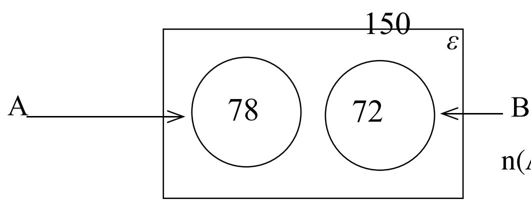
$70 = 34 + 50 - 14$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

සම්බන්ධය ලැබේ. මෙය කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යාව අතර සම්බන්ධතාවයකි.

නිදසුන (8)

වන්දනාකරුවන් නවාතැන් ගෙන සිටින විශ්‍රාම ශාලාවක සිටි පවුල් ගණන 150 කි. ඔවුන්ගෙන් පවුල් 78 සිංහල ජාතිකයන් වූ අතර අනෙක් අය මුස්ලිම් ජාතිකයන් විය. මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වන්න.



A = {අවතැන් වූ සිංහල පවුල්}

B = {අවතැන් වූ මුස්ලිම් පවුල්}

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

වියුක්ත කුලක නිසා $n(A \cap B) = 0$ වේ.

$$\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

නිදසුන (9)

$n(X) = 17, n(Y) = 25, n(X \cap Y) = 6$ නම් $n(X \cup Y)$ සොයන්න.

$$\begin{aligned} n(X \cup Y) &= n(X) + n(Y) - n(X \cap Y) \\ &= 17 + 25 - 6 \\ &= 42 - 6 \\ \underline{\underline{n(X \cup Y)}} &\underline{\underline{= 36}} \end{aligned}$$

18-6 අභ්‍යාසය

(1) $n(P) = 60, n(Q) = 47, n(P \cap Q) = 26, n(P \cup Q)$ සොයන්න.

(2) $n(A) = 42, n(B) = 19, n(A \cup B) = 50,$ නම් $n(A \cap B)$ සොයන්න.

(3) පන්තියක සිසුන් 40 කි. ඔවුන්ගෙන් 11 දෙනෙකු එල්ලේ ක්‍රීඩා කරන අතර 35 දෙනෙක් ක්‍රිකට් ක්‍රීඩා කරයි. ක්‍රීඩා දෙකට ම සහභාගිවන සිසුන් ගණන කීය ද?

(4) එක් දිනක දී සපත්තු අලෙවි සැලකට පැමිණි පාරිභෝගිකයන් 65 දෙනෙකුගෙන් 18 දෙනෙකු සපත්තු මිල දී ගත් අතර සෙරෙප්පු මිල දී ගත් සංඛ්‍යාව 34 දෙනෙකි. කිසිවක් මිල දී නොගෙන ආපසු ගිය සංඛ්‍යාව 21 නම්,

මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වා සපත්තු සහ සෙරෙප්පු යන දෙක ම මිල දී ගත් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(5) වන්දනා නඩයක සිටි පිරිසෙන් 48 දෙනෙකු අත රතු නෙළුම් මල් ද 27 දෙනෙකු ළඟ සුදු නෙළුම් මල් ද විය. රතු නෙළුම් මල් හා සුදු නෙළුම් මල් යන දෙක ම අතින් ගත් පිරිස 9 දෙනෙකු නම් නඩයේ සිටි මුළු වන්දනාකරුවන් ගණන කීය ද? (සෑම වන්දනාකරුවකු අතම මල් තිබූ බව සලකන්න.)

සාරාංශය

- කුලක අංකන ක්‍රම 4කි.
- අවයව ගණන අසීමිත කුලක අපරිමිත වේ.
- අවයව ගණන නිශ්චිත කුලක පරිමිත වේ.
- අවයවකිසිවක් නොමැති කුලක අභිශූන්‍ය කුලක වේ.
- කුලක දෙකට ම පොදු අවයව සහිත කුලකය ඡේදන කුලක වේ.
- කුලක දෙකට ම අයත් සියලු ම අවයව සහිත කුලකය, කුලක මේලය වේ.
- යම් කුලකයකට අයත් නොවන සර්වත්‍ර කුලකයට අයත් වන කුලකය අනුපූරක කුලකය වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ ඡේදනය සහිත A හා B කුලක දෙකක අවයව සංඛ්‍යාව අතර සම්බන්ධයයි.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) $n(A) = 8, n(A\ ) = 7, n(\varepsilon)$ සොයන්න.

(2) $n(\varepsilon) = 45, n(A\ ) = 20, n(A)$ සොයන්න.

(3) $n(A), n(B), n(A \cap B), n(A \cup B)$ අතර පවතින සම්බන්ධය ලියන්න. එමගින් පහත සඳහන් ඒවායේ අගය සොයන්න.

(I) $n(A) = 10, n(B) = 12, n(A \cap B) = 0, n(A \cup B)$ සොයන්න.

(II) $n(A \cup B) = 48, n(A) = 20, n(B) = 35, n(A \cap B)$ සොයන්න.

(III) $n(P \cup Q) = 67, n(P \cap Q) = 15, n(P) = 27, n(Q)$ සොයන්න.

(4) පහත සඳහන් කුලක වෙන් රූපයක දක්වා අදාළ ප්‍රදේශ අඳුරු කර දක්වන්න.

(I) P (II) $A \cap B$ (III) $(A \cup B)$ (IV) $P \cap Q$ (V) $P \cup Q$

(5) $Q \subset P$, නම් හා $n(Q) = 12, n(P) = 20, n(\varepsilon) = 25$ විට

(I) $n(P \cap Q)$ අගය සොයන්න. (II) $n(P)$ සොයන්න.

(6) 10 ශ්‍රේණිය පන්ති 2ක සිටින සිසුන් 85 දෙනෙකුගෙන් අධ්‍යාපන චාරිකාවක් යාමට කැමති ස්ථාන දෙකක් පිළිබඳ විමසීමේ දී ලැබුණු තොරතුරු මෙසේ ය.

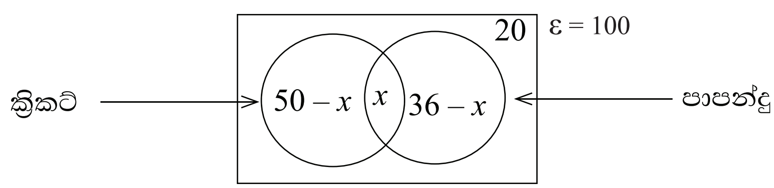
(I) අනුරාධපුරට යාමට කැමති ගණන 35 කි. (II) පොළොන්නරුව බැලීමට යාමට කැමති අය 55 කි.
මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වා පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.
(I) සිද්ධස්ථාන දෙක ම බැලීමට කැමති අය කී දෙනා ද?
(II) අනුරාධපුරය පමණක් බැලීමට කැමති අය කීය ද?
(III) පොළොන්නරුව පමණක් බැලීමට කැමති අය කී දෙනා ද?

(7) එක්තරා දිනයක පාසැල් සමුපකාරයට ගිය සිසුන් පිරිසකගෙන් 65 දෙනෙක් අභ්‍යාස පොත් ද 85 දෙනෙකු පෑන් ද මිල දී ගෙන ඇත. මේ දෙවර්ගය ම මිල දී ගත් අය 30 කි. වෙනත් දේ මිල දී ගැනීමට පැමිණි අය 40 කි.
(I) මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වන්න.
(II) පොත් පමණක් මිල දී ගත් සංඛ්‍යාව කීය ද?
(III) එදින සමුපකාරයට පැමිණි මුළු සිසුන් ගණන කීය ද?

(8) එක්තරා පාසලක අ.පො.ස. (සා.පෙළ) විභාගයට පෙනී සිටි සිසුන් ගණන 48 කි. ඉන් අසමත් සංඛ්‍යාව 3 කි. විද්‍යාව සමත් සියලු දෙනා ගණිතය ද සමත් අතර ඔවුන්ගේ ගණන 35 කි. මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක දක්වන්න.
(I) ගණිතය පමණක් සමත් සංඛ්‍යාව කීය ද?
(II) ගණිතය දැක්වීමට M ද විද්‍යාව දැක්වීමට S ද යොදා ගන්නේ නම් M හා S අතර ඇති කුලක සම්බන්ධතා තුනක් ලියන්න.

(9) එක්තරා මිශ්‍ර පාසලක 60 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් අධ්‍යාපන චාරිකාවකට සහභාගී වූහ. ඉන් 25 ක් ගැහැනු ළමයි වෙති. ඔවුහු අතර මගදී නැවතුණ ස්ථානයක දී අයිස්ක්‍රීම් මිල දී ගෙන කෑහ. අයිස්ක්‍රීම් මිල දී ගෙන කෑ මුළු පිරිස 36 කි. අයිස් ක්‍රීම් නොකෑ ගැහැනු ළමයින් ගණන 16 කි.
(I) මෙම තොරතුරු වෙන් රූපයක ඇඳ දක්වන්න.
(II) අයිස්ක්‍රීම් නොකෑ පිරිමි ළමයින් ගණන කීය ද?
(III) අයිස්ක්‍රීම් කෑ මුළු පිරිස ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

(10) එක්තරා ක්‍රීඩා සමාජයක ක්‍රීඩකයෝ ක්‍රිකට් හා පාපන්දු යන ක්‍රීඩා දෙක තෝරාගෙන පුහුණු වෙති. ක්‍රීඩා තෝරාගෙන ඇති සංඛ්‍යා පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වෙන වෙන් රූපයක් පහත දැක්වේ.



(I) x හි අගය සොයා ගත හැකි සරල සමීකරණයක් ලියන්න.
(II) එය විසඳා x හි අගය සොයන්න. x වලින් කියවෙන කුලකය විස්තර කර ලියන්න.
(III) ක්‍රිකට් පමණක් ක්‍රීඩා කරන සංඛ්‍යාව කීය ද?

(11) $\varepsilon = \{a \;\; b \;\; c \;\; d \;\; e \;\; f\}$
$A = \{a \;\; c \;\; d\}$ $B = \{a \;\; d \;\; e \;\; f\}$ නම්
$(A \cup B) = A \cap B$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

19 ලඝුගණක - I

19-1 දර්ශක නීති

මෙම ඒකකය හැදෑරීමට දර්ශක පිළිබඳ දැනුම අත්‍යවශ්‍ය වන බැවින් ඔබගේ දර්ශක දැනුම නැවත මතක් කර ගැනීමට පහත දැක්වෙන අවස්ථාවල හිස් කොටුවලට ගැළපෙන අගයයන් ලියන්න.

(i) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{\square}$

(ii) $3^2 \times 3^4 = 3^{\square}$

(iii) $P^5 \times P^{\square} = P^{12}$

(iv) $a^3 \times a^{10} \times a = a^{\square}$

(v) $10^7 \div 10^3 = 10^{\square}$

(vi) $4^{\square} \div 4^6 = 4^7$

(vii) $n^{15} \times n^{\square} = n^9$

(viii) $a^4 \div a^4 = a^{\square} = \square$

(ix) $(5^2)^3 = 5^{\square}$

(x) $(x^{\square})^4 = x^{12}$

(xi) $81 = 3^{\square}$

(xii) $2^{10} = \square$

සටහන $(2 \times 3)^3 = (2 \times 3)(2 \times 3)(2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= \underline{\underline{2^3 \times 3^3}}$ නිසා

$(ab)^3 = a^3 b^3$ වේ. එමෙන් ම $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$ වේ.

දර්ශක පිළිබඳ දැනුම පුනරීක්ෂණයෙන් සහ ඉහත සටහන අනුව ලබා ගත් දැනුමින් ගොඩනැගූ දර්ශක නීති මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

(i) $a^n \times a^m = a^{n+m}$ (ii) $a^n \div a^m = a^{n-m}$ (iii) $(a^n)^m = a^{nm}$

(iv) $(ab)^n = a^n b^n$ (v) $a^0 = 1$ (vi) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

මෙම නීති භාවිත කරන ආකාරය මතක් කර ගැනීමට මෙම අභ්‍යාසයේ යෙදෙමු.

19-1 අභ්‍යාසය

සුළු කරන්න.

(i) $10^3 \times 10^2 \times 10^4$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$ (iii) $(0.3)^5 \times (0.3)^4 \times 0.3$

(iv) $(xy)^3 \times (xy)^4 \times xy$ (v) $2x^5 \times 3x^2$ (vi) $\dfrac{10^8 \times 10^2}{10^3}$

(vii) $\dfrac{a^5 \times a^4 \times a}{a^3 \times a^2}$ (viii) $(10^3)^2 \times 10^4$ (ix) $\dfrac{(a^4)^3 \times (a^2)^2}{a^5}$

(x) $(3a^2)^3 \times a^0$

19-2 ලඝුගණක

ක්‍රි.ව. 1550 සිට ක්‍රි.ව. 1617 තෙක් විසූ ඉතාලි ජාතික ජෝන් නේපියර් නම් ගණිතඥයා ලඝුගණක පිළිබඳ මුල් ම අදහස ඉදිරිපත් කළේ ය. ක්‍රි.ව. 1561 සිට ක්‍රි.ව. 1631 තෙක් විසූ හෙන්රි බ්‍රිග්ස් නම් ගණිතඥයා මෙම අදහස තවදුරටත් සංවර්ධනය කර 10 පාදයට ලඝුගණක හා දශම සංඛ්‍යා පිළිබඳ කරුණු ඉදිරිපත් කළේ ය.

ඇතැම් ගණනය කිරීම් පහසු කර ගැනීමට එක් සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවක බලයක් ලෙස දැක්වීම පහසු වේ. එවිට ලැබෙන දර්ශකය එම පාදයට එම සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය ලෙස හැඳින්වෙයි.

* $8 = 2^3$ නිසා
(i) 2 පාදයට 8 හි ලඝුගණකය = 3 කි.

* $10^4 = 10000$ නිසා
(ii) 10 පාදයට 10000හි ලඝුගණකය = 4 කි.

* ඉහත දැක්වූ ලඝුගණක ඇතුළත් ප්‍රකාශ දෙක මෙසේ කෙටියෙන් දැක්විය හැකිය.
(i) ලඝු$_2 8 = 3$ හෙවත් $log_2 8 = 3$ (ii) ලඝු$_{10} 10000 = 4$ හෙවත් $log_{10} 10000 = 4$

පහත සඳහන් නිදසුන් පරීක්ෂා කරන්න.

* $16 = 4^2$ අනුව 4 පාදයට 16 හි ලඝුගණකය $= 2$
$log_4 16 = 2$

* $16 = 2^4$ අනුව 2 පාදයට 16 හි ලඝුගණකය $= 4$
$log_2 16 = 4$

	දර්ශක ආකාරය		ලඝුගණක ආකාරය
(1)	$81 = 3^4$	$\longrightarrow$	$log_3 81 = 4$
(2)	$32 = 2^5$	$\longrightarrow$	$log_2 32 = 5$
(3)	$5 = 5^1$	$\longrightarrow$	$log_5 5 = 1$
(4)	$7^0 = 1$	$\longrightarrow$	$log_7 1 = 0$
(5)	$a^p = r$	$\longrightarrow$	$log_a r = P$
(6)	$\dfrac{1}{25} = 5^{-2}$	$\longrightarrow$	$log_5\left(\dfrac{1}{25}\right) = -2$

මෙලෙස දර්ශක ආකාරයෙන් ලඝුගණක අංකනයට හැරවීම සම්මතයක් ලෙස පහත ආකාරයට දැක්විය හැක.

$N = a^x$ නම් $\log_a N = x$

නිදසුන (1) පහත සම්බන්ධතා ලඝුගණක ප්‍රකාශන ලෙස ලියන්න.

(i) $5^2 = 25$
$\therefore \log_5 25 = 2$

(ii) $729 = 3^6$
$\therefore \log_3 729 = 6$

(iii) $4^3 = 64$
$\therefore \log_4 64 = 3$

(iv) $x^0 = 1$
$\therefore \log_x 1 = 0$

නිදසුන (2) පහත ලඝු ප්‍රකාශන දර්ශක ආකාරයට ලියන්න.

(i) $\log_3 27 = 3 \quad \therefore 27 = 3^3$

(ii) $\log_5 625 = 4 \quad \therefore 625 = 5^4$

(iii) $\log_x 1 = 0 \quad \therefore 1 = x^0$

(iv) $x = \log_a y \quad \therefore a^x = y$

නිදසුන (3) මෙම ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $\log_2 64$ (ii) $\log_5 125$ (iii) $\log_{10} 1000$

(i) $\log_2 64 = x$ නම්
$64 = 2^x$
$64 = 2^6$ නිසා
$x = 6$
$\underline{\underline{\log_2 64 = 6}}$

(ii) $\log_5 125 = y$ නම්
$5^y = 125$
$5^y = 5^3$
$y = 3$
$\underline{\underline{\log_5 125 = 3}}$

(iii) $\log_{10} 1000 = P$ නම්
$1000 = 10^P$
$10^3 = 10^P$ නිසා
$P = 3$
$\underline{\underline{\log_{10} 1000 = 3}}$

නිදසුන (4) මෙම සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_2 x = 3$ (ii) $\log_a 36 = 2$

(i) $\log_2 x = 3$ නිසා $x = 2^3$
$\underline{\underline{x = 8}}$

(ii) $\log_a 36 = 2$ නිසා $36 = a^2$
$(\pm 6)^2 = a^2$
$a = \pm 6$ නමුත් ලඝුගණකයක පාදය ධන ලෙස සැලකේ $\therefore a = 6$

19-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන ලඝුගණක ප්‍රකාශන ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) 10 පාදයට 5 හි ලඝුගණකය
(ii) 2 පාදයට 34 හි ලඝුගණකය
(iii) 5 පාදයට 225 හි ලඝු ගණකය
(iv) 7 පාදයට 7 හි ලඝු ගණකය

(2) මෙම ප්‍රකාශන කියවන ආකාරය වගන්තියෙන් ලියන්න.

(i) $log_2 10$ (ii) $log_5 52$ (iii) $log_2 1$ (iv) $log_a R$

(3) මෙම ප්‍රකාශන ලඝු ගණක අංකනයෙන් ලියන්න.

(i) $125 = 5^3$ (ii) $6^3 = 216$ (iii) $1024 = 2^{10}$ (iv) $k = 3$

(4) මේවා බල වශයෙන් ලියන්න.

(i) $log_3 9 \ = 2$
(ii) $log_3 729 = 6$
(iii) $log_8 8 \ = 1$
(iv) $log_7 2401 = 4$

(5) අගය සොයන්න.

(i) $log_2 128$
(ii) $log_7 343$
(iii) $log_{10} 1000000$
(iv) $log_2 \left(\frac{1}{32}\right)$

(6) මේවායේ x හි අගය සොයන්න.

(i) $log_2 32 = x$
(ii) $log_5 x \ = 4$
(iii) $log_x 8 \ = 3$
(iv) $log_3 [log_5 125] = x$
(v) $log_x 5 \ = log_2 16 - 3$
(vi) $3 + log_3 81 \ = log_2 x$

19-3 ලඝුගණකවල ලක්ෂණ

(1) $8 \ = 2^3$ නිසා $log_2 8 \ = 3$
$32 \ = 2^5$ නිසා $log_2 32 \ = 5$
$256 = 2^8$ නිසා $log_2 256 = 8$ අනුව

$8 \times 32 = \ 2^3 \ \times 2^5$
$(8 \times 32) = \ 2^{3+5}$ (දර්ශක නීති අනුව)

මේ අනුව $log_2 (8 \times 32) = \ 3 + 5$

$log_2 (8 \times 32) = \ log_2 8 + log_2 32$ වේ.

මේ ආකාරයට $log_5 (25 \times 4) = \ log_5 25 + log_5 4$

මෙලෙස $\boxed{log_a MN = \ log_a M + log_a N}$ ________ (1)

නිදසුන (5) මේවා $log_a 2$ හා $log_a 3$ න් දක්වන්න.

(i) $log_a 6 = log_a 2 \times 3 = log_a 2 + log_a 3$

(ii) $log_a 12 = log_a 2 \times 2 \times 3 = log_a 2 + log_a 2 + log_a 3$

(iii) $log_a 2y = log_a 2 \times y = log_a 2 + log_a y$

නිදසුන (6) මේවා සුළු කරන්න.

(i) $log_2 6 + log_2 5 = log_2 6 \times 5 = log_2 30$

(ii) $log_a 2 + log_a 3 + log_a 4 = log_a 2 \times 3 \times 4 = log_a 24$

සටහන

(2) $8 = 2^3 \longrightarrow log_2 8 = 3$

$32 = 2^5 \longrightarrow log_2 32 = 5$

$256 = 2^8 \longrightarrow log_2 256 = 8$

$\frac{256}{32} = \frac{2^8}{2^5} = 2^{8-5}$ (දර්ශක නීති අනුව)

$\therefore log_2\left(\frac{256}{32}\right) = 8 - 5$

$= log_2 256 - log_2 32$

✳ මෙලෙස $log_3\left(\frac{100}{7}\right) = log_3 100 - log_3 7$

$log_5\left(\frac{1}{32}\right) = log_5 1 - log_5 32$

මේඅනුව $\boxed{log_a\left(\frac{M}{N}\right) = log_a M - log_a N}$ ——— (2)

නිදසුන (7)

මේවා $\log_a 2$ හා $\log_a 3$ න් දක්වන්න.

(i) $log_a \frac{3}{2} = log_a 3 - log_a 2$

(ii) $log_a \frac{4}{3} = log_a 4 - log_a 3$

$= log_a 2 \times 2 - log_a 3$

$= log_a 2 + log_a 2 - log_a 3$

නිදසුන (8)

මේවා සුළු කරන්න.

(i) $log_n 8 - log_n 4 = log_n\left(\frac{8}{4}\right) = log_n 2$

(ii) $log_3 50 - log_3 10 = log_3\left(\frac{50}{10}\right) = log_3 5$

19-3 අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $log_a 15 + log_a 4$ (ii) $log_a 6 + log_a 5 + log_a 2$ (iii) $log_a 15 - log_a 3$

(iv) $log_a 200 - log_a 40$ (v) $log_a 2 + log_a 6 - log_a 4$

(2) ලඝුගණක ලක්ෂණ භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) $log_2 4 + log_2 8$ (ii) $log_5 5 + log_5 25 + log_5 1$ (iii) $log_3 81 - log_3 27$

(iv) $log_2 32 - log_2 4$ (v) $log_{10} 250 + log_{10} 8 - log_{10} 2$

(3) මේවා $log_a 3$ හා $log_a 5$ න් දක්වන්න.

(i) $log_a 15$ (ii) $log_a 45$ (iii) $log_a 75$ (iv) $log_a \frac{5}{3}$ (v) $log_a \left(\frac{9}{5}\right)$

සාරාංශය

☛ දර්ශක හා ලඝුගණක මෙසේ සම්බන්ධව පවතී.
$a^x = N$ නම් $log_a N = x$

☛ ලඝු ගණක නීති මෙසේ දැක්විය හැකි ය.
$log_a MN = log_a M + log_a N$

$log_a \left(\frac{M}{N}\right) = log_a M - log_a N$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $5y^4 \times 2y^{-3}$ (ii) $2x^2 \div 4x^6$ (iii) $\frac{(x^2y)^3}{(xy)^2}$ (iv) $\frac{(a^2)^5 \times a^2}{(a^4)^2}$

(v) $\frac{3^{-1}ab^{-2}}{2^{-2}}$ (vi) $\frac{25}{2^{-1} + 3^{-1}}$ (vii) $\frac{(64a^2)^2}{(4a^0)^3}$

(2) සුළු කරන්න.

(i) $log_2 16 + 5$ (ii) $log_3 243 - log_2 2$ (iii) $(log_2 4) \times (log_3 27)$

(iv) $\frac{log_5 5}{log_2 8}$ (v) $log_a 64 - log_a 4 - log_a 8$

20 ලඝුගණක - II

ලඝුගණක පිළිබඳ මින් පෙර ඒකකයේ දී උගත් කරුණු සහ ලඝුගණකවල වෙනත් භාවිතයන් සිහිපත් කර ගැනීමට අභ්‍යාසයක යෙදෙමු.

20-1 අභ්‍යාසය

(1) දර්ශක නීති ඇසුරින් සුළු කරන්න.

(i) $10^{0.1819} \times 10^{0.4509}$ (ii) $10^{1.25} \times 10^{0.954}$

(iii) $10^{2.0876} \times 10^{1.3566} \times 10^{0.2199}$ (iv) $10^{0.7608} \div 10^{0.4432}$

(v) $10^{2.6592} \div 10^{1.7209}$ (vi) $\dfrac{10^{1.7566} \times 10^{2.0702}}{10^{0.5341}}$

(2) මෙම ප්‍රකාශ, ලඝුගණක ප්‍රකාශ ලෙස ලියන්න.

(i) $243 = 3^5$ (ii) $2 = 10^{0.3010}$ (iii) $35 = 10^{1.5441}$

(iv) $7.85 = 10^{0.8949}$ (v) $19.42 = 10^{1.2882}$

(3) මෙම සංඛ්‍යා විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වන්න.

(i) 18 (ii) 324 (iii) 23.5 (iv) 6530

(v) 149.2 (vi) 2.77 (vii) 14900 (viii) 10.58

(4) විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් ලියා ඇති සංඛ්‍යා සාමාන්‍ය ආකාරයට ලියන්න.

(i) 1.02×10^2 (ii) 2.4×10^5

(iii) 5.64×10^1 (iv) 7.521×10^2 (v) 3.95×10^6

20-1 සාමාන්‍ය ලඝුගණක

ගණනය කිරීම්වල දී සංඛ්‍යාවල 10 පාදයට ලඝුගණක භාවිතය බහුල ව සිදුවේ. සංඛ්‍යාවක 10 පාදයට ලඝුගණකය, සාමාන්‍ය ලඝුගණකය ලෙස හැඳින්වෙයි.

ක්‍රියාකාරකම් (1)

10 බල වශයෙන් ප්‍රකාශ කර ඇති පහත සඳහන් සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක අගය සොයමු.

$1 = 10^0$ නිසා $\quad \log_{10} 1 = 0$

$10 = 10^1$ නිසා $\quad \log_{10} 10 = 1$

$100 = 10^2$ නිසා $\qquad log_{10} 100 = 2$
$1000 = 10^3$ නිසා $\qquad log_{10} 1000 = 3$

> **සටහන:- 10 පාදයට ලඝුගණක ලිවීමේ දී පහසුව සඳහා පාදය සටහන් කරනු නො ලැබේ. $log_{10}\mathbf{N} = x$ යන්න $lg\,\mathbf{N} = x$ ලෙස ලියමු.**

ඉහත ආකාරයට පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක දර්ශක සහිත 10 බලවලින් ප්‍රකාශ කළ නොහැකි සංඛ්‍යාවල 10 පාදයට ලඝුගණකය ලබා ගන්නා අයුරු සොයා බලමු.

$lg\,1 = 0$ සහ $\lg 10 = 1$ නිසා 1 ත් 10 ත් අතර අතර සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය 0ත් 1ත් අතර විය යුතුය. ඒ අනුව $lg\,1.2 = x$ නම් x හි අගය ලබා ගැනීමට ලඝුගණක වගුව භාවිත කළ යුතුය.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	} සංඛ්‍යාවේ දෙවන දශමස්ථානය
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	0374	
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755	
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106	
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430	
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732	
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014	
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279	
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529	
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765	
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989	
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201	

ලඝුගණකය සෙවිය යුතු සංඛ්‍යාවේ මුල් ඉලක්කම් දෙක

ඉලක්කම් තුනක් දක්වා ඇති සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය

- ලඝුගණකය සෙවීමට ඇති සංඛ්‍යාව එක් පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් සහ පළමු දශමස්ථානය සහිත ව වගුවේ පළමු තීරයේ දක්වා ඇත.
- සංඛ්‍යාවේ දෙවන දශමස්ථානය වගුවේ ඉහළ පළමු පේළියේ දක්වා ඇත.
- 1.2 ලඝුගණකය සෙවීමේ දී එය 1.20 ලෙස සලකා 1.2 ට අදාළ පේළියේ හා දෙවන දශමස්ථානය වූ 0 වගුවේ ඉහළ පළමු තීරය හමු වන ස්ථානයෙන් අවශ්‍ය ලඝුගණකය ලබාගත හැකි ය.

* ඒ අනුව $\square$ ලකුණු කර ඇති ස්ථානයෙන් 1.20 හි ලඝුගණකය ලබාගත හැකි ය.
* මේ අයුරින්ම 1.57 ලඝුගණකය ලබාගන්නා ආකාරය ද වගුවේ දක්වා ඇත.

$$1.57 = 10^{0.1959}$$
$$lg\,1.57 = 0.1959$$

20-2 අභ්‍යාසය

ඉහත ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් මෙම සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක සොයන්න.

(i) 1.4 (ii) 1.72 (iii) 2 (iv) 2.08 (v) 1.05

20-2 ඉලක්කම් 4කින් යුත් සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය

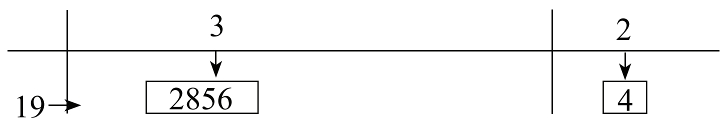
ලඝුගණක වගුවකින් උපුටාගත් කොටසක් පහත දැක්වේ.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරුව								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18

* මෙම ලඝුගණක වගුවේ පළමු තීරයේ සංඛ්‍යාවල ඉලක්කම් දෙක අතර දශම තිතත්, ලඝුගණකවල ඉලක්කම් හතරට මුලින් ඇති දශම තිතත් මුද්‍රණය කිරීමේ පහසුව සලකා මුද්‍රණය කර නැත. භාවිතයේ දී එම දශම තිත පවතින බව සැලකිය යුතු ය.
* කලින් ලඝුගණක වගුවට වඩා මෙම වගුවේ 1 සිට 9 තෙක් ශීර්ෂ අංක යෙදූ තවත් තීර 9ක් දක්වා ඇත. එම අංකවලින් දැක්වෙන්නේ ලඝුගණකය සෙවිය යුතු සංඛ්‍යාවේ තුන් වන දශමස්ථානයයි. මෙම තීර මධ්‍යන්‍ය අන්තර යනුවෙන් හඳුන්වයි.
* ඉලක්කම් 4 ක සංඛ්‍යාවක ලඝුගණක සෙවීමේ දී 4 වන ඉලක්කම සඳහා අගය මෙම මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරයෙන් ලබාගත යුතු අතර හතරවන ඉලක්කම බිංදුව නම් එම තීරය කියවීම අවශ්‍ය නැත.

නිදසුන (1) 1.932 ලඝුගණකය සොයමු.

19 සඳහන් ව ඇති පේළියත්, 3 ශීර්ෂය වූ තීරයත් හමු වන තැන ඇති සංඛ්‍යාවට එම පේළි යේ ම මධ්‍යන්‍ය අන්තරවල 2 තීරය හමු වන තැන ඇති සංඛ්‍යාව එකතු කිරීමෙන් අදාළ ලඝුගණකය ලැබේ.



පිළිතුර, 2856 + 4 = 2860

✳ මේ අනුව $lg\ 1.932 = 0.2860$ වේ.

20-3 අභ්‍යාසය

ඉහත ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් මෙම සංඛ්‍යාවල ලඝුගණක සොයන්න.

(i) 1.862 (ii) 2.017 (iii) 1.989 (iv) 2.108 (v) 2.125

20-3 10 ට වැඩි සංඛ්‍යාවල ලඝුගණකය සෙවීම

21.12 හි ලඝුගණකය සොයමු.

පළමුව මෙම සංඛ්‍යාව විද්‍යාත්මක අංකනයෙන් දක්වමු.

$21.12 = 2.112 \times 10^1$

2.112 හි ලඝුගණකය $= 0.3247$ වේ.

එබැවින් $21.12 = 10^1 \times 10^{0.3247}$

$= 10^{1.3247}$

$log_{10}\ 21.12 = 1.3247$

$\underline{\underline{lg\ 21.12 = 1.3247}}$

නිදසුන (2) 1854 ලඝුගණකය සොයමු.

$1854 = 1.854 \times 10^3$

$= 10^3 \times 10^{0.2681}$ (1.854 හි ලඝුගණකය 0.2681 නිසා)

$= 10^{3.2681}$

$lg\ 1854 = \underline{\underline{3.2681}}$

සටහන:- ලඝුගණකයක ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යාව ''පූර්ණාංශය'' ලෙසත් දශම කොටස ''දශමාංශය'' ලෙසත් හැඳින්වෙයි. $lg\ 1834 = 3.2681$

පූර්ණාංශය දශමාංශය

20-4 අභ්‍යාසය

ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් මෙම සංඛ්‍යාවල දහයේ පාදයට ලඝුගණක ලබාගන්න.

(i)	78.65	(ii)	34.02	(iii)	73.12	(iv)	91.71	(v)	10.43
(vi)	540.1	(vii)	1327	(viii)	812.9	(ix)	5671		

වැදගත්

$lg\ 4.763 = 0.6779$
$lg\ 47.63 = 1.6779$
$lg\ 476.3 = 2.6779$
$lg\ 4763 = 3.6779$
$lg\ 47630 = 4.6779$

මෙහි ඇති රටාව අනුව ලඝුගණකය සෙවීමට දුන් සංඛ්‍යාවේ පූර්ණ සංඛ්‍යා කොටසේ ඉලක්කම් ගණනට වඩා ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශයේ අංකය 1 කින් අඩු බව පෙනේ.

20-4 10 පාදයට ලඝුගණකය දී ඇති විට එම සංඛ්‍යාව සෙවීම

සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය දී ඇති විට එම සංඛ්‍යාව ලබා ගැනීම "ප්‍රතිලඝුගණකය" සෙවීම ලෙස හැඳින්වෙයි.

$lg\ 1.39 = 0.1430$ නිසා
0.1430 ප්‍රතිලඝුගණකය $= 1.39$
එය antilog $0.1430 = 1.39$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

නිදසුන (3)

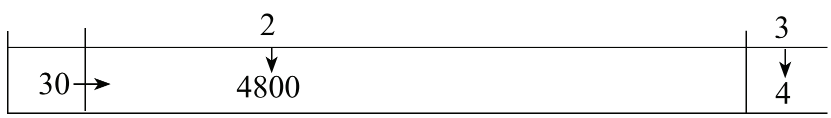
1.5514 ප්‍රතිලඝුගණකය සොයමු. මෙම ලඝුගණකයේ දශමාංශය එනම් 5514 ලඝුගණක වගුවේ 35 සඳහන් පේළියේ 6 සඳහන් තීරය හමුවන තැන ඇති නිසා සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම් 356 විය යුතු ය. ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය 1 නිසා ප්‍රතිලඝුගණකයේ පූර්ණාංශයේ ඉලක්කම් 2 ක් තිබිය යුතු ය.

$\therefore$ antilog $1.5514 = 35.6$
antilog $2.5514 = 356$ වේ.

නිදසුන (4)

0.4804 හි ප්‍රතිලඝුගණකය සොයමු. මෙහි දශමාංශය, ලඝුගණක වගුවේ හරියට ම සටහන් වී නැත. එවිට 4804ට පූර්වාසන්න ලඝුගණකයට මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරයේ අගයක් එකතු වී මෙම ලඝුගණකයේ දශමාංශය සෑදී ඇතැයි සැලකේ.

ඒ අනුව 4800 + 4 = 4804 නිසා මෙම ලඝුගණකය ඇතුළත් වන්නේ 30 පේළියේ 2 සඳහන් තීරය හමු වන තැන සහ මධ්‍යන්‍ය අන්තරවල 3 වන තීරය හමුවන අගය එකතු වීමෙන් ලෙස සලකා ප්‍රතිලඝුගණකයේ ඉලක්කම් සටහන් කරනු ලැබේ.

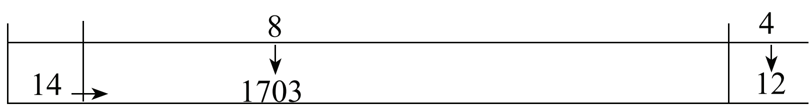


ඒ අනුව සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම 3023 විය යුතු ය. ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය 0 නිසා ප්‍රතිලඝුගණකයේ ඉලක්කම් එකක් වෙන් ව තිබිය යුතු ය.

$\therefore$ antilog 0.4804 = $\underline{\underline{3.023}}$

නිදසුන (5) 2.1715 ප්‍රතිලඝුගණකය සොයමු.

1715 දශමාංශය 1703 + 12 ලෙස සකස් වී ඇතැයි සැලකූ විට



ප්‍රතිලඝුගණකයේ ඉලක්කම 1484 විය යුතු ය. ලඝුගණකයේ පූර්ණාංශය 2 නිසා ප්‍රතිලඝුගණකයේ පූර්ණාංශයේ ඉලක්කම් 3ක් වෙන්ව තිබිය යුතු ය.

$\therefore$ antilog 2.1715 = 148.4

20-5 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් එක් එක් ලඝුගණකයේ ප්‍රතිලඝුගණකය සොයන්න.

(i)	0.6138	(ii)	2.8476	(iii)	1.4087	(iv)	3.5819
(v)	2.7471	(vi)	3.0958	(vii)	4.7787	(viii)	1.2728

20-5 ලඝුගණක භාවිතයෙන් සංඛ්‍යා ගුණකිරීම

යම් පාදයක ගුණිතයක ලඝුගණකය එම පාදයේ වෙන වෙන ම ලඝු ගණකයන්ගේ එකතුවක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව කලින් ඒකකයේ උගත්තෙමු. එය $log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ලෙස දැක්විය හැක.

නිදසුන (6) 5.5 x 3.2 හි අගය ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් සොයන්න.

$log\,(5.5 \times 3.2) = lg\,5.5 + lg\,3.2$ (ලඝු නීතිය අනුව)

$= 0.7404 + 0.5051$

$lg\,(5.5 \times 3.2) = 1.2455$

$5.5 \times 3.2 = antilog\,1.2455$

$= \underline{\underline{17.6}}$

නිදසුන (7) 17.24 x 5.4 x 7.651 හි අගය ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් සොයන්න.

$lg\,(17.24 \times 5.4 \times 7.651) = lg\,17.24 + lg\,5.4 + lg\,7.651$

$= 1.2365 + 0.7324 + 0.8838$

$= 2.8527$

$17.24 \times 5.4 \times 7.651 = antilog\,2.8527$

$= \underline{\underline{712.3}}$

20-6 ලඝුගණක භාවිතයෙන් සංඛ්‍යා බෙදීම

මෙහි දී භාවිතාවන ලක්ෂණය කලින් ඒකකයේ දී මෙසේ යොදා ගන්නා ලදි.

$$log_a\left(\frac{M}{N}\right) = log_a M - log_a N$$

නිදසුන (8) 8.789 ÷ 5.42 අගය ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් සොයන්න.

$lg\,(8.789 \div 5.42) = lg\,8.789 - lg\,5.42$

$= 0.9439 - 0.7340$

$= 0.2099$

$8.789 \div 5.42 = antilog\,0.2099$

$= \underline{\underline{1.621}}$

නිදසුන (9) $\dfrac{29.3 \times 6.285}{12.34}$ හි අගය ලඝුගණක වගුව ඇසුරින් ලබාගන්න.

$$lg\left(\frac{29.3 \times 6.285}{12.34}\right) = lg\,(29.3 \times 6.285) - lg\,12.34$$

$$= (lg\,29.3 + lg\,6.285) - lg\,12.34$$

$$= 1.4669 + 0.7983 - 1.0913$$

$$= 2.2652 - 1.0913$$

$$= 1.1739$$

$$\frac{29.3 \times 6.285}{12.34} = antilog\,1.1739 = 14.92$$

20-6 අභ්‍යාසය

ලඝුවගු භාවිතකර සුළු කරන්න. ලැබුණු පිළිතුරුවල සත්‍යතාවය ගණකය භාවිතයෙන් පරීක්ෂා කරන්න. (ගණනය කිරීම සඳහා ගණකය භාවිතයට ඉඩදෙනු නොලැබේ.)

(i) 358.7×1.96

(ii) 64.52×90.02

(iii) $584.5 \div 11.3$

(iv) $4861 \div 9.254$

(v) $8.02 \times 47.65 \times 65$

(vi) $\dfrac{14.71 \times 28.2}{81.56}$

(vii) $\dfrac{4.687 \times 249}{69.53}$

(viii) $\dfrac{952.4}{3.85 \times 43.01}$

(ix) $\dfrac{9.864 \times 700.7}{33.41 \times 6.73}$

(x) $\dfrac{9.72 \times 96.87 \times 105.4}{852.3}$

(xi) $\dfrac{3.98 \times 52.4 \times 80.52}{1.6 \times 13.51 \times 12.4}$

(xii) $(4.807 \times 35.7) + (24.83 \div 8.57)$

සාරාංශය

- ☛ 1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය ලඝුගණක වගු භාවිතයෙන් සෙවිය හැකි ය.
- ☛ සංඛ්‍යාවක 10 පාදයට ලඝුගණකය කෙටියෙන් *lg* ලෙස ලියනු ලැබේ.
- ☛ ඉලක්කම් හතරක සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය සෙවීමේ දී හතරවන ඉලක්කම සඳහා වගුවේ මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරය භාවිත කළ යුතු ය.
- ☛ සංඛ්‍යාවක ලඝුගණකය දී ඇති විට ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාව ප්‍රති ලඝුගණකය (antilog) ලෙස හැඳින්වෙයි.
- ☛ සංඛ්‍යා ගුණ කිරීම හා බෙදීම පහසුවෙන් කිරීමට ලඝුගණක වගු භාවිත කළ හැකි ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) $lg\ 6.143 = 0.7884$ යන්න භාවිතයෙන් මේ එක එකෙහි ලඝුගණකයන් සොයන්න.

(i) 614.3 (ii) 6143 (iii) 61430

(2) $antilog\ 1.2263 = 16.84$ යන්න භාවිතයෙන් මේවායේ අගය සොයන්න.

(i) $antilog\ 0.2263$ (ii) $antilog\ 3.2263$

(iii) $antilog\ 2.2263$ (iv) $antilog\ 4.2263$

(3) $lg\ 5 = 0.6990$ භාවිතයෙන් $lg\ 2$ අගය සොයන්න.

(4) $lg\ 7 = 0.8451$ භාවිතයෙන් $lg\left(1\frac{3}{7}\right)$ අගය සොයන්න.

(5) $lg\ 2 = 0.3010$, $lg\ 3 = 0.4771$ භාවිතයෙන් $lg\ 6$ හි අගය සොයන්න.

(6) අරය r වූ වෘත්තයක පරිධිය $2\pi r$ නම් අරය 1.85m ක් වූ වෘත්තාකාර පාත්තියක පරිධිය සොයන්න.

(7) (i) $\frac{48.92 \times 1.97}{6.95}$ හි දළ අගය නිමානය කරන්න.

(ii) ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයා පිළිතුර, කලින් නිමානය කළ අගය සමඟ සසඳන්න.

(8) ලඝුගණක වගුව භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) $\frac{35.79}{4.36} \times \frac{11.64}{5.77}$ (ii) $\frac{456.3 \times 760}{875.5 \times 38}$

(iii) $\frac{125 \times 10.5}{5.85 \times 35}$ (iv) $\frac{2450 \times 32}{45 \times 8 \times 3}$

- 1 -

ලඝුගණක　　　மடக்கைகள்　　　LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	1	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7384	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ලඝුගණක   மடக்கைகள்   **LOGARITHMS**

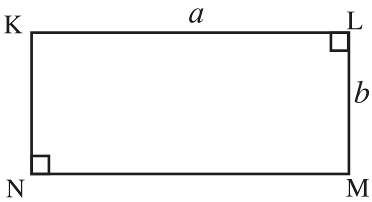
இடை வித்தியாசங்கள்
Mean Differences

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8455	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

21 සූත්‍ර

21.1 සූත්‍ර ගොඩනැගීම

රාශීන් කීපයක් අතර සම්බන්ධතාවක් වීජීය සංකේත ඇසුරින් දැක්විය හැකි ආකාරය සූත්‍රයක් ලෙස හඳුන්වන බව ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ගෙන ඇත.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ දිග $\times$ පළල නිසා

$$A = a \times b$$

ලෙස සූත්‍රයක් ගොඩනැගිය හැකි ය. මෙහි A, සූත්‍රයේ 'උක්තය' ලෙස හැඳින්වෙයි. සූත්‍ර පිළිබඳ පෙර දැනුම පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත සඳහන් අභ්‍යාසවල යෙදෙන්න.

21.1 අභ්‍යාසය

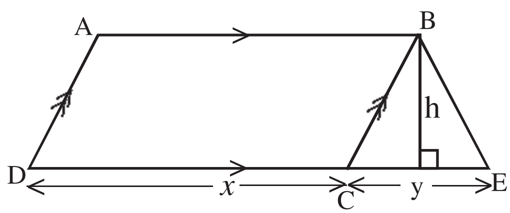
(1) පහත දැක්වෙන ගැටලුවල දී ඇති දත්ත හිස්තැන්වලට යොදමින් සූත්‍ර ගොඩ නගන්න.

(i) සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග a ද පළල b ද පරිමිතිය P ද වේ.

සෘජුකෝණාස්‍රයක පරිමිතිය $=$ 2 (දිග $+$ පළල)

P $=$ 2 (......... + ...)

(ii)



ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි DC පාදය E තෙක් දික් කර ඇත.

ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය (A) $=$ ආධාරක පාදය $\times$ ලම්බ දුර

A $=$ .... $\times$ h

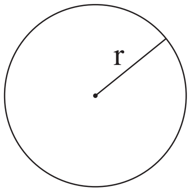
BCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය (A) $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ උච්චය

A $= \frac{1}{2} \times$ .... $\times$ ....

(iii) අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය A ද පරිධිය C ද නම් A $=\pi\times$ අරය $\times$ අරය

$A = \pi \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times r$

$\underline{\underline{A = \pi r^2}}$

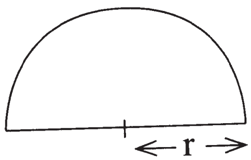


පරිධිය $= 2\times\pi\times$ අරය

$C = 2\times\pi\times \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\underline{\underline{C = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}}$

(iv)



අර්ධ වෘත්තයක අරය r නම් එහි පරිමිතිය P දක්වීමට r ඇසුරින් සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

අර්ධ වෘත්ත චාපයේ දිග $= \dfrac{2\times\pi\times\ldots\ldots\ldots\ldots}{2}$

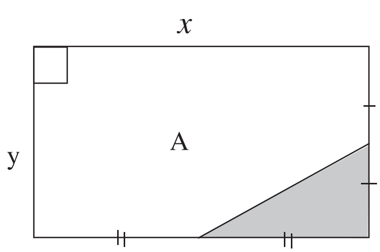
$= \pi\times\ldots\ldots\ldots\ldots$

විෂ්කම්භය $= 2\times\ldots\ldots\ldots\ldots$

පරිමිතිය (P) $= \underline{\underline{\ldots\ldots\ldots\ldots + 2r}}$

(2) එකක් රු. p බැගින් වූ අභ්‍යාස පොත් 10 ක් සහ එකක් රු. 9 බැගින් වූ පැන්සල් 7 මිලට ගැනීමට වැය වූ මුළු මුදල m නම් m, p, q ඇතුළත් සූත්‍රයක් ලියන්න.

(3)



රූපයේ දක්වෙන දිග x හා පළල y වූ සෘජුකෝණාස්‍ර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලකින් අඳුරු කළ කොටස කපා ඉවත් කර ඇත. ඉතිරි කොටසේ වර්ගඵලය A නම් x හා y ඇසුරින් සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

(4) 1, 3, 6, 10 .... යනු මුල් ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා හතරයි.

ඉන් පළමු වැන්න $= \left[\frac{1\times(1+1)}{2}\right] = \frac{1\times 2}{2} = 1$

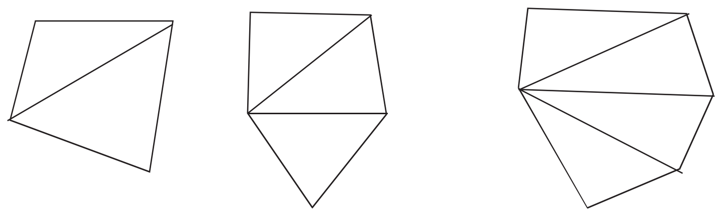
දෙවැන්න $= \left[\frac{2\times(2+1)}{2}\right] = \frac{2\times 3}{2} = 3$

තුන්වැන්න $= \left[\frac{3\times(3+1)}{2}\right] = \frac{3\times 4}{2} = 6$

සිවුවැන්න $= \left[\frac{4\times(4+1)}{2}\right] = \frac{4\times 5}{2} = 10$

මේ රටාව අනුව n වන ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාව T නම් T සඳහා n ඇසුරින් සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

(5)



බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන	4	5	6
ඇතුළත වෙන් කළ හැකි ත්‍රිකෝණ ගණන	2	3	4

(i) මේ රටාව අනුව පාද n ඇති බහුඅස්‍රයක් ඇතුළත වෙන් කළ හැකි ත්‍රිකෝණ ගණන ප්‍රකාශනයකින් දක්වන්න.

(ii) ඉහත සම්බන්ධතාව ඇසුරින් පාද n ඇති බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව S නම් S හා n ඇතුළත් සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

21.1 සූත්‍රයක උක්තය මාරු කිරීම

නිදසුන (1)

$C = \pi d$ සූත්‍රයේ d උක්ත කරමු. එනම් C හා π ඇසුරින් d හි අගය දක්වමු.

$C = \pi d$

දෙපස π වලින් බෙදූ විට $\frac{C}{\pi} = d$

$d = \frac{C}{\pi}$

නිදසුන (2) $a = 2t + d$ සූත්‍රයේ t උක්ත කරමු.

$$a = 2t + d$$

දෙපසින් ම d අඩු කළ විට $a - d = 2t$

$$2t = a - d$$

$$t = \frac{a - d}{2}$$

නිදසුන (3) $p = \frac{3}{7}(s + t)$ සූත්‍රයේ t උක්ත කරන්න.

$$p = \frac{3}{7}(s + t)$$

(දෙපස ම 7න් ගුණ කළ විට) $7p = 3(s + t)$

(දෙපස ම 3 න් බෙදූ විට) $\frac{7p}{3} = s + t$

$$s + t = \frac{7p}{3}$$

(දෙපසින් ම s අඩු කළ විට) $t = \frac{7p}{3} - s$

නිදසුන (4) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ සූත්‍රයේ R_1 උක්ත කරන්න.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

(දෙපසින් ම $\frac{1}{R_2}$ අඩු කළ විට) $\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1}$

$$\frac{(R_2 - R)}{RR_2} = \frac{1}{R_1}$$

(පරස්පරය සැලකූ විට) $\frac{RR_2}{(R_2 - R)} = R_1$

$$R_1 = \frac{RR_2}{(R_2 - R)}$$

නිදසුන (5) $n(R-r)=2R$ සූත්‍රයේ R උක්ත කරමු.

	$n(R-r) = 2R$
වරහන් ඉවත් කිරීම	$nR - nr = 2R$
R සහිත පද එක් පසකට ගැනීම	$nR - 2R = nr$
R පොදු සාධක ලෙස වෙන් කිරීම	$R(n-2) = nr$
	$R = \dfrac{nr}{(n-2)}$

නිදසුන (6) වෘත්තයක අරය r ද එහි වර්ගඵලය A ද නම් $A=\pi r^2$ වේ. එහි r උක්ත කරන්න.

$$A = \pi r^2$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

r සෘණ විය නොහැකි බැවින් $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

* මෙම සූත්‍රයෙන් පහත ආකාරයට නැවත A උක්ත වූ සූත්‍රය ලබා ගත හැක.

$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

$r^2 = \frac{A}{\pi}$ (දෙපස ම වර්ග කළ විට)

$A = \pi r^2$ (π වලින් දෙපස ම ගුණ කළ විට)

නිදසුන (7) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ සූත්‍රයේ r උක්ත කරන්න.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

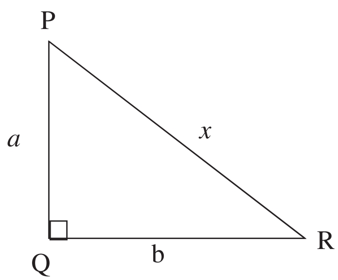
$$3V = 4\pi r^3$$

$$\frac{3V}{4\pi} = r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

r උක්ත කිරීමට එහි තුන්වන මූලය හෙවත් ඝනමූලය මෙසේ ලබා ගත හැකි ය.

නිදසුන (8)



රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව x උක්තය වශයෙන් ඇති a හා b ඇතුළත් සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$x = \pm\sqrt{a^2 + b^2}$$

පාදයක දිග සෘණ විය නොහැකි බැවින්

$$x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

නිදසුන (9) ඉහත (8) නිදසුනේ ලැබුණු සූත්‍රයේ a උක්ත කරන්න.

$$x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$x^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 \quad \text{(දෙපස ම වර්ග කිරීමෙන්)}$$

$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$x^2 - b^2 = a^2$$

$$a^2 = x^2 - b^2$$

$$a = \pm\sqrt{x^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{x^2 - b^2} \quad \text{(පාදයක දිග සෘණ විය නොහැකි බැවින්)}$$

21.2 අභ්‍යාසය

(1) පහත එක් එක් ගැටලුව ඉදිරියෙන් වරහන් තුළ දැක්වෙන විචල්‍ය උක්ත වන ලෙස දී ඇති සූත්‍ර නැවත සකස් කරන්න.

(i) $x = a - b$; (a)

(ii) $A = 2\pi rh$; (r)

(iii) $A = \frac{1}{2}bh$; (h)

(iv) $l = 3a + 2b$; (b)

(v) $v = u + at$; (a)

(vi) $A = P + \frac{1}{5}C$; (C)

(vii) $R = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; (x)

(viii) $m = 2(n - p)$; (p)

(ix) $C = \frac{5}{9}(F - 32)$; (F)

(x) $S = \frac{n}{2}(a + l)$; (l)

(2) පහත සඳහන් එක් එක් සූත්‍රයේ ඉදිරියෙන් වරහන් තුළ දී ඇති විචල්‍ය උක්ත කරන්න.

(i) $t = \frac{v - u}{f}$; (v)

(ii) $P = \frac{kc}{a^2}$; (a)

(iii) $s = ut - \frac{1}{2}gt$; (t)

(iv) $r = \frac{v}{\pi h}$; (v)

(v) $\frac{1}{x} = y + \frac{1}{z}$; (z)

(vi) $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$; (u)

(vii) $t = 2\pi \frac{l}{g}$; (l)

(viii) $l = g\left(\frac{t^2}{2\pi}\right)$; (t)

(ix) $k = \dfrac{c + 8d^2}{c}$; (d)

(x) $T = \dfrac{\pi f d^3}{16}$; (d)

(xi) $V^2 = u^2 + 2as$; (u)

(xii) $v = w\sqrt{a^2 - x^2}$; (x)

21.2 සූත්‍රවල ආදේශය

නිදසුන (10)

$S = \dfrac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ $n = 20, a = -1{\cdot}8, l = 10{\cdot}9$ නම් S හි අගය සොයන්න.

$$S = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S = \frac{20}{2}(-1{\cdot}8 + 10{\cdot}9)$$

$$S = 10 \times 9{\cdot}1$$

$$S = 91$$

නිදසුන (11)

$y = mx + c$ සූත්‍රයේ $y = 6, m = 2, c = (-2)$ වූ විට x හි අගය සොයන්න. මෙහි දී සූත්‍රයේ x පළමුව උක්ත කර දෙවනු ව ආදේශ කිරීම පහසු ය.

$$y = mx + c$$

$$y - c = mx$$

$$\frac{(y - c)}{m} = x$$

$$x = \frac{(y - c)}{m}$$

$$x = \frac{6 - (-2)}{2}$$

$$x = \frac{6 + 2}{2}$$

$$x = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

නිදසුන (12)

$v = p\left(a + \sqrt{b + 1}\right)$ සූත්‍රයේ $v = 32, p = 4, a = (-1)$ වූ විට b හි අගය සොයන්න.

පළමුව b උක්ත කරමු.

$$v = p\left(a + \sqrt{b+1}\right)$$

$$\frac{v}{p} = a + \sqrt{b+1} \text{ (දෙපස ම p වලින් බෙදූ විට)}$$

$$\frac{v}{p} - a = \sqrt{b+1}$$

$$\left(\frac{v}{p} - a\right)^2 = b + 1 \text{ (දෙපස ම වර්ග කළ විට)}$$

$$\left(\frac{v}{p} - a\right)^2 - 1 = b$$

$$b = \left(\frac{v}{p} - a\right)^2 - 1$$

$$= \left(\frac{32}{4} - (-1)\right)^2 - 1$$

$$= \left(8 - (-1)\right)^2 - 1$$

$$= \left(8 + 1\right)^2 - 1$$

$$b = 81 - 1$$

$$\underline{\underline{b = 80}}$$

21.3 අභ්‍යාසය

(1) $a = 2$, $b = (-3)$, $c = \frac{1}{3}$ නම් පහත සූත්‍රවල x හි අගය සොයන්න.

(i) $x = 5 + 2bc$ (ii) $x = 3a^2 - b^2$

(iii) $x = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$ (iv) $x = \sqrt{15(ac - bc)}$

(2) $T = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයේ

(i) $a = (-2)$, $n = 5$, $d = 3$ වූ විට T හි අගය සොයන්න.

(ii) $T = 3$, $a = 21$, $n = 7$ වූ විට d හි අගය සොයන්න.

(iii) $T = -53$, $a = 17$, $d = (-5)$ වූ විට n හි අගය සොයන්න.

(iv) $T = 94$, $n = 19$, $d = 5$ වූ විට a හි අගය සොයන්න.

(3) $S = \frac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ

(i) $S = 480$, $n = 12$, $l = 62$ වූ විට a හි අගය සොයන්න.

(ii) $S = 1220$, $a = 28$, $l = -89$ වූ විට n හි අගය සොයන්න.

(4) $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ සූත්‍රයේ

(i) $v = 3$, $u = 5$ වන විට f හි අගය සොයන්න.

(ii) $u = 18$, $f = 3$ වන විට v හි අගය සොයන්න.

(5) $h = \dfrac{ft^2}{2}$ සූත්‍රයේ $f = 4, t = 3$ වන විට hහි අගය සොයන්න.

(6) $I = \dfrac{nE}{R + ur}$ සූත්‍රයේ $n = 3, E = 15, R = 9, u = 1, r = 2$ වන විට Iහි අගය සොයන්න.

(7) $S = ut + \dfrac{1}{2}ft^2$ සූත්‍රයේ $S = 154, u = 8, t = 7$ වූ විට fහි අගය සොයන්න.

(8) $F = \dfrac{9}{5}C + 32$ සූත්‍රයේ $F = 86,$ වන විට Cහි අගය සොයන්න.

(9) සිලින්ඩරයක පතුලේ අරය r ද උස h ද වූ විට පරිමාව v නම් $v = \pi r^2 h$ වේ. මෙහි $v = 770, \pi = \dfrac{22}{7}, h = 20$ නම් rහි අගය සොයන්න.

(10) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ සූත්‍රයේ $T = 44, l = 147, g = 3$ වූ විට πහි අගය ගණනය කරන්න.

සාරාංශය

- ☛ **සූත්‍රයක් මගින් රාශීන් කිහිපයක් අතර සම්බන්ධතාවයක් නිරූපණය කරයි.**
- ☛ **සූත්‍රයක සමාන ලකුණින් එක් පැත්තක තනිව පවතින අඥාතය සූත්‍රයේ උක්තය වේ.**
- ☛ **සූත්‍රයක, වම් පැත්තට හා දකුණු පැත්තට සුදුසු ගණිත කර්ම යොදා සූත්‍රයේ උක්තය වෙනස් කළ හැකි ය.**
- ☛ **සූත්‍රයක එක් අඥාතයක් හැර ඉතිරි ඒවායේ අගය දුන් විට අගය නොදුන් ආඥාතයේ අගය සෙවිය හැකිය.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) මිනිසෙක් එක්තරා මාසයක පළමු දිනයේ රු. p තැන්පත් කර බැංකු ගිණුමක් ඇරඹී ය. ඉන් පසු සෑම මසක ම පළමුවැනිදා රු. x බැගින් එහි තැන්පත් කළේ ය. මාස 12 අවසානයේ බැංකු ගිණුමේ ඇති මුදල T නම් p, x ඇසුරින් T සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න.

(2) පතුලේ අරය r ද උස h ද වූ සංවෘත සිලින්ඩරයක වක්‍රපෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $2\pi rh$ මගින් දක්විය හැකි ය.

(i) වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨ දෙකේ වර්ගඵල දැක්වීමට ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(ii) සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම් π, r, h ඇසුරින් A සඳහා සූත්‍රයක් ලබාගන්න.

(iii) ඉහත ලබාගත් සූත්‍රයේ h උක්ත කර දක්වන්න.

(3) වර්ෂයකට r% සුළු පොළියට p නම් මුදලක් ණයට දුන් අයෙකුට අවුරුදු t කාලයක් සඳහා පොළී මුදල ලෙස l ලැබුණි. l උක්තය වශයෙන් ඇති සූත්‍රයක් ගොඩනගන්න. එම සූත්‍රය භාවිතයෙන්

p = 500, r = 7, t = 3, වූ විට l හි අගය සොයන්න.

(4) වාර්ෂික තක්සේරුව p වූ දේපලක් සඳහා නගර සභාව විසින් x% වරිපනම් බද්දක් අයකරයි. කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බද්ද T නම්,

$$T = p \times \frac{x}{100} \times \frac{1}{4}$$ වූ විට

P = 60, 000, $x = 5$ වූ විට සූත්‍රයට අනුව T හි අගය සොයන්න.

(5) $V = \dfrac{xa}{x-a}$ සූත්‍රයේ x උක්ත කරන්න.

V = 45, $a = (-5)$, වූ විට x හි අගය සොයන්න.

(6) $A = \dfrac{1}{2}b\sqrt{a^2 - b^2}$ සූත්‍රයේ a උක්ත කරන්න.

(7) $t = \dfrac{2dv}{v^2 - w^2}$ සූත්‍රයේ w උක්ත කරන්න.

(8) $m = at^2$ සහ $x = 2at$ නම් a හා x ඇසුරින් m ප්‍රකාශ කරන්න.

22 වීජීය අසමානතා

එක් සංඛ්‍යාවක්, පදයක් හෝ ප්‍රකාශනයක් වෙනත් සංඛ්‍යාවකට, පදයකට හෝ ප්‍රකාශනයකට වඩා විශාල හෝ කුඩා බව දක්වන ප්‍රකාශන අසමානතා ලෙස හැඳින්වෙයි. මෙවැනි ප්‍රකාශන ගොඩනැගීමේ දී >, <. ≥, ≤ සංකේත යොදා ගැනේ.

පුනරීක්ෂණය අභ්‍යාස

(1) පහත දක්වා ඇති අසමානතා සංකේත භාවිතයෙන් ලියන්න.

(i) x අඩු 3 　　(iii) x අඩු හෝ සම 5

(ii) y වැඩි –2 　　(iv) a වැඩි හෝ සම 4

(2) පහත දක්වෙන අවස්ථා සඳහා අසමානතා ගොඩ නගන්න.

(i) කොළඹ - කුරුණෑගල බසයකට කොළඹින් නගින ලද මගියෙක් අතරමග දී බැස ගියේ ය. ඔහු ගමන් කළ දුර a නම් a සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.. (කොළඹ හා කුරුණෑගල අතර දුර x ලෙස ගන්න.)

(ii) ශිෂ්‍යත්ව විභාගයෙන් සමත් වීමේ අවම ලකුණ 145 ක් විය. මිහිරි ශිෂ්‍යත්ව විභාගයෙන් සමත් වූවා ය. ඇය ලබාගත් ලකුණු සංඛ්‍යාව y නම් y සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(iii) එක්තරා විදුලි සෝපානයක ගෙනයා හැකි උපරිම ස්කන්ධය 600 kg විය. x kg බැගින් වූ මිනිසුන් 8 දෙනෙකු විදුලි සෝපානයෙන් ඉහළට ගෙනයන ලදී. x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(3) පහත දක්වෙන අසමානතා සංඛ්‍යා රේඛා මත ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

(i) $x > -3$ 　(ii) $x \leq -1$ 　(iii) $x \geq 0$ 　(iv) $x < 4$

(3) මෙම අසමානතාවයන් විසඳා පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $x + 3 \geq 4$ 　(ii) $5x < 20$ 　(iii) $x - 1 \geq 5$ 　(iv) $\frac{1}{2}$ y > 20

22-1 විචල්‍ය එකක් සහිත අසමානතා විසඳීම

$10 > 4$ අසමානතාව සත්‍ය බව ඔබ දන්නෙහිය. මෙම අසමානතාවේ

(i) දෙපසට ම එක ම සංඛ්‍යාව එකතු කරන්න.

$10 + 3 > 4 + 3$

$13 > 7$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

(ii) දෙපසින් ම එක ම සංඛ්‍යාව අඩු කරන්න.

$10 - 2 > 4 - 2$

$8 > 2$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

(iii) දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කරන්න.

$10 \times 4 > 4 \times 4$

$40 > 16$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

(iv) දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් බෙදන්න.

$\frac{10}{2} > \frac{4}{2}$

$5 > 2$

ලැබෙන නව අසමානතාවය ද සත්‍යවේ.

මේ අනුව දී ඇති අසමානතාවයක් සත්‍ය නම්

- **දෙපසට ම එක ම සංඛ්‍යාව එකතු කළ විට**
- **දෙපසින් ම එක ම සංඛ්‍යාව අඩු කළ විට**
- **දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කළ විට**
- **දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් බෙදූ විට**

ලැබෙන නව අසමානතාවන් ද සත්‍ය වේ.

මෙම ප්‍රත්‍යක්ෂයන් භාවිත කරමින් අසමානතා විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (1)

$x + 1 \geq 7$ අසමානතාවයේ විසඳුම් ලියන්න. (x නිඛිලයකි)

$x + 1 \geq 7$

$x + 1 - 1 \geq 7 - 1$ (දෙපසින් ම 1 බැගින් අඩුකෙරේ)

$x \geq 6$

x හි විසඳුම් $\{6, 7, 8, 9, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

නිදසුන (2)

$\frac{5a}{3} - 2 < 8$ අසමානතාවේ විසඳුම් ලියන්න. a නිඛිලයකි.

$\frac{5a}{3} - 2 < 8$

$\frac{5a}{3} - 2 + 2 < 8 + 2$ (දෙපසට ම 2 බැගින් එකතු කෙරේ.)

$\frac{5a}{3} < 10$

$$\frac{5a}{3} \times 3 < 10 \times 3 \quad \text{(දෙපස ම 3න් ගුණ කෙරේ)}$$

$$5a < 30$$

$$\frac{5a}{5} < \frac{30}{5} \quad \text{(දෙපස ම 5න් බෙදීමෙන්)}$$

$$a < 6$$

a හි විසඳුම් $\{ \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

නිදසුන (3)

සරත්ගේ බෑගයට දැමිය හැකි ද්‍රව්‍යවල උපරිම ස්කන්ධය 7 kg කි. ඔහු x kg ස්කන්ධය සීනි පැකට් 3ක් ද 1 kg ස්කන්ධය සහිත පරිප්පු පැකට් 1ක් ද එම බෑගයට දැම්මේ ය.

(i) මෙම තොරතුරු දැක්වීමට අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.
(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.
(iii) සීනි පැකට් එකක තිබිය හැකි උපරිම බර කොපමණ ද?

(i) $3x + 1 \leq 7$

(ii) $3x + 1 \leq 7$

$$3x \leq 7 - 1$$

$$3x \leq 6$$

$$\frac{3x}{3} \leq \frac{6}{3}$$

$$x \leq 2$$

(iii) $x \leq 2$ නිසා,
සීනි පැකට් එකක තිබිය හැකි උපරිම ස්කන්ධය 2 kg විය යුතු ය.

විසඳුම් $\{ \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

$\{1, 2\}$ (පැකට්ටුවක ස්කන්ධය ඍණ හෝ ශුන්‍ය විය නොහැකි නිසා)

22-2 අසමානතා ලකුණ වෙනස්වන අවස්ථා

නිදසුන (4)

$x + 5 \leq 6x + 15$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

$$x + 5 \leq 6x + 15$$

$$x - 6x + 5 \leq 6x - 6x + 15$$

$$-5x + 5 \leq 15$$

$$-5x + 5 - 5 \leq 15 - 5$$

$$-5x \leq 10$$

$$\frac{-5x}{-5} \leq \frac{10}{-5} \quad \text{(}-5\text{ න් බෙදූවිට)}$$

$x \geq -2$ විය යුතු ය.

> **සටහන:- අසමානතාවන් විසඳීමේ දී ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදෙන විට අසමානතා ලකුණ මාරු වේ. (වෙනස් වේ.)**

$$x + 5 \leq 6x + 15$$
$$x + 5 - 15 \leq 6x + 15 - 15$$
$$x - 10 \leq 6x$$
$$x - x - 10 \leq 6x - x$$
$$-10 \leq 5x$$
$$\frac{-10}{5} \leq \frac{5x}{5} \quad (+5න් \text{ බෙදීම})$$
$$-2 \leq x$$

විසඳුම් –2, –1, 0, 1, 2 .... යනාදී අගයවල දී අසමානතාව සත්‍ය එකක් ව පවතී.

නිදසුන (5)

$2 - x \geq 1 - 2x$ අසමානතාව විසඳීමෙන් x ට ගත හැකි අගය පරාසය ලියන්න.

$$2 - x \geq 1 - 2x$$
$$2 - x + x \geq 1 - 2x + x$$
$$2 \geq 1 - x$$
$$2 - 1 \geq 1 - 1 - x$$
$$1 \geq - x \quad (-1 \text{ න් ගුණ කරමු.})$$
$$-1 \leq x \text{ වේ.}$$

$-1 \geq x$ ලෙස ගත හොත් ඉහත අසමානතාවේ x හි විසඳුම් කුලකය වනුයේ –1, –2, –3, ... වැනි අගයකි. මෙම අගයන් මගින් අසමානතාව තෘප්ත නො වේ.

අසමානතාව තෘප්ත කරන්නේ $-1 \leq x$ වන විට පමණි. එනම් මෙහි දී අසමානතාව මාරු විය යුතු ය. (වෙනස් විය යුතුය.)

සටහන:- අසමානතාවන් විසඳීමේ දී සෘණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළ විට ද බෙදූවිට ද අසමානතා ලකුණ මාරු වේ.

22-1 අභ්‍යාසය

(1) මෙම අසමානතාවයන් විසඳා පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $4a - 3 \leq 17$ (ii) $2p + 5 \geq 23$ (iii) $6x - 1 > 11$

(iv) $\frac{x}{4} - 3 \leq 2$ (v) $\frac{3x}{2} + 1 < 7$ (vi) $2(5x - 1) \geq 28$

(2) පහත අසමානතාවන්හි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $x + 8 \geq 7x + 14$ (ii) $-3x - 5 \leq 8x + 15$

(3) පුතා අතට රු. 100 ක් දුන් අම්මා ඇපල් ගෙඩි 2 ක් ද, කෙසෙල් ඇවරියක් ද ගෙන එන ලෙස කී ය. වෙළෙඳ පොළේ ඇපල් ගෙඩියක මිල රු. x ද කෙසෙල් ඇවරියක් රු. 50 ක් ද වූයෙන් ඒ සඳහා රැගෙන ගිය මුදල ප්‍රමාණවත් නොවීය.

(i) x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනඟන්න.

(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.

(iii) ඇපල් ගෙඩියක මිල අවම වශයෙන් කීයක් විය හැකි ද?

(4) ළමයකුට සෘජුකෝණාස්‍රයක් තැනීමට 80 cm දිග කම්බියක් ලබා දුනි. ඔහු විසින් එයින් දිග 25 cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් තනන ලදී. එම සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල b ලෙස සලකා

(i) b ඇතුළත් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.

(iii) b පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගයක් නම් සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල විය හැකි අගයයන් තුනක් ලියන්න.

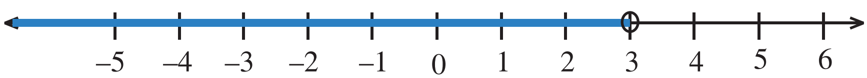
(5) නීලමණී රු. 1000/= ක් රැගෙන සාප්පුවකට ගොස් මිල රු. x බැගින් වූ සාරි දෙකක් ද රු. 15 බැගින් වූ ලේන්සු 4 ක් ද ගෙන ආවාය. මේ සඳහා අසමානතාවක් ගොඩනඟා එය විසඳන්න. සාරියක මිල උපරිම වශයෙන් කොපමණ විය හැකි ද?

(6) ගණිත ගැටලු සහිත ප්‍රශ්න පත්‍රයක් සෑදු නිම කිරීමට මිනිත්තු 40 ක කාලයක් ලබා දේ. චරිත් මින් මුල් ගැටලු 5 සඳහා සමාන කාල ප්‍රමාණයක් වැයකළ අතර ඉතිරි ගැටලු සියල්ලට ම මිනිත්තු 15 ක කාලයක් වැයකර නියමිත කාලය තුළ ප්‍රශ්නපත්‍රය සාදා නිම කළේ ය. මුල් ගැටලු 1 ක් සඳහා ගත වූ කාලය t නම් t සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනඟා විසඳන්න.

මුල් ගැටලුවකට ගතකළ උපරිම කාලය කොපමණ විය හැකි ද?

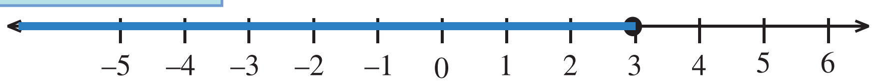
22-2 අසමානතාවල විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය

නිදසුන (6) $x < 3$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.



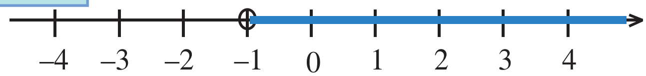
මෙහි දී x හි අගය 3 ට වඩා අඩු අගයකි. $x = 3$ වටා කවයක් ඇඳ එහි සිට 3ට අඩු අගයන් සහිත වම් පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කළ යුතු ය.

නිදසුන (7) $x \leq 3$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත දක්වන්න.



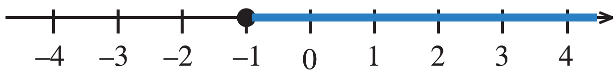
මෙහි දී x හි අගය 3 හා 3ට අඩු අගයයකි. $x = 3$ වටා කවයක් අඳින අතර $x = 3$ ද වන බැවින් එම කවය ඇතුළත පාට කරනු ලැබේ. මෙ කවයේ සිට 3ට අඩු අගයයන් සහිත වම් පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කළ යුතු ය.

නිදසුන (8) $x > (-1)$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.



මෙහි දී x හි අගය -1 ට වඩා වැඩි වේ. $x = -1$ වටා කවයක් අඳින අතර එහි සිට -1 ට වඩා වැඩි අගයයන් සහිත දකුණු පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කරනු ලැබේ.

නිදසුන (9) $x \geq (-1)$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

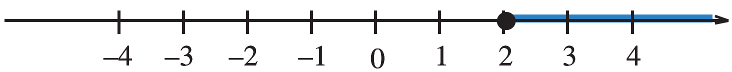


මෙහි දී x හි අගය -1 ට වැඩි අගයකි. $x = -1$ වටා කවයක් ඇඳ $x = -1$ ද වන බැවින් එම කවය ඇතුළත පාට කරනු ලැබේ. එම කවයේ සිට -1ට වැඩි අගයයන් සහිත කවයේ දකුණු පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කරනු ලැබේ.

නිදසුන (10)

$3x - 2 \geq 4$ අසමානතාව විසඳා, විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

$$3x - 2 \geq 4$$
$$3x - 2 + 2 \geq 4 + 2$$
$$3x \geq 6$$
$$x \geq 2$$



නිදසුන (11)

$5x + 4 \leq 6x - 2 \leq 5x + 6$ අසමානතාව තෘප්ත කරන විසඳුම් කුලකය සොයා එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

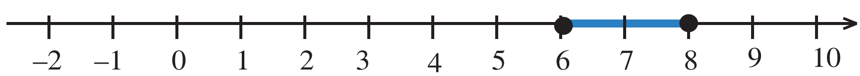
$5x + 4 \leq 6x - 2$ සලකමු

$$5x - 5x + 4 \leq 6x - 5x - 2$$
$$4 \leq x - 2$$
$$4 + 2 \leq x - 2 + 2$$
$$6 \leq x$$

$6x - 2 \leq 5x + 6$ සලකමු

$$6x - 5x - 2 \leq 5x - 5x + 6$$
$$x - 2 \leq 6$$
$$x - 2 + 2 \leq 6 + 2$$
$$x \leq 8$$

මෙම අගයන් දෙකම සම්බන්ධ කළ විට $6 \leq x \leq 8$ වේ. එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට



22-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දක්වා ඇති අසමානතා විසඳා x හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $4x - 3 \leq 5$ (ii) $3x + 5 \geq 2$ (iii) $\dfrac{2x}{3} \geq 2$

(iv) $\dfrac{3x}{4} - 3 \leq 0$ (v) $1 < x + 2 < 7$ (vi) $2x + 3 \leq 3x + 5 \leq 5x - 1$

(2) $7 - x > 4x - 8$ අසමානතාවේ x ට ගත හැකි විශාල ම පූර්ණ සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(3) $5x - 3 \leq 6x - 2 \leq 5x + 2$ තෘප්ත කරන x ට ගත හැකි පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය ලියන්න. එම සංඛ්‍යා රේඛාව මත ඇඳ දක්වන්න.

(4) $\dfrac{x}{4} > \dfrac{3}{6}$ අසමානතාවේ x ට ගත හැකි කුඩා ම පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය කුමක් ද?

(5) $5 < x - 3$ වන සේත් $8 < 2x - 2 < 18$ වන සේත්, x ට ගැළපෙන අගය කුමක් ද?

(6) රු. x බැගින් වූ ටොෆි 3 ක් හා රු. 2ක මකන කැබැල්ලක් මිල දී ගැනීමට අෂාන් ළඟ තිබූ රු. 51 ප්‍රමාණවත් විය. x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගා එය විසඳා විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

සාරාංශය

- **රාශීන් අතර "<" මගින් අඩු ද ">" මගින් වැඩි ද "≤" මගින් අඩු හෝ සම ද "≥" මගින් වැඩි හෝ සම ද ලෙස යොදා ගෙන ගොඩනගන සම්බන්ධතා අසමානතා වේ.**
- **අසමානතාවක**
  - (i) **දෙපසට ම සමාන සංඛ්‍යා එකතු කිරීමෙන්**
  - (ii) **දෙපසින් ම සමාන සංඛ්‍යා අඩු කිරීමෙන්**
  - (iii) **දෙපස ම ධන සංඛ්‍යාවලින් ගුණ කිරීමෙන්**
  - (iv) **දෙපස ම ධන සංඛ්‍යාවලින් බෙදීමෙන් ලැබෙන නව අසමානතාද නොවෙනස් වේ.**
- **අසමානතාව දෙපස ම සෘණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී හෝ ගුණ කිරීමේ දී අසමානතාව වෙනස් වේ.**
- **අසමානතාවක විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ හැකි ය.**

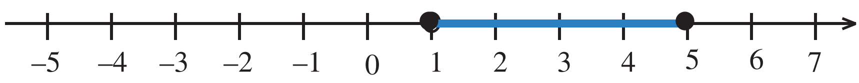
මිශ්‍ර අභ්‍යාස

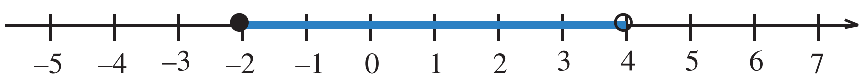
(1) මෙම අසමානතා විසඳා විසඳුම සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

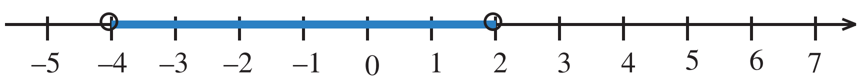
(i) $5x + 1 \leq 11$ (ii) $7x + 4 \geq 4$ (iii) $\frac{1}{5}x - 1 < 0$

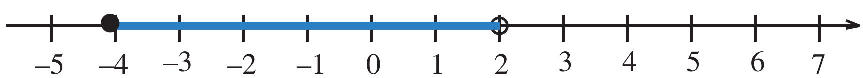
(iv) $3x + 1 \leq x + 3 > -2$

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රේඛාවෙන් නිරූපණය කෙරෙන x හි අගය පරාසය අසමානතා මගින් ලියන්න.









(3) පිටරට සිට පැමිණි සමන් ගෙන ආ රටඉඳිවලින් 7kg ප්‍රමාණයක් තම හිතවතුන් අතරේ බෙදා දුන්නේ යහළුවන් දෙදෙනකුට x ප්‍රමාණයක් ද, තවත් යහළුවන් තිදෙනෙකුට 1kg බැගින් ද වන පරිදි ය. මේ සඳහා x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න. x හි අගය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(4) සීමිත ඕවර් ක්‍රිකට් තරඟයක දී දෙවනු ව පන්දුවට පහර දුන් පිලේ ක්‍රීඩකයන් 11 දෙනාගෙන් 4 දෙනෙක් ලකුණු p බැගින් ද, අනෙක් සියලු දෙනා ලකුණු 2p බැගින් ද ලැබී ය. ලකුණු සම නොවී ජයග්‍රහණය ලැබීමට මෙම පිලට ලකුණු 156 ක් ලබාගත යුතු ව තිබුණු නමුත් ඔවුන් තරඟයෙන් පරාජයට පත් වූහ. මෙම තොරතුරු සඳහා p ඇතුළත් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න. p සඳහා තිබිය හැකි උපරිම අගය කුමක් ද?

23 ප්‍රස්තාර

රාශි දෙකක් සංසන්දනය කිරීමේදී එක් රාශියකට සාපේක්ෂ ව අනෙක් රාශියේ වෙනස් වීම කෙබඳු ආකාර ද යන්න, නිරූපණය කෙරෙන රූපසටහන් ප්‍රස්තාර ලෙස හැඳින්විය හැක.

මෙම රාශි දෙකට ම විවිධ අගයයන් ගත හැකි බැවින් ඒවා විචල්‍ය නමින් හැඳින්වේ. මීට පෙර අපි උගත් සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරවල ස්වායත්ත විචල්‍යය x අක්ෂයෙන් ද, පරායත්ත විචල්‍යය y අක්ෂයෙන්ද නිරූපණය කළෙමු.

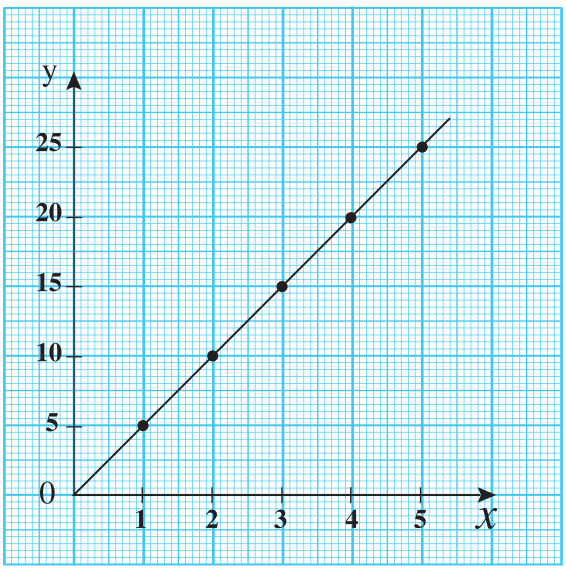
පොතක මිල රු. 5 යැයි සලකා පොත් ගණන සහ මිල අතර ප්‍රස්තාරයක් ඇඳීමට හැකි ය.

නිදසුන (1)

(ස්වායත්ත විචල්‍යය) **පොත් ගණන** x		**(පරායත්ත විචල්‍යය)** **මිල** y
1	$\longrightarrow$	5
2	$\longrightarrow$	10
3	$\longrightarrow$	15
4	$\longrightarrow$	20

මේවා පටිපාටිගත කිරීමේ දී (1, 5) (2, 10) (3, 15) (4, 20) යනාදි වශයෙන් වේ. මෙම තොරතුරු $y = 5x$ ලෙස සමීකරණයකින් දැක්විය හැකි ය.

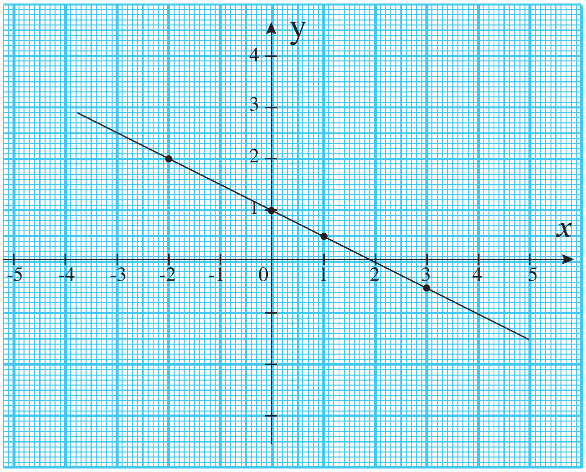
මෙවැනි ස්වරූපයේ සමීකරණ $y = mx$ ආකාරයේ බඳු ඒවා ලෙස හඳුනාගනිමු.



එහි m යනු අනුක්‍රමණයවේ. ඒ අනුව ඉහත සමීකරණයේ අනුක්‍රමණය 5 වේ. මෙය මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ප්‍රස්තාරයකි.

මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා නොයන ප්‍රස්තාර ගැන ද අපි ඉගෙනගත් බව ඔබට මතක ඇත.

නිදසුන (2) $y = \frac{-1}{2}x + 1$ සමීකරණයේ ප්‍රස්තාරය පහත දක්වේ. මෙය $y = mx + c$ ආකාර වේ. මෙහි c යනු අන්තඃඛණ්ඩය හෙවත් ප්‍රස්තාරය y අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යයේ y ඛණ්ඩාංකය බව වැටහේවි.



මේ සියලු කරුණු නැවත සිහිපත් කරගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයට පිළිතුරු සපයන්න.

23.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත සමීකරණවලින් දක්වෙන සරල රේඛාවල අන්තඃඛණ්ඩය හා අනුක්‍රමණය ලියන්න.

i. $y = 3x + 5$ ii. $2y = 6x - 4$ iii. $\frac{1}{3}y - 1 = 5x$ iv. $y = \frac{1}{4}x - 3$

(2) (–2, –3)ලක්ෂ්‍යය හා මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

(3) මූල ලක්ෂ්‍යය හා (2, 6) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

(4) (4, 2) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $c = -4$ වන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

(5) පහත සඳහන් ලක්ෂ්‍යය යුගල් හරහා යන සරල රේඛාවල m හා c සොයා සමීකරණය ලියන්න.

i. (0, 2) (4, 0) ii. (–2, 0) (0, 4) iii. (0, 8) (2, 10)

(6) පහත දැක්වෙන සරල රේඛීය ප්‍රස්තාර ලැබෙන සමීකරණවලින් සමාන්තර රේඛා දක්වෙන සමීකරණ තෝරා යා කරන්න.

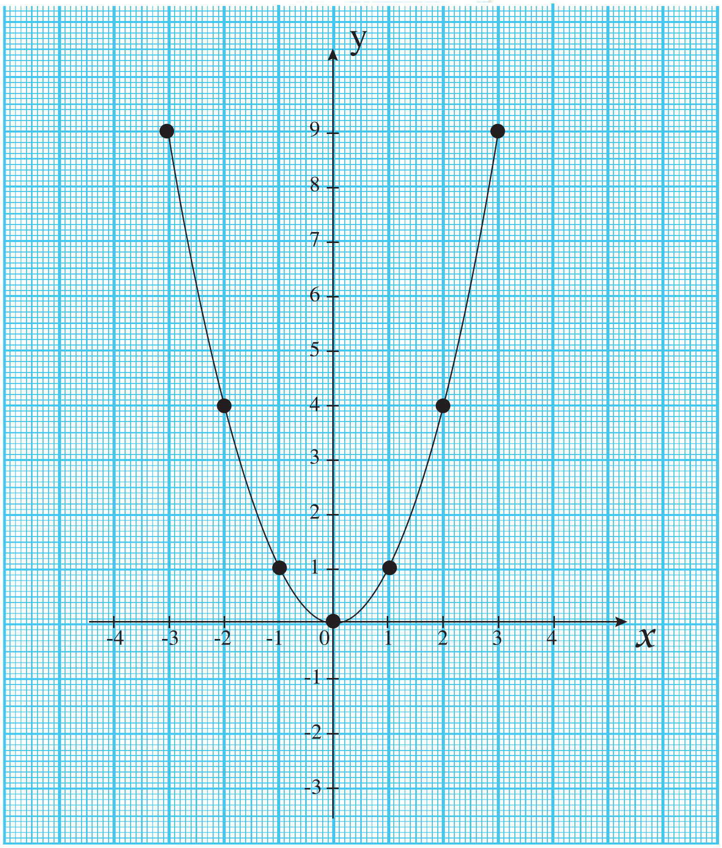
A	B
	$y = 2x + 3$
$y = 3x + 3$	$y = \frac{1}{3}x - 2$
$2y = 8x - 2$	$y = -2x - 1$
$2y + 4x = 2$	$y = 4x - 3$
$3y = x + 2$	$y - 3x = 5$
$3y = 6x + 2$	

23-2 වර්ගජ ශ්‍රිත

$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර ඇඳීම

(i) $y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පිළියෙල කල අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
y	9	4	1	0	1	4	9



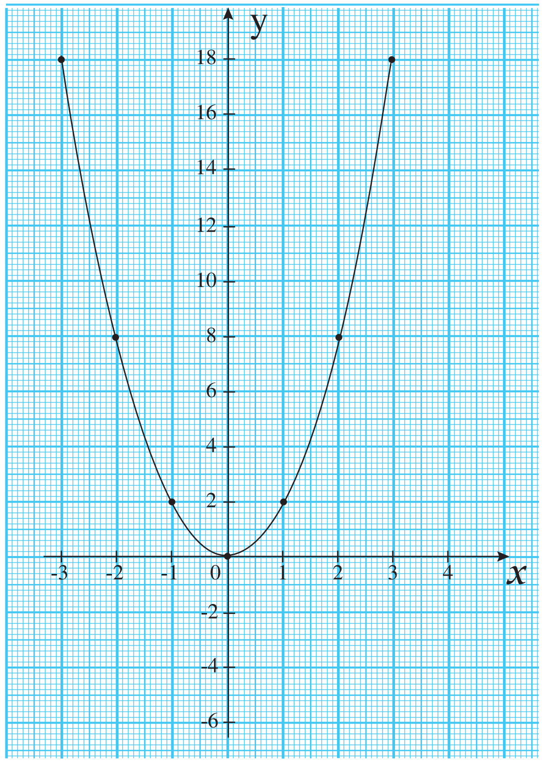
මෙවැනි වක්‍රයක් පරාවලයක් නමින් හැඳින්වේ. මෙම පරාවලය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. එබැවින් මෙහි සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

තව ද x වැඩි වන විට y පරාවලයේ අගය ක්‍රමයෙන් අඩු වී අවම වී නැවත වැඩි වන්නට පටන් ගනී. y ට ඇති අඩුම අගය ශ්‍රිතයේ **අවම අගය** නමින් හැඳින්වේ. ශ්‍රිතයේ මෙම අවම අගය සහිත ලක්ෂ්‍යය ප්‍රස්තාරයේ **ශීර්ෂය** නමින් ද ඇතැම් විට එය **වර්තන ලක්ෂ්‍යය** නමින් ද හැඳින්වේ.

නිදසුන (3)

(i) $y = 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

x	x^2	$2x^2$	y
–3	9	18	18
–2	4	8	8
–1	1	2	2
0	0	0	0
1	1	2	2
2	4	8	8
3	9	18	18



ii. මෙම ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.

ශ්‍රිතයේ අවම අගය යනු y ට ඇති කුඩා ම අගයයි. මෙම ශ්‍රිතයේ අවම අගය 0 වේ.

iii. ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.

ඉහත ප්‍රස්තාරය $x = 0$ රේඛාව වටා සමමිති වන බව පෙනේ. එමෙන් ම එහි අවම අගය 0 වේ.

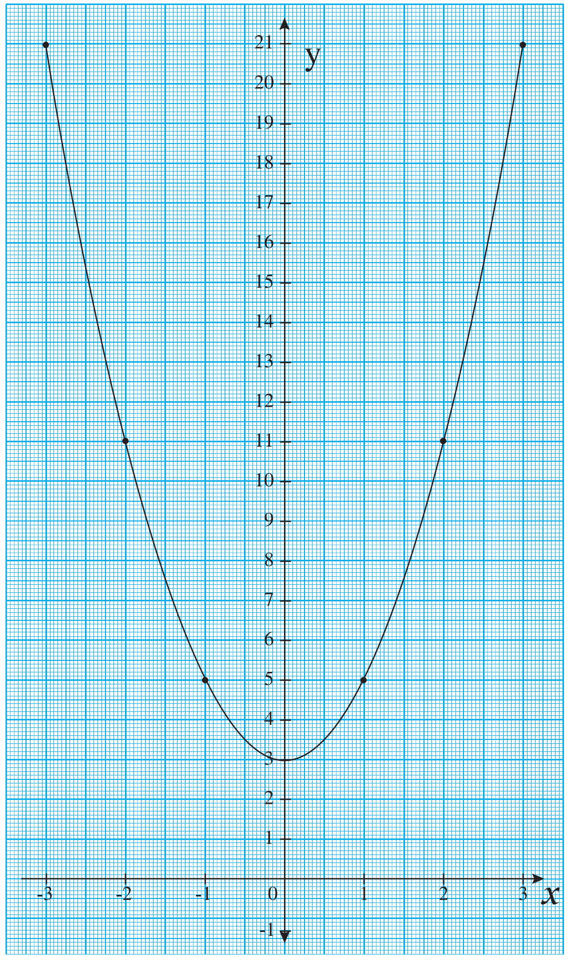
23-2 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර ඇඳීම.

නිදසුන (4)

$y = 2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

x	–3	– 2	–1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$2x^2$	18	8	2	0	2	8	18
+3	21	11	5	3	5	11	21
y	21	11	5	3	5	11	21

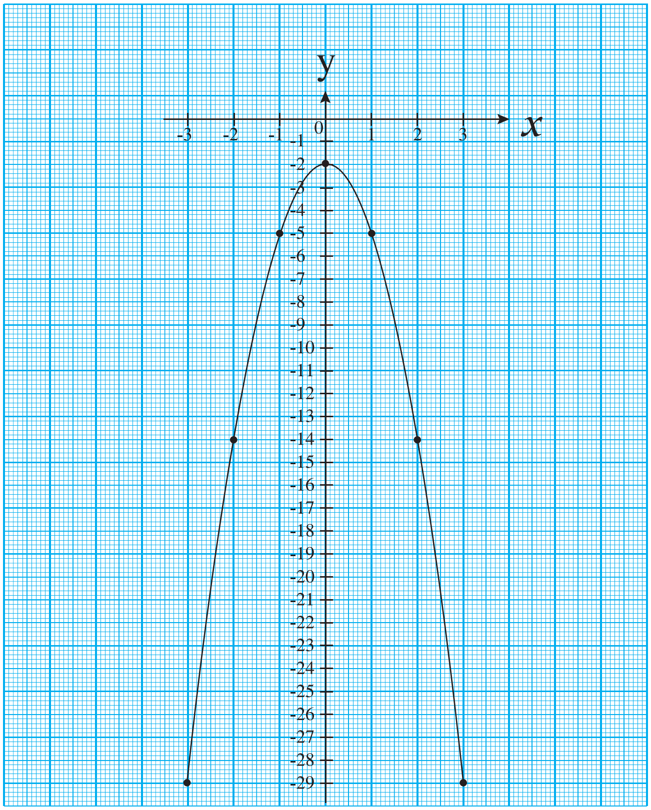
* ශ්‍රිතයේ අවම අගය 3 වේ.
* ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
* ප්‍රස්තාරයේ වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක, $(0,\ 3)$ වේ.



නිදසුන (4)

$y = -3x^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඛණ්ඩාංක තලයක ඇඳ දක්වන්න.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
$-3x^2$	-27	-12	-3	0	-3	-12	-27
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
y	-29	-14	-5	-2	-5	-14	-29



ශ්‍රිතයේ x^2 හි සංගුණකය සෘණ අගයක් ගන්නා විට ශ්‍රිතයේ ඇත්තේ අවම අගයක් නොව උපරිම අගයකි. මේ අනුව ශ්‍රිතයේ

i. උපරිම අගය -2 වේ.

ii. උපරිම ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක) $(0, -2)$ වේ.

iii. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

iv. දී ඇති පරාසය තුළ ශ්‍රිතය සෘණව වැඩිවන x හි අගය පරාසය -3 සිට 0 වේ. $(-3 < x < 0)$

23-2 අභ්‍යාසය

1. $y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ තුළ අඳින්න.
2. $y = 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ තුළ අඳින්න.
   i. ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.
   ii. ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   iii. සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

3. $y=-2x^2, y=-3x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර සඳහා සුදුසු අගය වගු පිළියෙල කොට එක ම බණ්ඩාංක තලයක ප්‍රස්තාර අඳින්න. ශ්‍රිතයන් දෙක සැසඳීමෙන් සංගුණකය වැඩි වන විට ශ්‍රිතයේ සිදු වන වෙනස සාකච්ඡා කරන්න.

4. $y=2x^2$ හා $y=-2x^2$ ශ්‍රිතයන් දෙක එක ම බණ්ඩාංක තලයක අඳින්න. සංගුණකය සෘණ වන විට හා ධන වන විට වෙනස සාකච්ඡා කරන්න.

5. $y=3x^2+2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සකස් කරන ලද අගය වගුව සම්පූර්ණ කර එහි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

x	-2	$1\frac{1}{2}$	1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2
y	14	8·75			5		

ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්

i. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න. ii. අවම ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ලියන්න.

6. $y=2x^2-3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සුදුසු අගය වගුවක් පිළියෙල කොට එහි ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්

i. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ii. වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ලියන්න.

iii. ශ්‍රිතයේ අවම අගය සොයන්න.

7. $2y=-4x^2-2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සුදුසු අගය වගුවක් පිළියෙල කර ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්

i. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න. ii. ශ්‍රිතයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ලියන්න. iii. ශ්‍රිතය සෘණ ව අඩු වන x හි අගය පරාසය ලියන්න.

$y=x^2$, $y=ax^2+b$ වැනි ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාරවල සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය හා උපරිම / අවම අගය තීරණය කිරීම

ශ්‍රිතය	උපරිම / අවම අගය	සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
$y=x^2$	අවම අගය 0	$x=0$
$y=-x^2$	උපරිම අගය 0	$x=0$
$y=2x^2$	අවම අගය 0	$x=0$
$y=-3x^2$	උපරිම අගය 0	$x=0$
$y=2x^2+2$	අවම අගය 2	$x=0$
$y=-2x^2+3$	උපරිම අගය 3	$x=0$

ඉහත වගුව අනුව $y=ax^2+b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක x^2 හි සංගුණකය ධන ව ඇති විට ඊට අවම අගයක් ද x^2 සංගුණකය සෘණ ව ඇති විට ඊට උපරිම අගයක් ද පවතින අතර, b වලින් කියවෙන නියත අගය උපරිම හෝ අවම අගය වේ.

මේ සෑම ශ්‍රිතයක ම සමමිති අක්ෂය $x = 0$ සමීකරණ වේ. මේ අනුව $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක සමමිති අක්ෂය $x = 0$ වන අතර අවම අගය b වල අගය වේ.

$y = -ax^2 \pm b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකට ඇත්තේ උපරිම අගයකි.

ශ්‍රිතයන් ගනු ලබන්නේ අවම අගයක් ද උපරිම අගයක් ද යන්න තීරණය කරන්නේ x^2 පදයේ සංගුණකයේ ලකුණයි. ඒ අනුව ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොර ව ශ්‍රිතයේ උපරිම අවම අගයයන් හා සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ද තීරණය කළ හැකි ය.

සාරාංශය

$y = ax^2$ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ

- **මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි.**
- **y අක්ෂ්‍ය වටා සමමිතික වේ.**
- **$a > 0$ නම් ශ්‍රිතයට අවම අගයක් ද $a < 0$ නම් උපරිම අගයක් ද ඇත.**
- **a හි අගය ධන ව වැඩි වන විටත් ඍණව අඩු වන විටත් පරාවලය y අක්ෂය දෙසට සංකෝචනය වේ.**
- **$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ**
- **ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (0, b) වේ.**
- **මෙය ද y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ.**
- **මේවායේ $a > 0$ විට ශ්‍රිතයේ අවම අගය b වේ $a < 0$ විට ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය b වේ.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.

   i. $y = x^2$ ii. $y = 3x^2$ iii. $y = 4x^2$

   x^2 සංගුණකය වැඩිවන විට ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාරවල සිදුවන වෙනස පහදන්න.

2. $y = -x^2, y = -3x^2, y = -4x^2$ ශ්‍රිත එකම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳින්න. ශ්‍රිතයන්ගේ වෙනස පැහැදිලි කරන්න.

3. $y = 2x^2 + 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ තුළ අඳින්න ශ්‍රිතය ඇසුරින්

   i. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න. ii. ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.

   iii. ශ්‍රිතයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

4. $y = 4x^2 - 5$ සමීකරණයෙන් කියවෙන ශ්‍රිතයේ

   i. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න. ii. වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

   iii. අවම අගය ලියා දක්වන්න.

ඉහත සමීකරණයෙන් දැක්වෙන ශ්‍රිතයට සුදුසු අගය වගුවක් පිළියෙල කොට ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින් ද ඉහත ප්‍රශ්නාවලියට පිළිතුරු ලබාගන්න. ලැබෙන පිළිතුරු අවස්ථා දෙකේ දී ම සමාන වේ දැයි බලන්න.

5.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	17	7	1	–1	1	7	17

ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කර ඇත්තේ $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ සමීකරණයකට අනුවයි. වගුව අධ්‍යයනය කිරීමෙන්

i. b හි අගය ii. a හි අගය iii. ඒ අනුව ශ්‍රිතයේ සමීකරණය ලියන්න.

6. පහත සඳහන් සමීකරණවලින් දැක්වෙන ශ්‍රිතයන්ගේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය හා අවම/උපරිම අගය ලියා දක්වන්න.

සමීකරණය	සමමිති අක්ෂය	අවම/උපරිම අගය
i. $y = 3x^2$		
ii. $y = 4x^2 - 5$		
iii. $2y = x^2 + 2$		
iv. $3y = 6x^2 - 3$		
v. $3y = -x^2 - 6$		
vi. $y = 2x^2 - 5$		

7. $y = 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ තුළ අඳින්න.
   i. මෙම ශ්‍රිතයේ ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   ii. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
   iii. මෙම ශ්‍රිතය ඒකක 3 කින් y අක්ෂය දිගේ ඉහළට විස්ථාපනය කරන්න.
   iv. එවිට ශ්‍රිතයේ සමීකරණය කුමක් විය යුතු ද?

8. $y = -3x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සුදුසු පරාසයක් තුළ අඳින්න.
   i. මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   ii. මෙම ශ්‍රිතය ඒකක තුනකින් ඉහළට විස්ථාපනය කළ හොත් ලැබෙන ශ්‍රිතයේ සමීකරණය කුමක් විය හැකි ද?

24 සමාන්තර ශ්‍රේඪී

සංඛ්‍යා සමූහයක් අනුපිළිවෙලට ලියා ඇතිවිට ඒවායේ අනුයාත පද අතර අන්තරය නියතවන්නා වූ ශ්‍රේඪී සමාන්තර ශ්‍රේඪී නමින් හැඳින්වේ.

උදහරණ

* 3, 5, 7, 9, 11, ...
* 21, 18, 15, 12, ...
* 8, 11, 14, 17, ...

▲ සංඛ්‍යා රටාවක් සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් දැයි හඳුනා ගැනීමට ඒවායේ අනුයාත පද අතර අන්තරය නියත ව පවතී ද යි පරීක්ෂා කර බැලිය යුතු ය. (එසේ පරීක්ෂා කර බැලීම සඳහා ඕනෑ ම පදයකින් ඊට පෙර පදය අඩු කළ යුතුයි.) එම නියත අගය සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පොදු අන්තරය ලෙස හැඳින්වේ.

පොදු අන්තරය (d) = පසු පදය – පෙර පදය

24.1 අභ්‍යාසය

ඉහත දක්වූ ආකාරයට පහත සංඛ්‍යා ශ්‍රේඪීවල පොදු අන්තරය සොයන්න.

(1) 2, 5, 8, 11, ...

(2) 4, $3\frac{1}{2}$, 3, ...

(3) 2, 2·3, 2·6, 2·9, ...

(4) –4, –9, –14, –19, ...

(5) 15, 12, 9, 6, ...

(6) $12\frac{1}{3}$, $11\frac{2}{3}$, 11 ......

(7) 7, $6\frac{1}{2}$, 6, $5\frac{1}{2}$, ...

(8) 10·25, 10·50, 10·75, ...

(9) –20, –17, –14, ...

(10) –40, –43, –46, ...

24.1 සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වැනි පදය සෙවීම

3, 8, 13, 18, ... ශ්‍රේඪීය සලකමු. මෙහි පළමු පදය 3 ද, පොදු අන්තරය 5 ද වේ. ශ්‍රේඪීයේ මුල් පද පිළිවෙලින් T_1, T_2, T_3, T_4 ලෙස ගත් විට

$$T_1 = 3$$
$$T_2 = 3 + 5$$
$$T_3 = 3 + (2 \times 5)$$
$$T_4 = 3 + (3 \times 5)$$
$$T_5 = 3 + (4 \times 5)$$

මේ අනුව n වැනි පදය $T_n = 3 + (n-1)5$

n වැනි පදය = පළමු පදය + (n වලින් 1 ක් අඩු අගය) × (පොදු අන්තරය)

මෙහි පළමු පදය a ලෙසත්, පොදු අන්තරය d ලෙසත් ගත් විට n වැනි පදය T_n නම්

මෙම සම්බන්ධතාව මෙසේ ද ගොඩනගා ගත හැකි ය. පළමු පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන ශ්‍රේඪියක් සැලකූ විට $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$ යනාදි ලෙස ශ්‍රේඪිට ලිවිය හැකි ය. එවිට

$$T_1 = a$$
$$T_2 = a + d$$
$$T_3 = a + 2d$$
$$T_4 = a + 3d$$
$$T_5 = a + 4d$$
$$\therefore T_{100} = a + 99d$$

n වෙනි පදය , $\mathbf{T_n = a + (n-1)d}$

$\boxed{T_n = a + (n-1)d}$ ලෙස ලැබේ.

මෙම සූත්‍රය භාවිත කර පළමු පදය හා පොදු අන්තරය දන්නා සමාන්තර ශ්‍රේඪියක ඕනෑ ම පදයක් පහසුවෙන් සොයා ගත හැකි ය.

නිදසුන (1) 2, 6, 10, 14, ... ශ්‍රේඪියේ 20 වැනි පදය සොයන්න.

$a = 2$
$d = 4$ හා $n = 20$
$T_{20} = ?$

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්
$T_{20} = 2 + (20-1)4$
$= 2 + 19 \times 4$
$= 2 + 76$
$\underline{\underline{T_{20} = 78}}$

නිදසුන (2) පළමු පදය -2 ද පොදු අන්තරය (-6) ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක 15 වැනි පදය සොයන්න.

$a = -2,\ d = -6,\ n = 15$
$T_{15} = ?$

$T_n = a + (n-1)d$
$T_{15} = -2 + (15-1)(-6)$
$= -2 + (-84)$
$\underline{\underline{T_{15} = -86}}$

නිදසුන (3)

සමාන්තර ශ්‍රේඩියක 4 වැනි පදය 10 ද 10 වැනි පදය 22 වේ. මෙම ශ්‍රේඩියේ පළමු පදයත් පොදු අන්තරයත් සොයන්න.

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$10 = a + 3d$ ______ (1)

$22 = a + 9d$ ______ (2)

(2) – (1) $12 = 6d$

$\underline{\underline{2 = d}}$

$d = 2$ (1) සමීකරණය ආදේශයෙන්

$10 = a + 3d$ ______ (1)

$10 = a + 3 \times 2$

$10 - 6 = a$

$\underline{\underline{4 = a}}$

නිදසුන (4)

සමාන්තර ශ්‍රේඩියක 4 වැනි පදය 18 වේ. පොදු අන්තරය 6 නම් ශ්‍රේඩියේ පළමුවැනි පදය හා 20 වැනි පදය සොයන්න.

$a = ?,\ T_4 = 18,\ d = 6,\ T_{20} = ?$

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$T_4 = a + (4-1)6$

$18 = a + 3 \times 6$

$18 - 18 = a$

$0 = a$

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$T_{20} = a + 19 \times 6$

$T_{20} = 0 + 114$

$\underline{\underline{T_{20} = 114}}$

නිදසුන (5)

3.7, 4, 4·3, ... ශ්‍රේඩියේ 10·9 වන්නේ කී වැනි පදය ද?

$a = 3{\cdot}7,\ d = 0{\cdot}3,\ T_n = 10{\cdot}9$

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$10{\cdot}9 = 3{\cdot}7 + 0{\cdot}3n - 0{\cdot}3$

$10{\cdot}9 = 3{\cdot}4 + 0{\cdot}3n$

$10{\cdot}9 - 3{\cdot}4 = 0{\cdot}3n$

$7{\cdot}5 = 0{\cdot}3n$

$\frac{7 \cdot 5}{0 \cdot 3} = n$

$\underline{\underline{25 = n}}$

නිදසුන (6)

25 හා 305 අතර ඇති 6 හි ගුණාකාර කීයක් තිබේ ද?

මෙම 6 ගුණාකාර ශ්‍රේඩියක් ලෙස පිහිටයි.

30, 36, 42, ..., 300

$a = 30,\ d = 6,$ අවසාන පදය 300 වේ. $n = ?$

$T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$300 = 30 + (n-1)6$

$300 = 30 + 6n - 6$

$300 = 24 + 6n$

$300 - 24 = 6n$

$276 = 6n$

$\frac{276}{6} = n$

$\underline{\underline{46 = n}}$

* 25 ත් 305 ත් අතර 6 ගුණාකාර 46 පවතී.

24-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් සමාන්තර ශ්‍රේඪිවල ඉදිරියෙන් දක්වා ඇති පදය සොයන්න.

(i) 3, 6, 9, ... (12 වැනි පදය)

(ii) 24, 20, 16, ... (10 වැනි පදය)

(iii) –4, –8, –12, ...(15 වැනි පදය)

(iv) –5, –2, 1, ... (12 වැනි පදය)

(v) 3, 4.5, 6, ... (20 වැනි පදය)

(vi) –10, –7, –4, ... (15 වැනි පදය)

(vii) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1,$ .... (12 වැනි පදය)

(viii) $x, x + 2, x + 4,$ ... (10 වැනි පදය)

(ix) $x, x - 3, x - 6,$ ... (10 වැනි පදය)

(2) 4, 7, 10, ... ශ්‍රේඪියේ 64 වන්නේ කී වන පදය ද?

(3) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පදය 3 ද අටවැනි පදය 38 ද වේ. ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරයත් 20 වැනි පදයත් සොයන්න.

(4) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පොදු අන්තරය –4 ද 19 වන පදය –67 ද නම් ශ්‍රේඪියේ පළමු පදයත් 25 වැනි පදයත් සොයන්න.

(5) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වන පදය 5n – 3 වේ. ශ්‍රේඪියේ 10 වැනි පදය සොයන්න.

24-2 සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක අනුයාත පද 3ක් ගත් විට ඉන් දෙවැනි පදය පළමු හා තෙවන පදයේ සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය ලෙස හැඳින්වේ.

a, b, c යනු සමාන්තර ශ්‍රේඪියක අනුයාත පද තුනක් නම් b යනු a හා c හි සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය වේ.

නිදසුන (7)

5, 8, 11 සමාන්තර ශ්‍රඪියක අනුයාත පද තුනකි. මෙම පද තුන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් ලෙස හැසිරෙන බැවින් 8 යනු 5 හා 11 හි සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය ලස හැඳින්වේ.

අනුයාත පද තුනක් ගත් විට සමාන්ත මධ්‍යන්‍යය සොයාගත හැකි පහසු ක්‍රමයක් ඇත.

a, b, c අනුයාත පද තුන නම් පොදු අන්තරය

$$b - a = c - b$$
$$2b = a + c$$
$$b = \frac{a+c}{2}$$

මේ අනුව 5, 8, 11 ශ්‍රේඪියේ සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය $8 = \frac{5+11}{2}$ වේ.

නිදසුන (8) 24 හා 36 අතර සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය x නම්

$$x = \frac{24 + 36}{2}$$

$$x = \frac{60}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 30}}$$

$\therefore$ 24 හා 36 අතර සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය = 30 වේ.

නිදසුන (9) 6 හා 36 අතර පද 4 ක් සොයන්න.

පද හතර p, q, r, s නම්,

සමාන්තර ශ්‍රේඪිය 6, p, q, r, s, 36 ලෙස ලිවිය හැකි ය. පද ගණන 6 කි.

ඒ අනුව $a = 6, \mathrm{T}_6 = 32, \mathrm{n} = 6$

$$\mathrm{T}_n = a + (n - 1)d$$

$$36 = 6 + 5d$$

$$30 = 5d$$

$$\frac{30}{5} = d$$

$$\underline{\underline{6 = d}}$$

$\therefore p = 12$

$q = 18$

$r = 24$

$s = 30$

පද හතර 12, 18, 24, 30 වේ.

නිදසුන (10) 28 හා 12 අතර පද 3 ක් සොයන්න.

පද මධ්‍යන්‍ය p, q, r නම්,

ශ්‍රේඪිය 28, p, q, r, 12 ලෙස ලිවිය හැකි ය. එවිට

$a = 28, \mathrm{T}_5 = 12$

$\mathrm{T}_n = a + (n - 1)d$ මගින්,

$$12 = 28 + 4d$$

$$12 - 28 = 4d$$

$$-16 = 4d$$

$$\underline{\underline{-4 = d}}$$

එනම් $p = 24$

$q = 20$

$\underline{\underline{r = 16}}$

පද තුන 24, 20, 16 වේ.

24.3 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා යුගලවල සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය බැගින් ලියන්න.

(i) 8 හා 22 (ii) –4 හා – 10 (iii) $2\frac{1}{2}$ හා $7\frac{1}{2}$

(iv) 14 හා –12 (v) $(x+6)$ හා $(x-4)$

(2) 8 හා 23 අතර පද 2ක් සොයන්න.

(3) 8 හා –64 අතර පද 5ක් සොයන්න.

(4) p හා 21 අතර සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය 15 වේ. p අගය සොයන්න.

(5) q හා 38 අතර සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය 25 නම් q සොයන්න.

(6) සංඛ්‍යා දෙකක සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය 20 වේ. සංඛ්‍යා දෙකේ අන්තරය 16 කි. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

24-3 සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පද n ගණනක ඓක්‍යය

1, 4, 7, 10, 13, ... 31, 34 යන ශ්‍රේඪියේ පද සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයමු.

මෙහි $a = 1, d = 3,\ T_n = a + (n-1)d$ මගින් පද ගණන සොයා ගනිමු.

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n-1)d \\ 34 &= 1 + (n-1)3 \\ 34 &= 1 + 3n - 3 \\ 34 + 2 &= 3n \\ 12 &= n \end{aligned}$$

මෙම ශ්‍රේඪියේ පදවල ඓක්‍යය S_n නම්

$S_{12} = 1 + 4 + 7 + 10 + ... + 31 + 34$ _____ (1)

$S_{12} = 34,\ 31,\ .... 10 + 7 + 4 + 1$ _____ (2)

ශ්‍රේඪියේ අග සිට ලියූ විට මෙලෙස ලැබේ.

$$\begin{aligned} (1) + (2)\quad 2S_{12} &= (1+34) + (4+31) + (7+28) \text{ .... } (31+4) + (34+1) \\ &= 35 + 35 + 35 + \text{ .... } 35 + 35 \\ &= 35 \times 12 \\ 2S_{12} &= 420 \\ \therefore S_{12} &= 210 \end{aligned}$$

ලැබුණු අගය විග්‍රහ කළ විට $S_{12} = \frac{12}{2} \times (1+34)$

$$S_n = \frac{\text{පද ගණන}}{2} \times (\text{පළමු පදය} + \text{අවසාන පදය})$$

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පදය a ද පොදු අන්තරය d ද වන විට ශ්‍රේඪියේ පද n ගණනක ඓක්‍යය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගනිමු.

මෙහි n වැනි පදය $T_n = a + (n-1)d$ මගින් ලැබේ. එහෙත් ශ්‍රේඪියේ අවසාන පදය l බැවින්

$l = a + (n-1)d$ ලෙස ද සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය. අවසාන පදය l බැවින් අවසාන පද තුන $l - 2d, l - d, l$ වේ. පද n ගණනක ඓක්‍යය S_n නම්,

$$S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + ... + (l - 2d) + (l - d) + l \quad \_\_\_\_\_ \ (1)$$

මෙම සමීකරණය ම අග සිට මුලට ලිවීමෙන්

$$S_n = l + (l - d) + (l - 2d) + ... + (a + 2d) + (a + d) + a \quad \_\_\_\_\_ \ (2)$$

$$(1) + (2) \ 2S_n = (a + l) + (a + l) + (a + l) + ... + (a + l) + (a + l) + (a + l)$$

මෙහි $(a + l)$ වූ පද n ගණනක් ඇත.

$\therefore \ 2S_n = n \times (a + l)$ වේ.

$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a + l)}$ සූත්‍රය මගින් ශ්‍රේඪියේ ඓක්‍යය ලැබේ.

මෙය පළමු පදය a සහ අවසාන පදය l වූ විට පද n ගණනක ඓක්‍යය ලබාගැනීමට භාවිත කළ හැකි සූත්‍රයකි.

මෙහි අවසාන පදය $l = a + (n-1)d$ බැවින් l සඳහා ආදේශ කළ විට

$$S_n = \frac{n}{2}\{a + a + (n-1)d\} \text{ වේ.}$$

එවිට $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}}$ වේ.

මේ අනුව සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පද n ගණනක ඓක්‍යය සෙවීම සඳහා සූත්‍ර 2 ක් ඇත.

$$\boxed{\begin{array}{c} S_n = \frac{n}{2}(a + l) \\ \\ S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} \end{array}}$$

මෙම සූත්‍ර දෙක භාවිතයෙන් ඓක්‍යය සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (11)

2, 6, 10, 14, ... ශ්‍රේඪියේ පද 10 ක ඓක්‍යය සොයන්න.

$a = 2, d = 4, n = 10, S_{10} = ?$

$\therefore S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ මගින්

$S_{10} = \frac{10}{2}\{2 \times 2 + (10-1)4\}$

$= 5\{4 + 9 \times 4\}$

$= 5\{4 + 36\}$

$= 5 \times 40$

$S_{10} = 200$

නිදසුන (12)

සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පදය 3 වන අතර 25 වැනි පදය 51 නම් ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 25 ක ඓක්‍යය සොයන්න.

$a = 3, l = 51, n = 25, S_{25} = ?$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ මගින්

$S_{25} = \frac{25}{2}(3 + 51)$

$= \frac{25}{2} \times 54$

$= 25 \times 27$

$S_{25} = 675$

නිදසුන (13)

4, 2, 0, –2, ... සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ ඓක්‍යය –84 වීමට පද කීයක් ගත යුතු ද?

$a = 4, d = -2, S_n = -84, n = ?$

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$-84 = \frac{n}{2}\{2 \times 4 + (n-1)(-2)\}$

$-168 = n\{8 - 2n + 2\}$

$2n^2 - 10n - 168 = 0$

$n^2 - 5n - 84 = 0$

$(n - 12)(n + 7) = 0$

$n - 12 = 0$ හෝ $n + 7 = 0$

$n = 12$ හෝ $n = -7$

පද ගණන –7 විය නොහැකිය. ඒ නිසා ඓක්‍යය –84 වීමට පද 12 ක් ගත යුතු ය.

සටහන:- සාධක යුගලයක ගුණිතය ශූන්‍ය වන විට ඒවායින් එක් සාධකයක්වත් ශූන්‍යයට සමාන වේ. ඒ අනුව $(n-12) = 0$ නම් $n = 12$ ද $(n+7) = 0$ නම් $n = -7$ වේ.

නිදසුන (14)

ශ්‍රේඪියක n වැනි පදය 4n – 3 වේ.

මෙහි (i) මුල් පද හතර ලියන්න.
(ii) පොදු අන්තරය සොයන්න.
(iii) 12 වන පදය සොයන්න.
(iv) මුල් පද 12 ක ඓක්‍යය සොයන්න.

විසඳුම -(i) $T_n = 4n - 3$ නිසා

$n = 1$ විට $4 \times 1 - 3 = 1$

$n = 2$ විට $4 \times 2 - 3 = 5$

$n = 3$ විට $4 \times 3 - 3 = 9$

$n = 4$ විට $4 \times 4 - 3 = 13$

එවිට ශ්‍රේඪිය $= 1, 5, 9, 13, ...$ වේ.

∴ (ii) පොදු අන්තරය $= 5 - 1 = 4$

(iii) $T_n = a + (n-1)d$ මගින්

$T_{12} = 1 + 11 \times 4$

$T_{12} = 1 + 44$

$= 45$

(iv) පද 12 ඓක්‍යය සොයන්න.

$S_{12} = \frac{n}{2}(a + l)$

$= \frac{12}{2}(1 + 45)$

$= 6 \times 46$

$S_{12} = 276$

24.4 අභ්‍යාසය

(1) 2, 5, 8, 11, ... ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 12 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(2) –42, –38, –34, ... ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 20 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(3) $1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}$, ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 10හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(4) 2.25, 2.75, 3.25, ... ශ්‍රේඪියේ පද 20ක ඓක්‍යය සොයන්න.

(5) පළමු පදය 4 ද දෙවැනි පදය $2\frac{1}{2}$ ද වූ සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 17 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(6) $T_n = 3n + 2$ මගින් ශ්‍රේඪියක n වන පදය දෙනු ලැබේ. එය සමාන්තර ශ්‍රේඪියක් බව පෙන්වන්න.
(i) එහි 11 වැනි පදය සොයන්න. (ii) මුල් පද 11ක ඓක්‍යය සොයන්න.

(7) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල් පද 8 ක ඓක්‍යය 228 කි. අට වැනි පදය 46 කි. ශ්‍රේඪියේ
(i) පළමු පදයත් (ii) පොදු අන්තරයත්
(iii) මුල් පද 12 හි ඓක්‍යයත් සොයන්න.

(8) 15, 12, 9 ...... ශ්‍රේඪියේ
(i) –42 වන්නේ කී වැනි පදය ද?
(ii) මෙම ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 10 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(9) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක 8 වැනි පදය 30 ද 12 වැනි පදය 46 ද වේ. මෙම ශ්‍රේඪියේ
(i) පළමු පදය (ii) පොදු අන්තරය (iii) මුල් පද 20 හි ඓක්‍යය සොයන්න.

(10) මුල් පදය 6 ද පොදු අන්තරය 4 ද වූ සමාන්තර ශ්‍රේඪියක ඓක්‍යය 510 වීමට මුල් පදයේ සිට පද කීයක් ගත යුතු ද?
(ඉඟියː- නිදසුන 13 බලන්න)

(11) තමාට වියදමට දෙන මුදලින් යම් ප්‍රමාණයක් ඉතිරි කරගෙන සති අන්තයේ කැටයකට එකතු කරන පියුමි සෑම සතියකම ඊට පෙර සතියට වඩා රු. 2 ක් වැඩිපුර කැටයට දමයි. ඇය මුදල් දැමීම ආරම්භ කළේ රු. 5 ක් කැටයට දමමිනි.

(i) පියුමි 20 වැනි සතියේ කැටයට දමන මුදල සොයන්න.

(ii) සති 20 ක් අවසානයේ දී ඇයගේ කැටයේ ඉතිරි වී ඇති මුළු මුදල කීය ද?

සාරාංශය

☛ **සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වැනි පදය $T_n = a + (n-1)d$ මගින්ද**

☛ **පළමු පදය a පොදු අන්තරය d අවසාන පදය l ද වන සමාන්තර ශ්‍රේඪියක මුල්පද n හි ඓක්‍යය S_n නම්**

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$ **මගින් ද ලැබේ.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) 150, 500 අතර ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යා අතුරෙන්

(i) 8 න් බෙදෙන සංඛ්‍යා ගණන සොයන්න.

(ii) 8 න් බෙදෙන සංඛ්‍යාවල එකතුව සොයන්න.

(2) $T_n = 5 - 2n$ මගින් සමාන්තර ශ්‍රේඪියක n වැනි පදය දෙනු ලැබේ. මෙහි

(i) පළමු පදය සොයන්න.

(ii) ශ්‍රේඪියේ පළමු පද 4 ලියන්න.

(iii) ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය සොයන්න.

(iv) ශ්‍රේඪියේ මුල් පද 10ක ඓක්‍යය සොයන්න.

(3) මෝටර් රථයක් 5ms^{-1} වේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන අතර ඉන් පසු සෑම තත්පරයක දී ම 2ms^{-1} බැගින් වේගය වැඩි කරයි. මෙම මෝටර් රථය 480m දුරක් යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(4) පද 15 කින් යුත් සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පද 10 ක ඓක්‍යය 110 කි. ඉතිරි පද 5 ඓක්‍යය 130 කි. මෙහි,

(i) පළමු පදය

(iii) පොදු අන්තරය සොයන්න.

(5) ගැල්කරුවෙකුට 228 km දුරක් යාමට තිබේ. පළමු දිනයේ දී 30 km ක් ද ඊළඟ දිනයේ දී 28km ද තෙවැනි දිනයේ දී 26km ද යනා දී වශයෙන් ගමන් කරයි. ඔහුට මෙම ගමන අවසන් කිරීමට දින කීයක් ගතවේ ද?

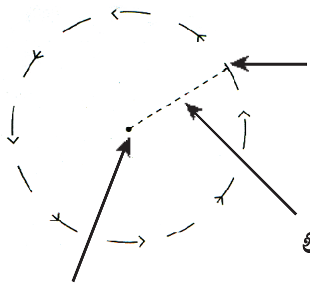
(6) සමාන්තර ශ්‍රේඪියක 20 වන පදය 88කි. 15 වැනි පදය 68 යි. ඓක්‍යය 1288 වීමට මුල සිට පද කීයක් ගත යුතු ද?

25 වෘත්තයක ජ්‍යාය

25 -1 වෘත්තය

මූලික ලක්ෂ්‍ය පථ අනුව අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් එක ම තලයක චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් බව අපි දනිමු.

අචල ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ලෙසත් නියත දුර වෘත්තයේ අරය ලෙසත් හැඳින්වේ.



චලනය වන ලක්ෂ්‍යය අචල ලක්ෂ්‍යය වටා නියත දුරකින් චලනය වීමේ දී එක් වටයක් සම්පූර්ණ කළ විට එය ගෙවා ගිය දුර වන්නේ වෘත්තයේ පරිධියයි.

ක්‍රියාකාරකම (1)

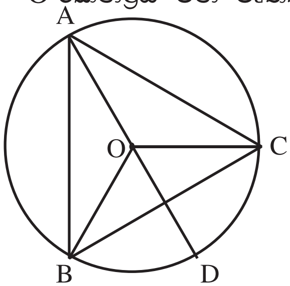
- අරය 4cm ක් වන වෘත්තයක් අඳින්න.
- එම වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කර ඒවා P, Q ලෙස නම් කරන්න.
- P හා Q යා කරන්න.
- PQ සරල රේඛාව මගින් වෘත්තය කොටස් කීයකට බෙදෙයිද?
- PQ සරල රේඛාව හඳුන්වන නම කුමක් ද?

වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කළ විට ලැබෙන සරළ රේඛාව එම වෘත්තයේ ජ්‍යායක් ලෙස හැඳින්වේ.

- වෘත්තයක ජ්‍යායක් කේන්ද්‍රය හරහා යන්නේ නම් එය හඳුන්වන විශේෂිත නම විෂ්කම්භය වේ.

ක්‍රියාකාරකම (2)

O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 4ක්, A, B, D හා C වේ.



රූපය ඇසුරෙන් පහත ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) වෘත්තයේ අරයන් 4ක් නම් කරන්න.

(ii) වෘත්තයේ ජ්‍යාය 3ක් නම් කරන්න.

(iii) වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් නම් කරන්න.

ක්‍රියාකාරකම (3)

(i) 6 cm දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.

(ii) කවකටුව භාවිතයෙන් AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කර එයට AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය x ලෙස නම් කරන්න.

(iii) එම ලම්බ සමච්ඡේදකය මත පිහිටි x හැර වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය P ලෙස නම්කරන්න.

(iv) PA යා කරන්න.

(v) PA අරය ලෙස ද, P කේන්ද්‍රය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.

(vi) ඔබ ඇඳි වෘත්තය, B ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන්නේ ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

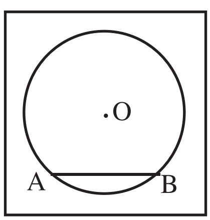
(vii) AB, ඔබ ඇඳි වෘත්තයේ ජ්‍යායක් වේ ද?

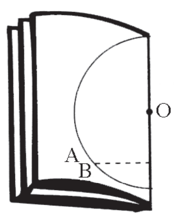
ක්‍රියාකාරකම (4)

(i) කඩදාසි 4ක් සපයාගන්න. ඒවායේ, අරය එකිනෙකට වෙනස්වන වෘත්තයක් බැගින් අඳින්න. කේන්ද්‍රය ලකුණු කරන්න.

(ii) එම වෘත්තයන්ගේ පරිධිය මත ඔබ කැමති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණුකර ඒවා යා කරන්න.

(iii) ඔබ ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍ය එක මත එක පිහිටන සේ (සමපාත වනසේ)කඩදාසිය නමන්න. ඔබට ලැබෙන කඩදසි 4 හිම නැමුම් රේඛා ඇසුරින් හඳුනාගත හැකි පොදු ලක්ෂණ සාකච්ඡා කරන්න.





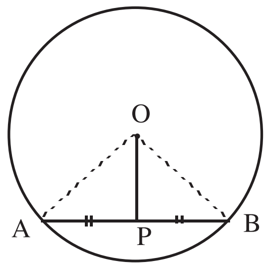
ඉහත ක්‍රියාකාරකම් ඇසුරින් ඔබ හඳුනාගත් ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධයන් වචනයෙන් ලියා දක්වන්න.

"වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ" යැයි ඔබේ මිතුරෙක් ලියා ඇත්නම් ඔබ එයට එකඟ වන්නේ දැයි හේතු ඉදිරිපත් කරන්න.

තර්කානුකූල පදනමක් මත සත්‍ය බව විධිමත් ව සාධනය කර පෙන්විය හැකි ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධතා ප්‍රමේය ලෙස හැඳින්වේ. ප්‍රමේයක් සාධනය කරන අයුරු පිළිබඳ අත්දැකීම් දැනටමත් අපට ඇත.

ප්‍රමේයය - වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බ වේ.

මෙය විධිමත් ව සාධනය කරන අයුරු පහත දැක්වේ. එය හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න.



දත්තය: O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ AB ජ්‍යායකි. P යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන අතර OP යා කර ඇත.

සා:කෘ:යු - $OP \perp AB$ බව,

නිර්මාණය - OA හා OB යා කිරීම.

සාධනය - AOP සහ BOP ත්‍රිකෝණවල

$AP = BP$ (P යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිසා)

$PO = PO$ (පොදු පාදය)

$OA = OB$ (එක ම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore AOP\,\Delta = BOP\,\Delta$ (පා. පා. පා. අවස්ථාව)

$\therefore A\hat{P}O = B\hat{P}O$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

නමුත් $A\hat{P}O + B\hat{P}O = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$\therefore A\hat{P}O = B\hat{P}O = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

$\therefore \underline{\underline{OP \perp AB}}$

ක්‍රියාකාරකම (5)

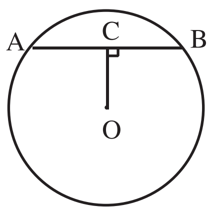
(i) අරය 5 cm වන වෘත්තයක් ඇඳ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.
(ii) එහි දිග 4 cm වන ජ්‍යායක් අඳින්න. එය AB ලෙස නම් කරන්න.
(iii) O කේන්ද්‍රයේ සිට AB රේඛාවට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න.
(iv) AB රේඛාවට ලම්බ රේඛාව හමු වන ස්ථානය X නම් AX, BX රේඛා ඛණ්ඩවල දිග මැන ලියන්න.

▲ AX හා BX ගැන කුමක් කිව හැකි ද?
AX = BX බව පෙනේ.
මෙම නිගමනයෙන් පහත සඳහන් ප්‍රමේයය තහවුරු වේ.

ප්‍රමේයය - වෘත්තයක ජ්‍යායකට කේන්ද්‍රයේ සිට අඳින ලම්බය මගින් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.

මෙය මුල් ප්‍රමේයයේ විලෝමය වශයෙන් සැලකේ. එම ප්‍රමේයයේ සත්‍යතාව තව දුරටත් පරීක්ෂා කර බලමු.

නිදසුන (1) O කේන්ද්‍රයේ වූ වෘත්තයේ AB ජ්‍යායකි. OC $\perp$ AB නම්



(i) AB රේඛාවේ දිග මැන ලියන්න.
(ii) $B\hat{C}O$ විශාලත්වය කීය ද?
(iii) BC හා AC වල දිග මැන ලියන්න.
(iv) AC හා BC දිග ගැන සම්බන්ධයක් ලියන්න.

පිළිතුරු

i. 2 cm ii 90 iii. BC = AC = 1 cm iv. දිග සමානයි.

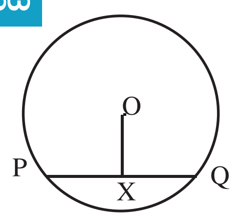
ක්‍රියාකාරකම (6)

අරය 10cm වූ වෘත්තයක් ඇඳ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න. එහි 12cm දිග AB ජ්‍යායක් ඇඳ ඊට කේන්ද්‍රයේ සිට ලම්බයක් විහිත චතුරස්‍රය භාවිතාකර අඳින්න. ජ්‍යාය මුණ ගැසෙන තැන X, AX සහ BX දිග මැන ලියන්න.

සටහන: AX හා BX දිග සමාන බව ඔබට පෙනේ. මේ අනුව වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳින ලම්බය මගින් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වන බව ඔබට තහවුරු වේ.

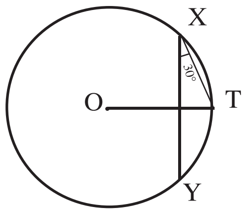
25 -1 අභ්‍යාසය

(1)



PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ජ්‍යායකි. PX = QX නම් OX හා PQ රේඛා ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

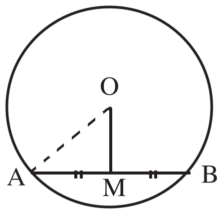
(2)



O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ XY යනු ජ්‍යායකි.

XT = YT නම් $O\hat{T}X$ හි අගය කීයද?

(3)

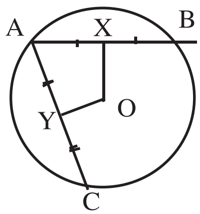


දී ඇති තොරතුරු අනුව

(i) $O\hat{M}A$ හි විශාලත්වය සොයන්න.

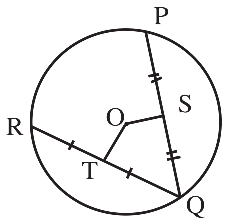
(ii) OM = 3 cm හා AB = 8 cm නම් OA අරය සොයන්න.

(4)



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව AXOY චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වන බව පෙන්වන්න.

(5)



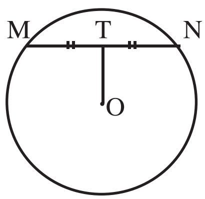
PQ හා QR යනු දිග 16cm වන සමාන ජ්‍යාය දෙකකි O S = 6cm වේ.

(i) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(ii) OT හි අගය සොයන්න.

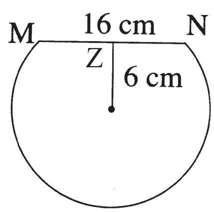
(iii) OSQT චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(6)



රූපයේ MN= 8 cm ද එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය T ද වේ. වෘත්තයේ අරය 5 cm ද නම් OT රේඛාවේ දිග සොයන්න.

(7)



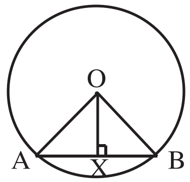
රූපයේ දක්වෙන වෘත්ත ඛණ්ඩයේ MN ජ්‍යායේ දිග 16cm වේ. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ Z ලක්ෂ්‍යයට කේන්ද්‍රයේ සිට දුර 6 cm වේ. වෘත්ත ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

සාරාංශය

- ☛ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛාව, ජ්‍යාය ලෙස හැඳින්වේ.
- ☛ වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ.
- ☛ වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට ඇඳින ලද ලම්බ රේඛාව මගින් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.
- ☛ වෘත්තයක ඇඳිය හැකි දිග ම ජ්‍යාය විෂ්කම්භය වේ.

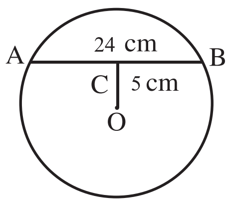
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1)



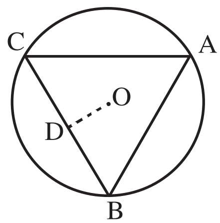
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ $AX = BX$ බව සාධනය කර පෙන්වන්න.

(2)



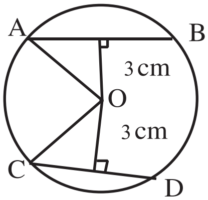
රූපය $OC \perp AB$ සහ $AB = 24$ cm $OC = 5$ cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

(3)



මෙහි දැක්වෙන්නේ වෘත්තාකාර තෘණ භූමියක පිහිටි සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර මල් පාත්තියකි. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 20m වේ. OD ලම්බය 12m කි. ABC ත්‍රිකෝණාකාර මල් පාත්තියේ පරිමිතිය සොයන්න.

(4)



මෙම වෘත්තයේ අරය 5cm වේ. දී ඇති දත්ත අනුව,

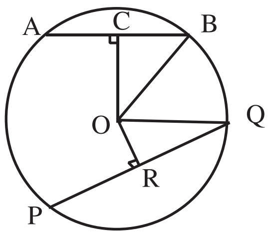
(i) AB ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

(ii) CD ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

(iii) මේ අනුව කේන්ද්‍රයට සමදුරින් පිහිටි ජ්‍යායන්ගේ සම්බන්ධය කුමක් ද?

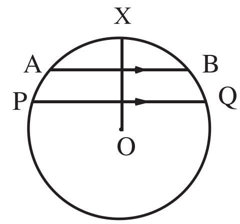
(5) වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට 6 cm ලම්බ දුරින් 16 cm දිග ජ්‍යායක් පිහිටයි. එම වෘත්තයේ ම 8 cm ලම්බ දුරින් තවත් ජ්‍යායක් පිහිටයි. එම ජ්‍යායේ දිග ගණනය කරන්න.

(6)



(i) AB = 24 cm, OC = 5 cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

(ii) OR ලම්බය 5 cm නම් PQ ජ්‍යායයේ දිග ගණනය කරන්න.



(7) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 10 cm වේ. $OX \perp PQ$ වේ.

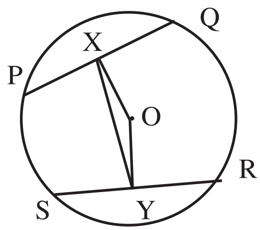
A B = 12 cm

PQ = 16 cm

AB//PQ ද වේ.

AB හා PQ අතර දුර ගණනය කරන්න.

(8)



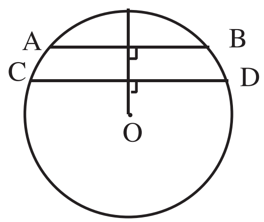
PQ හා SR සමාන ජ්‍යාය දෙකකි. එවායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ.

(i) XQ = YR බව පෙන්වන්න.

(ii) XOQ $\Delta \equiv$ YOR Δ ක් බව සාධනය කරන්න.

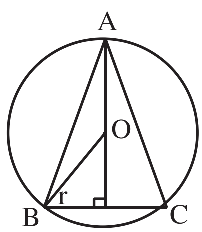
(iii) XOY Δ සමද්විපාද Δ බව සාධනය කරන්න.

(9)



AB = 12cm, CD = $10\sqrt{3}$ cm AB සහ CD අතර ලම්බදුර 3 cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

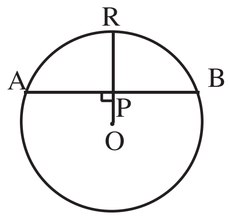
(10)



ABC ත්‍රිකෝණයේ AB=AC=13 cm, BC=10 cm වේ.

මෙම වෘත්තයේ අරය $\frac{169}{24}$ cm බව පෙන්වන්න.

(11)



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ,
AB = 6 cm වේ.
PR = 1 cm වේ.
$OR \perp AB$ වේ. වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

26 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති විශ්ලේෂණය කර ඒවායේ මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සොයන ආකාරය මීට පෙර පන්තිවල දී ඉගෙන ගත්තෙමු. මෙම පාඩමේ දී මධ්‍යන්‍යය සෙවීම කෙරෙහි තවදුරටත් අවධානය යොමු කරමු.

26 -1 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

ගණිත විෂයය සඳහා පැවැත්වූ පරීක්ෂණයකින් 10 වන ශ්‍රේණියේ සිසුන් 21 දෙනෙකු ලබාගත් ලකුණු පහත දක්වේ. මෙම ලකුණු පිරිනමා ඇත්තේ මුළු ලකුණු 100 නි.

65	81	58	36	47	70	18
92	29	45	75	84	32	78
13	26	68	90	64	52	40

මෙම පරීක්ෂණයේ දී සිසුන් ලබාගත් අවම ලකුණ 13 ද, උපරිම ලකුණ 92 ද වේ. අනෙක් සියලු ලකුණු 13ත් 92ත් අතර විසිරී පවතී. මෙවන් දත්ත සමූහයක් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් වේ.

26 -1-1 විවික්ත දත්ත

ගණන් කිරීමෙන් ලබා ගන්නා දත්ත **විවික්ත දත්ත** වේ. මේවා සෑම විටම පූර්ණ සංඛ්‍යා අගයන් වන අතර අනුයාත පූර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් අතර අතර,මැදි අගයයන් නැත. විවික්ත දත්තවලට උදාහරණ ලෙස

- ✻ පවුලක සිටින දරුවන් සංඛ්‍යාව
- ✻ තැඹිලි ඉත්තක ඇති ගෙඩි සංඛ්‍යාව
- ✻ පැයක කාලයක් තුළ මාර්ගයක ගමන් කරන වාහන සංඛ්‍යාව දක්විය හැකි ය. මේ සෑම උදාහරණයක ම දත්ත සඳහා ලැබෙන සංඛ්‍යාවලට දශම හෝ භාග සංඛ්‍යා නොලැබේ.

26 -1-2 සන්තතික දත්ත

කාලය, දිග, බර වැනි මිනුම්වලින් ලැබෙන දත්තවලට අනුයාත පූර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් අතර අතරමැදි සංඛ්‍යා පවතී. එබැවින් මෙසේ අතරමැදි අගයයන් පවතින දත්ත **සන්තතික දත්ත** නමින් හැඳින්වේ. සන්තතික දත්තවලට උදාහරණ ලෙස

- ✻ පන්තියක ළමයින්ගේ උස
- ✻ පන්තියක සිසුන්ගේ ස්කන්ධය
- ✻ ඉටිපන්දම් පැකට්ටුවක ඇති ඉටි පන්දම් දැල්වීමට ගත වන කාලය

වැනි, උදහරණ දැක්විය හැකි ය. මේවායේ අනුයාත සංඛ්‍යා දෙකත් අතර අතරමැදි අගයයන් පවතී.

සටහන

විවික්ත දත්ත හා සන්තතික දත්ත පිළිබඳ ව ඔබේ මිතුරන් සමග සාකච්ඡා කරන්න.

26 -2 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම.

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සඳහා නිරූප්‍ය අගයක් ලෙස තෝරා ගැනීමේ ක්‍රම කීපයක් අපි දනිමු. මෙහි දී මධ්‍යන්‍යය ලබාගත් ආකාරය නැවත මතක් කර ගනිමු.

26 -2-1 අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම

නිදසුන (1) 6, 7, 8, 9, 11, 13, 16 යන සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

$$\text{සංඛ්‍යා සමූහයේ මධ්‍යන්‍ය} = \frac{6+7+8+9+11+13+16}{7}$$

$$= \frac{70}{7}$$

$$= \underline{\underline{10}}$$

නිදසුන (2) විශාල සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

තොග වෙළෙන්දෙකු එක් රැස් කළ කෙසෙල් කැන් තොගයක ස්කන්ධය ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට මෙසේ ය.

ස්කන්ධය kg	6	7	8	9	10	11	12
කෙසෙල් කැන් ගණන	9	11	15	20	18	15	12

මෙම ව්‍යාප්තියේ එක් කෙසෙල් කැනක මධ්‍යන්‍ය ස්කන්ධය ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට සොයන්න.

කෙසෙල් කැනක ස්කන්ධය kg	සංඛ්‍යාතය f	fx
6	9	54
7	11	77
8	15	120
9	20	180
10	18	180
11	15	165
12	12	144
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 920$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{920}{100}$$

කෙසෙල් කැනක මධ්‍යන්‍ය ස්කන්ධය $= \underline{\underline{9{\cdot}20\text{kg}}}$

කෙසෙල් කැනක මධ්‍යන්‍ය බර ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට $= \underline{\underline{9\text{kg}}}$

26.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත (i) හා (ii) මගින් දක්වෙන තොරතුරු සන්තතික ද? විවික්ත ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(i) A, B, C, D පාසල් හතරෙහි ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා පහත වගුවේ දක්වේ.

පාසල	සිසුන් සංඛ්‍යාව
A	450
B	1325
C	270
D	694

(ii) ගොවි මහතෙකු තම ගොවිපළෙන් අවස්ථා තුනක දී නෙළා ගන්නා ලද එළවළු වර්ගයක බර පහත දක්වේ.

අවස්ථාව	බර kg
1	94.2
2	86
3	52.5

(2) 7, 3, 6, 8, 4, 6, 2, 5, 1 සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ

(i) මාතය (ii) මධ්‍යස්ථය (iii) මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

(3) 10, 17, 15, 13, 15, 19 සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ

(i) මාතය (ii) මධ්‍යස්ථය (iii) මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

(4) සිසුන් 10 දෙනෙකු පරීක්ෂණයක දී ලබාගත් ලකුණු පහත දැක්වේ. 75, 48, 54, 36, x, 82, 90, 64, 53, 58 ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 60 නම් x හි අගය කීයද?

(5) පුද්ගලයන් 7 දෙනෙකුගේ වයස්වල මධ්‍යන්‍යය අවුරුදු 61 කි. ඔවුන් 7 දෙනාගේ වයස්වල එකතුව කීය ද?

(6) පුස්තකාලයක ඇති පොත් රාක්කයක තට්ටු 5ක් ඇත. ඉන් තට්ටු තුනක පොත් 750ක් තැන්පත් කර ඇත. මෙම රාක්කයේ එක් තට්ටුවක ඇති මධ්‍යන්‍ය පොත් සංඛ්‍යාව 180ක් නම්

(i) රාක්කයේ තිබූ මුළු පොත් සංඛ්‍යාව කීය ද?
(ii) ඉතිරි තට්ටු දෙකේ ඇති පොත් සංඛ්‍යාව කීය ද?

(7) සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

අය ගණන (x)	සංඛ්‍යාතය (f)
15	13
16	7
17	11
18	9
19	10

මෙම ව්‍යාප්තියේ
(i) මාතය
(ii) මධ්‍යස්ථය
(iii) මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

(8) 75, 48, 54, 36, x, 84, 90, 64, 53 ලකුණුවල මධ්‍යන්‍ය 64 නම් x හි අගය සොයන්න.

26 -3 උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීම

නිදසුන (3) 47, 53, 64, 70, 81, 93 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(i) මධ්‍යස්ථය $= \dfrac{64+70}{2} = \dfrac{134}{2} = 67$

(ii) පළමු අවස්ථාව මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{47+53+64+70+81+93}{6} = \dfrac{408}{6} = 68$

දෙවන අවස්ථාව

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයක් ඇසුරෙන් සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයා ගත හැකි ය. ඒ සඳහා ව්‍යාප්තියේ එක් අගයක් උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය ලෙස තෝරාගත යුතුයි. එම අගය 64 ලෙස තෝරා ගතහොත් එම අගයෙන් අනෙකුත් අගයන් කොපමණ දුරස් වී ඇත් ද යන්න ගණනය කිරීම අපගමනය වශයෙන් සැලකේ.

47	=	64	+	-17
53	=	64	+	-11
64	=	64	+	0
70	=	64	+	6
81	=	64	+	17
93	=	64	+	29

සටහන: සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය ලෙස අනුමාන වශයෙන් තෝරා ගන්නා අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයයි. ඒ සඳහා ව්‍යාප්තියේ මැද අගයක් තෝරා ගැනීම ඉදිරි ගණනය කිරීම්වලට පහසුවේ.

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයෙන් සිදු වූ අපගමනයන්

මේ අනුව ව්‍යාප්තියේ ඕනෑ ම සංඛ්‍යාවක් උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයේ හා අපගමනයේ එකතුවක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

> අපගමන අගයන් සඳහා ධන හෝ ඍණ අගයයන් යෙදීම පිළිබඳ ව ඔබේ මිතුරන් සමග සාකච්ඡා කරන්න.

මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරීමට නම් අය ගණන්වල එකතුව ලබා ගත යුතු ය. එය ලබාගත හැකි ආකාර දෙකක් පහත දැක්වේ. ඒවා හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න.

පළමු අවස්ථාව

$47 + 53 + 64 + 70 + 81 + 93 = 408$

දෙවන අවස්ථාව (උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය හා අපගමනය ඇසුරෙන්)

$= (64 \times 6) + \{(-17) + (-11) + 0 + (+6) + (17) + (29)\}$

$= 384 + 24$

$= 408$

මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා අය ගණන්වල එකතුව, අය ගණන් සංඛ්‍යාවෙන් බෙදිය යුතුය.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{(64 \times 6) + \{(-17) + (-11) + 0 + (+6) + (+17) + (29)\}}{6}$$

$$= 64 + \frac{24}{6}$$

$$= 68$$

සැබෑ මධ්‍යන්‍යය = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය + අපගමනයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය

සැබෑ මධ්‍යන්‍යය = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය + $\dfrac{\text{අපගමනවල එකතුව}}{\text{සංඛ්‍යාතයන්ගේ එකතුව}}$

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය A ද, අපගමනය d ද සංඛ්‍යාතය f ද, නම් අපගමනවල එකතුව $\sum d$ ලෙසත් සංඛ්‍යාතවල එකතුව $\sum f$ ලෙසත් අංකනය කරනු ලැබේ.

සැබෑ මධ්‍යන්‍යය $= \text{A} + \dfrac{\sum d}{\sum f}$

$\sum$ වලින් අදහස් කරන්නේ එකතුව යන්නයි.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \text{A} + \frac{\sum d}{\sum f}$$

ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය 64 ද අපගමනවල එකතුව $\sum d = 24$ ද සංඛ්‍යාතවල එකතුව $\sum f = 6$ ද වේ.

$\therefore$ මධ්‍යන්‍යය $= 64 + \dfrac{24}{6}$

$= 64 + 4$

$= \underline{\underline{68}}$

නිදසුන (4)

සිසුන් පිරිසක් කිසියම් පරීක්ෂණයක දී ලබා ගන්නා ලද ලකුණු ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දක්වේ. උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් සිසුන්ගේ ලකුණුවල සැබෑ මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

ලකුණු (x)	සංඛ්‍යාතය (සිසුන් ගණන) (f)
4	10
5	12
6	6
7	3
8	9

✻ උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය 6 ලෙස ගනිමු.

ලකුණු (x)	අපගමනය (d)	සංඛ්‍යාතය f	fd
4	–2	10	–20
5	–1	12	–12
$\boxed{6}$	0	6	0
7	1	3	3
8	2	9	18
		$\sum f = 40$	$\sum fd = -11$

මධ්‍යන්‍යය $= \text{A} + \dfrac{\sum fd}{\sum f}$

$= 6 + \dfrac{(-11)}{40}$

$= 6 + (-0 \cdot 275)$

$= \underline{\underline{5 \cdot 725}}$

26.3.1 සමූහිත දත්ත

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක අය ගණන් විශාල සංඛ්‍යාවක් මෙන් ම විශාල පරාසයක පැතිරී ඇති අවස්ථාවල දී එක් එක් අය ගණන වෙනුවෙන් සැකසුණු සංඛ්‍යාත වගුවක් සැකසීම අසීරු ය. එවැනි අවස්ථාවල දී දත්ත කාණ්ඩවලට (පන්ති ප්‍රාන්තරවල) වෙන් කිරීමෙන් සංඛ්‍යාත වගුවක් ලෙස සැකසීම පහසු ය.

නිදසුන (5) වෙළෙන්දෙක් තමා විකුණූ දෙහි තොගයක කිලෝග්‍රෑමයට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන පිළිබඳ තොරතුරු සටහන් කර ගත්තේ ය. එම තොරතුරු පහත දක්වේ.

17	20	18	15	16	27	30
15	13	19	18	20	22	18
19	16	17	18	14	19	23
24	26	20	21	16	17	13
10	20	29	31	14	15	18
09	13	21	27	19	18	19
15	17	18	17	16	15	20
25	21	22	19	21	13	17
16	19	18	20	25	30	24
27	26	19	16	13	15	32
19	18	22	27	21	18	17

(i) මෙහි දත්ත සමූහයේ අඩු ම අගය කීය ද?

(ii) මෙම දත්ත සමූහයේ වැඩි ම අගය කීය ද?

පිළිතුරු: i. අඩු ම අගය 9 කි. ii. වැඩි ම අගය 32 කි.

පන්ති පරාසය: ව්‍යාප්තියක පරාසය යනු එහි වැඩි ම අගයත් අඩු ම අගයත් අතර වෙනසයි.

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන්කර ලිවීමේ දී පළමු ව පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන තීරණය කළ යුතුයි. ඉන්පසු පරාසය පන්ති ගණනින් බෙදීමෙන් ලැබෙන අගයේ ආසන්න පූර්ණ අගය පන්තියේ තරම වශයෙන් ගෙන පන්තිවලට සංඛ්‍යා වෙන් කරනු ලැබේ.

පරාසය $= 32 - 9 = 23$

පන්ති තරම $= \dfrac{23}{7} = 3\cdot25$ (මෙහි පන්ති ගණන 7 යැයි සලකා ඇත.)

ආසන්න පූර්ණ අගය 4 ලෙස ගත් විට පන්තියක තරම 4 වේ. ඒ අනුව ඉහත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තිය පහත සඳහන් ආකාරයට වගු ගත කළ හැකි ය.

පන්ති ප්‍රාන්තර	ප්‍රගණන ලකුණු	සංඛ්‍යාතය
8-11	//	2
12-15	//// //// ///	13
16-19	//// //// //// //// //// //// //	32
20-23	//// //// ////	15
24-27	//// ////	10
28-31	////	4
32-35	/	1

මෙම වගුව අනුව දෙහි ගෙඩි 8-11 කාණ්ඩයේ 2 kg ක් ද, 12-15 කාණ්ඩයේ 13 kg ක් ද ආදි වශයෙන් වෙළෙන්දා දෙහි විකුණා ඇත.

පන්ති සීමාඃ 2030 පන්ති ප්‍රාන්තරය සැලකූ විට 20 එහි පහළ සීමාව ලෙස ද 23 ඉහළ සීමාව ලෙස ද දක්වයි. එහෙත් සන්තතික දත්තවල දී එම පන්ති ප්‍රාන්තරයන් හි පහල සීමාව 19.5 ලෙස ද ඉහල සීමාව 23.5 ලෙස ද සැලකේ.

26 -4 සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය පන්තිවල මධ්‍ය අගය ඇසුරෙන් ගණනය කිරීම.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
8-12	5
13-17	13
18-22	22
23-27	16
28-32	10
33-37	7
38-42	7

සටහන: මෙහි දී අය ගණන් විශාල සංඛ්‍යාවක් සහ විශාල පරාසයක විසිරී ඇති බැවින් ඒවා පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන් කර ඇත. ගණනය කිරීම්වල දී එක් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගය එම ප්‍රාන්තරයේ "නිරූප්‍ය" අගය ලෙස සලකා කටයුතු කෙරේ.

උදාහරණඃ 8-12 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය $= \dfrac{8 + 12}{2} = 10$

13 - 17 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය $= \dfrac{13 + 17}{2} = 15$

නිදසුන (6)

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මධ්‍ය අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	fx
8-12	10	5	50
13-17	15	13	195
18-22	20	22	440
23-27	25	16	400
28-32	30	10	300
33-37	35	7	245
38-42	40	7	280
		$\sum f = 80$	$\sum fx = 1910$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \frac{1910}{80}$$

$$= \underline{\underline{23.875}}$$

26 -4-1 සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කිරීම

සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය මධ්‍ය අගය උපයෝගී කරගෙන ගණනය කළ හැකි අයුරු ඉහත නිදසුනෙන් පැහැදිලි වේ. දැන් කිසියම් මධ්‍ය අගයක් උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස සලකා මධ්‍යන්‍යය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන (7)

23-27 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන ඉහත සලකන ලද සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය නැවත ගණනය කරමු.

පන්ති ප්‍රාන්තර	මධ්‍ය අගය	අපගමනය (d)	සංඛ්‍යාතය (f)	fd
8-12	10	-15	5	-75
13-17	15	-10	13	-130
18-22	20	-5	22	-110
23-27	$\boxed{25}$	0	16	0
28-32	30	5	10	50
33-37	35	10	7	70
38-42	40	15	7	105
			$\sum f = 80$	$\sum fd = -90$

* $\sum fd = fd$ තීරුවේ එකතුව
* $\sum f = f$ තීරුවේ එකතුව

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \text{උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය} + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

මධ්‍යන්‍යය $= 25 + \left(\dfrac{-90}{80}\right)$

$= 25 + (-1{\cdot}125)$

$= \underline{\underline{23{\cdot}875}}$

> උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය මගින් මධ්‍යන්‍යය සඳහා ලැබෙන අගය ද $\dfrac{\sum fx}{\sum f}$ මගින් ලද අගයට සමාන වේ. උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය යොදා ගැනීමෙන් සුළු කිරීම පහසු වේ.

නිදසුන (8) එක්තරා වෙළෙඳ සැලක මාසයක් තුළ විකිණූ සහල් ප්‍රමාණය දෛනික ව සටහන් කළ විට පහත දැක්වෙන දත්ත සටහන ලැබුණි.

50	64	36	59	66	72
28	45	32	37	49	56
59	75	20	39	41	70
46	55	29	16	52	34
19	73	51	28	28	64

(i) මෙම තොරතුරු වෘන්ත පත්‍ර සටහනක දක්වන්න.

(ii) 15 –23, 24 –32, 33 –41 .... ආදි වශයෙන් ව්‍යාප්තිය පන්ති ප්‍රාන්තර සහිත වගුවකට මෙම දත්ත ඇතුළත් කරන්න.

(iii) මාතය ඇතුළත් පන්තිය සටහන් කරන්න.

(iv) උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් දිනක දී අලෙවි වූ මධ්‍යන්‍ය සහල් කිලෝග්‍රෑම් ගණන ගණනය කරන්න.

පිළිතුරු:

(i)

වෘන්තය	පත්‍රය
1	6, 9,
2	0, 8, 8, 8, 9
3	2, 4, 6, 7, 9
4	1, 5, 6, 9
5	0, 1, 2, 5, 6, 9, 9
6	4, 4, 6
7	0, 2, 3, 5

(ii)

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
15 - 23	3
24 - 32	5
33 - 41	5
42 - 50	4
51 - 59	6
60 - 68	3
69 - 77	4

(iii) මාත පන්තිය = 51 - 59

(iv) උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස 51-59 පන්තියේ මධ්‍ය අගය සලකමු.

(35-40 පන්තිය යනු $35 \leq x < 40$ ලෙස සලකන්න.)

(i) මෙම තොරතුරු ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) එක් සිසුවෙකු ප්‍රශ්න පත්‍රයට ගතකළ කාලයේ මධ්‍යන්‍ය අගය සොයන්න.

(iii) මෙහි සිසුන්ගෙන් 50% කට අඩු සංඛ්‍යාවක් ගත කළ කාල පරාසය කුමක් ද?

(5) රෝහලකට පැමිණි වයස අවුරුදු 25-65 අතර රෝගීන්ගෙන්, 550 දෙනෙකු පිළිබඳ කරන ලද අධ්‍යනයකදී ඔවුන්ගෙන් අනාවරණය වූ හෘද රෝගීන් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

වයස අවුරුදු	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
රෝගීන් ගණන	12	60	85	120	105	85	70	13

(i) වැඩිම රෝගීන් ගණනක් වාර්තා වී ඇත්තේ කුමන වයස් ප්‍රාන්තරය තුළද?

(ii) 40-44 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන රෝගියකුගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ගණනය කරන්න.

(iii) අධ්‍යයනයට භාජනය වූ රෝගීන්ගෙන් 250 දෙනෙකු කාන්තාවන් වූ අතර ඔවුන්ගේ මධ්‍යන්‍ය වයස අවුරුදු 50 වූයේ නම් පිරිමින්ගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ගණනය කරන්න.

(6) මුද්‍රණයට සූදානම් කරන ලද පොතක පළමු අත්පිටපත මුද්‍රණය කිරීමේ දී පිටුවක සිදුවී තිබූ මුද්‍රණ දෝෂ පිළිබඳ තොරතුරු ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පිටුවක තිබූ දෝෂ ගණන	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-34
පිටු ගණන (f)	25	54	40	65	38	28	25

(i) දෝෂ තිබූ මුළු පිටු ගණන කීය ද?

(ii) 16-20 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන පිටුවක අඩංගු මධ්‍යන්‍ය දෝෂ ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

(iii) ලැබුණු මධ්‍යන්‍යය අනුව පොතේ තිබූ මුළු දෝෂ ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

(2) සිසුන් පිරිසකගේ වයස ප්‍රාන්තරවලට වෙන් කළ විට පහත ව්‍යාප්තිය ලැබේ. මාත පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සිසුවකුගේ මධ්‍යන්‍යය වයස ගණනය කරන්න.

වයස (අවුරුදු)	සංඛ්‍යාතය
6-8	36
9-11	43
12-14	54
15-17	19
18-20	18

(3) සංචාරක නිකේතනයකට මාසයක් තුළ පැමිණි සංචාරකයන් පිළිබඳ තොරතුරු පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ දැක්වේ.

සංචාරකයින් ගණන	65-70	71-76	77-82	83-88	89-94	95-100
දින ගණන	5	8	6	5	4	2

(i) 77-82 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන එම මාසයේදී දිනකට පැමිණි මධ්‍යන්‍ය සංචාරකයන් ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

(ii) ඉදිරි මාස තුන ඇතුළත දී එම සංචාරක නිකේතනයට පැමිණේවි යැයි බලාපොරොත්තු විය හැකි සංචාරකයන් ගණන කීය ද?

(4) ග්‍රාමීය පාසලක සමාන්තර පන්ති දෙකක සිටින සිසුන් 70 දෙනෙකුගේ දිනක නොපැමිණීම පිළිබඳ දින 20 ක් තුළ කළ පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල පහත දක්වේ.

නොපැමිණි සිසුන් ගණන	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40
දින ගණන	2	3	4	5	3	2	1

මාත පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන දිනකට නොපැමිණි මධ්‍යන්‍ය සිසුන් ගණන සොයන්න.

(5) බැංකුවකට ලිපිකරුවන් බඳවා ගැනීමේ තරග විභාගයක දී ලකුණු 100 බැගින් පිරිනැමෙන ප්‍රශ්න පත්‍ර දෙකකින් ලබාගත් ලකුණු පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

ලකුණු	0-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
අපේක්ෂක සංඛ්‍යාව	60	140	135	85	65	50	40	25

(i) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය ලියන්න.

(ii) අපේක්ෂකයන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍ය ලකුණ සොයන්න. (සුදුසු උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය අගයක් යොදා ගන්න.)

(iii) අපේක්ෂකයින්ගෙන් 30% පරීක්ෂණයෙන් තෝරා ගන්නේ නම් ඒ සඳහා ලබාගත යුතු අවම ලකුණ කීය ද?

(4) පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සුදුසු පරිදි පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන් කර සුදුසු උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යයක් ඇසුරින් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

2	7	3	5	6	8	4	3
1	6	9	3	2	10	1	7
14	12	10	9	4	3	10	13
4	6	8	4	9	9	5	12
14	10	13	14	1	3	2	6
9	8	3	2	10	1	9	7

සාරාංශය

- **අනුයාත සංඛ්‍යා අතර, අතරමැදි අගයන් පවතින දත්ත සන්තතික දත්ත වේ.**
- **අනුයාත සංඛ්‍යා අතර, අතරමැදි අගයන් නැති දත්ත විවික්ත දත්ත නමින් හැඳින්වේ. (ගණන් කිරීමෙන් ලබා ගන්නා දත්ත)**
- **සංඛ්‍යාතය f, අපගමනය d නම්**

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \text{උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය} + \frac{\sum fd}{\sum f} \text{ වේ.}$$

- **උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය මගින් මධ්‍යන්‍යය සෙවීමේ දී සුළු කිරීමේ පහසුවක් සිදු වේ.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) පන්තියක සිසුන් 40 දෙනෙකු ඇගයීම් පරීක්ෂණයක දී ලබාගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

ලබාගත් ලකුණු	4	5	6	7	8	9	10
සිසුන් ගණන	4	5	6	7	6	8	4

(i) මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ ලකුණුවල මාතය සොයන්න.

(ii) මධ්‍යස්ථ ලකුණ කුමක් ද?

(iii) එක් සිසුවකුගේ මධ්‍යන්‍ය ලකුණ ගණනය කරන්න.

(2) එළවළු වෙළෙන්දකු දිනක විකුණූ වම්බටු 50kg ක් සඳහා එක් එක් 1kg කට අල්ලන ලද වම්බටු ගෙඩි ගණන සම්බන්ධ වගුවක් පහත දැක්වේ.

1kg අල්ලන ලද බටු ගෙඩි ගණන	8	9	10	11	12	13	14	15
විකුණූ kg ගණන	3	5	6	10	8	8	6	4

(i) 1kg කට අල්ලන ලද වම්බටු ගෙඩි ගණනෙහි මාත අගය කීය ද?

(ii) ගෙඩි 10කට වැඩියෙන් අල්ලන ලද වම්බටු කිලෝග්‍රෑම් ගණන කීය ද?

(iii) 1kg කට අල්ලන වම්බටු ගෙඩි ගණනේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(iv) ඔහු විකුණන ලද මුළු වම්බටු ගෙඩි ගණන සොයන්න.

(3) 10 ශ්‍රේණියේ පන්තියක සිසුන් 42 ක් සඳහා එක්තරා දිනක දවසේ වියදම සඳහා නිවසින් දෙන ලද මුදල් ප්‍රමාණ පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දක්වේ.

දෙන ලද මුදල (රුපියල්)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
සිසුන් ගණන (සංඛ්‍යාතය)	7	7	10	6	5	4	3

▲ (10-15 පන්තිය යනු 10 සහ ඊට වැඩි 15 ට අඩු ආදි ලෙස සලකන්න.)

(i) එක් සිසුවෙකුට දිනකට දෙන මුදල් ප්‍රමාණයේ මධ්‍යන්‍යය අගය ගණනය කරන්න.

(ii) ඒ අනුව පන්තියේ සිසුන් සියලු දෙනාට නිවෙස්වලින් දෙන ලද මුළු මුදල ගණනය කරන්න.

(4) 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සඳහා දෙන ලද ගණිත කෙටි ප්‍රශ්න පත්‍රයකට සිසුන් 75 දෙනෙකු පිළිතුරු දීමට ගත කළ කාලය පිළිබඳ තොරතුරු ව්‍යාප්තියක් පහත දක්වේ.

කාලය මිනිත්තුවලින්	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
සිසුන් ගණන (f)	2	10	12	25	20	6

(35-40 පන්තිය යනු $35 \leq x < 40$ ලෙස සලකන්න.)

(i) මෙම තොරතුරු ව්‍යාප්තියේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) එක් සිසුවෙකු ප්‍රශ්න පත්‍රයට ගත කළ කාලයේ මධ්‍යන්‍ය අගය සොයන්න.

(iii) මෙහි සිසුන්ගෙන් 50% කට අඩු සංඛ්‍යාවක් ගත කළ කාල පරාසය කුමක් ද?

(5) රෝහලකට පැමිණි වයස අවුරුදු 25-65 අතර රෝගීන්ගෙන්, 550 දෙනෙකු පිළිබඳ කරන ලද අධ්‍යනයක දී ඔවුන්ගෙන් අනාවරණය වූ හෘද රෝගීන් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

වයස අවුරුදු	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
රෝගීන් ගණන	12	60	85	120	105	85	70	13

(i) වැඩිම රෝගීන් ගණනක් වාර්තා වී ඇත්තේ කුමන වයස් ප්‍රාන්තරය තුළ ද?

(ii) 40-44 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන රෝගියකුගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ගණනය කරන්න.

(iii) අධ්‍යයනයට භාජනය වූ රෝගීන්ගෙන් 250 දෙනෙකු කාන්තාවන් වූ අතර ඔවුන්ගේ මධ්‍යන්‍ය වයස අවුරුදු 50 වූයේ නම් පිරිමින්ගේ මධ්‍යන්‍ය වයස ගණනය කරන්න.

(6) මුද්‍රණයට සූදානම් කරන ලද පොතක පළමු අත්පිටපත මුද්‍රණය කිරීමේ දී පිටුවක සිදු වී තිබූ මුද්‍රණ දෝෂ පිළිබඳ තොරතුරු ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පිටුවක තිබූ දෝෂ ගණන	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-34
පිටු ගණන (f)	25	54	40	65	38	28	25

(i) දෝෂ තිබූ මුළු පිටු ගණන කීය ද?

(ii) 16-20 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන පිටුවක අඩංගු මධ්‍යන්‍ය දෝෂ ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

(iii) ලැබුණු මධ්‍යන්‍යය අනුව පොතේ තිබූ මුළු දෝෂ ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

27 වේගය

27-1 දුර හා කාලය

A හා B යනු 120 km දුරින් පිහිටි නගර දෙකකි. මෝටර් රථයකට ඒකාකාර වේගයෙන් A නගරයේ සිට B නගරය තෙක් යාමට පැය තුනක කාලයක් ද B නගරයේ සිට A නගරයට ආපසු ඒමට පැය 4 ක කාලයක් ද ගත විය.

◆◆ එක ම දුරක් ගමන් කිරීමට කාල සීමාවන් දෙකක් ලැබුණේ ඇයි දැයි සිතන්න.

ගමන යෑමේ දී පැය තුනකට 120km ක දුරක් ගමන් කළ නිසා,

කාල ඒකකයකට එනම් පැය 1කට ගමන් කළ දුර $= 40\text{km}$

ඒ අනුව ගමන යෑමේ දී වාහනයේ වේගය = පැයට කිලෝමීටර් 40

$= 40\ \text{Kmh}^{-1}$

මේ ආකාරයට ම ආපසු පැමිණීමේ දී රථයේ වේගය සොයමු.

පැය 4කදී ගමන් කළ දුර $= 120\ \text{km}$

පැය 1 කදී ගමන් කළ දුර $= \dfrac{120}{4}$

$= 30\ \text{km}$

එවිට වේගය $= \underline{\underline{30\ \text{kmh}^{-1}}}$

මේ අනුව වේගය = $\dfrac{\text{දුර}}{\text{කාලය}}$ ලෙස සම්බන්ධයක් ලබා ගත හැකි ය.

වාහනයක් ගමන් කිරීමේ දී එහි වේගය නොවෙනස්වම ගමන් කරන අවස්ථා ඉතා විරල ය. එහෙත් ගණනය කිරීමේ පහසුව සඳහා එක ම කාල සීමාවක් තුළ එක ම දුරක් ගමන් කරන්නේ යැයි සලකනු ලැබේ. එවිට රථයට ඒකාකාර වේගයක් ඇත.

යම් පුද්ගලයෙක් වාහනයක ගමන් කරමින් අඩු කාලසීමාවකදී යම් ගමනාන්තයකට ළඟාවේ නම් ඉන් ඔහුට සිදු වන වාසි/අවාසි සාකච්ඡා කරන්න.

නිදසුන (1)

දුම්රියක් එකිනෙකට 72 km දුරින් පිහිටි දුම්රිය පොළවල් දෙකක් අතර ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනයේ යෙදීමට පැය දෙකක් ගත කරයි.

(i) දුම්රියේ වේගය පැයට කිලෝමීටර කීයද ද?

(ii) තත්පරයට මීටර කීය ද?

(i) පැය 2ක දී ගමන් කරන දුර $= 72$ km

පැය 1ක දී ගමන් කරන දුර $= \frac{72}{2} = 36$km

$\therefore$ වේගය $= \underline{\underline{36\text{kmh}^{-1}}}$

(ii) පැය 1ක දී ගමන් කරන දුර $= 36$km

තත්පර 3600 ක දී ගමන් කරන දුර $= 36 \times 1000$ m

1km = 1000m
පැය 1 = තත්පර 3600

තත්පර 1ක දී ගමන් කරන දුර $= \frac{36 \times 1000}{3600}$ m

$= 10$ m

වේගය $= \underline{\underline{10\ \text{ms}^{-1}}}$

නිදසුන (2) බයිසිකල්කරුවෙක් 18 kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැයක කාලයක් ද, 24 kmh^{-1} වේගයෙන් පැය $\frac{1}{2}$ ක කාලයක් ද ධාවනයේ යෙදී ගමනක් නිමා කරයි. ඔහුගේ ගමනේ මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

මුල් පැයක කාලය තුළ වේගය $= 18\ \text{kmh}^{-1}$

ඒ අනුව පැය 1 කට ගමන් කළ දුර $= 18$ km

ඊළඟ පැය 1/2 තුළ වේගය $= 24\ \text{kmh}^{-1}$

ඒ අනුව පැය 1/2 තුළ ගමන් කළ දුර $= 12$ km

ගමනේ මුළු දුර $= 18 + 12 = 30$ km

ගමනට ගත වූ මුළු කාලය = පැ. $1\frac{1}{2}$

ගමනේ මධ්‍යක වේගය $= \frac{30}{1\frac{1}{2}}$

$= 30 \div \frac{3}{2}$

$= 30 \times \frac{2}{3}$

$\underline{\underline{= 20\ \text{kmh}^{-1}}}$

27. 1 අභ්‍යාසය

(1) 20 kmh^{-1} ඒකකාර වේගයෙන් ගමන් කරන බයිසිකල් කරුවෙක්

(i) පැය $2\frac{1}{2}$ ක දී ගමන් කරන දුර කිලෝමීටර කීය ද?

(ii) මිනිත්තු 18 ක දී ගමන්කරන දුර කිලෝමීටර කීය ද?

(2) 48kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන යතුරු පැදියකට 120 km ක දුරක් යාමට කොපමණ කාලයක් ගත වේද?

(3) දුම්රියක් P නම් නගරයෙන් පෙ. ව. 8 පිටත් වී ඊට 180 km දුරින් පිහිටි Q නගරයට පෙ. ව. 10.30 ළඟා වේ. දුම්රිය ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කළේ නම් දුම්රියේ වේගය පැයට කිලෝමීටර කීය ද?

(4) කුරුල්ලෙක් 15ms^{-1} ක ඒකාකාර වේගයෙන් පියාසර කරයි. එම වේගය පැයට කිලෝමීටර්වලින් දක්වන්න.

(5) නගර දෙකක සිටින බයිසිකල්කරුවෝ දෙදෙනෙක් එක ම වේලාවට පිටත් වී 20 kmh^{-1} සහ 15 kmh^{-1} වේගයෙන් එකිනෙකා හමු වීමට බලාපොරොත්තුවෙන් ගමන් කරති. පැය 2 කට පසු ඔවුන් එකිනෙකා හමු වුණේ නම් නගර දෙක අතර දුර සොයන්න.

(6) 45kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ධාවනය වන දුම්රියකට සංඥා කුලුනක් පසු කර යාමට තත්පර 6ක් ගත වේ. දුම්රියේ දිග ගණනය කරන්න.

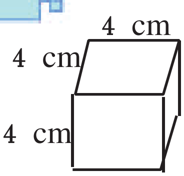
(7) ක්‍රීඩකයකුට 200m ධාවන තරගයක් නිම කිරීමට තත්පර 24ක කාලයක් ගත විය. ඔහුගේ වේගය පැයට කිලෝමීටරවලින් සොයන්න.

(8) 72kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන දුම්රියකට 80 m දිග වේදිකාවක් සම්පූර්ණයෙන් පසු කිරීමට තත්පර 10 ක් ගත වේ. දුම්රියේ දිග සොයන්න.

27-2 පරිමාව හා කාලය

ඝන වස්තුවක පරිමාව පිළිබඳ කලින් උගත් දෑ සිහිපත් කරගනිමු.

නිදසුන (3)

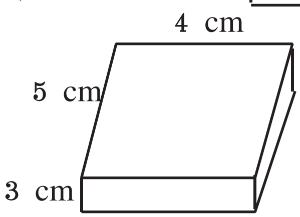


(i) පැත්තක දිග 4 cm වූ ඝනකයක පරිමාව

$= 4 \times 4 \times 4 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{64 \text{ cm}^3}}$

(ii)

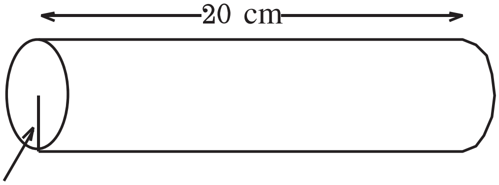


දිග 4 cm, පළල 5 cm, උස 3 cm වූ ඝනකාභයක පරිමාව

$= 4 \times 3 \times 5 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{60 \text{ cm}^3}}$

(iii) හරස්කඩ අරය 7 cm වූ සිලින්ඩරයක උස 20 cm නම් එහි පරිමාව



= හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{3080 \text{ cm}^3}}$

පරිමාව පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමේ දී පරිමා ඒකක හැසිරවීම පිළිබඳ දැනුම ඉතා වැදගත් වේ.

$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$

$= 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$

$= 1000000 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{cm}^3$

$\boxed{\therefore 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3}$

$\boxed{1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}l}$ බැවින්

$1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ m}l$

$= \frac{10^6}{1000} l$ $\boxed{(1 \; l = 1000 \text{ m}l)}$

$\boxed{\therefore 1 \text{ m}^3 = 1000 \; l}$

නිදසුන (4) ලීටර 6.5 (i) cm^3වලින් දක්වන්න.

(ii) m^3වලින් දක්වන්න.

(i) $6.5l = 6.5 \times 1000 \text{ m}l \; (1l = 1000 \text{ m}l)$

$= 6500\text{m}l$

$\underline{\underline{6.5l = 6500 \text{ cm}^3}} \; (1\text{m}l = 1\text{cm}^3)$

(ii) $1000 \; l = 1\text{m}^3$ නිසා

$1 \; l = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$

$6.5 \; l = \frac{1}{1000} \times 6.5 \text{ m}^3$

$= \underline{\underline{0.0065 \text{ m}^3}}$

නිදසුන (5) දිග, පළල, උස පිළිවෙළින් $2\frac{1}{2}$ m , 2m හා $\frac{1}{2}$ m වූ සෘජුකෝණාස්‍ර පතුලක් සහිත ටැංකියක් ජලයෙන් පුරවා ඇත.

(i) ටැංකියේ ඇති ජලය පරිමාව cm^3 කීය ද?

(ii) ටැංකියේ ඇති ජලය පරිමාව ලීටර කීය ද?

(iii) ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලන නළයකින් මෙම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට මිනිත්තු 25ක් ගත වූයේ නම් නළයෙන් ජලය ගලාඑන ශීඝ්‍රතාව මිනිත්තුවකට ලීටර කීය ද?

(i) ටැංකියේ අල්ලන මුළු ජල ප්‍රමාණය $= 2\frac{1}{2}\,\text{m} \times 2\,\text{m} \times \frac{1}{2}\,\text{m}$

$= 250\ \text{cm} \times 200\ \text{cm} \times 50\ \text{cm}$

$= \underline{\underline{2\ 500\ 000}}\ \text{cm}^3$

(ii) ජල පරිමාව $= 2\ 500\ 000\ \text{cm}^3$

$= 2\ 500\ 000\ \text{m}l$ ($1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{m}l$ නිසා)

$= \frac{2\ 500\ 000}{1000}$ ($1l = 1000\ \text{m}l$ නිසා)

$= \underline{\underline{2\ 500\ l}}$

(iii) මිනිත්තු 25 ක දී ගලා යන ජල ප්‍රමාණය $= 2\ 500\ l$

මිනිත්තු 1 ක දී ගලා යන ජල ප්‍රමාණය $= \frac{2\ 500}{25}\ l$

$= 100\ l$

නලයෙන් ජලය ගලායන ශීඝ්‍රතාව = <u>මිනිත්තුවට ලීටර් 100</u>

නිදසුන (6)

පතුලේ වර්ගඵලය 300 cm^2 ක් වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක 20 cm උසට ජලය පුරවා ඇත. භාජනයේ පතුලේ ඇති සිදුරකින් මිනිත්තුවට ලිටර් 1.2 ක ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය වැස්සේ. භාජනය සම්පූර්ණයෙන් හිස් වීමට ගත වන කාලය කොපමණ ද?

සිලින්ඩරාකාර භාජනයේ ඇති ජල පරිමාව $= 300\ \text{cm}^2 \times 20\text{cm}$

$= 6\ 000\ \text{cm}^3$

$= \frac{6\ 000}{1\ 000}\ l$

$= 6\ l$

ජලය වැස්සෙන වේගය මිනිත්තුවට ලීටර් 1.2 නිසා

ජලය 1.2 l වැස්සීමට ගත වන කාලය = මිනිත්තු 1

ජලය $6l$ වැස්සීමට ගත වන කාලය $= \frac{1}{1.2} \times 6$

= <u>මිනිත්තු 5</u>

27.2 අභ්‍යාසය

(1) ඇතුළත පැත්තක දිග 2m බැගින් වූ ඝනකාකාර ටැංකියක

(i) අල්ලන ජල පරිමාව m^3 කීය ද?

(ii) එම පරිමාව ලීටර කීය ද?

(iii) මිනිත්තුවට ලීටර 400ක ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලන නළයකින් මෙම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට ගත වන කාලය කොපමණ ද?

(2) හරස්කඩ වර්ගඵලය 25 m^2 ක් වූ සිලින්ඩරාකාර විශාල ටැංකියක්, ජලයෙන් පිරවීමේ දී පෙ. ව. 8.00 වන විට එහි 30 cm උසට ජලය පිරී තිබුණි. පෙ.ව. 8.20 වන විට 80cm උසට ජලය පිරී තිබුණි. ටැංකිය පිරවූ නළයෙන් ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලන්නේ නම්,

(i) මිනිත්තු 20 ක් තුළ ටැංකියේ පිරවූ ජලකදේ උස මීටර කීය ද?

(ii) මිනිත්තු 20ක් තුළ ටැංකියේ පිරුණු ජල පරිමාව ලීටර කීය ද?

(iii) නළයෙන් ජලය ගලා ආ සීඝ්‍රතාව මිනිත්තුවට ලීටර කීය ද?

(3) කර්මාන්ත ශාලාවකින් බැහැර කරන ද්‍රවිතෙල් ගලායාම සඳහා 8cm පළල 4cm ගැඹුරු සෘජුකෝණාස්‍ර කානුවක් තනා ඇත. කානුව පිරී එය දිගේ තත්ත්පරයට මීටර 1ක ඒකාකාර වේගයෙන් තෙල් ගලා යන්නේ නම් මිනිත්තු 15 ක දී ගලායන තෙල් ප්‍රමාණය ලිටර් කීය ද?

(4) බීම බටයකින් කිරි බීමේ තරගයට සහභාගි වූ A, B, C නම් ළමයින් තිදෙනකුට බීම සඳහා කිරි $\frac{1}{4}\,l$ බැගින් සපයා තිබුණි. ළමයින් තිදෙනා විසින් පිළිවෙලින් තත්ත්පරයට මිලිලීටර් 12,15 සහ 10 බැගින් වූ ශීඝ්‍රතාවලින් කිරි උරාබොන ලදී. එක් එක් ළමයාට කිරිබීමට ගතවූ කාලය වෙන වෙන ම සොයන්න. (කිරි උරාබීම ඒකාකාර ශීඝ්‍රතාවෙන් සිදු වේ.)

(5) 48 000 m^3 ජල පරිමාවක් ඇති වැවක පිහිටි සොරොව්වකින් තත්ත්පරයට ඝනමීටර් 2 ක ($2m^3s^{-1}$) ශීඝ්‍රතාවකින් ජලය පිට වේ. වැවේ තිබූ ජල පරිමාවෙන් $\frac{1}{4}$ ක් පිට වීමට ගත වන කාලය මිනිත්තු කීය ද?

(6) කිරි ප්‍රවාහනය කරනු ලබන බවුසරයකට කිරි පිරවීම සඳහා තත්ත්පරයට ලීටර 50 ක ශීඝ්‍රතාවක් ඇති නළයක් යොදගනී. ඉන් බවුසරය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට මිනිත්තු 10 ක කාලයක් ගත වූයේ නම් බවුසරයේ ධාරිතාව ලීටර කීය ද?

සාරාංශය

- කාල ඒකකයක දී වස්තුවක් ගමන් කරන දුර වේගය ලෙස හඳුන්වයි.
- දුර හා කාලය මනින ඒකක පදනම් කර ගනිමින් වේගය මනින ඒකක සකස් කරනු ලැබේ.
- $\text{මධ්‍යක වේගය} = \dfrac{\text{ගමන් කළ මුළු දුර}}{\text{ගමනට ගත වූ කාලය}}$
- නළයකින් ඒකක කාලයකදී පිටවන ජල ප්‍රමාණය එම නළයෙන් ජලය පිට වන ශීඝ්‍රතාව ලෙස හැඳින්වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

(1) 90kmh^{-1} වේගය තත්පරයට මීටර වලින් දක්වන්න.

(2) පාසැල් ශිෂ්‍යයෙක් පාසැලේ සිට $30\ \text{kmh}^{-1}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන බස්රථයකින් මිනිත්තු 10 ක් ගමන් කිරීමෙන් ද ඉන් පසු $4\ \text{kmh}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් මිනිත්තු 15 ක් පාගමනින් ද ගොස් සිය නිවෙස කරා යයි. පාසලේ සිට ඔහුගේ නිවසට දුර කොපමණ ද?

(3) ජලාශයක ජලස්නානය කරන ස්ථානයකට 150 m ක් දුරින් තොටියෙක් සිටී. ජලස්නානය කරන ස්ථානයේ සිටි ළමයෙකු හදිසි අනතුරකට භාජනය වීම නිසා මිනිත්තු 2 ක් ගතවන විට තොටියා තම ඔරුවෙන් එම ස්ථානයට ළඟා විය. ඔරුව ගමන් කළ ඒකාකාර වේගය පැයට කි. මී.වලින් දක්වන්න.

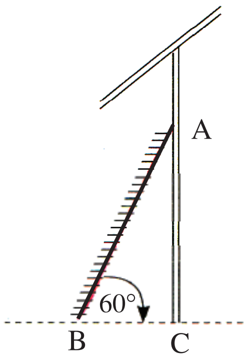
(4) නිවසක ජල ටැංකියකට ජලය සපයන නළයකින් තත්ත්පරයකට ලීටර $\dfrac{1}{3}$ ක ශීඝ්‍රතාවකින් ජලය සැපයේ. ටැංකිය පිරීමට මිනිත්තු 50 ක් ගත වේ නම් ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

(5) දිග 15 m පළල 10 m හා ගැඹුර 2 m ක් වූ ඍජුකෝණාස්‍ර පතුලක් සහිත ජල-තටාකයක් ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලා එන එක ම තරමේ නළ 4 කින් පිරවීමට මිනිත්තු 15 ක් ගත වේ. එක් නළයකින් ජලය ගලා යාමේ ශීඝ්‍රතාව මිනිත්තුවකට ඝන මීටරවලින් සොයන්න.

(6) 400 ml සිසිල් බීම බෝතල්වලට බීම පුරවන යන්ත්‍රයකින් මිනිත්තුවකට බෝතල් 12 කට බීම පිරවිය හැකි ය.
   (i) යන්ත්‍රයෙන් සිසිල්බීම පිට වනුයේ මිනිත්තුවකට ලීටර කීයක ශීඝ්‍රතාවකින් ද?
   (ii) යන්ත්‍රය තුළ 1680l ක ප්‍රමාණයක් බීම තිබේ නම් ඉන් පිරවිය හැකි සිසිල්බීම බෝතල් ගණන කීය ද? එම බෝතල් ගණන නිෂ්පාදනයට ගතවන කාලය සොයන්න.

28 ත්‍රිකෝණමිතිය

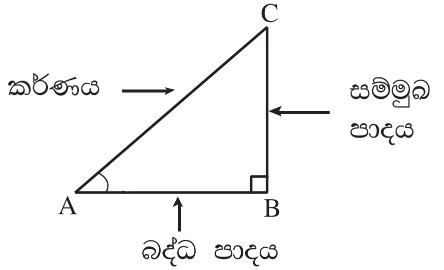
28-1 ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත



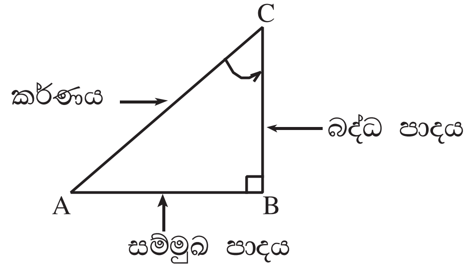
ගොඩනැගිල්ලක බිත්තියට හේත්තු කර ඇති, AB ඉණිමගක් රූප සටහනේ දැක්වේ. එය පොළව සමග 60° ක ආනතියක් පවතී නම් පරිමාණ රූපයක් ඇසුරින් ඉණිමගේ දිග ලබාගත හැකි නමුත් එය පහසුවෙන් ගණනය කිරීමට ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් අතර අනුපාත භාවිත කළ හැකිය.

ත්‍රිකෝණමිතියේ දී සලකා බලනු ලබන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ සලකා බලනු ලබන එක් එක් සුළු කෝණයක් ඇසුරින් එහි පාද හඳුන්වනු ලැබේ.

$\hat{A}$ අනුබද්ධයෙන්



$\hat{C}$ අනුබද්ධයෙන්

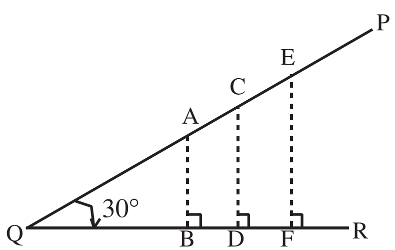


ක්‍රියාකාරකම (1)

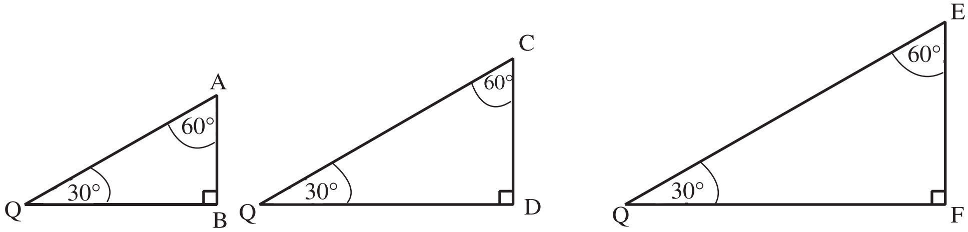
(i) කඩදාසියක 30° ක කෝණයක් ඇඳ එය $P\hat{Q}R$ ලෙස නම් කරන්න.

(ii) එහි PQ බාහුව මත A, C, E ලෙස අභිමත ලක්ෂ්‍ය තුනක් ලකුණු කරන්න.

(iii) A, C, E ලක්ෂ්‍යවල සිට QR පාදයට පිළිවෙළින් AB, CD, EF ලම්බරේඛා අඳින්න.



(iv) රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල පාදවල දිග ප්‍රමාණ මැන පහත වගුව පුරවන්න.



සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය	30° කෝණයට අදාළ සම්මුඛ පාදයේ දිග	30°කෝණයට අදාළ බද්ධ පාදයේ දිග	කර්ණයේ දිග
1. AQB Δ	....	....	....
2. CQD Δ	....	....	....
3. EQF Δ	....	....	....

ඉහත එක් එක් අවස්ථාවේ, පාදවල මිනුම් භාවිතකර පහත අනුපාතවල අගයන් දළ වශයෙන් ලබාගන්න.

(1) AQB සෘජුකෝණී Δ යේ 30° කෝණයට අදාළ ව $\Big\} \rightarrow \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \dfrac{AB}{AQ} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(2) CQD සෘජුකෝණී Δ යේ 30° කෝණයට අදාළ ව $\Big\} \rightarrow \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \dfrac{CD}{CQ} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(3) EQF සෘජුකෝණී Δ යේ 30° කෝණයට අදාළ ව $\Big\} \rightarrow \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \dfrac{EF}{EQ} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

ඔබට සහ ඔබේ මිතුරන්ට ඉහත අනුපාත සඳහා 0.5ට ආසන්න අගයක් ලැබී ඇත්ද යි බලන්න.

ක්‍රියාකාරකම (2)

ඉහත ක්‍රියාකාරකම 1 රූප සටහනේ එක් එක් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ 60° කෝණයට අදාළ $\dfrac{\textbf{සම්මුඛ පාදය}}{\textbf{කර්ණය}}$ යන අනුපාතයට ලැබෙන අගය ගණනය කරන්න.

▲ සෑම අවස්ථාවකම එය ආසන්න දෙවැනි දශමස්ථානයට 0·86ට ආසන්න අගයක් ලැබෙන බව පෙනේ.

සයින් අනුපාතය

▲ මේ අනුව ඕනම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක තෝරාගත් සුළුකොණයට අදාළව $\dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$ යන අනුපාතය නියතයක් බව පෙනේ.

▲ මෙම නියතය, අදාළ සුළු කෝණයේ **සයිනය** ලෙස හැඳින්වෙයි.

▲ ඉහත ක්‍රියාකාරකම (1) දී ලැබුණු අගයයන් අනුව

30° කෝණයේ සයිනය $= 0{\cdot}5$

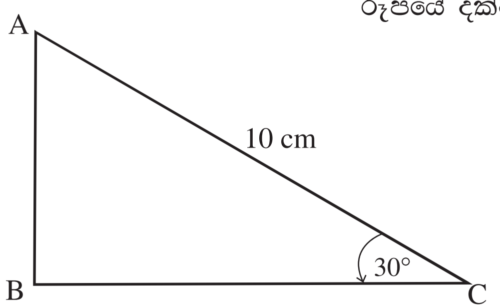
එය කෙටියෙන් $\sin 30° = 0{\cdot}5$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

✻ එසේම 60° කෝණයේ සයිනය $= 0{\cdot}86$

$\sin 60° = 0{\cdot}86$

නිදසුන (1)

රූපයේ දක්වා ඇති දත්ත අනුව AB දිග ගණනය කරන්න.



$$\sin 30° = \frac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$$

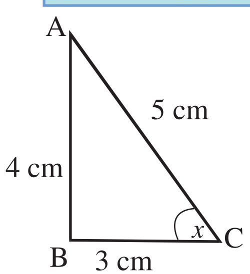
$$\sin 30° = \frac{AB}{AC}$$

$$0{\cdot}5 = \frac{AB}{10} \quad (\sin 30° = 0{\cdot}5 \text{ නිසා})$$

$$\therefore AB = 0{\cdot}5 \times 10$$

$$= \underline{\underline{5\text{cm}}}$$

නිදසුන (2)



රූපයේ දත්ත අනුව $\sin x$ අගය සොයන්න.

$$\sin x = \frac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin x = \underline{\underline{0{\cdot}8}}$$

ටැංජන අනුපාතය -

ක්‍රියාකාරකම (3)

ඉහත ක්‍රියාකාරකම 1 හි ලැබුණු වගුව අනුව එම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණවල 30° කෝණයට අදාළ $\dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{බද්ධ පාදය}}$ අනුපාතය සඳහා ලැබිය හැකි අගයයන් කීපයක් ගණනය කර බලන්න.

ඔබට ලැබුණු අගය 0·58 ට ආසන්න විය යුතු ය. එසේම 60° කෝණයට අදාළ ව ද

$\dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{බද්ධ පාදය}}$ අනුපාතය සඳහා ලැබිය හැකි අගයයන් කීපයක් ගණනය කරන්න.

ඔබට ලැබුණු අගය 1·7 ට ආසන්න අගයක් විය යුතු ය.

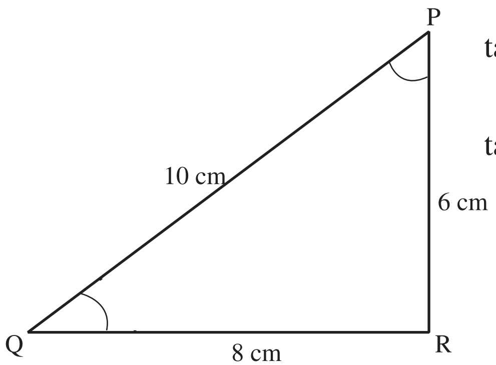
❈ මේ අනුව ඕනෑම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක, තෝරාගත් සුළු කෝණයට අදාළ $\dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{බද්ධ පාදය}}$ යන අනුපාතය නියතයක් වේ.

❈ මේ නියතය අදාළ සුළු කෝණයේ "ටැංජනය" ලෙස හැඳින් වේ.

❈ ඒ අනුව 30° කෝණයේ ටැංජනය = 0·58 නම්
එය කෙටියෙන් $\tan 30^\circ = 0{\cdot}58$ ලෙස දැක්වේ.

නිදසුන (3)

රූපයේ දත්ත අනුව $\tan\hat{Q}$, $\tan\hat{P}$ අගයන් සොයන්න.



$$\tan\hat{Q} = \frac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{බද්ධ පාදය}} = \frac{PR}{QR} = \frac{6}{8}$$

$$\tan\hat{P} = \frac{QR}{PR} = \frac{8}{6}$$

කෝසයින අනුපාතය

ක්‍රියාකාරකම (4)

ඉහත ක්‍රියාකාරකම 1 හිදී ලද වගුව අනුව එක් එක් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ 30° හා 60° කෝණවලට අදාළ $\dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$ යන අනුපාතයට ලැබෙන අගයයන් ගණනය කරන්න.

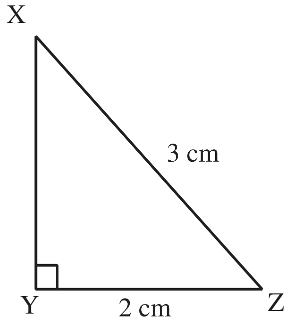
30° සඳහා එම අනුපාතය 0·86 ට ආසන්න අගයක් බවත් 60° සඳහා එම අනුපාතය 0·5ට ආසන්න අගයක් බවත්, ඔබේ ගණනය කිරීම්වලින් තහවුරු කරගන්න.

මේ අනුව සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක තෝරාගත් සුළු කෝණයකට අදාළ

$\dfrac{\textbf{බද්ධ පාදය}}{\textbf{කර්ණය}}$ යන අනුපාතය ද නියත අගයක් ගනී. මෙම නියතය එම සුළු කෝණයේ කෝසයිනය ලෙස හැඳින්වේ.

❈ ඉහත ලැබුණු අගයයන් අනුව 30° **කෝසයිනය** හෙවත් $\cos 30° = 0{\cdot}86$ සහ 30° හි කෝසයිනය එනම් $\cos 60° = 0{\cdot}5$ කි.

නිදසුන (4)



XYZ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ $\hat{Y} = 90°$, $\sin \hat{X} = \frac{2}{3}$ නම්

(i) XY දිග ගණනය කරන්න.

(ii) $\cos \hat{X}$ අගය ගණනය කරන්න.

(iii) $\cos \hat{Z}$ අගය ගණනය කරන්න.

(i) පයිතගරස් සම්බන්ධ අනුව

$XY^2 = 3^2 - 2^2$

$XY^2 = 9 - 4$

$XY^2 = 5$

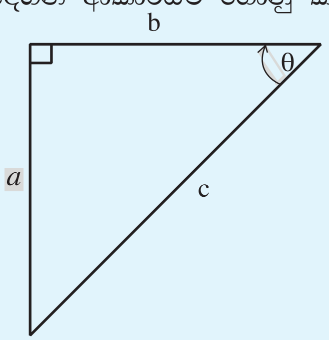
$\underline{\underline{XY = \sqrt{5}}}$

(ii) $\cos \hat{X} = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{5}}{3}}}$

$\cos \hat{Z} = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \underline{\underline{\dfrac{2}{3}}}$

(මූල ස්වරූපයෙන් දැක්වීම ප්‍රමාණවත් වේ)

මෙතෙක් ඉගෙනගත් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත තුන රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු පහත සඳහන් ආකාරයට ගොනු කර ගනිමු.



$\sin \theta = \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \dfrac{a}{c}$

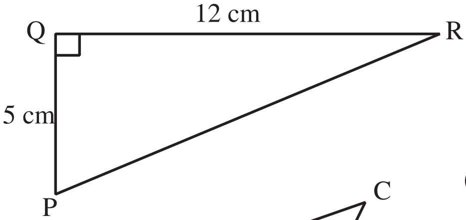
$\cos \theta = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \dfrac{b}{c}$

$\tan \theta = \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{බද්ධ පාදය}} = \dfrac{a}{b}$

මෙම ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිත කරන අවස්ථා සලකා බලමු.

28.1 අභ්‍යාසය

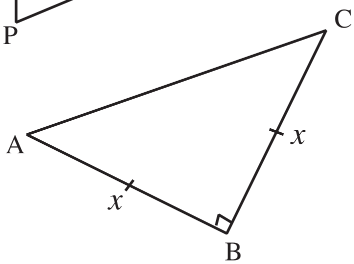
(1) රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව



(i) PR දිග ගණනය කරන්න.

(ii) $\hat{P}$ සඳහා සයින අනුපාතයත්, කෝසයින අනුපාතයක්, ටැංජන අනුපාතයත් ලියන්න.

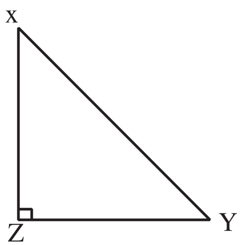
(iii) $\hat{R}$ සලකා ද එම ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත තුන සඳහා අගයන් ලබාගන්න.



රූපයේ (i) $AB = x$, $BC = x$ වූ විට AC දිග x ඇසුරින් ලබාගන්න. ඒ ඇසුරින් $\sin \hat{A}$, $\cos \hat{A}$, $\tan \hat{A}$, සඳහා අගයයන් ලබාගන්න.
(පිළිතුරු මූල ස්වරූපයෙන් දෙන්න.)

(ii) $AB = 21\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$ වූ විට $AC = 29\text{cm}$ වූ විට $\hat{A}$ සඳහාත්, $\hat{C}$ සඳහාත් sin, cos, tan අනුපාත ලියන්න.

(3)



රූපයේ $\tan \hat{Y} = 1/2$ නම් $\sin \hat{Y}$ හා $\cos \hat{Y}$ සඳහා අගයන් සොයන්න.

(පිළිතුරු මූල ස්වරූපයෙන් දෙන්න.)

(4) පහත සඳහන් තොරතුරු දළ රූපසටහන්වල දක්වා පිළිතුරු ලබාගන්න.

(i) $\cos \hat{A} = \frac{3}{4}$ නම් $\sin \hat{A}$ හා $\tan \hat{A}$ සඳහා අගය සොයන්න.

(ii) $\sin \hat{P} = \frac{5}{7}$ නම් $\cos \hat{P}$ හා $\tan \hat{P}$ සඳහා අගය සොයන්න.

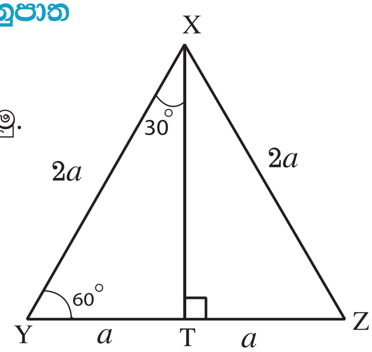
(iii) $\tan \hat{B} = \frac{3}{2}$ නම් $\sin \hat{B}$ හා $\cos \hat{B}$ සඳහා අගය සොයන්න.

(iv) $\tan \hat{x} = 7$ නම් $\cos \hat{x}$ හා $\sin \hat{x}$ සඳහා අගය සොයන්න.

28.2 30°, 60° හා 45° කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත

ක්‍රියාකාරකම (5)

පාදයක දිග $2a$ බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සලකමු.



XYZ ත්‍රිකෝණයේ X සිට YZ පාදයට XT ලම්බකය ඇඳ ඇත. එවිට $YT = TZ = a$ වේ. හිස්තැන් පුරවන්න.

XYT සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදූ විට,

$XY^2 = YT^2 + XT^2$

$(2a)^2 = \dots\dots + XT^2$

$4a^2 = \dots\dots + XT^2$

$\dots\dots\dots = XT^2$

$\sqrt{3}a = XT$

$\sin 60° = \dfrac{XT}{\dots\dots} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60° = \dfrac{YT}{\dots\dots} = \dfrac{a}{\dots\dots} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\tan 60° = \dfrac{XT}{\dots\dots} = \dfrac{\sqrt{3}a}{\dots\dots} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}$

XYT සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ මිනුම් අනුව

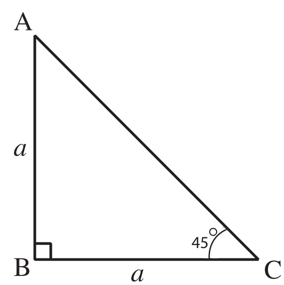
$\sin 30° = \dfrac{\dots\dots}{XY} = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2}$

$\cos 30° = \dfrac{XT}{\dots\dots} = \dfrac{\sqrt{3}a}{\dots\dots} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\tan 30° = \dfrac{YT}{\dots\dots} = \dfrac{a}{\dots\dots} = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}$

ක්‍රියාකාරකම (6)

ABC සමද්විපාද සෘජුකෝණී Δ යේ $\hat{B} = 90°$, $AB = BC = a$ නම් හිස්තැන් පුරවන්න.



පයිතගරස් ප්‍රමේය අනුව

$AC^2 = a^2 + a^2$

$= 2a^2$

$AC = \sqrt{2}\,a$

$\sin 45° = \dfrac{AB}{\cdots\cdots} = \dfrac{a}{\cdots\cdots} = \cdots\cdots\cdots$

$\cos 45° = \dfrac{BC}{\cdots\cdots} = \dfrac{a}{\cdots\cdots} = \cdots\cdots\cdots$

$\tan 45° = \dfrac{AB}{\cdots\cdots} = \dfrac{a}{\cdots\cdots} = 1$

▲ ඉහත ක්‍රියාකාරකම් 5 හා 6න් ලැබුණු ප්‍රතිඵල පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

කෝණය / අනුපාතය	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

මෙම වගුවේ ඇතුළත් තොරතුරු පහත සඳහන් ආකාරවලට ගණනය කිරීම් සඳහා යොදාගත හැකි ය.

නිදසුන (5)

(i) $\sin 30° \cos 60°$
(ii) $2\cos 30° \sin 60°$
අගය සොයන්න.

(i)
$\sin 30°.\ \cos 60°$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{4}$

(ii)
$2\cos 30° \sin 60°$

$= 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= \cancel{2} \times \dfrac{3}{\cancel{4}_{2}}$

$= \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2}$

සටහන $\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$ බැවින්
$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ලෙස ද
$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය.
එසේ ම $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ වේ.

නිදසුන (6)

sin 30° cos 60° + cos 30° sin 60° = 1 බව පෙන්වන්න.

වම් පැත්ත $\sin 30^\circ . \cos 60^\circ + \cos 30^\circ . \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

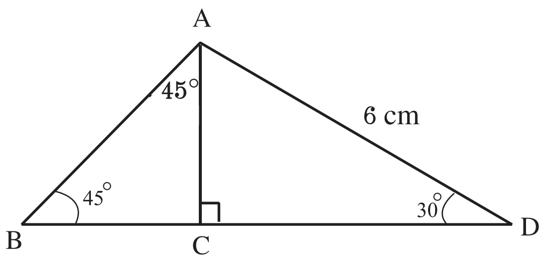
$= 1$

දකුණු පැත්ත $= 1$

$\therefore$ **sin 30° cos 60° + cos 30° sin 60° = 1**

නිදසුන (7)

රූපයේ දත්ත අනුව AC, BC, CD දිග ගණනය කරන්න.



ACD සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ

$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AD}$

$\frac{1}{2} = \frac{AC}{6}$

$AC = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$

$C\hat{B}A = 45^\circ$ හා $C\hat{A}B = 45^\circ$

$\therefore CA = CB = 3$ cm

ACD සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ

$\cos 30^\circ = \frac{CD}{AD}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{6}$

$CD = \frac{\cancel{6}^{3}\sqrt{3}}{\cancel{2}_{1}} = 3\sqrt{3}$ cm

28.2 අභ්‍යාසය

(1) අගය සොයන්න. (පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)

i. $\sin 30^\circ . \cos 30^\circ$

ii. $\cos 45^\circ . \sin 60^\circ$

iii. $\tan 30^\circ . \cos 60^\circ$

iv. $\sin 45^\circ . \cos 45^\circ + \sin 30^\circ$

v. $\tan 30^\circ . \tan 60^\circ . \cos 60^\circ$

vi. $\sin 30^\circ . \cos 60^\circ + \sin 60^\circ . \cos 30^\circ$

(2) $2\cos.\ 30^\circ . \sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(3) $1 + \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 2$ බව පෙන්වන්න.

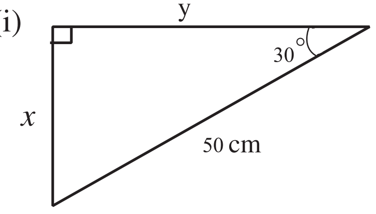
(4) $\cos 45^\circ . \cos 60^\circ - \sin 45^\circ . \sin 60^\circ = \dfrac{\left(1 - \sqrt{3}\right)}{2\sqrt{2}}$ බව සාධනය කරන්න.

(5) $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \tan 30^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

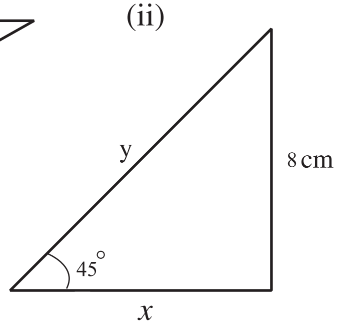
(6) $2 \sin 30^\circ . \cos 60^\circ = \sin 45^\circ . \cos 45^\circ . \tan 45^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

(7) පහත සඳහන් එක් එක් රූපයේ දී ඇති දත්ත සඳහා සුදුසු ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිතයෙන් x හා y අගයන් සොයන්න. (අවසන් පිළිතුර සුළු කිරීමට අවශ්‍ය නැත.)

(i)

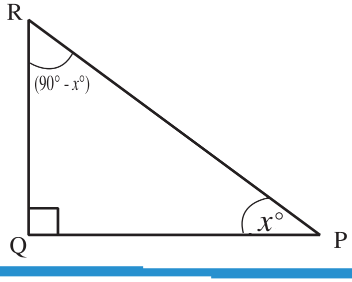


(ii)



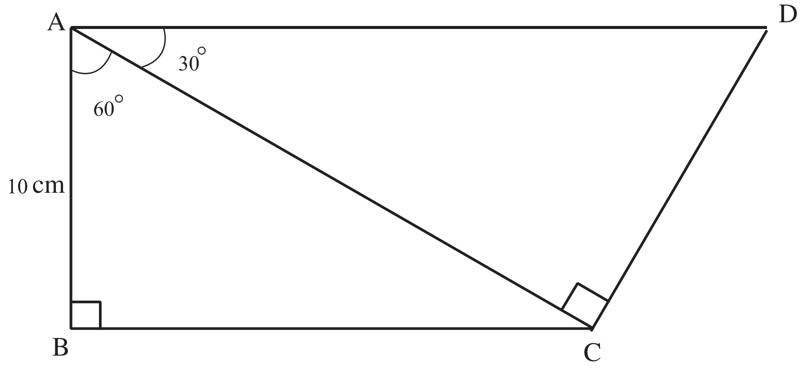
(8) කුලුනක පාමුල සිට 30m ක් ඈතින් සමතලා පොළවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට බලන විට කුලුන මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 30° බව පෙනුණි. නිරීක්ෂකයාගේ උස නොසලකා කුලුනේ උස සොයන්න. (අවසන් පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)

(9)



රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්තවලට අනුව $\sin x = \cos(90^\circ - x)$ බව සාධනය කරන්න.

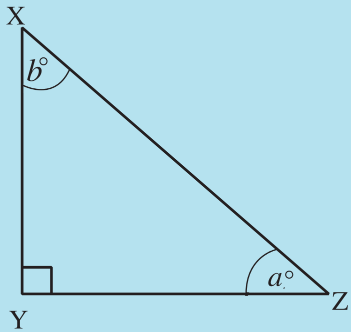
(10) රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව CD දිග ගණනය කරන්න.



(11) 30° හි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිතයෙන් $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \tan 30^\circ$ බව පෙන්වන්න.

සාරාංශය

☛ XYZ සෘජුකෝණී Δ යේ



$\sin a^\circ = \dfrac{XY}{XZ}$

$\cos a^\circ = \dfrac{YZ}{XZ}$

$\tan a^\circ = \dfrac{XY}{YZ}$

$\sin b^\circ = \dfrac{YZ}{XZ}$

$\cos b^\circ = \dfrac{XY}{XZ}$

$\tan b^\circ = \dfrac{YZ}{XY}$

☛ **ඕනෑම සුළුකෝණයක sin, cos, tan යන ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවලින් එකක අගය දන්නේ නම් ඉතිරි අනුපාතවල අගය ලබාගත හැකි ය.**

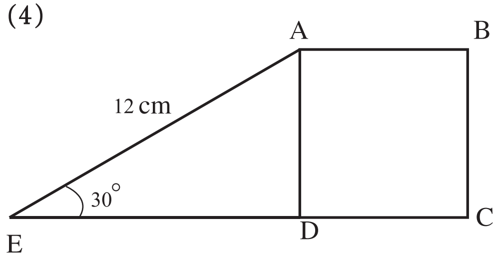
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) $5 - 2\cos 30^\circ \tan 30^\circ$ අගය සොයන්න.

(2) $2\tan 30^\circ = \dfrac{1}{\sin 60^\circ}$ බව සාධනය කරන්න.

(3) $\sin x = \dfrac{2}{5}$ නම් $\cos x$ හා $\tan x$ අගය සොයන්න.

(4) ABCD සමචතුරස්‍රාකාර කොටසකින් හා ADE සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන් සමන්විත සංයුක්ත තල රූපයක් රූපසටහනේ දැක්වේ.



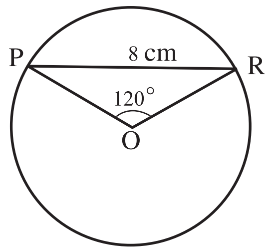
ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිතයෙන්

(i) AD, ED දිග ගණනය කරන්න.

(ii) සංයුක්ත රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(අවසන් පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)

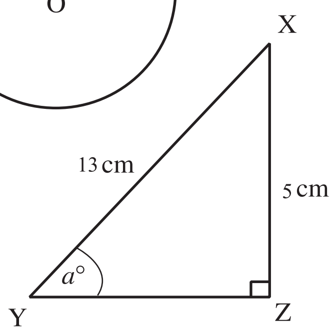
(5) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PR ජ්‍යායයේ දිග 8cm වේ. $P\hat{O}R = 120°$ කි. වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න. (පිළිතුර සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත.)



(6) රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව

(i) YZ දිග ගණනය කරන්න.

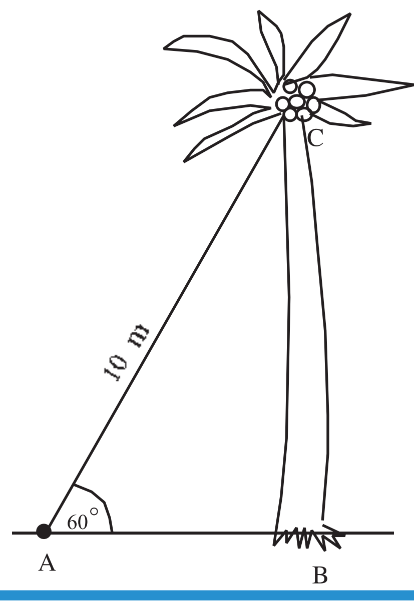
(ii) sin a , cos a සහ tan a සඳහා අගයයන් ආසන්න දශමස්ථාන 4කට ගණනය කරන්න.



(7) නිවසකට බර වී ඇති පොල්ගසක් සිරස් වන සේ කම්බියකින් ඇද පොළවේ A නම් ලක්ෂ්‍යයේ සවි කර ඇති ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. කම්බිය පොළව සමග 60° ආනතියක් දක්වන්නේ නම්,

(i) A සිට ගස පාමුලට (AB) ඇති දුර සොයන්න.

(ii) පොල් ගසේ උස (BC) සොයන්න.



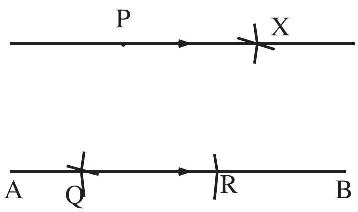
29 නිර්මාණ

29.1 සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය

විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කරන ආකාරය මීට පෙර ඔබ හදාරා ඇත.

කවකටුව සහ සරල දාරයක් භාවිතයෙන් දී ඇති සරල රේඛාවකට සමාන්තර ව දී ඇති ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන ආකාරය බලමු.

▲ AB සරල රේඛාවට සමාන්තරව P හරහා යන සරල රේඛාව නිර්මාණය කරමු.



පියවර

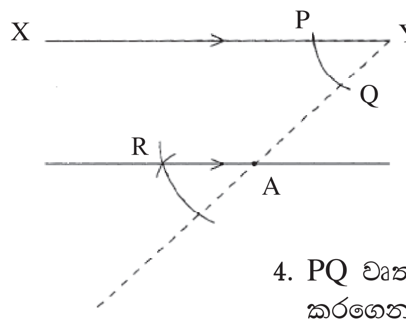
1. AB සරල රේඛාව ඇඳ ඊට බාහිරින් P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
2. කවකටුව භාවිතයෙන් P සිට AB රේඛාව ඡේදනය වන සේ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.
3. එම චාපයෙන් AB රේඛාව ඡේදනය වන එක් ලක්ෂ්‍යයක් Q ලෙස නම් කර Q කේන්ද්‍ර කරගෙන වෘත්ත චාපයේ අරය වෙනස් නො කර තවත් වෘත්ත චාපයක් මගින් AB ඡේදනය කරන්න.
4. දෙවැනි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R නම් R කේන්ද්‍රය කර ගනිමින් පළමු අරය ම සහිත ව තුන්වැනි වෘත්ත චාපය AB රේඛාවෙන් P පිහිටි පැත්තේ අඳින්න.
5. දැන් P කේන්ද්‍ර කරගෙන මුල් අරය ම සහිතව 4 වැනි වෘත්ත චාපයක් තුන්වැනි චාපය X හි දී ඡේදනය වන සේ අඳින්න.
6. 3 වන හා 4 වැනි වෘත්ත චාපවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය X ලෙස නම් කර PX යා කරන්න.
7. PX, AB ට සමාන්තර වේ.

මෙම ක්‍රමයෙන් සමාන්තර රේඛා නිර්මාණයේ දී වෘත්ත චාපවල අරයන් සමාන වීම හෝ PQ, RX අරයන් වෙනමත් PX හා QR අරයන් වෙනමත් සමාන වීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

මේ හැර සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය සඳහා සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ව පවතින අනුරූප කෝණ හා ඒකාන්තර කෝණ හා බැඳුණු සම්බන්ධතාව ද ප්‍රයෝජනයට ගත හැකි ය.

✳ අනුරූප කෝණ යොදගෙන සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය.

XY සරල රේඛාවට සමාන්තර ව A හරහා ගමන් කරන සමාන්තර රේඛාව අඳිමු.



පියවර 1. XY රේඛාව ඇඳ බාහිර ව A ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

2. XY රේඛාවට Y හි දී හමු වන සේ A හරහා සරල රේඛාවක් අඳින්න.

3. $X\hat{Y}A$ මත Y කේන්ද්‍රය වූ වෘත්ත චාපයක් අඳින්න. එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

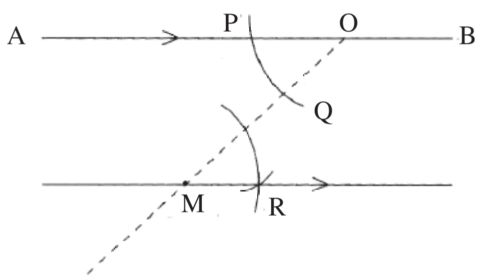
4. PQ වෘත්ත චාපයට අරයෙන් සමාන වෘත්ත චාපයක් A කේන්ද්‍ර කරගෙන දික්කළ YA ඡේදනය වන සේ අඳින්න.

5. PQ ට සමාන දිගක් දෙවන වෘත්ත චාපය මත ලකුණු කරන්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R නම්,

6. A හා R හරහා සරල රේඛාවක් අඳින්න. එම රේඛාව XY ට සමාන්තර වේ. (AR //XY)

✣ ඒකාන්තර කෝණ යොදාගෙන සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය.

AB රේඛාවට සමාන්තරව බාහිර ව පිහිටි M ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන රේඛාවක් අඳිමු.



පියවර 1. AB රේඛාව මත O නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර OM යා කරන්න.

2. $A\hat{O}M$ මත O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්ත චාපයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.

3. රූපයේ දක්වෙන අයුරින් $A\hat{O}M = O\hat{M}R$ (ඒකාන්තර ∢) වන පරිදි R ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

4. M හා R හරහා සරල රේඛාවක් අඳින්න. MR, AB ට සමාන්තර වේ. (MR // AB)

ක්‍රියාකාරකම (1)

(1) 6cm වූ AB නම් රේඛාවක් අඳින්න.

(2) $C\hat{A}B = 120°$ වනසේ ද $AC = 4{\cdot}5$cm වන සේද AC රේඛාවක් අඳින්න.

(3) B ලක්ෂ්‍යය හරහා යන AC ට සමාන්තර රේඛාවක් අඳින්න.

(4) AB ට සමාන්තර C හරහා ගමන් කරන රේඛාවක් අඳින්න.

(5) එම රේඛා හමු වන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරන්න. ABCD චතුරස්‍රයට සුදුසු නමක් යෝජනා කරන්න.

29.1 අභ්‍යාසය

(1) 5cm දිග XY රේඛාවක් ඇඳ ඊට බාහිරින් C ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. XY ට සමාන්තර ව C ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන රේඛාව නිර්මාණය කරන්න.

(2) ඔබ කැමති ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC යනුවෙන් නම් කරන්න. AB රේඛාවට සමාන්තර ව C ශීර්ෂය හරහා සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

(3) සමාන්තර රේඛා හා සෘජු කෝණ නිර්මාණය පිළිබඳ ඔබේ දැනුම භාවිත කරමින් පාදයක් 5cm වන සමචතුරස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

(4) දිග 7cm හා පළල 4cm වන සෘජුකෝණාස්‍රයක් සමාන්තර රේඛා භාවිතයෙන් නිර්මාණය කරන්න.

(5) $B\hat{A}C = 75°$ හා $AB = 8cm$ ද $AC = 9cm$ වන සේ ABCD සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

(6) $P\hat{Q}R = 60°$ ද, පාදයක දිග 6cm වන PQRS නම් රොම්බසයක් නිර්මාණය කරන්න.

(7) සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය XYZ ලෙස නම් කරන්න. XY ට සමාන්තර ව Z හරහා ද YZ ට සමාන්තරව X හරහා ද ZX ට සමාන්තර ව Y හරහා ද ගමන් කරන රේඛා නිර්මාණය කරන්න. එම රේඛා හමු වන ලක්ෂ්‍යය PQR ලෙස නම් කරන්න.

29.2 ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය

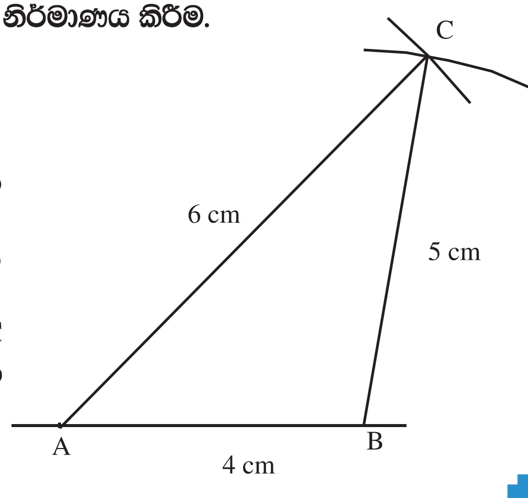
ත්‍රිකෝණයකට පාද තුනක් හා කෝණ තුනක් ඇත. මේවා ත්‍රිකෝණයක අංග ලෙස ද හඳුන්වයි. ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කිරීමට මෙම සියළුම අංගවල විශාලත්වය අවශ්‍ය නොවේ. ත්‍රිකෝණයක අංග තුනක විශාලත්වය දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකිය. නමුත් ඕනෑම අංග තුනක විශාලත්වය මේ සඳහා නොගැළපේ. ඒ සඳහා භාවිතා කළ හැකි අංග කිහිපයක් හා අවස්ථා කිහිපයක් සලකා බලමු.

(1) **පාද තුනේ දිග දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කිරීම.**

$AB = 4cm, BC = 5cm, CA = 6cm$

පියවර

1. 4cm දිග AB පාදය අඳින්න.
2. B ලක්ෂ්‍යයේ සිට අරය 5cm වන වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.
3. A ලක්ෂ්‍යයේ සිට අරය 6cm වන වෘත්ත චාපයක් අඳින්න.
4. වෘත්ත චාප වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය C ලෙස නම් කර AC හා BC යා කරන්න.



✻ ඕනෑ ම පාදයකින් ආරම්භ කර ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කළ ද එක ම ආකාරයේ ත්‍රිකෝණ ලැබේ.

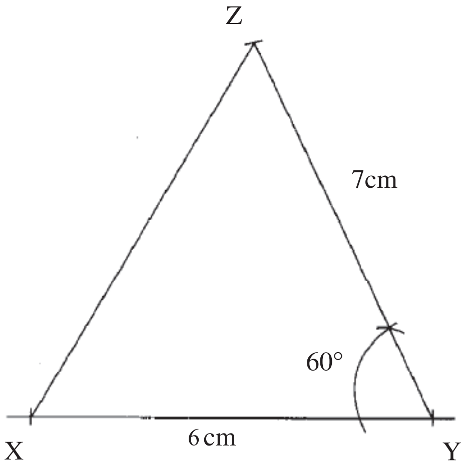
ත්‍රිකෝණයක පාද තුනෙහි දිග දී ඇතිවිට අනන්‍ය ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකිය.

(2) **ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් සහ අන්තර්ගත කෝණය දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය**

$XY = 6\text{cm}, X\hat{Y}Z = 60^\circ, YZ = 7\text{cm}$ නම් XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

පියවර 1. 6cm දිග XY රේඛාව අඳින්න.

2. Y ශීර්ෂය කරගෙන XY බාහුව මත 60° කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
3. එම කෝණයේ නව රේඛාව මත Y සිට 7cm දුරින් Z ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
4. XZ යා කරන්න.
5. XZ දිග මනින්න.



▲ $XY = 6\text{cm}, Y\hat{X}Z = 120^\circ$ හා ZY පාදය 7cm ලෙස දී ඇත. XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කිරීමට උත්සාහ කරන්න.

මේ අනුව,

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය දී ඇති විට ද ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකිය.

(3) **ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක දිග දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කිරීම.**

$\hat{P} = 45^\circ, PQ = 8\text{cm}, \hat{Q} = 75^\circ$ වේ. PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

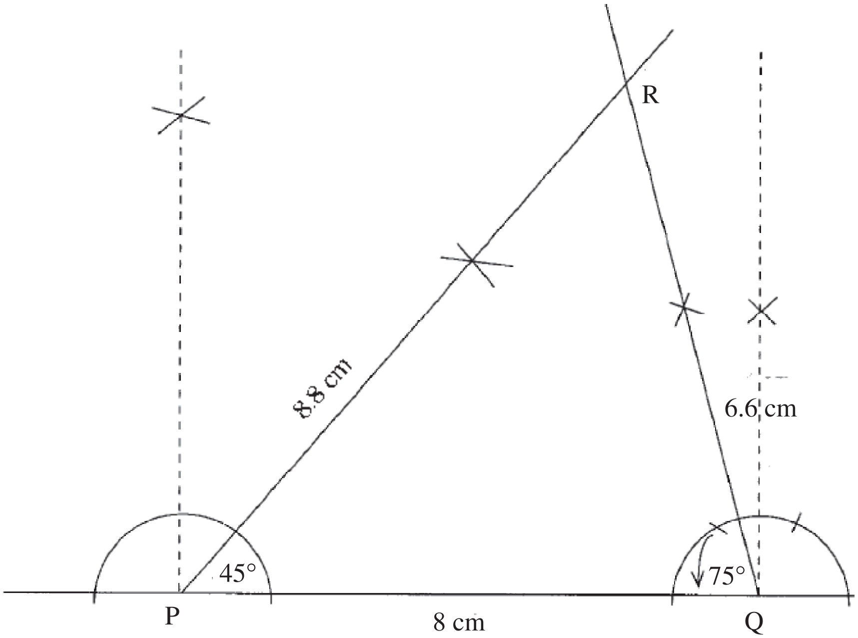
පියවර 1. 8 cm දිග PQ රේඛාව අඳින්න.

2. P ශීර්ෂය කරගෙන PQ බාහුව මත 45° කෝණයක් අඳින්න.

3. Q ශීර්ෂය ලෙස ගෙන PQ බාහුව මත 75° කෝණයක් අඳින්න.

4. කෝණ දෙකේ බාහු හමුවන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.

5. PR හා QR මනින්න.



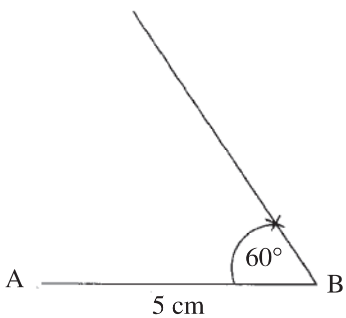
▲ $\hat{P} = 45^\circ$, $\hat{R} = 75^\circ$, PQ = 8cm ද ලෙස දුන් විට PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කළ හැකිදැයි බලන්න.

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් දුන්විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකිය.

* එහෙත් පහත සඳහන් ABC Δ නිර්මාණය කරන අයුරු සලකා බලමු.

AB = 5cm ද, $A\hat{B}C = 60^\circ$ ද, $B\hat{C}A = 75^\circ$ වන ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරමු.

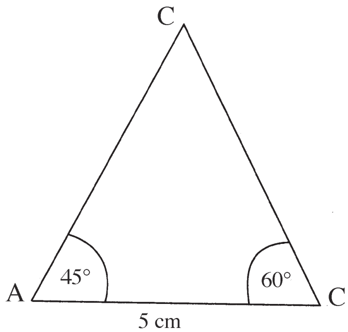
I පියවර



නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

II පියවර C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම නිශ්චිත ව නොදන්නා බැවින් C ලක්ෂ්‍යය සොයා ගැනීමත් 75° කෝණය නිර්මාණය කිරීම මෙහි දී කළ නොහැකි ය.

∴ කළ යුත්තේ ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය සැලකිල්ලට ගෙන $B\hat{A}C = 45°$ කෝණයක් A හි දී නිර්මාණය කිරීමයි.



එවිට C හි පිහිටීම ලබාගත හැකි ය. එහි කෝණයේ අගය 75° වේ. මේ ආකාරයට ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කළ හැකි ය.

29.2 අභ්‍යාසය

(1) AB = 10 cm, BC = 4 cm, AC = 7cm වන ABC ත්‍රිකෝණය කවකටුව හා සරල දාරය පමණක් යොදා ගනිමින් නිර්මාණය කරන්න.

(2) MN = 7 cm, N L = 7 cm, LM = 7 cm වන MNL ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

(i) එම ත්‍රිකෝණයට සුදුසු නමක් යෝජනා කරන්න.

(ii) මෙම ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණ වල අගය ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

(3) AB = 8·5cm ද, $C\hat{A}B = 30°$ ද, $A\hat{B}C = 120°$ ද වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(i) AC හා CB පාදවල දිග මැන ලියන්න.

(ii) ABC කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද?

(4) $X\hat{Y}Z = 90°$, XY = 7·5 cm ද, $Z\hat{X}Y = 60°$ ද වන XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(i) YZ හා XZ පාදවල දිග මැන ලියන්න.

(ii) XYZ කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද?

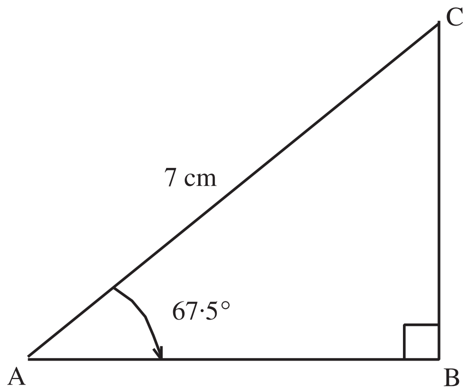
(5) (i) පාදයක් 5cm වන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) AB පාදයට සමාන්තරව C හරහා යන රේඛාව නිර්මාණය කරන්න.

(iii) එම රේඛාව FE ලෙස නම් කරන්න. $B\hat{C}E$ හා $A\hat{C}F$ අගය මැන ලියන්න.

(6) $PQ = 6$ cm, $Q\hat{P}R = 75°$, $P\hat{Q}R = 60°$ ක් වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි PQ පාදයට සමාන්තර ව R හරහා ද PR පාදයට සමාන්තර ව Q හරහා ද QR පාදයට සමාන්තර ව P හරහා රේඛා ඇඳ ඒවා ඡේදනය වන ස්ථාන XYZ ලෙස නම්කර XYZ ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

(7) (i) ශිෂ්‍යයෙක් ABC නම් ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කිරීමට පෙර අඳින ලද දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. මෙහි දී ඇති දත්ත උපයෝගී කරගෙන කවකටුව හා සරල දාරය පමණක් භාවිතයෙන් ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.



(8) $BC = 6$ cm, $C\hat{B}A = 60°$, $AB = 4{\cdot}5$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(i) BC ට සමාන්තර ව A ශීර්ෂය හරහා සරල රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න. එය මත $BC = AD$ වන සේ D ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර ABCD චතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. ABCD චතුරස්‍රය කුමන විශේෂ නමකින් හැඳින්විය හැකි ද?

(9) (i) CD යනු සරල රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. A හා B, CD රේඛාවෙන් එකම පැත්තේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. A හා B හරහා ගමන් කරන්නාවූ ද CD රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) A හා B පිහිටීම කොතැනක වුවත්, A, B හරහා වෘත්තයක් නිර්මාණය කළ හැකි ද?

(10) XYZ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{X} = 60°$, $\hat{Y} = 30°$, $\hat{Z} = 90°$ ලෙස දී ඇත. පාදවල දිග එකිනෙකට වෙනස්වූ XYZ ත්‍රිකෝණ දෙකක් නිර්මාණය කරන්න.

සාරාංශය

- දී ඇති සරල රේඛාවකට සමාන්තර ව බාහිර ලක්ෂ්‍යයක් හරහා සමාන්තර රේඛා නිර්මාණයට, අනුරූප කෝණ හා ඒකාන්තර කෝණ යොදා ගත හැකි ය.
- පාද තුනෙහි ම දිග දන්නා විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි ය.
- පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය දන්නා විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි ය.
- පාදයක දෙකෙළවර කෝණ දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) (i) AB = 6 cm ද $A\hat{B}C = 60^\circ$ ද $C\hat{A}B = 60^\circ$ වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) AC හා BC පාද දිග මැන ලියන්න.

(2) AB = 6 cm, $A\hat{B}C = 60^\circ$ සහ BC = 5 cm වන සේ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. $A\hat{B}C$ කෝණ සමච්ඡේදකය ඇඳ එය මත B සිට 6·5 cm දුරින් D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න. ABCD චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.

(3) AB = 6·8 cm, $A\hat{B}C = 60^\circ$, BC = 5·5 cm වන ABC ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

(i) $B\hat{A}C$ අගය මැන ලියන්න.

(ii) AD = 5·5 cm වන හා $C\hat{A}D = A\hat{C}B$ හා එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ වන සේ ABCD චතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

(iii) ABCD චතුරස්‍රයට නමක් දෙන්න. හේතුව ලියන්න.

(4) (i) AB = 7 cm, $A\hat{B}C = 60^\circ$ හා AC + CB = 10 cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) මෙහිදී C ලක්ෂ්‍යය නිර්මාණය කිරීමට ඔබ භාවිත කළ ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.

(5) (i) PQ = 7 cm, $P\hat{Q}R = 60^\circ$, $R\hat{P}Q = 45^\circ$ වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) PR පාදයට සමාන්තර ව Q හරහා රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න. එම රේඛාව මත T නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.

(iii) PQR $\Delta \equiv$ PTR Δ වීමට හේතු ඉදිරිපත් කරන්න.

30 වෘත්ත නිර්මාණ

30-1 ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය නිර්මාණය කිරීම

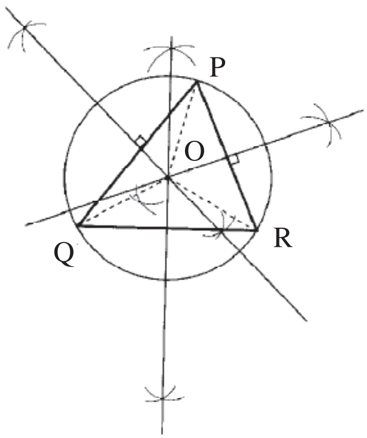
ක්‍රියාකාරකම 1

i. ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ PQR ලෙස නම් කරන්න.

ii. පිළිවෙලින් PQ, QR, PR පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.

iii. ලම්බ සමච්ඡේදක හමු වන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.

iv. OP, OQ, OR දුර සමාන වේ. O කේන්ද්‍රය ලෙසද O සිට ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑම ශීර්ෂයකට ඇති දුර අරය ලෙස ද ගෙන P, Q, R හරහා යන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.



★ ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ හරහා පිහිටන වෘත්තය එහි පරිවෘත්තය වේ. එහි කේන්ද්‍රය පරිකේන්ද්‍රයයි.

★ ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනක් හරහා ඇඳිය හැක්කේ එකම වෘත්තයක් පමණි.

★ සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය තුළ ද, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය කර්ණය මත ද මහා කෝණික ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය, ත්‍රිකෝණයට බාහිර ලක්ෂ්‍යයක ද පිහිටයි.

★ මෙම නිර්මාණය ලක්ෂයකට නියත දුරකින් එම කාලයේ ම චලනය වන ලක්ෂයක පථය පදනම් කරගෙන කෙරෙන නිර්මාණයකි.

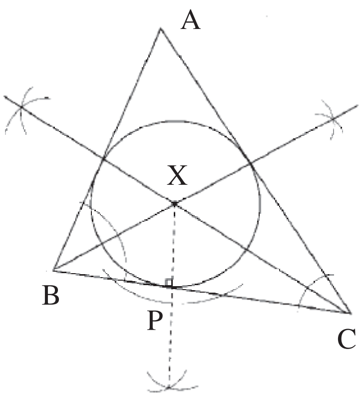
30.1 අභ්‍යාසය

1. AB = 4 cm, BC = 5 cm, CA = 6 cm ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. එහි අරය මැන ලියන්න.
2. XY = 4 cm, YZ = 3 cm, $X\hat{Y}Z = 90^\circ$ වන ත්‍රිකෝණය ඇඳ එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. එහි අරය මැන ලියන්න.
3. PQ = QR = 4 cm, $P\hat{Q}R = 120^\circ$ වන PQR ත්‍රිකෝණය ඇඳ එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. එහි අරය මැන ලියන්න.
4. i. පාදයක දිග 5 cm වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   ii. එම ත්‍රිකෝණයෙහි එක පාදයක් මත තවත් එවැනිම සමපාද ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.
   iii. එකම අතට මෙවැනි ත්‍රිකෝණ 6ක් සම්පූර්ණ වූ විට ලැබෙන රූපය කුමක් ද?

30-2 ත්‍රිකෝණයක අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කිරීම

ක්‍රියාකාරකම 2

i. ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC යනුවෙන් නම් කරන්න.
ii. එහි ඕනෑම ශීර්ෂ කෝණ දෙකක් සමච්ඡේදනය කරන්න.
iii. ඒවා හමුවන ලක්ෂ්‍යය X ලෙස නම් කරන්න.
iv. X සිට ඕනෑම පාදයකට ලම්බකයක් නිර්මාණය කරන්න.
v. එම ලම්බයේ අඩිය P ලෙස නම් කරන්න. XP අරය ලෙස ද X කේන්ද්‍රය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.
vi. එම වෘත්තය ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දෙක ස්පර්ශ කරයි ද?



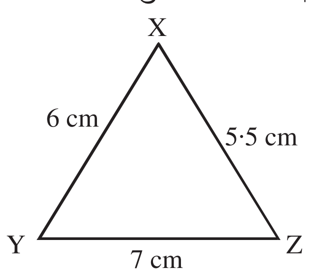
★ ත්‍රිකෝණයක පාද තුනම අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරනු ලබන වෘත්තය අන්තර් වෘත්තය වේ. එහි කේන්ද්‍රය අන්තර් කේන්ද්‍රයයි.

★ ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි සමච්ඡේදක එකම ලක්ෂ්‍ය හරහා යයි.

★ සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණ, සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ හා මහාකෝණී ත්‍රිකෝණ යොදා ගනිමින් අන්තර් වෘත්ත නිර්මාණ කරන්න. කේන්ද්‍රයේ පිහිටීමේ වෙනසක් දකින්නට ලැබේ දැයි සාකච්ඡා කරන්න.

★ මෙම නිර්මාණය ඡේදනය වන සරලරේඛා දෙකකට සමදුරින් එම කාලයේ ම චලනය වන ලක්ෂයක පථය පදනම් කරගෙන කෙරෙන නිර්මාණයකි.

30.2 අභ්‍යාසය

1. i. AB = AC = 7 cm ද BC = 5 cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   ii. ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   iii. එහි අරය මැන ලියන්න.
2. PQ = QR = 6 cm PQR = 120° වන ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කර PQR ත්‍රිකෝණයෙහි අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
3. i. සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙක පිළිවෙළින් 5 cm හා 6 cm වන සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.
   ii. එම ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
4. 

   i. මෙම රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   ii. එහි XY හා XZ පාදවලට සමදුරින් ගමන් ගන්නා ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.

iii. එලෙස ම XY සහ YZ පාදවලට සමදුරින් ගමන් ගන්නා ලක්ෂ්‍යයක පථය ද නිර්මාණය කරන්න.

iv. මෙම පථ හමුවන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස ගෙන, O සිට XZ ට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න. O කේන්ද්‍රය වූ ද, අරය එම ලම්බ දුර වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න. මෙය XYZ ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය දැයි පරීක්ෂා කර බලන්න.

සාරාංශය

☛ **ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ තුන හරහා ඇඳිය හැකි වෘත්තය එම ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය ලෙස හැඳින්වේ. එහි කේන්ද්‍රය පරිකේන්ද්‍රය නමින් හැඳින්වේ.**

☛ **පරිවෘත්තයේ පරිකේන්ද්‍රය අදාළ ත්‍රිකෝණයේ පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක හමු වන ලක්ෂ්‍යය වේ.**

☛ **ත්‍රිකෝණයක කෝණ සමච්ඡේදක හමු වන ලක්ෂ්‍යය අන්තර් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ. එම කේන්ද්‍රය අන්තර කේන්ද්‍රය ලෙස හැඳින්වේ. කේන්ද්‍රයේ සිට පාදවලට අඳින ලම්බ දුර වෘත්තයේ අරය වේ.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. i. ඕනෑ ම සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   ii. එහි පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   iii. ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය ද නිර්මාණය කරන්න.
   iv. වෘත්ත දෙකෙහි ම කේන්ද්‍රයන් සමපාත වේ ද?

2. $XY = 6{\cdot}5$ cm, $YZ = ZX = 7$ cm වන සමද්විපාද ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   * X හරහා YZ ට සමාන්තර රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.
   * සමාන්තර රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූද X, Y ලක්ෂ්‍යයන් හරහා ගමන් කරන්නා වූද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   * කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කර අරය මැන ලියන්න.

3. $AB = 6$ cm, $\hat{ABC} = 75°$ ද $BC = 5{\cdot}5$ cm වන ABC Δ නිර්මාණය කරන්න.
   * AB ට සමාන්තරව C හරහා ගමන් කරන රේඛාවක් නිර්මාණය කර C සිට 6cm දුරින් එම රේඛාව මත D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
   * AD යා කිරීමෙන් ABCD සමාන්තරාස්‍රය අඳින්න.
   * AC විකර්ණය යාකර A, C, D හරහා ගමන්කරන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   * එහි අරය මැන ලියන්න.

4. $PQ = 4$ cm, $Q\hat{P}R = 75^\circ$ ක්ද, $PR = 7$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

* PQ ට සමාන්තර ව R හරහා ගමන් කරන රේඛාව අඳින්න.
* $P\hat{Q}R$ යේ කෝණ සමච්ඡේදකයට, සමාන්තර රේඛාව හමු වන ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න.
* PQS ත්‍රිකෝණය අඳින්න.
* PQR හා PQS ත්‍රිකෝණ ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

5. * PQR Δ යේ $\hat{Q} = 90^\circ$ කි. QR හි ලම්බ සමච්ඡේදයෙන් PR පාදය S හිදී ඡේදනය වේ. S කේන්ද්‍ර කොටගත් අරය SR වන වෘත්තයක් අඳින්න. එය P, Q ලක්ෂ්‍ය හරහා ද යන බැවින් ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

6. පාදයක් 5 cm දිග වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. එහි අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

   i. අන්තර් වෘත්තයේ අරය මැන ලියන්න.
   ii. අන්තර් වෘත්තය අන්තර්ගතවන සමචතුරස්‍රයක් පාද ස්පර්ශ වන සේ අඳිනු ලැබුව හොත් එහි පරිමිතිය සොයන්න.

7. i. $QR = 5$ cm ද, $\hat{Q} = 60^\circ$, $PQ + PR = 12$ වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. (ඉඟිය - ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන රේඛාව ලම්බ සමච්ඡේදකය මත ඕනෑ ම තැනකට ලක්ෂ්‍ය දෙකේ සිට දුර සමාන වේ.)

   ii. PQR ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

   iii. එහි අරය මැන ලියන්න.

8. i. $XY = XZ = 5.2$ cm වූ ද, $X\hat{Y}Z = X\hat{Z}Y = 45^\circ$ වූ, XYZ ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

   ii. YX පාදය M දක්වා ද, YZ පාදය R දක්වා ද දික් කරන්න.

   iii. ලැබෙන $M\hat{X}Z$ හා $R\hat{Z}X$ වල සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.

   iv. කෝණ සමච්ඡේදකවල ඡේදනය ලක්ෂය P සිට XM පාදයට ලම්බ රේඛාවක් ඇඳ එහි අඩිය L ලෙස ලකුණු කරන්න.

   v. P කේන්ද්‍රය ලෙස ද PL අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

   vi. ත්‍රිකෝණයකට මෙවැනි වෘත්ත කීයක් ඇඳිය හැකි ද?

31 බදු සහ රක්ෂණය

31-1 බදු

රටක ජනතාව වෙනුවෙන් රටේ රජය විසින් සලසන පහසුකම් ලබාදීම සඳහා අවශ්‍ය අරමුදල් රැස්කර ගැනීම සඳහා රජය විසින් රටේ ජනතාවගෙන් බදු අයකරනු ලැබේ. ආදායම් බදු, වරිපණම් බදු, තීරු බදු, වැට් (VAT) හෙවත් එකතු කළ අගය මත බදු එවැනි බදු වර්ග කීපයකි.(බදු වර්ග හා බදු අනුපාතිකය කාලයෙන් කාලයට වෙනස් වේ.)

31-2 වරිපනම් බදු

පළාත් පාලන ආයතන බල ප්‍රදේශ තුළ එනම් මහනගර සභා, නගර සභා, ප්‍රදේශීය සභා වැනි පාලන බල ප්‍රදේශ තුළ ජීවත් වන අය වෙනුවෙන් සපයන විදුලිය, ජලය, සනීපාරක්ෂක කටයුතු වැනි පහසුකම් වලට ද, මංමාවත් ආදිය නඩත්තුවට වෙනත් සුභසාධක කටයුතු සඳහා ද එම ආයතන අයකරනු ලබන බදු මුදල වරිපනම් ලෙස හැඳින්වේ.

වාර්ෂික වටිනාකමෙන් ප්‍රතිශතයක් ලෙස වර්ෂයකට වරිපනම් බද්ද ගණනය කරනු ලබන අතර එය ගෙවීමේ පහසුව සඳහා කාර්තුවකට, එනම් මාස 3කට අදාළ කොටස් වශයෙන් ගෙවීම් කළ හැකි ය.

නිදසුන (1)

වාර්ෂික වටිනාකම රු. 24000ක් වූ නිවසක් සඳහා එක්තරා නගර සභාවක් වාර්ෂික වටිනාකමින් 8% ක වරිපනම් බද්දක් අයකරයි. කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් ගාස්තුව කීය ද?

නිවසේ වාර්ෂික වටිනාකම = රු. 24,000

වර්ෂයකට වරිපනම් ගාස්තුව = රු. $24{,}000 \times \frac{8}{100}$

= රු. 1920.00

කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු මුදල = $\frac{1920}{4}$

= රු. $\underline{\underline{480}}$

නිදසුන (2)

වරිපනම් වශයෙන් 10% ක් අය කරනු ලබන පළාත් පාලන ආයතනයකට කඩකාමරයක් වෙනුවෙන් කාර්තුවකට රු. 1875ක වරිපනම් මුදලක් ගෙවීමට සිදු විය. කඩ කාමරයේ වාර්ෂික වටිනාකම සොයන්න.

කාර්තුවකට ගෙවූ වරිපනම් මුදල = රු. 1875.00

අවුරුද්දකට ගෙවනු ලබන වරිපනම් මුදල = රු. 1875 × 4

= රු. 7500.00

වාර්ෂික වටිනාකම = $\frac{7500}{10} \times 100$

= රු. $\underline{\underline{75,000.00}}$

නිදසුන (3)

වාර්ෂික වටිනාකම රු. 120,000 ක් වූ දේපළක් සඳහා කාර්තුවකට රු. 1800ක වරිපනම් මුදලක් නගර සභාවට ගෙවීමට සිදු විය. නගර සභාව අය කළ වරිපනම් ප්‍රතිශතය කුමක් ද?

වාර්ෂික වටිනාකම = රු. 120,000.00

වර්ෂයකට ගෙවූ වරිපනම් බද්ද = රු. 1800 × 4

= රු. 7200.00

අයකළ වරිපනම් ප්‍රතිශතය = $\frac{7200}{120000} \times 100\%$

= $\underline{\underline{6\%}}$

31-1 අභ්‍යාසය

(1) වාර්ෂික වටිනාකම රු. 48000 ක් වූ නිවසක් සඳහා ප්‍රදේශීය සභාවක් විසින් 8%ක වරිපනම් බද්දක් අය කරයි. කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් ගාස්තුව කොපමණ ද?

(2) මහනගර සභා සීමාවක් තුළ පිහිටි සාප්පුවක වාර්ෂික වටිනාකම රු. 180000 ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇත. ඒ සඳහා මහනගර සභාවට කාර්තුවකට රු. 3375ක වරිපනම් මුදලක් ගෙවීමට සිදු විය. අය කළ වරිපනම් ප්‍රතිශතය කුමක් ද?

(3) වරිපනම් වශයෙන් 5.5%ක් අය කරනු ලබන පළාත් පාලන ආයතනයක් යම් දේපළක් සඳහා වර්ෂයකට රු. 9900 ක වරිපනම් බද්දක් ගණනය කළේ ය. දේපලෙහි වාර්ෂික වටිනාකම සොයන්න.

(4) මිනිසෙක් වාර්ෂික වටිනාකම රු. 150000 ක් වූ නිවසක් මිලට ගෙන එය මසකට රු. 5000 බැගින් වූ කුලියක් අයකරමින් කුලියට දෙයි. වර්ෂයකට 4%ක් වූ වරිපනම් බද්දක් ගෙවීමට ද වාර්ෂික අලුත්වැඩියාව සඳහා රු. 2000 ක මුදලක් වැය කිරීමට ද අයිතිකරුට සිදු වේ.

i. නිවාසය කුලියට දීමෙන් වසරකට ඔහුට ලැබෙන මුදල කීය ද?

ii. නිවස කුලියට දීමෙන් ඔහු මාසයකදී ලබන ශුද්ධ ආදායම කොපමණ ද?

31-3 ආදායම් බදු

පුද්ගලයකුගේ වාර්ෂික ආදායම රජය විසින් නියම කරන ලද මුදලකට වඩා වැඩිවේනම් එසේ වැඩිවන ආදායම අනුව ගෙවනු ලබන බද්ද, ආදායම් බද්ද වේ. 2006 වසරේදී පුද්ගලයකුගේ වාර්ෂික ආදායමෙන් රු. 300 000 ක් ආදයම් බද්දෙන් නිදහස් වූ අතර ඉතිරි ආදයමට බදු අයකරන ලදී.

නිදසුන (4) වාර්ෂික ආදයම රු. 750000ක් වන පුද්ගලයකුට එක්තරා කාලවකවානුවක බද්දක් අයකරන අතර වාර්ෂික ආදයමෙන් 300,000ක් 8% ආදයම් ආදයම් බද්දෙන් නිදහස් වේනම් ඔහු ගෙවිය යුතු බදු මුදල් සොයන්න.

වාර්ෂික ආදයම	=	රු. 750 000.00
බද්දෙන් නිදහස් ආදයම	=	රු. 300 000.00
බදු අයකළ හැකි ආදයම	=	රු. 450 000.00
ඒ නිසා ගෙවිය යුතු බදු මුදල	=	රු. $450\ 000 \times \frac{8}{100}$
	=	රු. 36000

නිදසුන (5) එක්තරා කාලවකවානුවක මිනිසකුගේ වාර්ෂික ආදායමෙන් පළමු රු. 300 000 බද්දෙන් නිදහස් ය. වැඩි වන පළමු රු. 240 000ට 10%ක් ද දෙවන රු. 240 000ට 20% ක් ද ඊට වැඩිවන ආදයම 30%ක් ද බැගින් ආදයම් බදු අයකරනු ලබන අතර පුද්ගලයකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු. 900 000 වනවිට ගෙවිය යුතු මුළු බදු මුදල සොයන්න.

මුළු ආදායම	=	රු. 900 000.00
බද්දෙන් නිදහස් ආදායම	=	රු. 300 000.00
බදු අයකළ හැකි ආදායම	=	රු. 900 000 - 300 000
	=	රු. 600 000.00
ඉන් පළමු රු. 240 000 ට 10% බැගින් බදු මුදල්	=	රු. $240\ 000 \times \frac{10}{100}$
	=	රු. 24 000
දෙවන රු 240 000 ට 20% බැගින් බදු මුදල	=	රු. $240\ 000 \times \frac{20}{100}$
		රු. 48 000
ඉතිරි ආදායම	=	රු. 900 000 - 780 000
	=	රු. 120 000
ඒ සඳහා 30% බැගින් බද්ද	=	රු. $120\ 000 \times \frac{30}{100}$
	=	රු. 36 000
ගෙවිය යුතු මුලු ආදයම් බද්ද	=	රු. 24 000 + 48 000 + 36 000
	=	රු. 108 000

31-4 තීරු බදු

විදේශයකින් ශ්‍රී ලංකාවට ආනයනය කරන භාණ්ඩවලින් ද ශ්‍රී ලංකාවෙන් විදේශයන්ට අපනයනය කරන භාණ්ඩවලින් ද එහි වටිනාකමට අනුව අය කරනු ලබන බද්ද තීරු බද්දයි.

නිදසුන (6) තීරු ගාස්තු අය කිරීමට පෙර යතුරු පැදියක වටිනාකම රු. 65 000 කි. යතුරු පැදිය සඳහා එක් අවස්ථාවක 40%ක තීරු බද්දක් අය කරයි නම්, බදු අය කළ පසු වටිනාකම කීය ද?

40% තීරු බද්ද යනු,

තීරු බදු අයකිරීමට පෙර වටිනාකම	තීරු බද්ද	තීරු බදු අයකළ පසු වටිනාකම
100	40	140

තීරු බදු අය කිරීමට පෙර යතුරු පැදියේ වටිනාකම = රු. 65000

තීරු බදු ප්‍රතිශතය = 40%

තීරු බදු අය කළ පසු වටිනාකම = රු. 65000 × $\frac{140}{100}$

= රු. 91000

31-5 එකතු කළ අගය මත බද්ද (VAT) [Value added Tax]

එකතු කළ අගය මත බද්ද යනු ශ්‍රී ලංකාව තුළ භාණ්ඩ හා සේවා පරිභෝජනය මත පදනම් වූ බද්දකි. මේ බද්ද භාණ්ඩ හා සේවා පරිභෝජනයට මීට කලින් ක්‍රියාත්මක කළ භාණ්ඩ හා සේවා බද්ද, ජාතික ආරක්ෂක බද්ද අහෝසි කර ඒ වෙනුවට පනවන ලද්දකි.

වැට් බදු ගෙවීම සඳහා ඊට අදාළ සුදුසුකම් ඇති ආයතන දේශීය ආදායම් දෙපාර්තමේන්තුවේ ලියාපදිංචි විය යුතු ය.

සීනි, පරිප්පු, අර්තාපල්, කිරිපිටි වැනි ආහාර ද්‍රව්‍ය ආනයනයේදී වැට් බද්දෙන් නිදහස් වන අතර එම භාණ්ඩ සඳහා තීරු බද්දක් පමණක් අය කෙරේ.

භාණ්ඩවලින් බදු අයකරන ප්‍රතිශත විවිධ වේ.

නිදසුනක් ලෙස ඇතැම් ආහාර ද්‍රව්‍ය සඳහා 5%ක් ද, රෙදිපිළි, මත්පැන්, පාවහන් හා පාරිභෝගික සේවා සැපයීම් සඳහා 15%ක් ද, අපනයන භාණ්ඩ සඳහා 0%ක් ද (Y+නා අගය මත) බදු අය කෙරෙයි.

භාණ්ඩ හා සේවා විකුණුම්කරු, එම විකුණුම් මිල පදනම් කොටගෙන ගණනය කරනු ලබන වැට් බදු ප්‍රමාණය විකුණුම් මිලට එකතු කරනු ලැබේ. එවිට එම බද්ද ඇත්ත වශයෙන් ම අය වන්නේ ගැනුම්කරුගෙන් ය.

නිදසුන (7)

පෞද්ගලික දුරකථන බිල්පතක මාසික ගාස්තුව ලෙස ඒකක 500කට රු. 5000 ක් වූ අතර වැට් බදු ලෙස 15%ක් එකතු කරන ලදී. බදු අය කළ පසු පාරිභෝගිකයා විසින් ගෙවිය යුතු බිල්පතේ වටිනාකම සොයන්න.

දුරකථනය භාවිතය සඳහා ගාස්තුව = රු. 5000

VAT 15% = රු. $5000 \times \frac{15}{100}$

= රු. 750

මුළු ගාස්තුව = රු. 5000 + 750

= රු. 5750.00

31.2 අභ්‍යාසය

(1) ව්‍යාපාරිකයකුගේ වාර්ෂික ආදායමෙන් රු. 300 000ක් ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් ය. ඉතිරි මුදලට 15%ක් ආදායම් බද්දක් ගෙවනු ලැබේ. ඔහුගේ වාර්ෂික ආදායම රු. 875 000ක් නම් ගෙවිය යුතු අදායම් බද්ද කොපමණ ද?

(2) එක්තරා ව්‍යාපාරික සමාගමක වාර්ෂික ආදායම රු. 1500 000කි. ඉන් 1/5 ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් ය. ඉතිරි ආදායමෙන් පළමු රු. 500 000 ට 10%ක් ද, ඊළඟ රු. 500 000 15% ක් ද ඉතිරි ආදායමට 20%ක් ද වශයෙන් ආදායම් බදු අයකරන්නේ නම් ගෙවීමට සිදු වන මුළු ආදායම් බද්ද සොයන්න.

(3) ඉඩම් හිමියකුගේ වාර්ෂික ආදායමෙන් පළමු රු. 300 000 බද්දෙන් නිදහස් ය. ඉතිරි ආදායම සඳහා 12%ක බද්දක් ගෙවීමට සිදු වේ. ගෙවූ ආදායම් බද්ද රු. 42 000 කි. ඔහුගේ වාර්ෂික ආදායම සොයන්න.

(4) මෝටර් රථ ආනයනය කරන්නෙකුගෙන්, බදු ගෙවීමට පෙර වටිනාකම රු. 425 000ක් වූ රථයක් ආනයනය කිරීමේ දී 35%ක තීරු ගාස්තුවක් අය කරයි. ඒ සඳහා ඔහුට ගෙවීමට සිදු වූ තීරු ගාස්තුව කොපමණ ද?

(5) විදුලි උපකරණයක් සඳහා 18% තීරු බදු අය කළ පසු එහි වටිනාකම රු. 17 700කි. තීරු බදු අයකිරීමට පෙර එහි වටිනාකම සොයන්න.

(6) එක්තරා භාණ්ඩයක් සඳහා 24%ක තීරු ගාස්තුවක් අය කරයි. භාණ්ඩය සඳහා රු. 7680ක තීරු ගාස්තුවක් ගෙවීමට සිදුවන්නේ නම් තීරු ගාස්තු අය කිරීමට පෙර එහි වටිනාකම සොයන්න.

(7) නිමි ඇඳුම් අපනයනය කරන්නෙක් අපනයනය කළ ඇඳුම් තොගය සඳහා රු. 90 000 ක තීරු බද්දක් ගෙවීමට සිදු විය. තීරු බදු අයකළ පසු එම තොගයේ වටිනාකම රු. 690 000ක් වූයේ නම් ඒ සඳහා අය කළ තීරු බදු ප්‍රතිශතය සොයන්න.

(8) අධිශීතකරණ ආනයනකරුවෙක් ඉන් එකක් රු. 60 000ට විකිණීමට අදහස් කරයි. විකුණුම් මිලෙන් 20%ක VAT බදු මුදලක් අයකරන්නේ නම් අධිශීතකරණයක් මිලට ගන්නා ගැණුම්කරු ඒ සඳහා ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කීය ද?

(9) විදුලි බිල්පතක මෙසේ සටහන් විය. මාසය තුළ භාවිත කළ විදුලි ඒකක ගණනට

වැට් බද්ධ රහිත ව විදුලි බිල = රු. 1200
VAT බද්ද අය කළ පසු ගෙවීමට සිදු වන
බිල්පතේ වටිනාකම = රු. 1320
මේ සඳහා අයකළ VAT බදු ප්‍රතිශතය කුමක් ද?

10. වාහන ආනයන කරුවෙක්, වටිනාකම රු. 800 000 ක් වූ වාහනයක් සඳහා 30%ක තීරු බද්දක් ගෙවයි. තවත් අමතර වියදම් ලෙස රු. 100 000 වැය කර, රු. 200 000 ක ලාභයක් ලැබීමට එහි විකුණුම් මිල නියම කරයි.

i. විකිණීමට නියමිත මුදල කොපමණ ද?
ii. ඒ සඳහා 15% VAT බදු මුදලක් අය කළේ නම් අය කළ VAT බදු මුදල කොපමණ ද?

31-6 රක්ෂණය

මිනිසා පරිහරණය කරන දේපළවලට මෙන් ම මිනිසාගේ ජීවිතයට ද හදිසි විපත් සිදු වන අවස්ථා එදිනෙද කටයුතුවලදී යෙදේ. සුළි සුළං, ජල ගැලීම්, ගිනි ගැනීම්, සොරසතුරු උපද්‍රව ආදිය ඉන් කීපයකි.

රක්ෂණය මගින් කෙරෙන්නේ හානියක්, ආපදාවක් හෝ පාඩුවක් සිදුවන අවස්ථාවක දී එම අලාභය පියවා ගැනීමට සහාය වීමයි.

රක්ෂණ පද මාලාව

රක්ෂණ ආවරණය ලබන්නා, **රක්ෂිතයා** ලෙසත් රක්ෂණය කරනු ලබන ආයතනය **රක්ෂකයා** ලෙසත්, රක්ෂිතයා සහ රක්ෂකයා අතර ගිවිසුම **රක්ෂණ ඔප්පුව** නොහොත් **රක්ෂණ සහතිකය** ලෙසත් හැඳින්වේ.

අවදානම හෝ අලාභය අපේක්ෂිතව රක්ෂණය කරනු ලබන මුදල **රක්ෂිත මුදල** ලෙස හැඳින්වෙයි. එම රක්ෂිත මුදල හිමිවන පුද්ගලයන්, **රක්ෂණ ප්‍රතිලාභීන්** ලෙස හැඳින්වේ. රක්ෂණය පවත්වාගෙන යාමට, වාරික වශයෙන් රක්ෂිතයා ගෙවන මුදල **රක්ෂණ වාර මුදල** ලෙස හැඳින්වේ.

විවිධ රක්ෂණ වර්ග

ශ්‍රී ලංකාවේ රක්ෂණ සමාගම් විසින් පුද්ගලයන්, ස්ථාන හා දේපළ සම්බන්ධව නම් කර ඇති විවිධ රක්ෂණ වර්ග කොටස් දෙකකට වෙන් කර තිබේ.

1. ජීවිත රක්ෂණය
2. ජීවිත නො වන රක්ෂණ (රථ වාහන රක්ෂණය, ස්වභාවික විපත් රක්ෂණය, සොර බිය රක්ෂණය, කෘෂි රක්ෂණය)

❑ ජීවිත රක්ෂණය

ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයක් මගින් ආවරණය වන රක්ෂිතයාගේ මරණය, රක්ෂණ සහතිකයේ වලංගු කාලය තුළ සිදු වුව හොත් ඔහුගේ නිත්‍යානුකූල යැපෙන්නන්ට සහතිකයේ සඳහන් රක්ෂිත මුදලත් ඊට අයත් ප්‍රසාද දීමනාවත් හිමි වේ. තවද රක්ෂණ කාලය අවසන් වනතෙක් රක්ෂිතයා ජීවත් ව සිටිය හොත් රක්ෂිත මුදල ද ඊට හිමි ප්‍රසාද දීමනාව ද රක්ෂිතයාට හිමි වේ.

ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයක් අවශ්‍ය පරිදි අවුරුදු 5, 10, 20 ආදී කාලසීමාවන්ට ලබාගත හැකිය. රක්ෂිතයාගේ සෞඛ්‍ය තත්ත්වය, වයස, රක්ෂිත කාලය, රක්ෂිත මුදල ආදී කරුණු මත රක්ෂණ වාර මුදල තීරණය කෙරේ. එම වාර මුදල මාසික ව, ත්‍රෛමාසික ව, අර්ධ වාර්ෂික ව හෝ, එකවර ම හෝ ගෙවීමට පුළුවන.

නිදසුන (8)

ජීවිත රක්ෂණයක් යටතේ වයස අවුරුදු 30ක අයෙකු අවුරුදු 20ක කාලයකට රක්ෂණය වුව හොත් රු. 1000ක රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල රු. 40ක් නම් රු. 30 000 රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල කොපමණ ද?

රු. 1000 ක රක්ෂිත මුදල් සඳහා
ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල $=$ රු. 40
රු. 30 000 රක්ෂිත මුදලක් සඳහා
ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල් රු. $\frac{40}{1000} \times 30\ 000$
$=$ රු. 1200

නිදසුන (9)

ජීවිත රක්ෂණ ඔප්පුවක් යටතේ වයස අවුරුදු 40ක අයෙක් අවුරුදු 15ක කාල සීමාවකට රක්ෂණය වන විට රු. 1000 රක්ෂණ මුදලක් සඳහා වාර්ෂික වාර මුදල රු. 50 වේ. වාර මුදල ත්‍රෛමාසික ව ගෙවන්නේ නම් රක්ෂණ ආයතනය වාර්ෂික වාර මුදලට 5%ක් එකතු කරනු ලැබේ. ඒ අනුව රු. 50 000 රක්ෂිත මුදලක් සඳහා ගෙවිය යුතු ත්‍රෛමාසික වාර මුදල කීය ද?

රු. 1000 ක රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල $=$ රු. 50

රු. 50 000 රක්ෂිත මුදලකට ගවේය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල $=$ රු. $\frac{50}{1000} \times 50\ 000$

$=$ රු. 2500

ත්‍රෛමාසික ව ගෙවන විට ගෙවිය යුතු අතිරේක මුදල $= 2500 \times \frac{5}{100}$

$=$ රු. 125

ත්‍රෛමාසික වාර මුදල $=$ රු. $\frac{2500 + 125}{4}$

$=$ රු. 656.25

❑ ජීවිත නොවන සාමාන්‍ය රක්ෂණ

ගිනි රක්ෂණය, රථවාහන රක්ෂණය, මුහුදු රක්ෂණය, විවිධ අනතුරු රක්ෂණය, සොරබිය රක්ෂණය, කෘෂිකාර්මික ආපදා රක්ෂණය යනාදිය ජීවිත නොවන රක්ෂණවලට අයත් වේ.

ජීවිත නොවන රක්ෂණ සඳහා රක්ෂණ සහතික නිකුත් කිරීම අවුරුද්දක කාල සීමාවකට සීමා වේ. මේ යටතේ රථවාහන රක්ෂණය ඉතා වැදගත් වේ.

රථවාහන රක්ෂණය i. තෙවැනි පාර්ශ්ව රක්ෂණය ii. පූර්ණ රක්ෂණය ලෙස වර්ග දෙකක් ඇත.

❑ තෙවන පාර්ශ්ව රක්ෂණය

රක්ෂිතයා හෙවත් වාහන හිමියා පළමු පාර්ශ්වය ලෙසත්, (ඊට වාහනය ද ඇතුළත් වේ.) රක්ෂිතයාගේ නියෝජිතයා හෝ වාහනය පදවන රියදුරා දෙවන පාර්ශ්වය ලෙසත්, මහමඟ ගමන් කරන පුද්ගලයන් හා මාර්ගය අසල පිහිටි වෙනත් දෑ තෙවැනි පාර්ශ්වය ලෙසත් රක්ෂණයේ දී හැඳින්වෙයි. ඉහත රක්ෂණ ක්‍රමයේ දී තෙවැනි පාර්ශ්වය පමණක් වන්දි හිමිකම් ලබයි. ශ්‍රී ලංකාවේ නීතිය අනුව මාර්ගයක වාහනයක් ධාවනය කිරීමට නම් ඊට අවම වශයෙන් තෙවැනි පාර්ශ්ව රක්ෂණයක්වත් තිබිය යුතු ය.

❑ පූර්ණ රක්ෂණය

අනතුරක දී පාර්ශ්ව තුනට ම වන්දි ලබාගත හැකි රක්ෂණ ක්‍රමයයි.

පූර්ණ රක්ෂණ ඔප්පුවක් යටතේ වාර මුදල් ගණන් බැලීමේ දී රක්ෂිත මුදල වාහනයේ අශ්වබල ප්‍රමාණය, වන්දි ඉල්ලීමකදී රක්ෂිතයා විඳ දැරීමට එකඟවන මුදල් ප්‍රමාණය ආදිය සැලකිල්ලට ගනු ලැබේ.

නිදසුන (10)

1200 CC ධාරිතාවක් ඇති මෝටර් රථයක් සඳහා පූර්ණ රක්ෂිත සහතිකයක් ලබා ගැනීමට රුපියල් 1000කට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල රු. 60කි. සෑම වන්දි ඉල්ලීමකදීම රු. 800ක් තමා විසින්ම දරා ගැනීමට එකඟ වේ නම් වාර මුදල 10%කින් අඩු වේ. මේ අනුව රු. 60 000 රක්ෂණය කරන ලද වාහනයකට වාර්ෂික වාර මුදල සොයන්න.

රු. 1000 ක රක්ෂිත මුදලකට වාර්ෂික වාර මුදල $=$ රු. 60

රු. 60000 රක්ෂිත මුදලකට වාර්ෂික වාර මුදල $= \text{රු. } \dfrac{60}{1000} \times 60\ 000$

$= \text{රු. } 3600.00$

කොන්දේසි අනුව වාර මුදලින් අඩු වන කොටස $= \text{රු. } 3600 \times \dfrac{60}{1000}$

$= \text{රු. } 360.00$

ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල $= \text{රු. } 3600 - 360$

$= \underline{\underline{\text{රු. } 3240.00}}$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

31.3 අභ්‍යාසය

(1) ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයක් යටතේ වයස අවුරුදු 25ක කෙනෙකු අවුරුදු 20 කාලයකට රක්ෂණය වන විට රු. 1000 ක රක්ෂිත මුදලක් සඳහා රු. 45ක වාර්ෂික වාර මුදලක් ගෙවිය යුතු ය. රු. 150 000 රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල සොයන්න.

(2) ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයක් මගින් වයස අවුරුදු 30ක කෙනෙකු අවුරුදු 25ක කාලයකට රක්ෂණය වන විට රු. 1000ක රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල රු. 35කි. මෙම වාර මුදල මාසික ව ගෙවන විට 2% ක අතිරේක මුදලක් ද ගෙවීමට සිදු වේ. රු. 200 000 ක රක්ෂිත මුදලක් සඳහා ගෙවිය යුතු මාසික වාර මුදල කීයද?

(3) රක්ෂණ ආයතනයක් ප්‍රසාද දීමනා වශයෙන් රු. 1000 ක රක්ෂිත මුදලකට වසරකට රු. 25 බැගින් අවුරුදු 20ක කාල සීමාවක් සඳහා ප්‍රසාද දීමනා ප්‍රකාශයට පත් කර ඇතැයි සලකා අවුරුදු 20ක කාලසීමාවකට රු. 100 000 ක රක්ෂණ සහතිකයකට එම වසර 20 අවසානයේ දී හිමි වන මුළු මුදල කොපමණ ද?

(4) ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයක් යටතේ වයස අවුරුදු 25ක කෙනෙකු අවුරුදු 25ක කාලයක් සඳහා රක්ෂණය වන විට රු. 1000ක රක්ෂණයකට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල රු. 30කි. වාර මුදල් අර්ධ වාර්ෂික ව ගෙවීමේ දී අතිරේක ව 3% මුදලක් අය කරයි, රු. 75 000 රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු අර්ධ වාර්ෂික වාර මුදල කොපමණ ද?

(5) 1500 CC ධාරිතාවකින් යුත් මෝටර් රථයක්, පූර්ණ රක්ෂණයක් සඳහා වසරකට රු. 1000ක රක්ෂිත මුදලකට ගෙවිය යුතු වාර මුදල රු. 80කි. සෑම වන්දි ඉල්ලීමක දී ම රු. 800 ක මුදලක් තමා විසින් දැරීමට රක්ෂිතයා එකඟ විය. එවිට රක්ෂණ වාර මුදලින් 12%ක් අඩු කරනු ලැබේ. මෝටර් රථය රු. 100 000 ක රක්ෂිත මුදලකට රක්ෂණය කළ විට ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල කොපමණ ද?

සාරාංශය

- **රජය ආදයම් ලබා ගැනීම සඳහා මහජනතාවගෙන් බදු අයකරයි.**
- **ආදායම් බදු, තීරු බදු, වරිපනම් බදු, VAT ඉන් සමහරක් වන අතර ඒවාට අයකරන විවිධ බදු ප්‍රමාණ ප්‍රකාශයට පත් කර ඇත.**
- **ස්වභාවික හෝ වෙනත් හේතු මත මිනිසාට සහ මිනිසා පරිහරණය කරන භාණ්ඩවලට සිදුවන අලාභ හානි සඳහා වන්දි මුදලක් ලබා ගැනීමට රක්ෂණයේ දී ඉඩ ප්‍රස්ථා ඇත.**
- **රක්ෂණය, ජීවිත රක්ෂණය හා ජීවිත නො වන රක්ෂණය ලෙස ප්‍රධාන කොටස් දෙකකි.**
- **ජීවිත නොවන, වාහන වැනි රක්ෂණ වාර්ෂික ව අලුත් කළ යුතු ය.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) වාර්ෂික වටිනාකම රු. 85000 ක් වූ ගොඩනැගිල්ලක් සඳහා පළාත් පාලන ආයතනයට තක්සේරු වටිනාකමින් 8%ක වරිපනම් බද්දක් ගෙහිමියා ගෙවයි. ගොඩනැගිල්ල වසරකට කුලියට දීමෙන් ලද මුදලින් 15%ක් නිවසේ වාර්ෂික අලුත්වැඩියාවට වියදම් විය. වසර අවසානයේ ඔහුට ඉතිරි වූයේ රු. 49300ක් නම් නිවස කුලියට දෙන්නට ඇත්තේ මසකට කීය බැගින් දැයි සොයන්න.

(2) විදුලි ජනක යන්ත්‍රයක් ආනයනය කිරීමේ දී එහි වටිනාකමින් 40%ක් තීරු ගාස්තු ගෙවීමට සිදු විය.

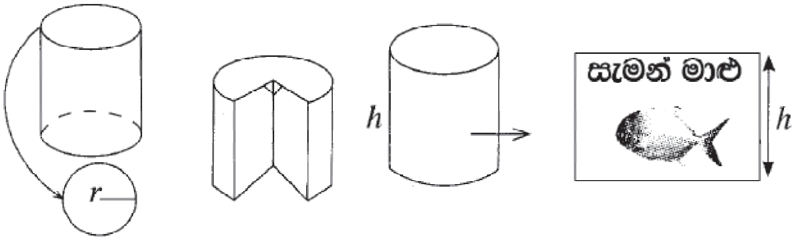
- ❑ එසේ ගෙවූ තීරු ගාස්තුව රු. 34 800 නම් තීරු ගාස්තු ගෙවූ පසු එහි වටිනාකම සොයන්න.
- ❑ මීට අමතර ව ප්‍රවාහන ගාස්තු සහ වෙනත් වියදම් ලෙස රු. 4200ක් වියදම් කළ පසු 20%ක ලාභයක් ලබා ගැනීමට එය විකිණිය යුත්තේ කීයට ද?
- ❑ ඉහත යන්ත්‍රය විකිණීමේ දී පාරිභෝගිකයාගෙන් 10%ක වැට් බද්දක් අයකරන්නේ නම් එය මිල දී ගන්නෙකු ගෙවිය යුතු වැට් බද්ද කොපමණ ද?

(3) ව්‍යාපාරිකයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායමෙන් රු. 300 000 ක් බද්දෙන් නිදහස් ය. බදු අයකළ හැකි ආදායමෙන් පළමු රු. 240 000 ට 10%ක් ද ඊළඟ රු. 240 000ට 20%ක් ද ඉතිරි ආදායමට 30%ක් ද බදු අය කරයි. ඔහු බදු වශයෙන් රු. 138 000 ක මුදලක් ගෙවනු ලැබුවේ නම් ඔහුගේ වාර්ෂික ආදායම සොයන්න.

(4) ජීවිත රක්ෂණ සහතිකයට ප්‍රසාද දීමනා රු. 1000ක රක්ෂිත මුදලකට මුල් වසර 3ට වසරකට රු. 20 බැගින් ද, ඊළඟ වසර 3ට වසරකට රු. 25 බැගින් ද, ඉන් පසු සෑම වසරකට ම රු. 30 බැගින් ද ගෙවයි නම් රු. 75 000ක රක්ෂිතයකට වසර 10ක දී ලැබෙන ප්‍රසාද මුදල සොයන්න.

(5) 1400 CC ධාරිතාවෙන් යුත් මෝටර් රථයක් සඳහා පූර්ණ රක්ෂණ සහතිකය ලබා ගැනීමේ දී සෑම රු. 1000කටම ගෙවිය යුතු වාර්ෂික වාර මුදල රු. 30කි. සෑම වන්දි ඉල්ලීමක දී ම රු. 1200ක් තමා විසින් විඳ දරා ගැනීමට එකඟ වීම නිසා වාර මුදල 10%කින් අඩුවිය. එවිට වාර්ෂික වාර මුදල ලෙස රු. 8100 ක් ගෙවනු ලැබුවේ නම් රථය රක්ෂණය කරන ලද්දේ කීයකට ද?

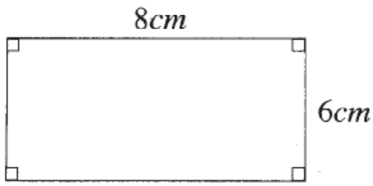
32 සිලින්ඩරය



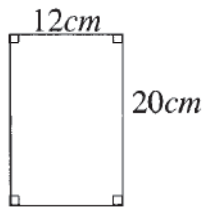
වර්ගඵලය හා පරිමාව මින් පෙර ඉගෙනගත් කරුණු සිහිපත් කරගැනීම් සඳහා පිළිබඳ පහත දක්වෙන පුණරීක්ෂණ අභ්‍යාසය කරන්න.

(1) පහත දක්වා ඇති එක් එක් රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

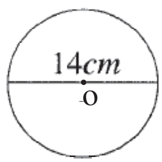
(i)



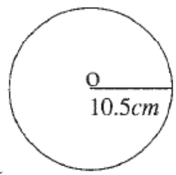
(ii)



(iii)

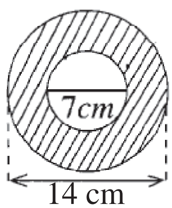


(iv)

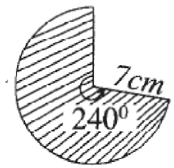


(2) මෙම රූපවල අඳුරු කර ඇති කොටස් වල වර්ගඵලය සොයන්න.

(i)

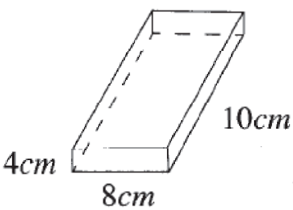


(ii)

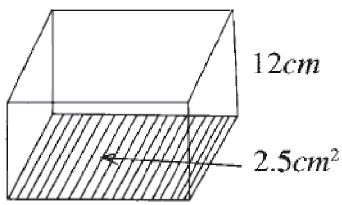


(3) පහත දක්වෙන ඝනකාභයන්හි පරිමාව සොයන්න.

(i)



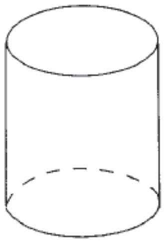
(ii)



(4) පරිමාව 280cm^3 වූ ඝනකාභයක පතුලේ වර්ගඵලය 40cm^2 වේ. ඝණකාභයේ උස සොයන්න.

32-1 සිලින්ඩරයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

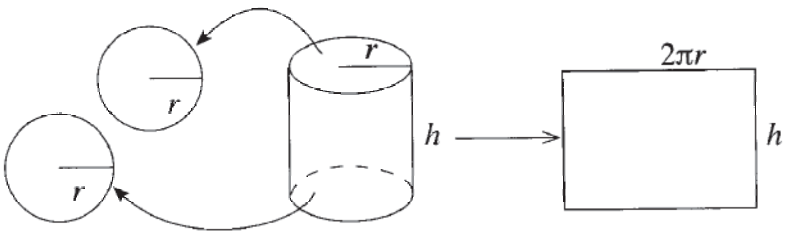
මෙහිදී අප අධ්‍යයනය කරනු ලබන්නේ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩර පිළිබඳවයි. ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක අක්ෂයට ලම්බ වූ ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇත.



* සිලින්ඩරයක ඇති
තල පෘෂ්ඨ ගණන 2
වක්‍ර පෘෂ්ඨ ගණන 1

ටින් එක ඔබ දන්නා සිලින්ඩරාකාර වස්තුවකි. උකුකිරි ටින් එකක හෝ ටින්මාළු ටින් එකක මුළු වක්‍ර පෘෂ්ඨයම වැසෙන සේ අලවා ඇති ලේබලය ගලවා බලා තිබේ ද?

එම ලේබලය ඍජුකෝණාස්‍ර හැඩයක් ගනී. අරය r වූ ද, උස h වූ ද සිලින්ඩරයක තල හා වක්‍රාකාර කොටස් සලකා මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයමු.



තල පෘෂ්ඨයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

තල පෘෂ්ඨ දෙකේ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2$

ඍජුකෝණාස්‍ර කොටසේ දිග = වෘත්තයේ පරිධිය

$= 2\pi r$

ඍජුකෝණාස්‍ර කොටසේ පළල = සිලින්ඩරයේ උස

$= h$

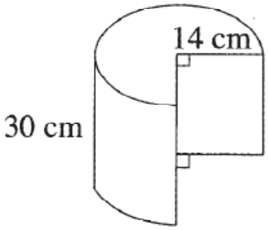
ඍජුකෝණාස්‍රයේ කොටසේ වර්ගඵලය $= 2\pi r \times h$

$= 2\pi rh$

සිලින්ඩරයේ මුළුපෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = තල පෘෂ්ඨ දෙකේ වර්ගඵලය + ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය

$\boxed{A = 2\pi r^2 + 2\pi rh}$ වර්ග ඒකක

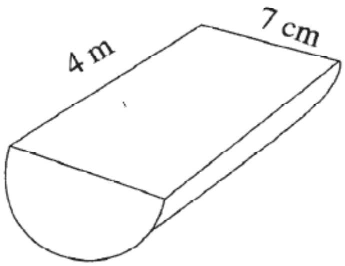
(5) මෙම සිලින්ඩරාකාර ලී කොටයේ



(i) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) ලී පරිමාව සොයන්න.

(6)

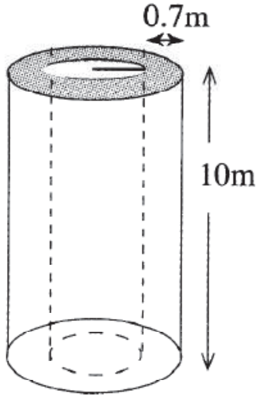


අර්ධ සිලින්ඩරාකාර වැහි පීල්ලක විෂ්කම්භය 7cm වන අතර දිග 4m වේ. එය සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරී ඇත් නම්

(i) එහි ජල ධාරිතාව ඝන සෙන්ටිමීටර් වලින් කීය ද?

(ii) ධාරිතාව ලීටර්වලින් කොපමණ ද සොයන්න.

(7) තෙල් ගබඩා සංකීර්ණයක තනා ඇති තෙල් ටැංකියක ඇතුලත පරිධිය 132 m කි. බිත්තියේ ඝනකම 0.7m ටැංකියේ ගැඹුර 10 m වේ.



(i) ටැංකියේ අල්ලන තෙල් පරිමාව ඝන මීටර් වලින් සොයන්න.

(ii) ටැංකියේ ධාරිතාව ලීටර වලින් සොයන්න.

(iii) ටැංකියේ පතුල හා බිත්තියේ ඝනකම 0.7m නම් ටැංකිය පියන රහිතව සෑදීමට ගිය ලෝහ පරිමාව ගණනය කරන්න.

(8) ජල පිරිපහදු මද්‍යස්ථානයක තනා ඇති ඝනකාභ හැඩැති ටැංකියක දිග, පළල හා ගැඹුර පිළිවෙළින් 22m, 10m හා 7m වේ. එම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරී ඇති විට එම ජලය අරය 7 m සිලින්ඩරාකාර ටැංකියකට සම්පූර්ණයෙන් ගලා යාමට සැලැස්සුවහොත් එහි ජලය නගින උස සොයන්න.

(ii) වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨ දෙකේ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (10 \cdot 5)^2 \text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{693 \text{ cm}^2}}$$

(iii) සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 1980\text{cm}^2 + 693\text{cm}^2 = \underline{\underline{2673\text{cm}^2}}$

නිදසුන (3) විශාල සිලින්ඩරාකාර පියන සහිත ජල ටැංකියක අරය 3.5m වේ. එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 165m^2 වේ නම් ටැංකියේ උස සොයන්න.

සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r + 2\pi rh$

$= 2\pi r\ (r + h)$

$$165\text{m}^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5\text{m}\ (3.5 + h)$$

$$\frac{165\text{m}^2 \times 7}{2 \times 22 \times 3.5\text{m}} = 3.5\text{m} + h$$

$7.5\text{m} = 3.5\text{m} + h$

$h = 7.5\text{m} - 3.5\text{m}$

$h = 4\text{m}$

ටැංකියේ උස $= 4\text{m}$

32-1 අභ්‍යාසය

(1) සිලින්ඩරාකාර භාජනයක අරය 7cm ද ඍජු උස 20 cm ද වේ. එහි
   (i) වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

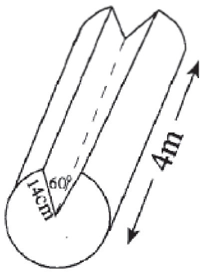
(2) අරය 14cm වූ ද උස 50cm වූ ද ඍජු සිලින්ඩරාකාර ලී කුට්ටියක් වටා තීන්ත ආලේප කළ යුතු ව ඇත. එහි තීන්ත ආලේප කළ යුතු මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(3) සිලින්ඩරාකාර භාජනයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 341m^2 වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 264m^2 වේ.
   (i) වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨ දෙකේ ම වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) ඒ අනුව සිලින්ඩරාකාර ලී කුට්ටියේ පතුලේ අරය සොයන්න.

(4) සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 2640cm^2 වේ.
   (i) එහි උස 30cm වේ නම් අරය සොයන්න.
   (ii) එහි වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය සොයන්න.
   (iii) එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

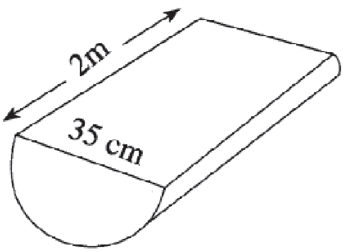
(5) සිලින්ඩරාකාර භාජනයක අරය 7cm ද මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $660cm^2$ ද වේ. එහි උස සොයන්න.

(6)



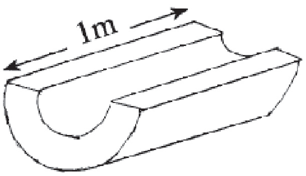
සිලින්ඩරාකාර ලී කුට්ටියකින් 60° ක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කොටසක් රූපයේ ආකාරයට කපා ඉවත් කර ඇත. ලී කුට්ටියේ අරය 14cm හා දිග 4m නම් ඉතිරි ලී කුට්ටියේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(7)



රූපයේ දැක්වෙන අර්ධ සිලින්ඩරාකාර ලී කුට්ටියේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

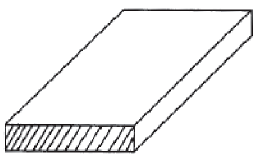
(8)



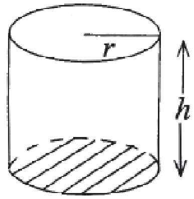
රූපයේ දක්වෙන්නේ අර්ධ සිලින්ඩරාකාර සෘජු කොන්ක්‍රීට් කානුවකි. එය ඇතුළත අරය 14cm හා පිටත අරය 21cm වේ. ඒ අනුව අර්ධ සිලින්ඩරාකාර කානුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

32-2 සිලින්ඩරයක පරිමාව

සෘජුවෘත්ත සිලින්ඩරයක හරස්කඩ ඒකාකාර වර්ගඵලයෙන් යුක්ත වේ. ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවක් වන ඝනකාභයක පරිමාව ගණනය කළ ආකාරය ඔබට මතක ඇත.



ඝනකාභයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස



සිලින්ඩරයද ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝන වස්තුවක් බැවින්

සිලින්ඩරයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

= පතුලේ වර්ගඵලය × උස

$= \pi r^2 \times h$

☛ පතුලේ අරය r ද උස h ද විට

∴ සිලින්ඩරයේ පරිමාව $= \pi r^2 h$

ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝන වස්තුවක ම පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග හෝ උස යන සම්බන්ධයෙන් ලබාගත හැකි ය.

නිදසුන (4)

විෂ්කම්භය 7cm ද උස 16cm ද ඍජුවෘත්ත සිලින්ඩරයක පරිමාව සොයන්න.

විෂ්කම්භය (d) $= 7\text{cm}$

අරය (r) $= \frac{7}{2}\text{cm}$

උස $= 16\text{cm}$

$= \pi r^2 h$

සිලින්ඩරයේ පරිමාව $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \text{cm}^2 \times 16\text{cm}$

$= 616\text{cm}^3$

නිදසුන (5)

පතුලේ අරය 14cm වූ සිලින්ඩරාකාර භාජනයක පරිමාව 36960cm^3 විය.

(i) එහි හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

අරය (r) $= 14\text{cm}$

විෂ්කම්භය (v) $= 36960\text{cm}^3$

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times (14\text{cm})^2$

$= \underline{\underline{616\text{cm}^3}}$

(ii) සිලින්ඩරයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

සිලින්ඩරයේ උස $= \dfrac{\text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}}{\text{හරස්කඩ වර්ගඵලය}}$

$= \frac{36960\text{cm}^3}{616\text{cm}^2}$

$= 60\text{cm}$

∴ සිලින්ඩරයේ උස $= \underline{\underline{60\text{cm}}}$

නිදසුන (6)

මුළු පරිමාව 594cm^3 ද සෘජු උස 21cm ද වූ සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක අරය සොයන්න.

පරිමාව (v) $= 594\ \text{cm}^3$
උස (h) $= 21\ \text{cm}$

අරය r නම්,

පරිමාව $= \pi r^2 h$

$594\text{cm}^3 = \dfrac{22}{7} \times r^2 \times 21$

$$\frac{594\text{cm}^3 \times 7}{22 \times 21\text{cm}} = r^2$$

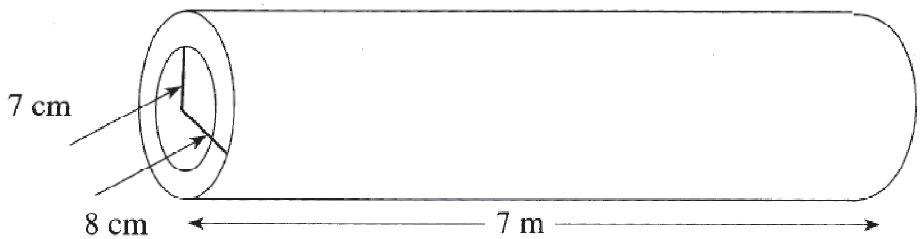
$r^2 = 9$

$r = 3\text{cm}$

සිලින්ඩරාකාර ටින් එකේ අරය $= 3\text{cm}$

නිදසුන (7)

රබර් වලින් සාදන ලද මෙම සිලින්ඩර හැඩැති නළයේ ඇතුළත වෘත්තයේ අරය 7cm ද පිටත වෘත්තයේ අරය 8cm ද වේ. මෙම නළය සෑදීමට වැය වූ රබර් පරිමාව සොයන්න.



විශාල වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 = \pi \times (8\text{cm})^2$

කුඩා වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 = \pi \times (7\text{cm})^2$

රබර් නළයේ රබර් සහිත කොටසේ $= \pi(8\text{cm})^2 - \pi(7\text{cm})^2$

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \pi(8^2 - 7^2)\text{cm}^2 = \dfrac{22}{7}(8-7)(8+7)$

$= \dfrac{22}{7} \times 15\text{cm}^2$

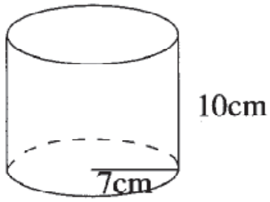
නළයේ රබර් පරිමාව $= \dfrac{22}{7} \times 15\text{cm}^2 \times 700\text{cm}$

$= \underline{\underline{33000\text{cm}^3}}$

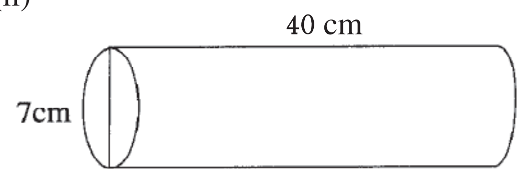
32.2 අභ්‍යාසය

(1) පහත එක් එක් රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව සිලින්ඩරවල පරිමාව සොයන්න.

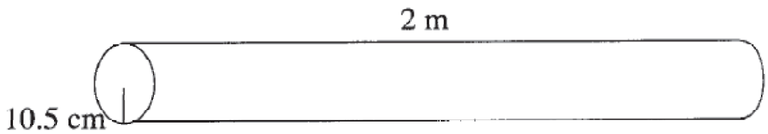
(i)



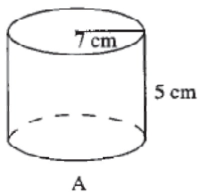
(ii)

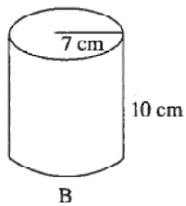


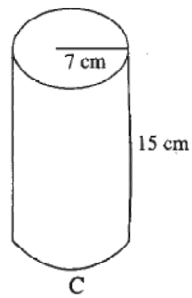
(iii)



(2) (i) මෙම සිලින්ඩරවල පරිමාව සොයා වගුවේ සටහන් කරන්න.



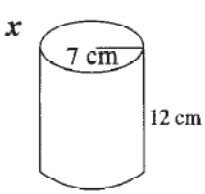


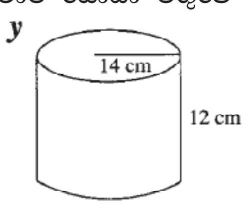


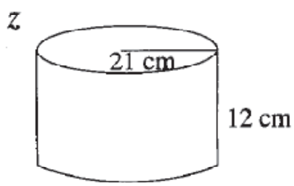
	හරස්කඩ වර්ගඵලය	උස	පරිමාව
A B C			

(ii) සිලින්ඩරයක හරස්කඩ නියත ව තිබිය දී දිග දෙගුණ හා තුන්ගුණ වන විට පරිමාවේ වෙනස්වීම කෙසේ විස්තර කළ හැකි ද?

(3) (i) මෙම සිලින්ඩරවල පරිමාව සොයා වගුවේ සටහන් කරන්න.







	හරස්කඩ වර්ගඵලය	උස	පරිමාව
x			
y			
z			

(ii) සිලින්ඩරයක උස නියත ව තිබිය දී අරය දෙගුණ සහ තුන්ගුණ වන විට පරිමාවේ වෙනස විස්තර කරන්න.

(4) සිලින්ඩරාකාර උකුකිරි ටින් එකක විෂ්කම්භය 7cm ද උස 12cm වේ.

(i) එහි සම්පූර්ණයෙන් පිරෙන සේ උකු කිරි පුරවා ඇත්නම් එහි ඇති උකු කිරි පරිමාව සොයන්න.

(ii) උකු කිරි 2310cm^3 අවශ්‍ය අයෙකුට මෙවැනි උකු කිරි ටින් කීයක් මිලදී ගැනීමට සිදු වේ ද?

(5) සිලින්ඩරාකාර ටින් එකක් සම්පූර්ණයෙන් ම පිරෙන සේ කිරිඟු පිටි පුරවා ඇත. කිරිඟු පිටි පරිමාව 1100cm^3 වන අතර එම ටින් එකේ අරය 5cm වේ. එහි උස ගණනය කරන්න.

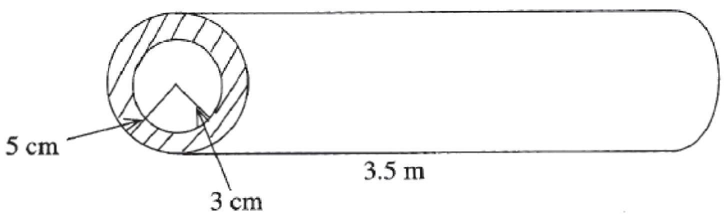
(6) දිග 98cm වූ ඝන සිලින්ඩරාකාර ලෝහ දණ්ඩක පරිමාව 308cm^3 වේ. ලෝහ දණ්ඩේ අරය ගණනය කරන්න.

(7) අරය 3.5m ක් වූ සිලින්ඩරාකාර විශාල ළිඳක් කණිනු ලැබේ.

(i) ළිඳේ හරස්කඩ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) මෙම ළිඳෙන් 385m^3 පස් පරිමාවක් ඉවත් කරන ලද නම් ළිඳේ ගැඹුර සොයන්න.

(8)



රූපයේ දක්වෙන සිලින්ඩරාකාර ලෝහ නළයේ ඇතුළත කුහර කොටසේ අරය 3cm ද පිටත වෘත්තයේ අරය 5cm ද නලයේ දිග 3.5m ද වේ.

(i) එහි ඇති ලෝහ පරිමාව සොයන්න.

(ii) එම ලෝහ 1cm^3 ක් රු. 5/-ක් මිල වේ නම් එය තැනීමට අවශ්‍ය ලෝහ සඳහා වැය වන මුදල සොයන්න.

(9) කිරි නිෂ්පාදන අලෙවි සැලක් පවත්වාගෙන යනු ලබන නිමල් කිසිවක් මිශ්‍ර නොකළ නැවුම් එළකිරි එහි අලෙවි කරනු ලබන්නේ විෂ්කම්භය 3.5 cm වන ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත 10cm උස වීදුරුවක් රු. 11.00 ක මුදලකටයි. ඔහු එළකිරි ලීටරයක් රු. 25.00 කට මිල දී ගන්නේ නම් එළකිරි ලීටර් 10 ක් අලෙවි කළ දිනක ඔහු ලබන ලාභය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ගණනය කරන්න.

(10) විසිතුරු කේක් නිෂ්පාදකයෙක් 45cm දිග 28cm පළල 5cm උස ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කේක් ගෙඩියකින් අරය 14cm 7cm 3.5 cm වන වෘත්තාකාර කොටස් තුනක් කඩා වෙන්කර ගෙන ඉතිරිය ඉවත් කරයි.

(i) ඔහු සකස් කළ කේක් ගෙඩියේ පරිමාව කොපමණ ද?

(ii) විසිතුරු කේක් සැරසිල්ල සඳහා යොදගත් කේක්වල පරිමාව කොපමණ ද?

(iii) මුළු කේක් ගෙඩිය නිෂ්පාදනයට ඔහු රු. 504.00 මුදලක් වැය කරනු ලැබූ බව කියයි. සැරසිල්ල සඳහා අවශ්‍ය කේක් එම පරිමාව ම සහිත තැටිවල යොදා සකස් කර ගත්තේ නම් ඔහුට ඉතිරි කර ගැනීමට හැකි වන මුදල කීය ද?

සාරාංශය

☛ **පතුලේ අරය r ද උස h වන ඍජු සිලින්ඩරයක**

☛ (i) **මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය** $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

(ii) **පරිමාව** $= \pi r^2 h$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) අරය 21cm ද දිග 1m ද වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩරයක

(i) මුළු පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය (ii) පරිමාව සොයන්න.

(2) විෂ්කම්භය 7m ද උස 4m ද වූ පියන රහිත සිලින්ඩරාකාර ටැංකියක් වටා සම්පූර්ණයෙන් තීන්ත ආලේප කරනු ලැබේ.

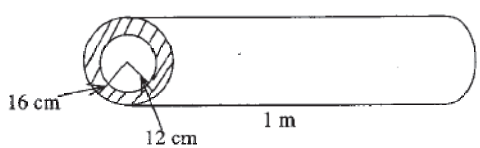
(i) එහි තීන්ත ආලේප කළ යුතු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) එයට පිරවිය හැකි උපරිම ජල පරිමාව සොයන්න.

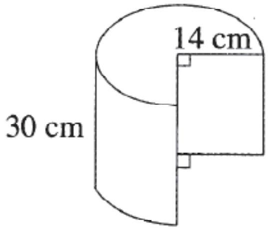
(3) (i) 110mm^3 ක ලෝහ පරිමාවකින් 5.5mm^3 ක ලෝහ පරිමාවක් ඇති කාසි කීයක් තැනිය හැකි ද?

(ii) එසේ තැනූ එක් කාසියක විශ්කම්භය 3.5mm නම් එම කාසියේ ඝනකම (උස) ගණනය කරන්න.

(4) රූපයේ දක්වෙන ආකාරයේ සිලින්ඩරාකාර ලී කොටයක ඇතුළත ඒකාකාර කුහරයක් පිහිටයි. එහි ලී වල පරිමාව සොයන්න.

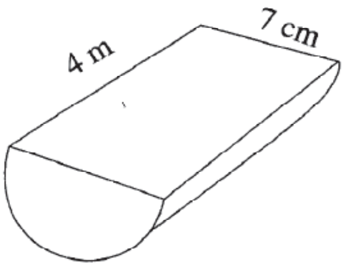


(5) මෙම සිලින්ඩරාකාර ලී කොටයේ



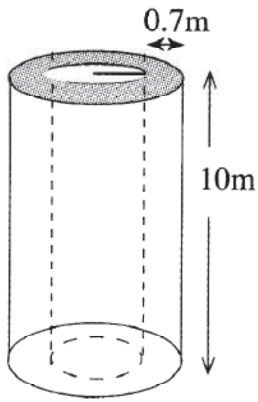
(i) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) ලී පරිමාව සොයන්න.

(6) අර්ධ සිලින්ඩරාකාර වැහි පීල්ලක විෂ්කම්භය 7cm වන අතර දිග 4m වේ. එය සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරී ඇත් නම්



(i) එහි ජල ධාරිතාව ඝන සෙන්ටිමීටර්වලින් කීය ද?
(ii) ධාරිතාව ලීටර්වලින් කොපමණ ද සොයන්න.

(7) තෙල් ගබඩා සංකීර්ණයක තනා ඇති තෙල් ටැංකියක ඇතුලත පරිධිය 132 m කි. බිත්තියේ ඝනකම 0.7m ටැංකියේ ගැඹුර 10 m වේ.



(i) ටැංකියේ අල්ලන තෙල් පරිමාව ඝන මීටරවලින් සොයන්න.
(ii) ටැංකියේ ධාරිතාව ලීටරවලින් සොයන්න.
(iii) ටැංකියේ පතුල හා බිත්තියේ ඝනකම 0.7m නම් ටැංකිය පියන රහිත ව සෑදීමට ගිය ලෝහ පරිමාව ගණනය කරන්න.

(8) ජල පිරිපහදු මධ්‍යස්ථානයක තනා ඇති ඝනකාභ හැඩැති ටැංකියක දිග, පළල හා ගැඹුර පිළිවෙළින් 22m, 10m හා 7m වේ. එම ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරී ඇති විට එම ජලය අරය 7 m සිලින්ඩරාකාර ටැංකියකට සම්පූර්ණයෙන් ගලා යාමට සැලැස්සුව හොත් එහි ජලය නගින උස සොයන්න.

33 සම්භාවිතාව

සම්භාවිතාවේ අපි ඉගෙන ගෙන ඇති කරුණු සිහිපත් කරගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසය කරන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් සසම්භාවී (අහඹු) පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියන්න.

(i) එක ම වර්ගයේ කළු, නිල්, රතු පැන් එක බැගින් අඩංගු පෙට්ටියකින් අහඹු ලෙස පැනක් ගැනීම.

(ii) මුහුණත්වල 1, 2, 3, 4, 5, 6 සටහන් කර ඇති ඝනාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමා වැටෙන අංක සටහන් කර ගැනීම.

(iii) කාසියක් උඩදමා වැටෙන පැත්ත සටහන් කර ගැනීම.

(iv) A, B, C, D, E, F, G, H ලෙස ලියන ලද එක හා සමාන කාඩ්පත් අතරින් එකක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගැනීම.

(2) මල්ලක එක සමාන කහ පැන්සල් තුනක් ද කොළ පැන්සල් 1ක් ද රතු පැන්සල් 2ක් ද ඇත. ඉන් අහඹු ලෙස ඉවතට ගනු ලබන පැන්සල

(i) කහ පැන්සලක් වීමේ (ii) නිල් පැන්සලක් වීමේ

(iii) කොළ පැන්සලක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(3) තරමින් හා ගැඩයෙන් එක හා සමාන කුඩ 15ක් මිශ්‍ර වී ඇති ගොඩක කළු පැහැති කුඩ 8ක් ද ඉතිරි ඒවා දුඹුරු පැහැති කුඩ ද වේ. මින් අහඹු ලෙස ඉවතට ගනු ලබන කුඩයක්

(i) කළු කුඩයක් වීමේ (ii) දුඹුරු කුඩයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

33-1 සරල සිද්ධි

පහත දැක්වෙන සිද්ධිවල අවයව ලියා දක්වමු.

▲ නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස වැටීමේ සිද්ධිය A නම්

$A = \{H\}$ වේ.

ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමූ විට 2කට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම්,

$B = \{1\}$ වේ.

මෙම A හා B සිද්ධි දෙක තව දුරටත් වෙනත් සිද්ධිවලට වෙන් කළ නො හැකි ය. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශයට අයත් යම් සිද්ධියක් තව දුරටත් වෙනත් සිද්ධිවලට වියෝජනය කළ නො හැකි නම් ඒවාට **සරල සිද්ධි (සුගම සිද්ධි)** යයි කියනු ලැබේ.

මේ අනුව A හා B සරල සිද්ධි වේ.

33-2 සංයුක්ත සිද්ධි

පහත දැක්වෙන සිද්ධිවල අවයව ලියා දක්වමු.

▲ අංක 1, 2, 3, 4, 5, 6, ලෙස අංකනය කරන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය X ද ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය Y ද නම්,

$X = \{1, 3, 5\}$
$Y = \{2, 3, 5\}$ ද වේ.

X සිද්ධිය $\{1\}, \{3\}, \{5\}$ ලෙස තවත් සරල සිද්ධි 3ක් ද y සිද්ධිය $\{2\}, \{3\}, \{5\}$ ආදී ලෙස තවත් සරල සිද්ධි 3කට ද වෙන් කළ හැකි ය.

මෙසේ නියැදි අවකාශයක යම් සිද්ධියක් සරල සිද්ධි දෙකකට හෝ වැඩි ගණනකට වෙන් කළ හැකි නම් එවැනි සිද්ධියකට **සංයුක්ත සිද්ධියක්** යැයි කියනු ලැබේ.

ඒ අනුව X හා Y සංයුක්ත සිද්ධි වේ.

නිදසුන (1)

1, 2, 3, 4, 5, 6 ,7, 8 ලෙස අංක යොදන ලද එක හා සමාන කාඩ්පත් අතරින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ,

(i) නියදි අවකාශය ලියන්න. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(ii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියන්න.
$A = \{2, 4, 6, 8\}$

(iii) A සරල සිද්ධියක් ද, සංයුක්ත සිද්ධියක් ද? මෙය සරල සිද්ධි 4කට වෙන් කළ හැකි ය. එබැවින් සංයුක්ත සිද්ධියකි.

(iv) A හි සරල සිද්ධි සියල්ල ම ලියන්න.
$\{2\}, \{4\}, \{6\}, \{8\}$

33-1 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන සිද්ධි ඉදිරියෙන් එය සරල සිද්ධියක් ද? සංයුක්ත සිද්ධියක් ද යන්න ලියා දක්වන්න.

(i) අංක 1 සිට 6 තෙක් යෙදූ ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීම.

(ii) නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීමේ දී අගය ලැබීම.

(iii) A, B, C, D, E ලෙස නම් කළ එක හා සමාන කාඩ්පත් අතරින් එකක් අහඹු ලෙස ගැනීමේ දී ස්වර අක්ෂරයක් සහිත කාඩ්පතක් ලැබීම.

(iv) 1 සිට 6 තෙක් අංක යෙදූ දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී 5 ට වැඩි අගයක් ලැබීම.

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස මුහුණත්වල අංක යොදා ඇති ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයේ,

(i) නියැදි අවකාශය ලියන්න.

(ii) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියන්න.

(iii) A හි සරල සිද්ධි සියල්ල ම ලියන්න.

33-4 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

පහත දක්වෙන සිද්ධිය පිළිබඳ විමසා බලමු. නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීමේ දී, සිරස වැටීමේ සිද්ධිය A ද අගය වැටීමේ සිද්ධිය B ද නම්,

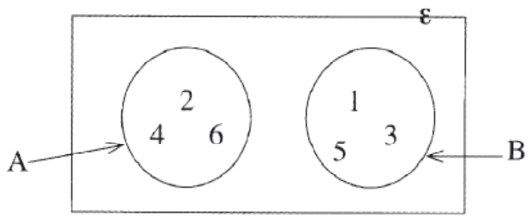
$$A = \{H\}$$
$$B = \{T\}$$
$$A \cap B = \{\ \}$$ $(A \cap B)$ යනු A හා B සිද්ධි එකවර සිදුවීමේ සිද්ධියයි.

මෙම සිද්ධියේ $A \cap B = \phi$ වේ. එනම් A සිදු වන විට B සිද්ධිය සිදු නො වේ. A හා B යනු S නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් වේ. A සිද්ධිය සිදු වන විට B සිද්ධිය සිදු නො වේ. එසේම B සිද්ධිය සිදු වන විට A සිද්ධිය සිදු නො වේ නම් A හා B සිද්ධි **අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි** යනුවෙන් හැඳින්වේ.

▲ සාධාරණ දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු. මෙහිදී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද ලෙස ගනිමු.

$$A = \{2, 4, 6\}$$
$$B = \{1, 3, 5\}$$
$$A \cap B = \phi$$

මෙය වෙන් රූප සටහනක දක්වමු. A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි නිසා A හා B වියුක්ත කුලක වේ.



$A \cap B = \phi$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(s)} = \frac{0}{6} = 0$$

මෙවැනි අවස්ථාවක $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ වේ.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

පොදු අවයව නොමැති එනම් ඡේදනය අභිශූන්‍ය වන සිද්ධි, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ.

නිදසුන (2)

අංක 1 සිට 7 තෙක් අංක ලියන ලද එක හා සමාන කාඩ්පත් සහිත කට්ටලයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ඉවතට ගත් විට 5ට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද 4 ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය C ද වේ නම් මෙම පරීක්ෂණයේ

(i) $P(A)$ (iv) $P(A \cap B)$

(ii) $P(B)$ (v) $P(A \cap C)$

(iii) $P(C)$ (vi) $P(B \cap C)$ සොයන්න.

(iv) මින් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යුගල ලියන්න.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $A \cap B = \{2, 4\}$

$B = \{2, 4, 6\}$ $A \cap C = \{\ \}$

$C = \{5, 6, 7\}$ $B \cap C = \{6\}$

(i) $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{4}{7}$ (iv) $P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)} = \dfrac{2}{7}$

(ii) $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{3}{7}$ (v) $P(A \cap C) = \dfrac{n(A \cap C)}{n(S)} = 0$

(iii) $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{3}{7}$ (vi) $P(B \cap C) = \dfrac{n(B \cap C)}{n(S)} = \dfrac{1}{7}$

(vii) $P(A \cap C) = 0$ ද

$P(A \cup C) = P(A) + P(C)$ ද වේ.

එබැවින් A හා C අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ.

නිදසුන (3)

මල්ලක ඇති එක හා සමාන පෑන් 11කින් 3ක් රතු පාට ද 6ක් නිල් පාට ද 2ක් කළු පාට ද වේ. මින් අහඹු ලෙස පෑනක් ඉවතට ගත හොත් එය,

(i) රතු පාට එකක් වීමේ

(ii) නිල් පාට එකක් වීමේ

(iii) කළු පාට එකක් වීමේ

(iv) රතු හෝ නිල් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

රතු පැනක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද, නිල් පැනක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද, කළු පැනක් ලැබීමේ සිද්ධිය C ද ලෙස ගනිමු. මෙහි A සිදු වන විට B හෝ C ද B සිදු වන විට A හෝ C ද, C සිදුවන විට A හෝ B ද, සිදු නො වේ.

(i) $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{3}{11}$ (iii) $P(C) = \dfrac{n(C)}{n(S)} = \dfrac{2}{11}$ (iv) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(ii) $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{6}{11}$

$$= \frac{3}{11} + \frac{6}{11}$$

$$= \frac{9}{11}$$

අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි

නිදසුන (4)

අංක 1 සිට 10 අංක තෙක් අංක ලියන ලද එක සමාන කාඩ්පත් අතරින් අහඹු ලෙස එකක් ඉවතට ගැනීමේ පරීක්ෂණය සලකමු. මෙහි ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද වර්ග සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද නම්,

මෙම සිද්ධි වෙන් රූප සටහනක දක්වමු.

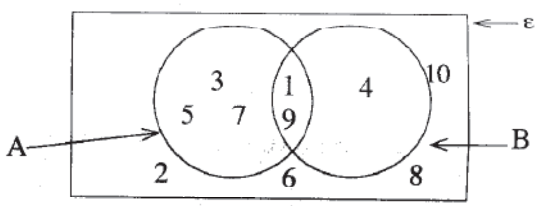
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{1, 4, 9\}$

$A \cap B = \{1, 9\}$

$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$



මේ අනුව ඉහත A හා B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි දෙකක් වේ.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ බව දනිමු.

$$\therefore \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A හා B යනු S නියැදි අවකාශයේ ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් නම්

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

නිදසුන (5)

එක්තරා පන්තියක ළමයින් 40ක ගෙන් තමන් වඩාත් කැමති විෂය විමසූ විට 27ක් ගණිතය විෂයයට ද 25ක් ඉංග්‍රීසි විෂයයට ද ප්‍රිය කරන බව පැවසූහ. ගණිතය හා ඉංග්‍රීසි යන විෂය දෙකට ම ප්‍රිය කරන අය 20 කි. මෙම සිසුන් අතරින් අහඹු ලෙස එක් අයෙක් ගත් විට ඔහු මෙම විෂයයන් දෙකෙන් අඩුතරමින් එක් විෂයක්වත් ප්‍රිය කරන අයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ගණිතය ප්‍රිය කරන සිසුවකු වීමේ සිද්ධිය A ද ඉංග්‍රිසි ප්‍රියකරන සිසුවකු වීමේ සිද්ධිය B ද නම්

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{27}{40} + \frac{25}{40} + \frac{20}{40}$$

$$= \frac{32}{40}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

සිසුවා මින් එක විෂයයක්වත් ප්‍රියකරන කෙනෙකු වීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{4}{5}$

33-4 අනුපූරක සිද්ධි

1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස අංක යෙදූ සාධාරණ දාදු කැටයක් උඩදමා වැටෙන අය ගණන නිරීක්ෂණය කිරීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

මෙහි ඉරට්ටෙ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් $A = \{2, 4, 6\}$

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම් $B = \{1, 3, 5\}$

A හි අනුපූරකය $A' = \{1,3,5\} = B$ වේ.

$\therefore$ A හි අනුපූරක සිද්ධිය B වේ. $A' = B$

එමෙන් ම B හි අනුපූරක සිද්ධිය A වේ. $B' = A$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \phi$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(S) = P(A) + P(A')$$

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1 \text{ නිසා}$$

$$1 = P(A) + P(A')$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

නිදසුන (6)

සසම්භාවී පරීක්ෂණය X හා Y සිද්ධි 2කි.

$$P(X) = \frac{1}{5} \text{ ද } P(Y) = \frac{3}{5} \text{ ද } P(X \cap Y) = \frac{1}{10} \text{ ද වේ.}$$

මේවා සොයන්න.

(i) $P(X')$ (ii) $P(Y')$ (iii) $P(X \cap Y)'$ (iv) $P(X \cap Y)$

(i) $P(X') = 1 - P(X)$

$= 1 - \frac{1}{5}$

$= \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$

(ii) $P(Y') = 1 - P(Y)$

$= 1 - \frac{3}{5}$

$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$

(iii) $P(X \cap Y)' = 1 - P(X \cap Y)$

$= 1 - \frac{1}{10}$

$= \underline{\underline{\frac{9}{10}}}$

(iv) $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$

$= \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

$= \frac{2 + 6 - 1}{10}$

$= \underline{\underline{\frac{7}{10}}}$

33.2 අභ්‍යාසය

(1) A හා B අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි 2කි.

$P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{5}{9}$

(i) A සහ B සිදු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) A හෝ B සිදු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(2) කළු, සුදු හා දුඹුරු මේස් ඇති මල්ලකින් අහඹු ලෙස එකක් ඉවතට ගත් විට එය කළු මේස් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{4}$ ද, සුදු මේස් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{8}$ක් ද, දුඹුරු මේස් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{8}$ ද වේ. ඉවතට ගත් මේස් එක

(i) කළු හෝ සුදු වීමේ සම්භාවිතාව

(ii) කළු හෝ දුඹුරු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(3) A හා B අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නො වන සිද්ධි 2කි.

$P(A) = \frac{1}{2}$ ද $P(B) = \frac{5}{8}$ ද $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ද වේ $P(A \cup B)$ සොයන්න.

(4) එක්තරා සසම්භාවී පරීක්ෂණයක A හා B සිද්ධි දෙකකි. එහි

$P(A) = \frac{3}{10}$ ද $P(B) = \frac{2}{5}$ ද $P(A \cup B) = \frac{5}{10}$ ද වේ.

A හා B සිදු වීම ගැන කුමක් කිව හැකි ද? හේතු දක්වන්න.

(5) A, B, C යන සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි 3කි.

$P(A) = \frac{1}{6}$ ද, $P(B') = \frac{7}{12}$ ද, $P(C) = \frac{1}{2}$ ද, $P(B \cap C) = \frac{1}{6}$ ද, $P(A \cap C)' = \frac{2}{3}$ වේ.

මේවා සොයන්න.

(i) $P(A')$ (iii) $P(B \cap C)'$ (v) $P(A \cap C)$

(ii) $P(B)$ (iv) $P(A \cup C)'$

(6) නිවෙස් 100 ක් සහිත නිවාස සංකීර්ණයක නිවෙස් 55 ක මෝටර් රථ ද, නිවෙස් 40 ක යතුරුපැදි ද තිබේ. මෝටර් රථයක් හා යතුරුපැදියක් යන දෙක ම ඇති නිවෙස් ගණන 25 කි. මින් අහඹු ලෙස ගනු ලබන නිවෙසක

(i) මෝටර් රථයක් තිබීමේ

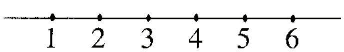
(ii) යතුරු පැදියක් තිබීමේ

(iii) මෝටර් රථයක් හෝ යතුරු පැදියක් යන දෙකෙන් එකක්වත් තිබීමේ

(iv) මේ දෙකෙන් එකක් වත් නොතිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

33-5 සංයුක්ත සිද්ධියක නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය

අංක 1 සිට 6 දක්වා අංක කරන ලද දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී ලැබිය හැකි නියැදි අවකාශය කාටීසීය තලයක දක්වමු.



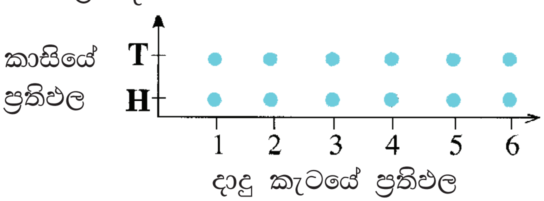
මෙහි විය හැකි සිද්ධි කුලකය ලියූ විට {1, 2, 3, 4, 5, 6} වේ.

නිදසුන (7)

අංක 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් හා නොනැඹුරු කාසියක් එක වර උඩ දමනු ලැබේ.

(i) මෙහි නියැදි අවකාශය කොටු දලක දක්වන්න.

* මෙම පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵල සියල්ල වඩා පහසුවෙන් පැහැදිලි ව ප්‍රස්තාරික ව නිරූපණය කළ හැකි ය.



කාසියේ සිරස ලැබීම H ලෙසද, අගය ලැබීම T ලෙසද සලකමු.

ප්‍රතිඵල සටහන් කරන්නේ මෙසේ ය.

S = {(1, H), (2, H), (3, H), (4, H), (5, H), (6, H), (1, T), (2, T), (3, T), (4, T), (5, T), (6, T)}

n(S) = 12

(ii) කාසියේ සිරස ද දාදු කැටයේ 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

කාසියේ සිරස හා දාදු කැටයේ 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ වාර ගණන {එනම් (H,5), (H,6)} $= 2$

නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන එනම් n (S) $= 12$

කාසියේ සිරස ද දාදු කැටයේ 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

නිදසුන (8)

A, B, C, D, E ලෙස නම් කර ඇති එක සමාන කාඩ්පත් 5ක් ඇති මල්ලකින් එකක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගනු ලැබේ. එය නැවත මල්ල තුළට දමා නැවත අහඹු ලෙස කාඩ් පතක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) මෙම පරීක්ෂණයේ ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල නියැදි අවකාශය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්තාරයක දක්වන්න.

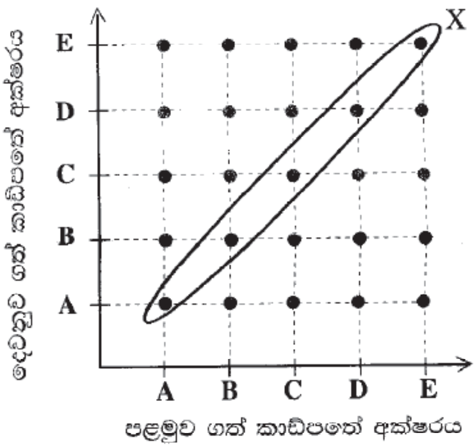
(ii) අවස්ථා දෙකේ දී ම එකම අක්ෂරය සහිත කාඩ්පත ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

එම සිද්ධිය X නම්,

n (s) = 25 n (x) = 5 නිසා,

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(S)}$$

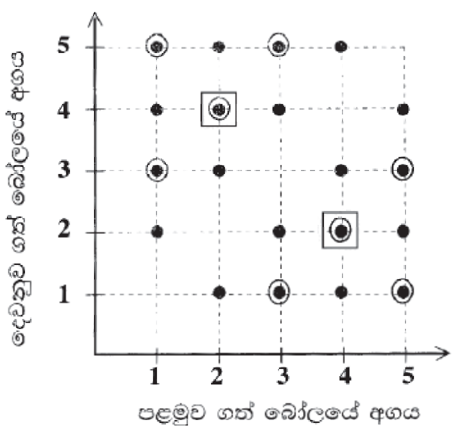
$$P(X) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$



නිදසුන (9)

අංක 1, 2, 3, 4, 5 ලෙස ලියන ලද එක හා සමාන බෝල සහිත මල්ලකින් එකක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගනු ලැබේ. එය නැවත මල්ල තුළට නො දමා තවත් බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ප්‍රස්තාරික ව දක්වන්න.

* මෙහි ඉවතට ගත් බෝලය නැවත නොදමන නිසා (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5) යන ප්‍රතිඵල නො ලැබේ.



(i) ඉවතට ගත් බෝල දෙක ම ඉරට්ට අගයන් සහිත වීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{20} = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$

(ii) ඉවතට ගත් බෝල දෙක ම ඔත්තේ අගයක් සහිත වීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{6}{20} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$

33-3 අභ්‍යාසය

(1) නොනැඹුරු කාසියක් හා මුහුණත්වල අංක 1, 2, 3, 4 ලෙස අංක යෙදූ සවිධි චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් එක වර උඩ දමනු ලැබේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ප්‍රස්තාරික ව දක්වන්න.

(2) මල්ලක රතු, නිල්, කහ, කොළ යන වර්ණවලින් යුත් එක හා සමාන මකන කැබලි 4 ක් ඇත. තවත් මල්ලක රතු, නිල්, කහ, කොළ වර්ණවලින් යුත් එක හා සමාන පැන්සල් 4ක් ඇත. එක වර මලු දෙකෙන් අහඹු ලෙස මකන කැබැල්ලක් හා පැන්සලක් ඉවතට ගනු ලැබේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ

(i) නියදි අවකාශය ප්‍රස්තාරික ව දක්වන්න.
(ii) රතු මකන කැබැල්ලක් හා රතු පැන්සලක් ලැබීමේ
(iii) එකම වර්ණයෙන් පැන්සලයක් හා මකන කැබැල්ලක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(3) 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස මුහුණත් අංකනය කළ ඝනාකාර දාදු කැට දෙකක් එක වර උඩ දමනු ලැබේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ,

(i) නියදි අවකාශය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්තාරයක දක්වන්න.
(ii) දාදු කැට දෙකෙහි ම 3ට අඩු අංකයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) අංකවල එකතුව 7 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(4) පෙට්ටියක එක හා සමාන සුදු, කළු, රෝස, කහ යන වර්ණවලින් යුත් කොණ්ඩ කටු පිළිවෙළින් 3, 2, 1, 1 බැගින් ඇත. ලක්ෂ්මී මෙම පෙට්ටියට අත දමා ඉන් එකක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගෙන හිසෙහි පැළඳුවා ය. එය නැවත ආපසු පෙට්ටියට නොදමූ ඇය තවත් කොණ්ඩ කටුවක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගත්තා ය. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ දී නියැදි අවකාශය ප්‍රස්තාරික ව දක්වන්න. ඒ අනුව,

(i) පළඳින කොණ්ඩ කටු දෙක ම සුදු ඒවා වීම.
(ii) පළඳින කොණ්ඩ කටු දෙක වර්ණ දෙකකින් වීමේ
(iii) පළමු කටුව රෝස වී දෙවන කටුව සුදු පාට වීමේ
(iv) දෙකම රෝසපාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(5) තරමින් හා හැඩයෙන් එක හා සමාන අංක 1 සිට 7 තෙක් අංකනය කරන ලද කාඩ්පත් කට්ටලයකින් එකක් ඉවතට ගෙන එය ආපසු නො දමා තවත් කාඩ්පතක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) මෙම පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ප්‍රස්තාරික ව දක්වන්න.
(ii) එමගින් කාඩ් දෙකෙහි ම ඉරට්ට සංඛ්‍යා ලැබීමේ
(iii) කාඩ් දෙකෙහි අංක එකතුව 7ට වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(6) පාසැලක පැවැත්වීමට නියමිත කථික තරගයකින් හොඳම කථිකයන් දෙදෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත. මූලික තරග වටයකින් ගැහැනු ළමයින් 4 දෙනෙකු සහ පිරිමි ළමුන් 3 දෙනෙකු තේරී ඇත. අවසාන වටයෙන් මොවුන් අතරින් පළමුවැනියා සහ දෙවෙනියා ලෙස දෙදෙනකු තේරීමට හැකි ආකාර දක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටු දළක දක්වන්න. ඒ අනුව,

(i) පළමුවැනියා පිරිමි ළමයකු වී දෙවැනියා ගැහැනු ළමයකු වීමේ

(ii) දෙදෙනා ම ගැහැනු ළමයින් වීමේ

(iii) දෙදෙනා ම පිරිමි ළමයින් වීමේ

(iv) දෙදෙනා වර්ග දෙකෙන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(7) බෝතලයක දෙඩම් රසැති ටොෆි 3ක් ද, චොකලට් රසැති ටොෆි 2ක් ද, සියඹලා රසැති ටොෆි 1ක් ද ඇත. බෝතලයට අත දමූ එරංගා අහඹු ලෙස ටොෆියක් ඉවතට ගෙන එය තම මල්ලීට දුන්නා ය. නැවතත් බෝතලයට අතදමා අහඹු ලෙස ගත් ටොෆියක රස වින්දා ය.

(i) විය හැකි සිද්ධි සියල්ල දක්වීමට ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

(ii) දෙදෙනාට ම දොඩම් රසැති ටොෆි ලැබීමේ

(iii) සියඹලා රසැති ටොෆිය මල්ලීට ලැබීමේ

(iv) මල්ලීට දෙඩම් රසැති ටොෆියක් ද එරංගාට චොක්ලට් රසැති ටොෆියක් ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(v) දෙදෙනාට ම චොක්ලට් රසැති ටොෆි ලැබීමේ සම්භාවිතාව 6% කට වඩා වැඩි බව එරංගා පවසයි. මේ ප්‍රකාශය සත්‍ය ද? හේතු දක්වන්න.

සාරාංශය

- **තව දුරටත් වෙනත් සිද්ධිවලට වියෝජනය කළ නො හැකි සිද්ධි සරල සිද්ධි සරල සිද්ධි වේ.**
- **සරල සිද්ධි දෙකකට හෝ ඊට වැඩි ගණනකට වියෝජනය කළ හැකි සිද්ධි සංයුක්ත සිද්ධි වේ.**
- **A හා B යනු S නියැදි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකක් ද, A සිදුවන විට B ද, B සිදුවන විට A ද සිදු නො වේ නම් A සහ B සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ.**
- **A හා B යනු S නියැදි අවකාශයේ ඕනෑ ම සිද්ධි දෙකක් නම්,**
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ **වේ.**
- **A හි අනුපූරක සිද්ධිය A' වේ. $P(A)' \equiv 1 - P(A)$ වේ.**

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) A හා B යනු නියැදි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකකි.

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{5}{8} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

මේවා සොයන්න.

(i) $P(B)'$ (ii) $P(A \cap B)'$ (iii) $P(A \cup B)'$

(2) බසයක සිටි මගීන් අතරින් $\frac{3}{4}$ ක් සිංහල ද $\frac{1}{5}$ ක් දෙමළ ද $\frac{1}{20}$ ක් මුස්ලිම් අය ද වෙති. මින් අහඹු ලෙස තෝරා ගන්නා මගියකු සිංහල හෝ දෙමළ අයෙක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(3) පන්තියක සිටින සිසුන් 40ක් අතරින් 25 දෙනෙක් ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාව ප්‍රිය කරති. 12 දෙනෙක් පාපන්දු ක්‍රීඩාව ද 5 දෙනෙක් මේ ක්‍රීඩා දෙක ම ද ප්‍රිය කරති. මෙම සිසුන්ගෙන් එක් අයකු අහඹු ලෙස තෝරා ගත හොත් ඔහු,

(i) ක්‍රිකට් හා පාපන්දු යන ක්‍රීඩා දෙකට ම ප්‍රියකරන්නකු වීමේ
(ii) ක්‍රිකට් හෝ පාපන්දු යන ක්‍රීඩා දෙකෙන් එකක්වත් ප්‍රිය කරන්නෙකු වීමේ
(iii) මෙම ක්‍රීඩා දෙකෙන් එකක්වත් ප්‍රිය නොකරන්නෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(4) ළමයින් සමූහයකගෙන් 80%ක් පොත් කියවීමට ද, 70%ක් පුවත්පත් බැලීමට ද ප්‍රිය කරති. පොත් කියවීම හා පුවත්පත් බැලීම යන දෙක ම ප්‍රියකරන ප්‍රමාණය 55%කි. මෙම පිරිසෙන් ළමයකු අහඹු ලෙස තෝරා ගත් විට ඔහු

(i) පුවත් පත් බැලීම ප්‍රිය නොකරන්නකු වීමේ
(ii) පොත් කියවීම හෝ පුවත්පත් බැලීම යන දෙකෙන් අඩු වශයෙන් එකක්වත් ප්‍රිය කරන්නකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(5) මල්ලක නිල්, රතු, කොළ, කහ හා සුදු වර්ණවලින් යුත් එක ම තරමේ පැන්සල් පෙට්ටි 5ක් ඇත. ළමයකුට මින් එකක් අහඹු ලෙස තෝරා ගැනීමට අවස්ථාව ලබාදේ. ඉන්පසු ව එසේ ඉවත් වූ වර්ණය සහිත පෙට්ටිය නැවත මල්ල තුළට දමා තවත් ළමයෙකුට අහඹු ලෙස පැන්සල් පෙට්ටියක් තෝරාගැනීමට අවස්ථාව ලබාදේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ,

(i) නියැදි අවකාශය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්තාරයක් මගින් දක්වන්න.
(ii) ළමුන් දෙදෙනාට ම එක ම වර්ණයේ පෙට්ටි ලැබීමේ
(iii) ළමුන් දෙදෙනාට වෙනස් වර්ණවලින් යුත් පෙට්ටි ලැබීමේ
(iv) පළමු ළමයාට නිල් පැහැ පෙට්ටියක් ලැබී දෙවන ළමයාට රතු පැහැ පෙට්ටියක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(6) එක්තරා ක්‍රීඩාවකදී 1 සිට 10 තෙක් අංක යෙදූ එක ම වර්ගයේ කාඩ්පත් කට්ටලයකින් එකක් ඉවතට ගෙන එය නැවත ආපසු නො දමා තවත් එකක් ඉවතට ගනු ලැබේ. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ,

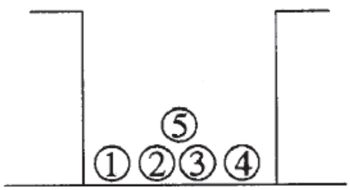
(i) නියැදි අවකාශය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රස්තාරයක් මගින් දක්වන්න. එමගින්

(ii) එම කාඩ්පත් දෙකේ අංකවල එකතුව 15ට වැඩි වීමේ

(iii) කාඩ්පත් දෙකෙහි ම ඉරට්ට සංඛ්‍යා ලැබීමේ

(iv) එක් කාඩ්පතක ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා අනෙක් කාඩ්පතේ 5 ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(7) පාසැල් ශිෂ්‍යයකු ගණිත ප්‍රදර්ශනයක් සඳහා ඉදිරිපත් කර තිබූ ගණිත ක්‍රීඩාවක් පහත දක්වේ.



1 සිට 5 තෙක් අංක යෙදූ සමාන පිංපොං බෝල පහක් යන්ත්‍රයට ඇතුළු කර ඇත. යන්ත්‍රය ක්‍රියා කරවූ විට අහඹු ලෙස බෝල 2ක් එක වර තෝරා දෙයි. ඉන් පළමු බෝලයේ අංකය එකස්ථානයට ද, දෙවන බෝලයේ අංකය දසස්ථානයට ද යොදා ඉලක්කම් දෙකේ සංඛ්‍යාවක් සෑදිය යුතුය. සෑදිය හැකි සංඛ්‍යා කාටීසීය තලයක දක්වන්න. එය ඇසුරින් ලැබෙන සංඛ්‍යාව

(1) (i) ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් වීමේ

(ii) 5 ගුණාකාරයක් වීමේ

(iii) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් වීමේ

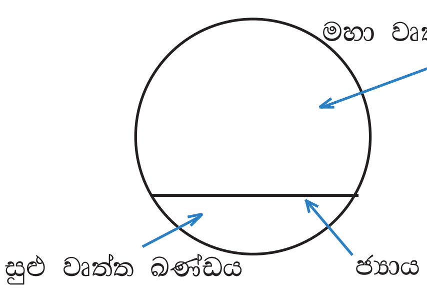
(iv) ඉලක්කම් දර්ශකය 6 වන සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

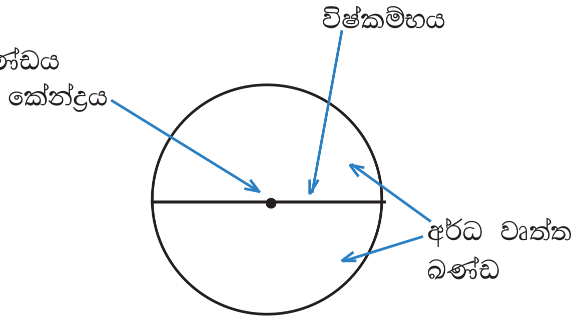
(v) ලැබෙන සංඛ්‍යාවලින් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් සංඛ්‍යාවක් දින 31 ක් ඇති මාසයක දිනයක් දක්වන සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව 46% ක් බව ශිෂ්‍යයා පවසයි. එම ප්‍රකාශයේ සත්‍යතාව විමසන්න.

34 වෘත්තයක කෝණ

34-1-1 වෘත්ත ඛණ්ඩ

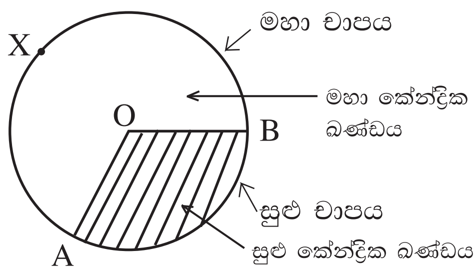
යම් තලයක පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යකට නියත දුරකින් චලනය වන එම තලයේ ම පිහිටන ලක්ෂ්‍යයක හෝ පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වෘත්තයකි. වෘත්තයක දක්නට ලැබෙන අංග හඳුනාගෙන සිටීම වෘත්තය සම්බන්ධ ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයයන් අධ්‍යයනය කිරීමට පිටුවහලකි.





- වෘත්තයක දක්නට ඇති විශාල ම ජ්‍යාය විෂ්කම්භය වේ.
- අඳිනු ලබන ජ්‍යායක් කේන්ද්‍රය හරහා යයි නම් එය විෂ්කම්භය නම් විශේෂ නමකින් හැඳින්වේ.
- විෂ්කම්භය මගින් වෘත්තය සමාන කොටස් දෙකකට බෙදෙන අතර එම කොටස් අර්ධ වෘත්ත ඛණ්ඩ නමින් හැඳින්වේ.

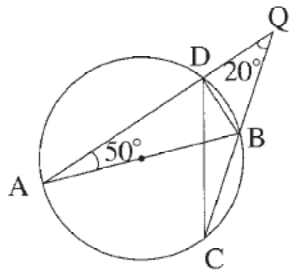
34-1-2 වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ



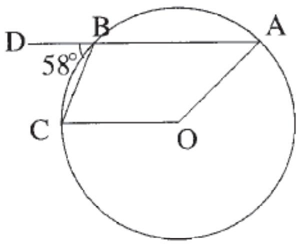
වෘත්තයක අරයන් දෙකකිනුත් ඒ අතර පිහිටන වෘත්ත චාපයකිනුත් සීමාවන කොටස වෘත්ත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් නමින් හැඳින්වේ.

මෙහි කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකි.

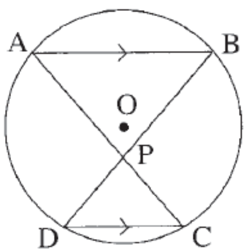
(i) AB සුලු චාපය මත සාදන AOB සුළු කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය (අඳුරු කර ඇත)
(ii) AB මහා චාපය මගින් සාදන මහා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය

4. 

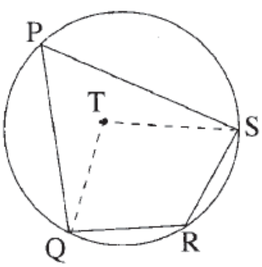
AB විෂ්කම්භයකි. ADQ හා CBQ සරල රේඛා වේ. $C\hat{D}B$ අගය සොයන්න.

5. 

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ABD සරල රේඛාවක් වේ. $D\hat{B}C = 58^\circ$ නම් $C\hat{O}A$ පරාවර්ත කෝණයේ අගය සොයන්න.

6. 

AB // CD වේ. AP = BP ද BD හා AC රේඛා P හිදී ඡේදනය වේ. $C\hat{P}B = 2A\hat{B}P$ බව සාධනය කරන්න.

7. 

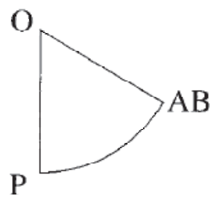
රූපයේ දැක්වෙන T කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව,

$Q\hat{P}S + Q\hat{R}S = 180^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

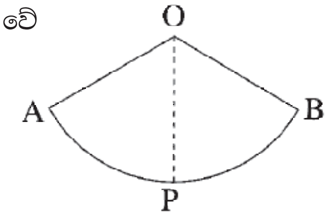
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(iii) කපා ගත් AOB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය හරියට ම දෙකට නවා ගන්න.
(O ශීර්ෂය ඔස්සේ)

(iv)

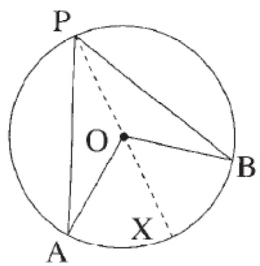


නවාගත් මෙම කොටස ACB කෝණය මත තබා සමපාත වේ දැයි බලන්න.



* මින් පෙනී යන්නේ වෘත්ත චාපයෙන් කේන්ද්‍රයේ ආපතනය කරන කෝණය වෘත්තයේ පරිධිය මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් බවයි.
මේ සම්බන්ධය ප්‍රමේයක් ලෙස සාධනය කරන අයුරු සලකා බලමු.

ප්‍රමේයය:- වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.



දත්තය - O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB සුළු චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය APB වන අතර කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය AOB වේ.

සා: ක: යු: - $A\hat{O}B = 2A\hat{P}B$ බව

නිර්මාණය - PO යාකර X තෙක් දික් කිරීම.

සාධනය - ඉහත රූපය අනුව

$OP = OA$ (එකම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore$ APO Δ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.

එවිට $A\hat{P}O = P\hat{A}O$ (සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ (සමාන නිසා)

නමුත් $A\hat{O}X = A\hat{P}O + P\hat{A}O$ (Δ පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර ප්‍රතිවිරුද්ධ කෝණවල එකතුවට සමාන නිසා)

$A\hat{O}X = A\hat{P}O + A\hat{P}O$

$A\hat{O}X = 2\,A\hat{P}O$ වේ. --------------(1)

මේ ආකාරයට $B\hat{O}X = 2\,B\hat{P}O$ වේ. ------------(2) බව පෙන්විය හැකි ය.

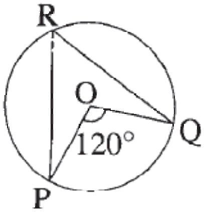
(1) + (2) $A\hat{O}X + B\hat{O}X = 2\,A\hat{P}O + 2\,B\hat{P}O$

$A\hat{O}B = 2\,(A\hat{P}O + B\hat{P}O)$

$A\hat{O}B = 2\,A\hat{P}B$

වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය = 2 × වෘත්තයේ පරිධිය මත ආපාතිත කෝණය

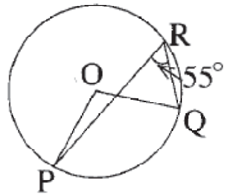
නිදසුන් (1)



$P\hat{O}Q = 120^\circ$

$P\hat{R}Q = 60^\circ$

නිදසුන් (2)



$P\hat{R}Q = 55^\circ$

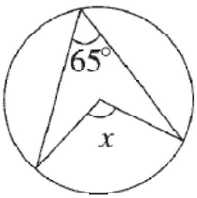
$P\hat{O}Q = 55^\circ \times 2$

$= 110^\circ$

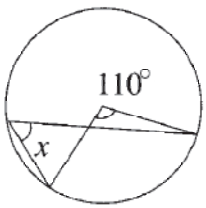
34. 1 අභ්‍යාසය

(1) පහත රූප සටහන්වල ඉංග්‍රීසි අක්ෂර වලින් දැක්වෙන කෝණවල අගයන් සොයන්න.

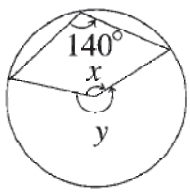
(i)



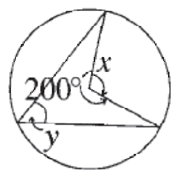
(ii)



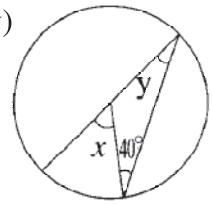
(iii)



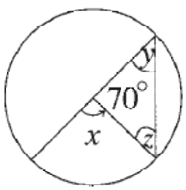
(iv)



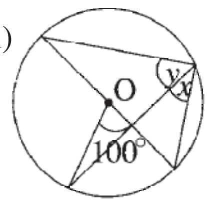
(v)



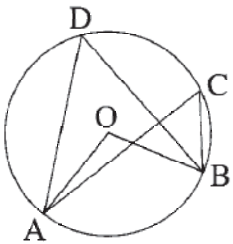
(vi)



(vii)



ඉහත ප්‍රමේය ඇසුරින් වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ අතර ඇති සම්බන්ධය



$A\hat{O}B = 2A\hat{D}B$

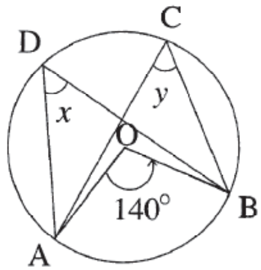
$A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$

$\therefore 2A\hat{D}B = 2A\hat{C}B$

$A\hat{D}B = A\hat{C}B$

මින් පෙනී යන්නේ වෘත්තයක එක ම ඛණ්ඩය මගින් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණ විශාලත්වයෙන් සමාන බවයි.

නිදසුන් (3) x හා y හි අගය සොයන්න.



$$x = \frac{A\hat{O}B}{2}$$

(කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.)

$$\therefore x = \frac{140^\circ}{2}$$

$$x = 70^\circ$$

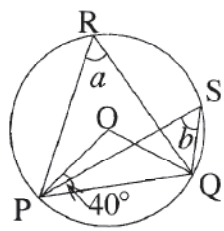
$$y = \frac{A\hat{O}B}{2}$$

(කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.)

$$\therefore \mathbf{y} = \frac{140^\circ}{2}$$

$$\mathbf{y} = 70^\circ$$

නිදසුන් (4)

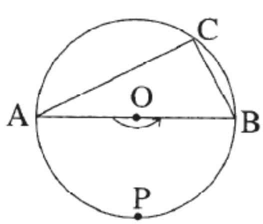


(i) $P\hat{O}Q$
(ii) $P\hat{R}Q$
(iii) $P\hat{S}Q$ අගය සොයන්න.

පිළිතුර - (i) POQ ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට එය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.
$O\hat{P}Q = O\hat{Q}P = 40^\circ$ කි.
ඒ නිසා $P\hat{O}Q = 100^\circ$ කි.

(ii) $P\hat{R}Q = P\hat{S}Q = \dfrac{100^\circ}{2}$ (එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ)
$= 50^\circ$

34.3 අර්ධ වෘත්තයේ කෝණ



AOB විෂ්කම්භයකි. APB චාපය මගින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය 180° කි.

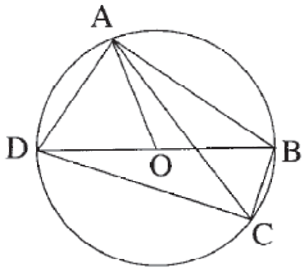
$$2\,A\hat{C}B = A\hat{O}B$$

$$\therefore A\hat{C}B = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \text{ වේ.}$$

- **මේ අනුව අර්ධ වෘත්තයේ කෝණයක අගය සෘජුකෝණ 1 ක් වේ.**

ක්‍රියාකාරකම් (3)

පහත දැක්වෙන රූපසටහන ඇසුරින් අසා ඇති ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.



මෙම රූපයේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ DB විෂ්කම්භයකි.

A හා C ලක්ෂ්‍ය පරිධිය මත පිහිටයි.

(i) කේන්ද්‍රය මත $A\hat{O}D$ කෝණය ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපය කුමක් ද?

(ii) $A\hat{B}D$ හා $A\hat{O}D$ කෝණ අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

(iii) $A\hat{B}D$ හා $A\hat{C}D$ කෝණ අතර සම්බන්ධය කුමක් ද? එම කෝණ ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපය කුමක්ද?

(iv) රූපයේ ඇති සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ දෙකක් නම් කරන්න.

(v) $A\hat{D}B$ කෝණය ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපය කුමක් ද?

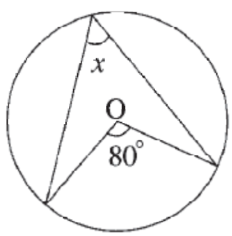
(vi) රූපයේ ඇති $C\hat{D}B = C\hat{A}B$ සමාන යයි සිසුවෙක් පවසයි. ඔහුගේ ප්‍රකාශය නිවැරදි ද? හේතු දක්වන්න.

(vii) $D\hat{C}B = 90^\circ$ වීමට හේතු දක්වන්න.

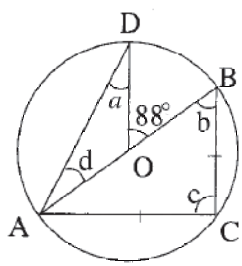
34-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන රූපවල ඉංග්‍රීසි අක්ෂර වලින් දැක්වෙන කෝණවල අගයයන් සොයන්න. O කේන්ද්‍රය වේ.

(i)

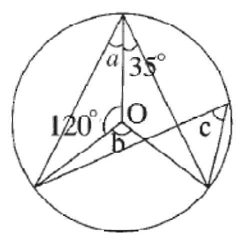


(ii)

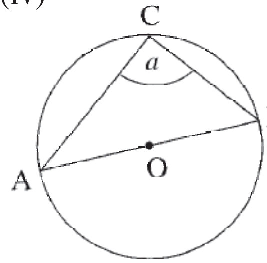


AOB සරල රේඛාවකි.
AC = BC වේ.

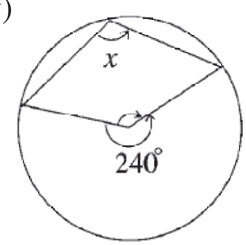
(iii)



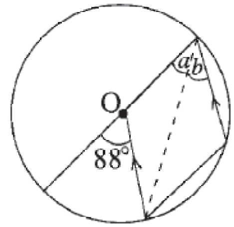
(iv)



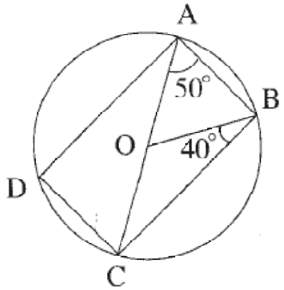
(v)



(vi)



(2)

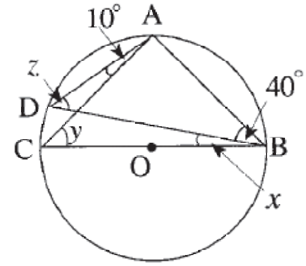


මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.

(i) AOC සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

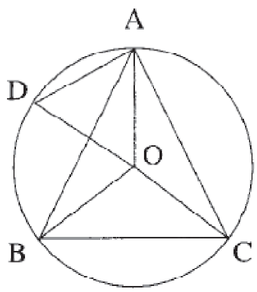
(ii) ඒ අනුව $A\hat{D}C$ අගය නිර්ණය කරන්න.

(3)



BC විෂ්කම්භයකි.
x, y, z වල අගය නිර්ණය කරන්න.

(4)

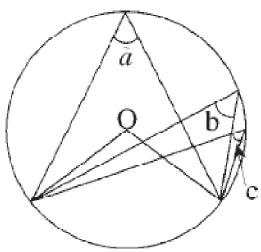


වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය **O** වේ. **A, B,C, D,** ලක්ෂය පරිධිය මත පිහිටා ඇත.

(i) මෙහි ඇති සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ තුනක් නම් කරන්න.

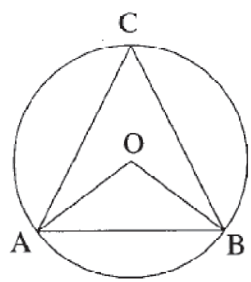
(ii) COD සරල රේඛාවක් නම් 90° වන කෝණයක් නම් කරන්න.

(5)

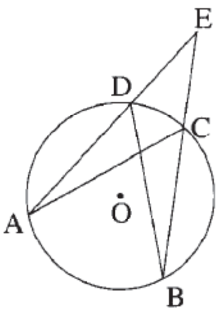


a, b, c වල අගය සමාන බව පෙන්වන්න.
O වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.

(6) AOB සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ.
ඒ අනුව $A\hat{C}B$ අගය සොයන්න.



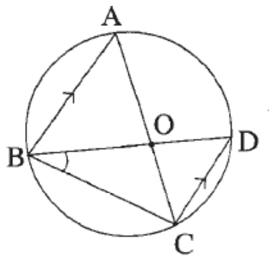
(7) රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට AD හා BC ජ්‍යායන් දික් කිරීමෙන් E හිදී හමු වේ.



(i) $A\hat{C}E = B\hat{D}E$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $CE = DE$ නම් $ACE\ \Delta \equiv BDE\ \Delta$ ව සාධනය කරන්න.
ඒ අනුව $AE = BE$ බව පෙන්වන්න.

(8) රූපයේ AC, BD රේඛා O හි දී ඡේදනය වේ. AB // CD වේ නම්,



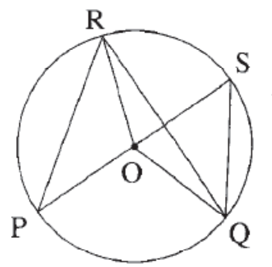
(i) ABO Δ සමද්විපාද Δ බව පෙන්වනන.

(ii) $O\hat{C}D = 55^\circ$ නම් $B\hat{A}O$ අගය සොයන්න.

(iii) $B\hat{O}C$ අගය සොයන්න.

(9) (i) "වෘත්ත චාපයකින් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය එම චාපයෙන් වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ." යන ප්‍රමේයය විධිමත්ව සාධනය කරන්න.

දී ඇති රූපයට අදාළව පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.



(ii) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PS විෂ්කම්භයක් නම් $P\hat{Q}S$ අගය සොයන්න.

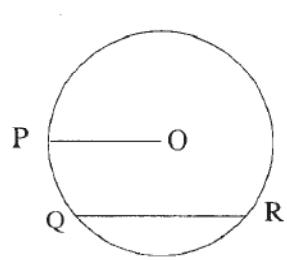
PRQ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නම්,

(iii) $P\hat{S}Q$ අගය සොයන්න.

(iv) $Q\hat{R}S$ විශාලත්වය සොයන්න.

(v) $Q\hat{O}S$ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

(10) QR යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක OP අරයට සමාන්තර ජ්‍යායකි. වෘත්තය ඇතුළත S ලක්ෂ්‍යයක දී OQ, PR රේඛා ඡේදනය වේ.



(i) මෙම දත්ත දී ඇති රූපයේ ලකුණු කර දක්වන්න

(ii) $P\hat{S}Q = 3P\hat{R}Q$ බව සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

- වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයකි.
- වෘත්තයේ එක ම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.
- අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් දත්තවලට අනුව රූපසටහන් ඇඳ එම රූප සටහන්වලට අදාළ ව ලිවිය හැකි ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධතා ලියන්න.

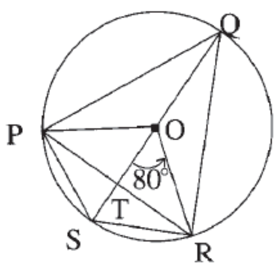
(i) වෘත්තයක් මත පිහිටි AB හා CD ජ්‍යායන් දික් කළ විට E හිදී හමු වේ. BC හා AD යාකර ඇත. AB = CD වේ.

(ii) AB හා CD ජ්‍යාය දෙක එකිනෙක ලම්බ ව ඡේදනය වී වෘත්තයක් තුළ පවතී. AC, BD යා කර ඇත.

(iii) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයකි. විෂ්කම්භයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය වෘත්තයේ පරිධිය C හා D හිදී ඡේදනය කරයි.

(iv) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ P, Q, R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. PO//QR වේ. OQ යා කර ඇත. $O\hat{P}R = 40^\circ$ කි.

(2)



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත පිහිටි PQR සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. SQ විෂ්කම්භයකි. එහි $S\hat{O}R = 80^\circ$ වේ.

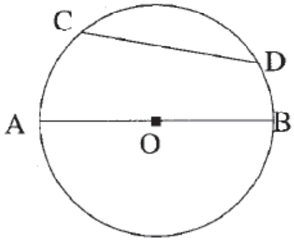
(i) $S\hat{P}R$ අගය කීය ද?

(ii) $P\hat{R}S$ අගය කීය ද?

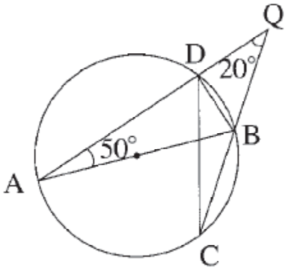
(iii) $O\hat{R}Q$ අගය කීය ද?

(i) $S\hat{R}O$ අගය කීය ද?

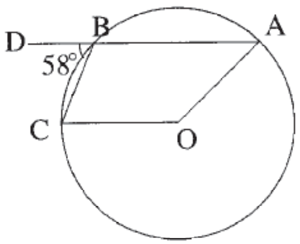
(3)



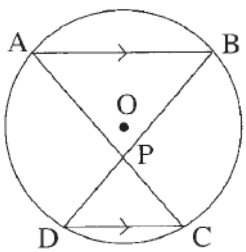
AB විෂ්කම්භයක් වන O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AD = BC නම් AC = BD බව සාධනය කරන්න.

4. 

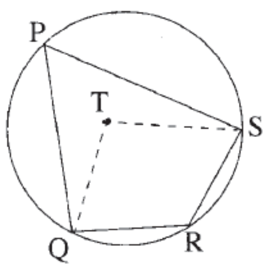
AB විෂ්කම්භයකි. ADQ හා CBQ සරල රේඛා වේ. $C\hat{D}B$ අගය සොයන්න.

5. 

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ABD සරල රේඛාවක් වේ. $D\hat{B}C = 58^\circ$ නම් $C\hat{O}A$ පරාවර්ත කෝණයේ අගය සොයන්න.

6. 

AB // CD වේ. AP = BP ද BD හා AC රේඛා P හිදී ඡේදනය වේ. $C\hat{P}B = 2A\hat{B}P$ බව සාධනය කරන්න.

7. 

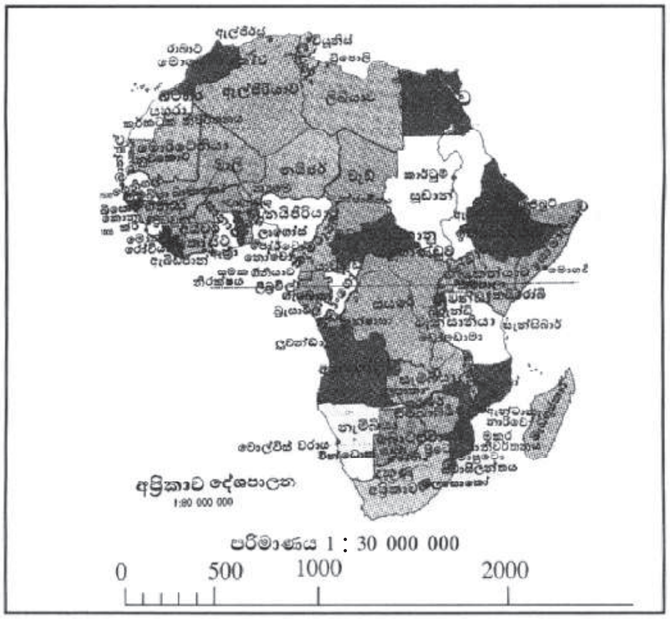
රූපයේ දැක්වෙන T කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව,

$Q\hat{P}S + Q\hat{R}S = 180^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

35 පරිමාණ රූප

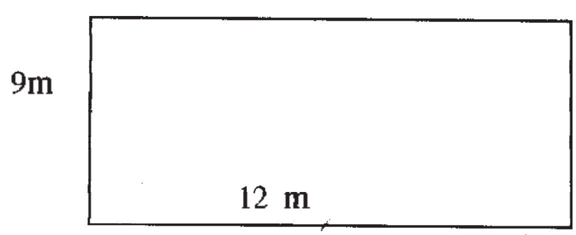
කිසියම් රූපයක් එහි සැබෑ මිනුම් භාවිතකර ඇඳිය නොහැකි අවස්ථාවල දී ඇඳීමට පහසු මිනුමක් අනුව එම රූපයේ හැඩය ලබාගත් විට එය පරිමාණ රූපයකි. සැබෑ රූපයේ මිනුම් සහ පරිමාණ රූපයේ මිනුම් අතර සම්බන්ධය හෙවත් පරිමාණය ඕනෑ ම පරිමාණ රූපයක් අසලින් දැක්විය යුතු ය.



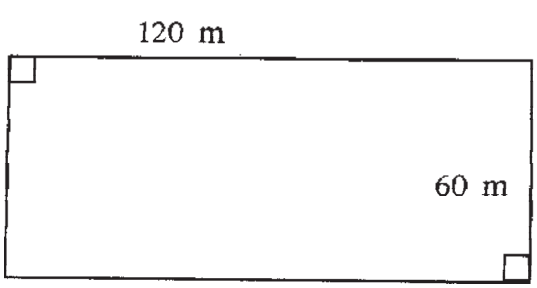
පරිමාණ රූප පිළිබඳ මීට පෙර උගත් කරුණු තහවුරු කරගැනීමට පහත අභ්‍යාසයෙහි යෙදෙන්න.

35 -1 අභ්‍යාසය

1. සෘජුකෝණාස්‍ර පොකුණක දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. 3m ක් 1cm කින් දැක්වෙන සේ මෙහි පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.



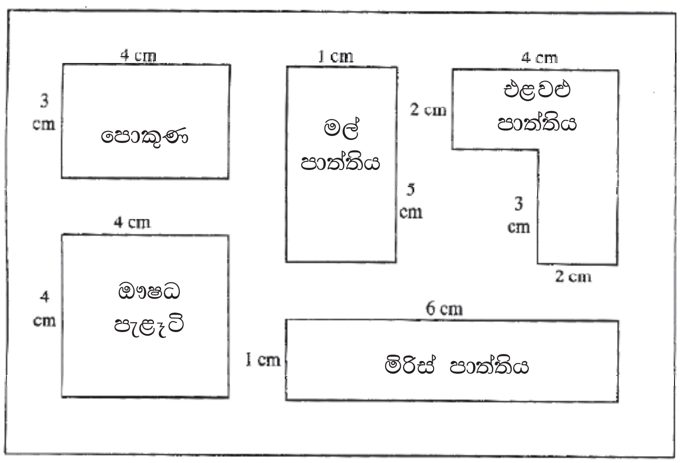
2.



රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍ර ඉඩමේ පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමට විවිධ පරිමාණ යොදාගත හැකි ආකාර හඳුනා ගැනීමට සකස් කළ පහත සඳහන් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

පරිමාණය	පරිමාණ රූපය	
	දිග	පළල
i. 10 m ක් 1 cm කින්	12cm	6cm
ii. 12 m ක් 1 cm කින්	....	5cm
iii.	6cm	3cm
iv. 15 m ක් 1 cm කින්	8cm	....
v. 8 m ක් 1 cm කින්	....	....

3. නිවසක ගෙවත්තක පරිමාණ රූපයක් පහත දක්වේ. 1m ක් 1cm කින් යන පරිමාණයට එය ඇඳ ඇත.



මෙම පරිමාණ රූපය ඇසුරින් පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

i. පොකුණේ සැබෑ දිග පළල සොයන්න.

ii. එළවළු පාත්තියේ පරිමිතිය මීටර් කීය ද?

iii. මල් පාත්තියට වඩා මිරිස් පාත්තියේ වර්ගඵලය වර්ග මීටර් කීයකින් වැඩි ද?

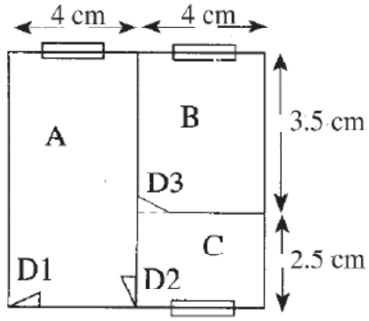
iv. පරිමාණ රූපයේ ඖෂධ පැළෑටි සඳහා වෙන්වුණ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

v. මෙම ගෙවත්ත සඳහා පරිමාණ රූපයක් අඳිනු ලැබූ තවත් අයෙකුගේ පරිමාණ රූපයේ පොකුණේ දිග 6cm විය. ඔහු භාවිත කළ පරිමාණය කුමක් ද?

4. පහත දැක්වෙන්නේ 1cm කින් 2m දක්වෙන පරිමාණයට ඇඳ ඇති ගොඩනැගිල්ලක සැලැස්මකි.

i. මෙම ගොඩනැගිල්ලේ A ශාලාවේ සැබෑ දිග හා පළල සොයන්න.

ii. B කාමරයේ දිග හා පළල සොයා එහි වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



iii. C කාමර කොටසේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

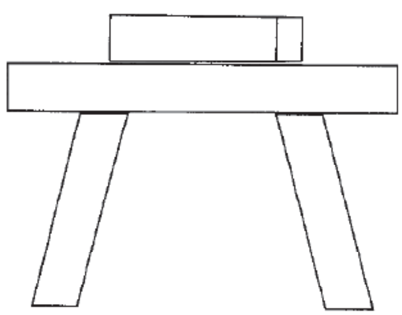
iv. ගොඩනැගිල්ලේ බිමෙහි මුළු වර්ගඵලය කොපමණ ද?

35 -1 තිරස සහ සිරස

පොළොව මතුපිට, මේසයක මතුපිට, ඇඳක මතුපිට ආදී පොළවේ මතුපිට තලයට සමාන්තර ව පිහිටි මුහුණත් තිරස් තල ලෙස හැඳින්වෙයි.

තිරස් තල සමඟ සෘජුකෝණ සාදමින් පිහිටන තල සිරස්තල ලෙස හැඳින්වෙයි. ඒ අනුව දොරක මතුපිට, බිත්ති මතුපිට, මේස කකුලක මතුපිට සිරස්තල වේ.

එමෙන් ම නිවසක පිහිටි ආධාරක කණු, විදුලි පහන්කණු, විකට් කණු ආදිය සිරස් අතට පිහිටන අතර උස පැනීමට භාවිතවන හරස් දණ්ඩ, වහලයක මුදුන් යටලීය ආදිය තිරස් අතට පිහිටයි.



ක්‍රියාකාරකම් - 1 - හිස්තැන් පුරවන්න.

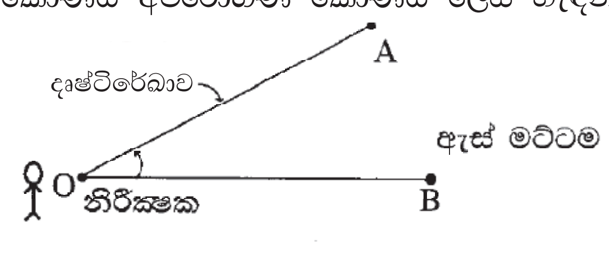
මේසයක් මත තබා ඇති ගඩොල් කැටයක

i. තිරස් මුහුණත් ගණන .... කි.
ii. සිරස් මුහුණත් ගණන .... කි.
iii. තිරස් දාර .... ක් ඇත.
iv. සිරස් දාර .... ක් ඇත.

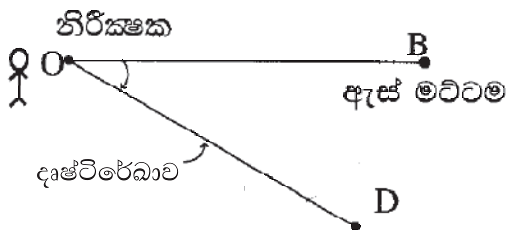
35 -2 ද්විමය පරිමාණ රූප ඇඳීම

නිරීක්ෂකයකුගේ ඇස් මට්ටම ඔස්සේ යොමු වී ඇති රේඛාවත් ඊට ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් දෙස යොමු වී ඇති රේඛාවත් අතර කෝණය ආරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වෙයි.

ඇස් මට්ටමත්, ඊට පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යක් දෙස යොමු වී ඇති රේඛාවත් අතර කෝණය අවරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වෙයි.



O සිට A හි ආරෝහණ කෝණය $A\hat{O}B$ වේ.

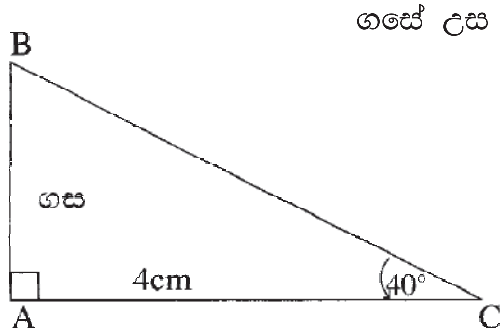


O සිට D හි අවරෝහණ කෝණය $D\hat{O}B$ වේ.

* තිරස් සහ සිරස් රේඛා සමඟ ඉහත සඳහන් කෝණ භාවිතවන අවස්ථාවල අඳින ලද පරිමාණ රූප කීපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන (1)

සිරස් ගසක පාමුල සිට 24m ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට ගස මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 40° කි. 1 cm කින් 6 cm ක් දක්වෙන පරිමාණය අනුව අඳින ලද පරිමාණ රූපයක් ඇසුරින් ගසේ උස සොයන්න. (නිරීක්ෂකගේ උස නො සලකා හරින්න.)



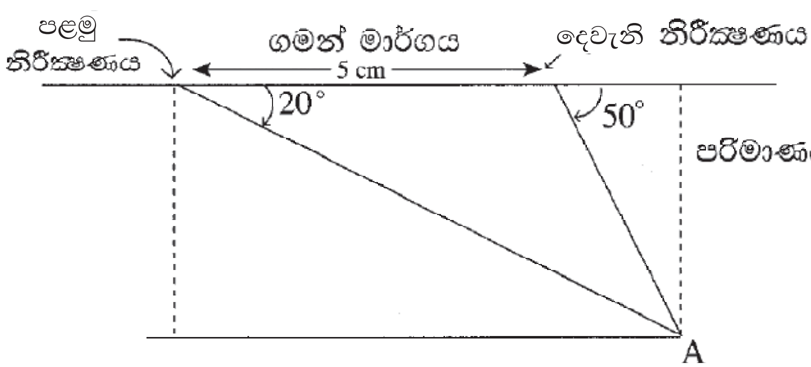
පරිමාණය 1cm කින් 6m ක් වේ.

පරිමාණ රූපයේ AB උස = ... cm

ගසේ සැබෑ උස = ... cm

නිදසුන (2)

පොළවට සමාන්තර ව නියත වේගයෙන් ගමන් කරන හෙලිකොප්ටරයක නියමුවා එක්තරා අවස්ථාවක දී පොළවේ පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයේ අවරෝහණ කෝණය 20° ලෙස ද එම අවස්ථාවේ සිට ඉදිරියට 500m ගමන් කළ විට A ලක්ෂ්‍යයේ අවරෝහණ කෝණය 50° ක් ලෙස දකී. 100m ක් 1cm කින් යන පරිමාණයට අනුව මෙම තොරතුරු දැක්වීමට පරිමාණ රූපයක් ඇඳ හෙලිකොප්ටරය පොළවේ සිට කොපමණ උසකින් ගමන් කරන්නේ දැයි සොයන්න.



පරිමාණ රූපයට අනුව හෙලිකොප්ටරය

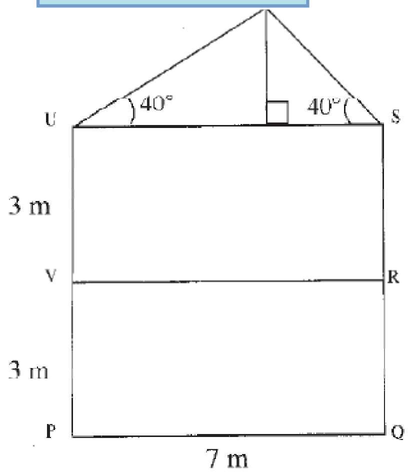
ගමන් කරන සිරස් උස = 2.8 cm

එහි සැබෑ උස = 2.8 x 100

= 280 m

නිදසුන (3)

මෙහි දැක්වෙන්නේ ගොඩනැගිල්ලක බිත්තියක සැලැස්මකි. සුදුසු පරිමාණයක් තෝරාගෙන ඒ සඳහා පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

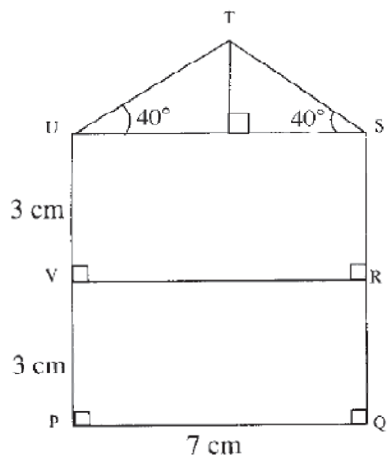


1m ක් 1cm කින් දැක්වෙන සේ මෙහි පරිමාණ රූපය ඇඳිය හැකි ය.

$PQ = 7$ cm $\hat{P} = \hat{Q} = \hat{V} = \hat{R} = 90^0$

$PV = 3$ cm $T\hat{U}S = T\hat{S}U = 40^0$

$VU = 3$ cm



නිදසුන (4)

1 : 50000 සිතියමක x හා y නගර දෙක අතර දුර 36cm වේ. එම නගර දෙක අතර සැබෑ දුර සොයන්න.

1 cm කින් දැක්වෙන දුර $= 50000$ cm

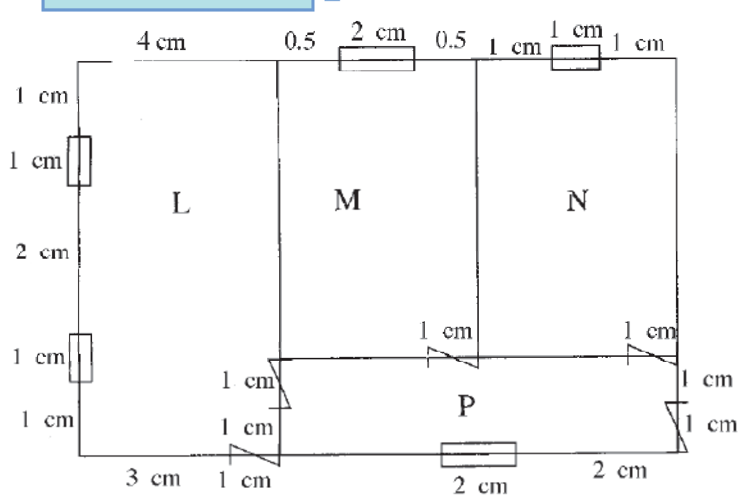
$= 500$ m

$= \frac{1}{2}$ km

$\therefore$ 36cm කින් දැක්වෙන දුර $= \frac{1}{2}$ km x 36

x හා y නගර දෙක අතර දුර $= 18$ km

නිදසුන (5)



මෙහි දක්වා ඇත්තේ 2 m ක් 1 cm කින් දක්වන පරිමාණයට ඇඳි නිවසක සැලැස්මකි.

i. මෙම නිවසේ දොරවල් ගණන
ii. මෙම නිවසේ ජනෙල් ගණන
iii. නිවසේ දිග හා පළල හා වර්ගඵලය
iv. L කොටසේ සැබෑ දිග පළල හා වර්ගඵලය
v. M හා N කාමර දෙකේ මුළු වර්ගඵලය
vi. නිවසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

පිළිතුරු - (i) 5

(ii) 5

(iii) නිවසේ දිග $= 10 \times 2$ $= 20m$ නිවසේ පළල $= 6 \times 2$ $= 12m$

(iv) L කොටසේ දිග $= 6 \times 2 = 12m$

L කොටසේ පළල $= 4 \times 2 = 8m$

L කොටසේ වර්ගඵලය $= 12m \times 8m = 96m^2$

(v) M හා N හි මුළු දිග $= 6 \times 2 = 12m$

M හා N හි පළල $= 4 \times 2 = 8m$

M හා N හි මුළු වර්ගඵලය $= 12cm \times 8m = 96m^2$

(vi) නිවසේ මුළු දිග $= 20m$

නිවසේ මුළු පළල $= 12m$

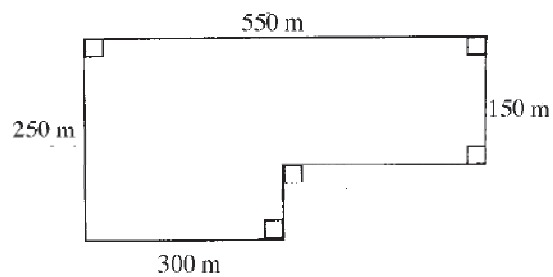
නිවසේ වර්ගඵලය $= 20m \times 12m = 240m^2$

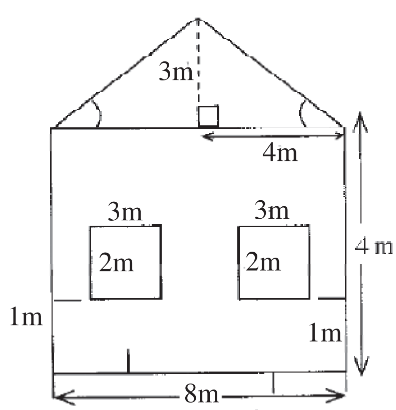
35.2 අභ්‍යාසය

1. 10 km ක් 1 cm පරිමාණයට දැක්වෙන සිතියමක පහත දැක්වෙන සැබෑ දුර ප්‍රමාණ සඳහා සිතියමේ දක්වා ඇති දිග ප්‍රමාණ සටහන් කරන්න.
   (i) 80km (ii) 72km (iii) 125km

2. 1: 50000 සිතියමක A හා B නගර දෙක අතර දුර 78cm වේ. එම නගර දෙක අතර සැබෑ දුර සොයන්න.

3. ඉඩමක දළ සටහනක් මෙහි දක්වේ. ඒ සඳහා සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.



4. 

ගොඩනැගිල්ලක එක් පසක බිත්තියේ සැලැස්ම මෙහි දක්වේ.

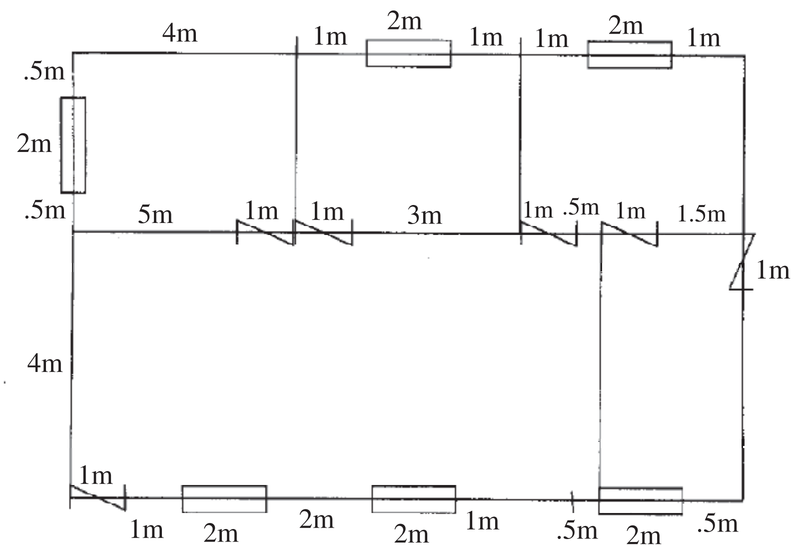
i. 1m ක් 1cm කින් දක්වෙන සේ මෙහි පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

ii. ජනෙල් කොටස්වල වර්ගඵලය සොයන්න.

iii. මෙම බිත්තියේ තීන්ත ආලේප කළ යුතු කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

iv. තීන්ත ආලේප කිරීමට $1m^2$කට රු. 25/- ක් වැය වේ නම් මේ බිත්තියේ තීන්ත ආලේප කිරීමට වැය වන මුදල

5. මෙහි දැක්වෙන්නේ කුඩා නිවසක සැලැස්මකි.



සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන මේ සඳහා පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

6. නිරීක්ෂකයෙක් උස ගොඩනැගිල්ලකට 60m දුරින් පොළොවේ පිහිටි ස්ථානයක සිට එම ගොඩනැගිල්ල මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 65^0 ක් ලෙස දකී. 1cm කින් 15m ක් දක්වෙන පරිමාණයට මෙම තොරතුරු දැක්වීමට පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

(නිරීක්ෂකගේ උස නො සලකා හරින්න.)

7. 12m ක් උස සිරස් පොල්ගසක මුදුනේ සිටින්නකුට පොල් ගස පාමුල සිට කිසියම් දුරකින් සිටින සුනඛයකුගේ අවරෝහණ කෝණය 40^0 ලෙස දකී. 1cm කින් 2m ක් දක්වෙන පරිමාණයට මෙම දත්ත දැක්වීමට පරිමාණ රූපයක් ඇඳ පොල් ගස පාමුල සිට සුනඛයාට ඇති දුර සොයන්න.

8. නිවසක ඉහළ මාලයේ P නම් ලක්ෂ්‍යය පොළවේ සිට 10m ක් ඉහළින් පිහිටයි. P හි සිටින්නෙක් ඊට ඉදිරියෙන් පිහිටි උස් ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 45^0ක් ලෙස ද එම ගොඩනැගිල්ල පාමුල අවරෝහණ කොණය 60^0 ක් ලෙස දකී. සුදුසු පරිමාණයක් යොදාගෙන මෙම තොරතුරු දැක්වීමට පරිමාණ රූපයක් අඳින්න. ඒ ඇසුරින්,

i. නිවස හා ගොඩනැල්ල අතර අවම දුර සොයන්න.

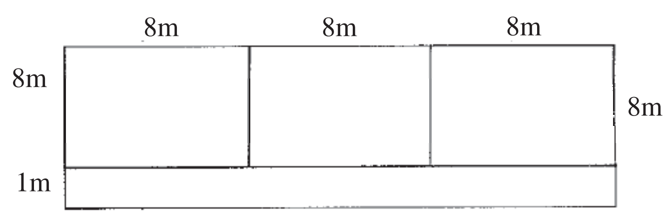
ii. ගොඩනැගිල්ලේ උස සොයන්න.

සාරාංශය

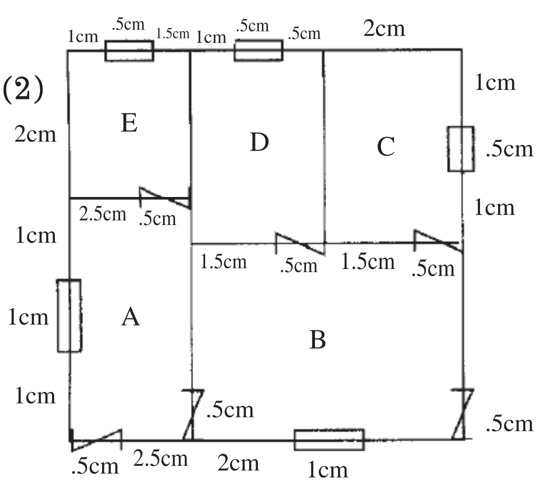
- දළ සැලැස්මක පරිමාණ රූප ඇඳීමට පෙර ඒ සඳහා සුදුසු ම පරිමාණයක් තෝරාගත යුතු ය.
- එකම රූපයක විවිධ පරිමාණවලට පරිමාණ රූප ඇඳිය හැකි ය.
- සිරස් තලයක පරිමාණ රූප ඇඳීමේ දී ආරෝහණ හා අවරෝහණ කෝණ යොදා ගැනීමට සිදු වේ.
- පරිමාණ රූපයක් ඇසුරින් සැබෑ රූපයක් ලැබීමට පෙර එහි මිනුම් පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබාගත හැකි ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) එක්තරා පාසැල් ගොඩනැගිල්ලක සැලැස්ම පහත දැක්වේ. සුදුසු පරිමාණයක් තෝරාගෙන ඒ සඳහා පරිමාණ රූපයක් අදින්න.



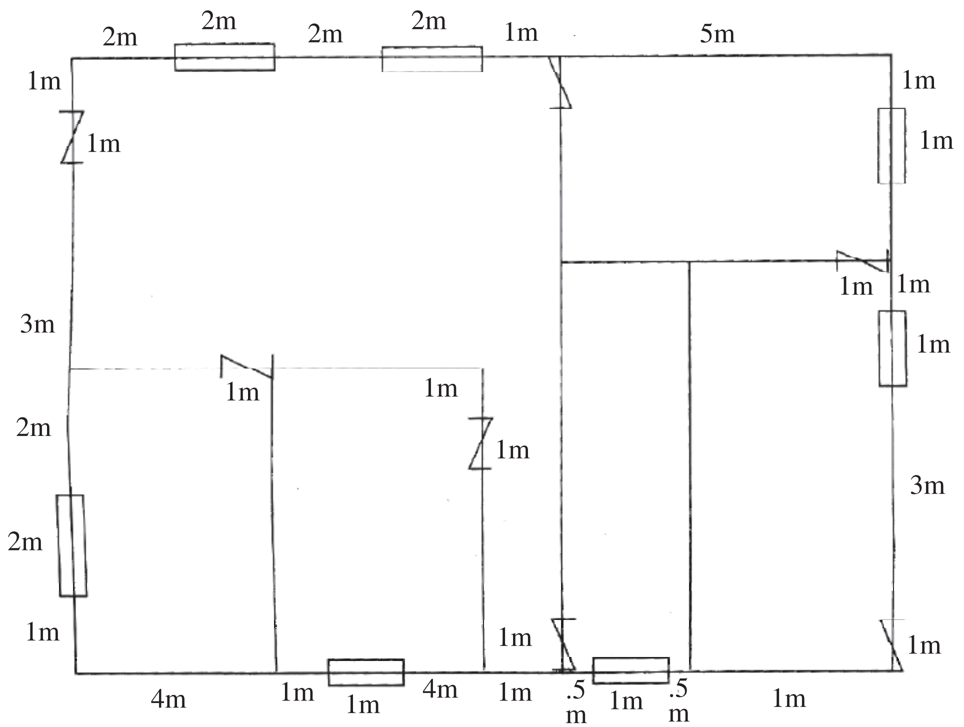
(2)



මෙහි දැක්වෙන්නේ 2m ක් 1cm කින් දැක්වෙනසේ අදින ලද නිවාස සැලැස්මකි.

i. මෙම නිවසේ දොර, ජනෙල් සංඛ්‍යාව සොයන්න.
ii. මෙම නිවසේ සැබෑ දිග හා පළල සොයන්න.
iii. C කාමරයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
iv. B සාලයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
v. නිවසේ බිමෙහි වර්ගඵලය වර්ගමීටරවලින් සොයන්න.

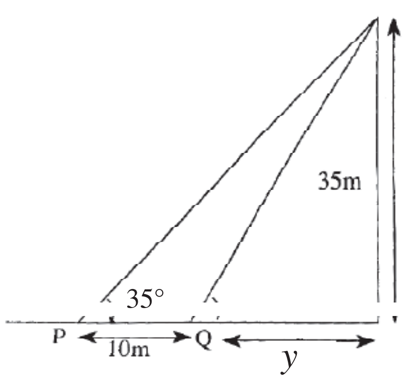
(3) සුදුසු පිරිමාණයකට අනුව පහත දැක්වෙන නිවාස සැලසුමේ පරිමාණ රූපයක් අදින්න.



(4) පොළවේ සිටුවා ඇති මීටර් 6ක් උස සිරස් දණ්ඩක සෙවණැල්ල එක්තරා අවස්ථාවකදී 5m දිග වේ. මෙම තොරතුරු දක්වීමට සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර රූප සටහනක් ඇඳ ඒ අවස්ථාවේ සූර්යයාගේ ආරෝහණ කෝණය සොයන්න.

(5) මුහුදු මට්ටමෙන් 80m ක් උස කඳු මුදුනක A නම් ලක්ෂ්‍යයේ සිට බලන විට මුහුදේ පිහිටි B හා C නම් බෝට්ටු දෙකක අවරෝහණ කෝණ 30^0, 50^0 බැගින් විය. සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර මේ තොරතුරු දක්වීමට පරිමාණ රූපයක් ඇඳ එම අවස්ථාවේ බෝට්ටු දෙක අතර දුර සොයන්න. (A, B, C සිරස් තලයක පිහිටයි.)

(6)



පොළවේ පිහිටි Q නම් ලක්ෂයේ සිට ඊට මීටර් y දුරකින් පිහිටි 35m ක් උස සිරස් කුලුනක මුදුන නිරීක්ෂණය කරන්නෙකුට කුලුන මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය x විය. එතැන් සිට තවත් 10m ක් ඈත් වී කුලුන මුදුන දෙස බලන විට ආරෝහණ කෝණය 35^0 ක් විය. සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන මේ තොරතුරු දැක්වීමට පරිමාණ රූපයක් අඳින්න. ඒ අනුව,

i. කුලුන පාමුල සිට Q ට ඇති දුර සොයන්න.

ii. පළමු නිරීක්ෂණයේ ආරෝහණ කෝණය x නම් x හි අගය සොයන්න.