පිළිතුරු

11 ශ්‍රේණිය

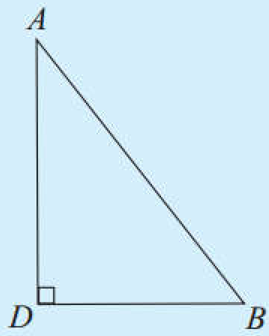
8

සමාන්තර රේඛා අතර තල රූපවල වර්ගඵලය

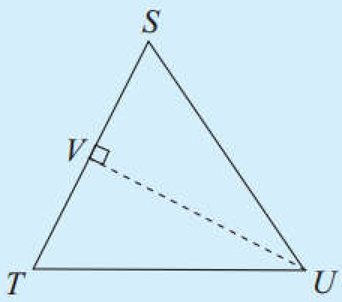
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් පසු පිටේ දක්වා ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

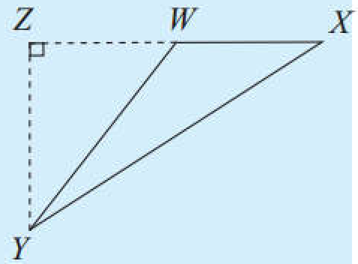
(i)



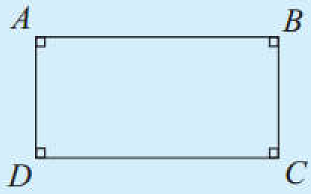
(ii)



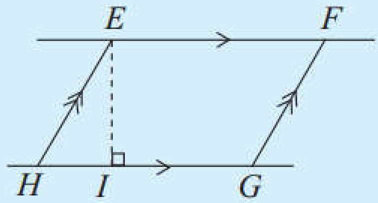
(iii)



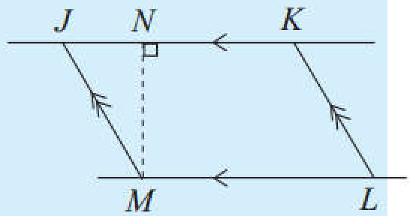
(iv)



(v)



(vi)



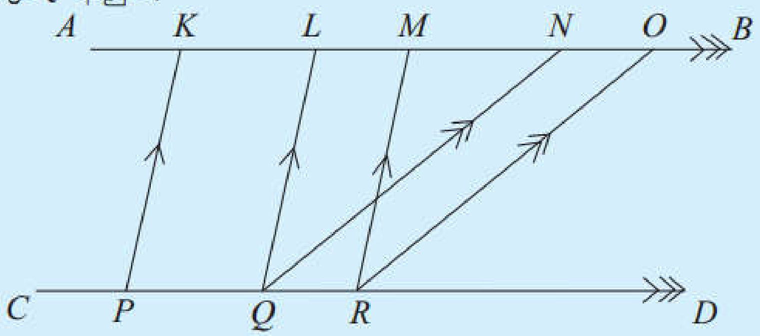
රූපය	ආධාරක පාදය	අනුරූප ලම්බ උස	වර්ගඵලය (පාදවල දිගෙහි ගුණිතයක් ලෙස)
(i) *ABD* ත්‍රිකෝණය	DB	AD	$\frac{1}{2}$DB × AD
(ii) *STU* ත්‍රිකෝණය	ST	VU	$\frac{1}{2}$ST × VU
(iii) *WXY* ත්‍රිකෝණය	WX	ZY	$\frac{1}{2}$WX × ZY
(iv) *ABCD* සෘජුකෝණාස්‍රය	DC	AD	DC × DA
(v) *EFGH* සමාන්තරාස්‍රය	HG	IE	HG × IE
(vi) *JKLM* සමාන්තරාස්‍රය	JK	NM	JK × NM

8.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

(i) සමාන්තරාස්‍ර හතරක් නම් කරන්න.

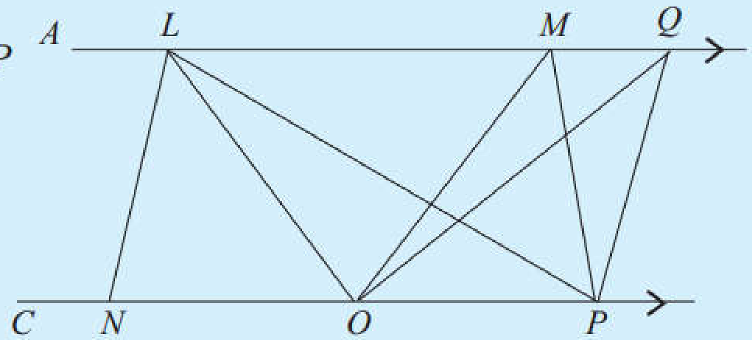
(ii) AB හා CD සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි ආධාරක පාදය QR වූ සමාන්තරාස්‍ර දෙක නම් කරන්න.



(i) $PQLM$, $QRML$, $PRMK$, $QRON$

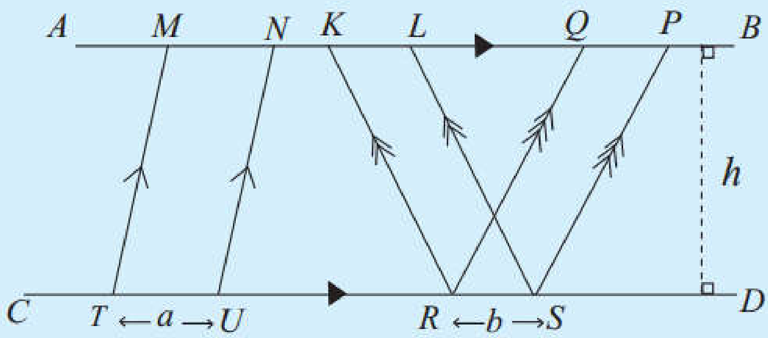
(ii) $QRML$ සහ $QRON$

2. රූපයේ දැක්වෙන AQ හා CP සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි එකම OP ආධාරකය සහිත ත්‍රිකෝණ සියල්ල ලියා දක්වන්න.



OPL , OPM , OPQ

3. රූපයේ දී ඇති AB හා CD සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර ලම්බ දුර h මගින් ද එක් එක් සමාන්තරාස්‍රයේ ආධාරක පාදයේ දිග a හා b මගින් ද දැක්වේ. එම සංකේත ඇසුරෙන් $PQRS$, $KLSR$ හා $MNUT$ සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල ලියා දක්වන්න.

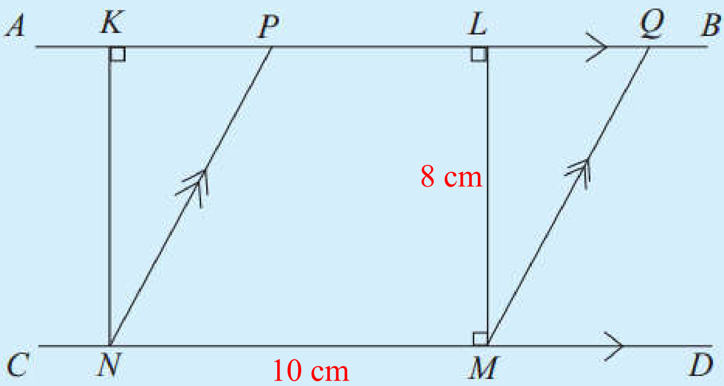


$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= bh$

$KLSR$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= bh$

$MNUT$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= Ah$

4. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර, $KLMN$ සෘජුකෝණාස්‍රය හා $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රය පිහිටා ඇත. $NM = 10$ cm හා $LM = 8$ cm වේ.



(i) $KLMN$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) $KLMN$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය හා $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය අතර ඇති සම්බන්ධතාව කුමක් ද?

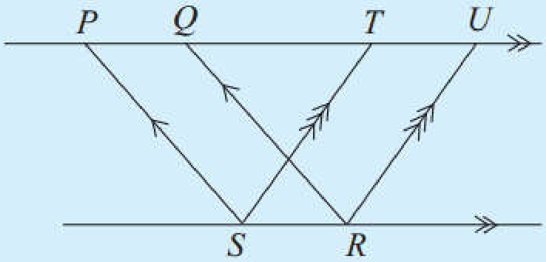
(i) $KLMN$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= NM \times ML = 10 \times 8 = 80\ cm^2$

(ii) $PQMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= NM \times ML = 10 \times 8 = 80\ cm^2$

(iii) වර්ගඵලයන් සමාන වේ.

8.2 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ PU හා SR සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $40\ \text{cm}^2$ වේ. $TURS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.

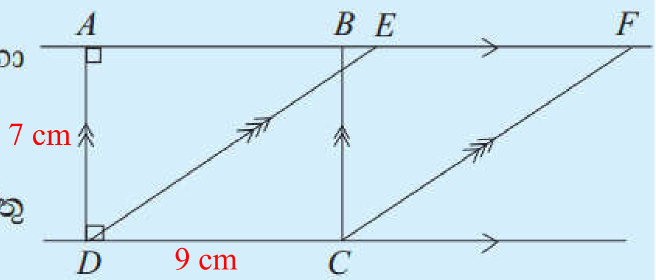


එක ම ආධාරකය වන SR මත හා, එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය වන SR හා PU අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්

$TURS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$\therefore$ $TURS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= \underline{\underline{40\ cm^2}}$

2. දී ඇති රූපයේ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් හා $CDEF$ සමාන්තරාස්‍රයක් දැක්වේ. $AD = 7$ cm හා $CD = 9$ cm නම්, $CDEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.

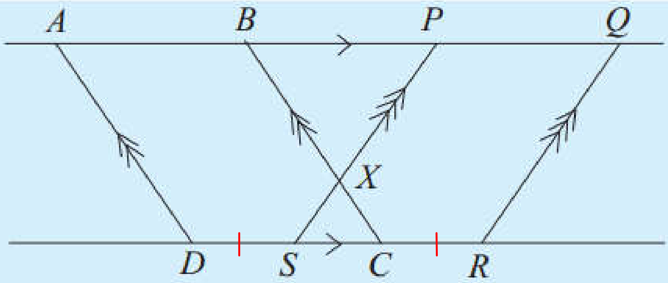


එක ම ආධාරකය වන DC මත හා, එක ම DC හා AF සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$CDEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$$= DC \times AD = 9 \times 7 = \underline{\underline{63\ cm^2}}$$

3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ AQ හා DR සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි $ABCD$ හා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. $DS = CR$ බව දී ඇත.



(i) $DC = SR$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $ABXSD$ පංචාස්‍රයේ වර්ගඵලය, $PQRCX$ පංචාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන බව සාධනය කරන්න.

(iii) $APSD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, $BQRC$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

(i) $DS = CR$

$DS + SC = SC + CR$ (දෙපසටම SC එකතු කිරීමෙන්)

$\underline{\underline{DC = SR}}$

(ii) AQ සහ DR සමාන්තර රේඛා අතර හා DC සහ SR සමාන ආධාරක මත පිහිටි නිසා,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

දෙපසින්ම SCX වර්ගඵලය අඩු කිරීමෙන්

$ABCD$ ව.ඵ. $- SCX$ ව.ඵ. $= PQRS$ ව.ඵ. $- SCX$ ව.ඵ.

$\underline{\underline{ABXSD \text{ ව.ඵ.} = PQRCX \text{ ව.ඵ.}}}$

(iii) $ABXSD$ ව.ඵ. $= PQRCX$ ව.ඵ.

දෙපසටම BPX වර්ගඵලය එකතු කිරීමෙන්

$ABXSD$ ව.ඵ. $+ BPX$ ව.ඵ. $= PQRCX$ ව.ඵ. $+ BPX$ ව.ඵ.

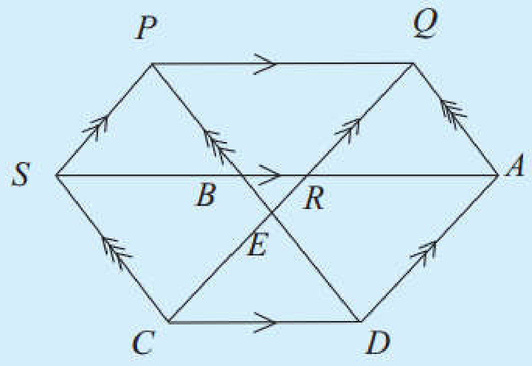
$\underline{\underline{APSD \text{ ව.ඵ.} = BQRC \text{ ව.ඵ.}}}$

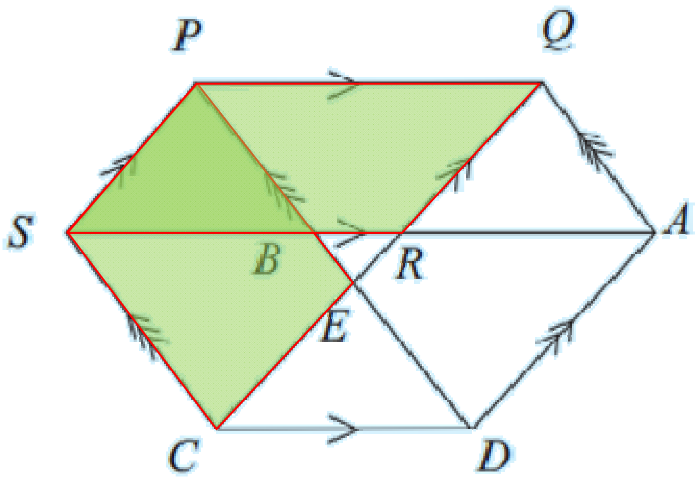
4. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

(i) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(ii) $ADCR$ සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(iii) $PECS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට, $QADE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමාන බව සාධනය කරන්න.





(i) $PQAB$ සහ $PECS$

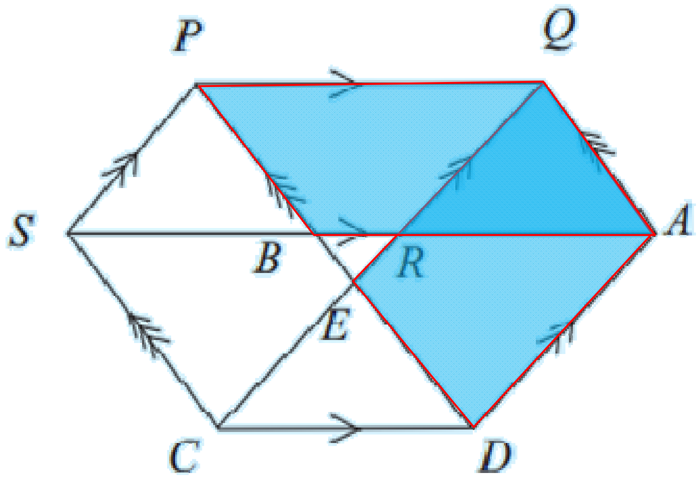
(ii) $ADEQ$ සහ $CDBS$

(iii) PS එකම ආධාරකය, $PS//QC$ නිසා → **PECS** ව.ඵ. = **PQRS** ව.ඵ. ⟶ ①

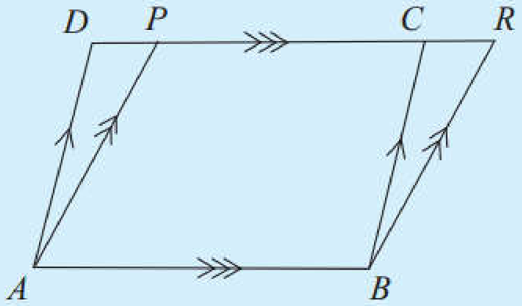
PQ එකම ආධාරකය, $PQ//SA$ නිසා → **PQRS** ව.ඵ. = **PQAB** ව.ඵ. ⟶ ②

QA එකම ආධාරකය, $QA//PD$ නිසා → **PQAB** ව.ඵ. = **QADE** ව.ඵ. ⟶ ③

①, ② හා ③ අනුව ; **PECS** ව.ඵ. = **QADE** ව.ඵ.



5. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ADP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය BRC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.



AB සහ DR සමාන්තර රේඛා අතර හා AB එකම ආධාරක මත පිහිටි නිසා,

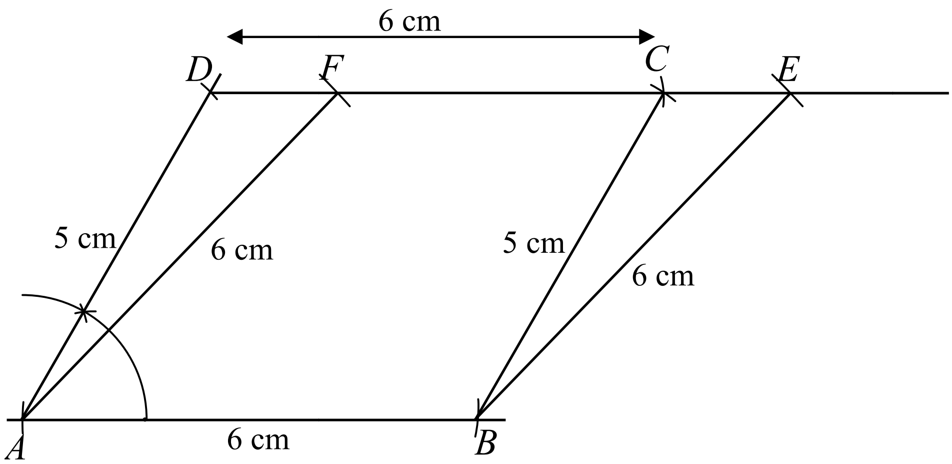
$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABRP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

දෙපසින්ම $ABCP$ වර්ගඵලය අඩු කිරීමෙන්

$ABCD$ ව.ඵ. $-$ $ABCP$ ව.ඵ. $=$ $ABRP$ ව.ඵ. $-$ $ABCP$ ව.ඵ.

ADP ත්‍රිකෝණයේ ව.ඵ. $=$ BCR ත්‍රිකෝණයේ ව.ඵ.

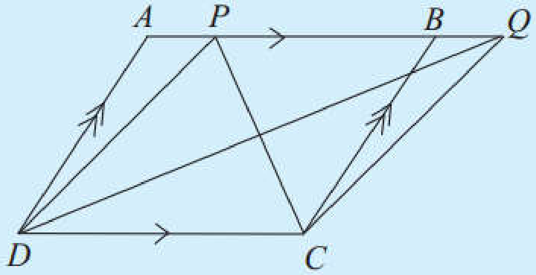
6. $AB = 6$ cm, $D\hat{A}B = 60^0$ හා $AD = 5$ cm වූ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. AB රේඛාවෙන්, සමාන්තරාස්‍රය පිහිටි පැත්තේ ම පිහිටන පරිදි හා එහි වර්ගඵලයට සමාන වන සේ $ABEF$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න. ඔබේ නිර්මාණයට ඔබ යොදා ගත් ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයය සඳහන් කරන්න.



ප්‍රමේයය: එකම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

8.3 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $50\ cm^2$ වේ.



(i) PDC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?
(ii) DCQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

(i) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය සහ PDC ත්‍රිකෝණය, DC එකම ආධාරකය සහ AB සහ DC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

PDC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2} \times 50\ cm^2$

$= \underline{\underline{25\ cm^2}}$

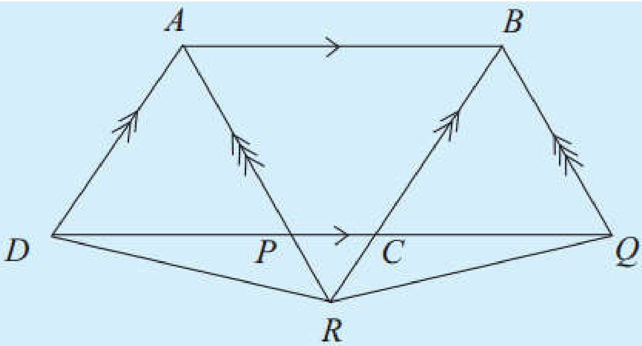
(ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය සහ DCQ ත්‍රිකෝණය, DC එකම ආධාරකය සහ AQ සහ DC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

DCQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2} \times 50\ cm^2$

$= \underline{\underline{25\ cm^2}}$

2.



$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, DC පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. AP ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාව දික් කළ DC පාදයට Q හිදී හමු වේ. දික් කළ AP හා දික් කළ BC රේඛා R හි දී හමු වේ. ADR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය BQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

AD එකම ආධාරකය සහ AD සහ BR එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

ADR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (1)

BQ එකම ආධාරකය සහ BQ සහ AR එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

BQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABQP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (2)

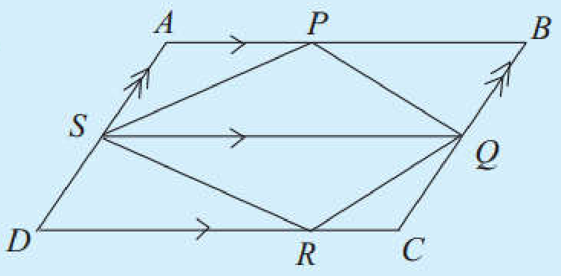
AB එකම ආධාරකය සහ AB සහ DQ එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABQP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$\therefore \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABQP$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (3)

(1) , (2) හා (3) අනුව ; $\underline{\underline{ADR \text{ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය} = BQR \text{ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය}}}$

3.



රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, AD පාදය S හි දී ද, BC පාදය Q හි දී ද හමු වන සේ, AB ට සමාන්තරව SQ ඇඳ තිබේ. $PQRS$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.

සම්මුඛ පාද සමාන්තර නිසා, $ABQS$ සහ $SQCD$ ද සමාන්තරාස්‍ර වේ.

SQ එකම ආධාරකය මත සහ SQ සහ AB එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

PQS ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABQS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (1)

SQ එකම ආධාරකය මත සහ SQ සහ DC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

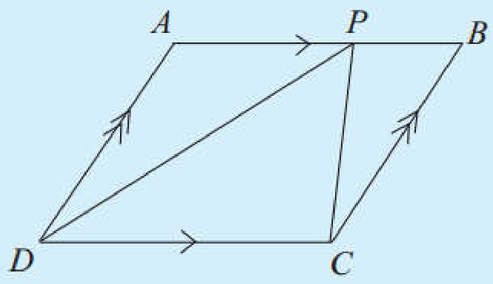
SQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}SQCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (2)

(1)+(2); $PQS\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $SQR\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $\frac{1}{2}ABQS$ ව.ඵ. $+$ $\frac{1}{2}SQCD$ ව.ඵ.

$PQS\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $SQR\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $\frac{1}{2}(ABQS$ ව.ඵ. $+$ $SQCD$ ව.ඵ.$)$

$PQRS$ ව.ඵ. $=$ $\frac{1}{2}ABCD$ ව.ඵ.

4.



P යනු රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදය මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි. $APD\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DPC\Delta$ ව.ඵ බව සාධනය කරන්න.

DC එකම ආධාරකය මත සහ DC සහ AB එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

DPC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

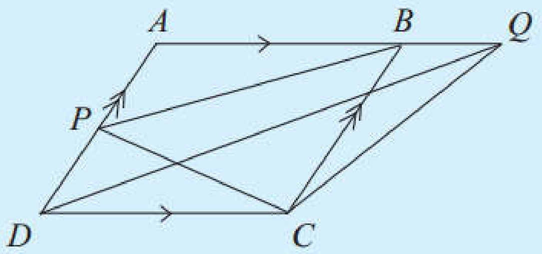
$2\,DPC$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\longrightarrow$ (1)

$DPC\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $APD\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$DPC\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $APD\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $2\,DPC\,\Delta$ ව.ඵ.

$APD\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $2\,DPC\,\Delta$ ව.ඵ. $-$ $DPC\,\Delta$ ව.ඵ.

$APD\,\Delta$ ව.ඵ. $+$ $BPC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DPC\,\Delta$ ව.ඵ.

5. 

රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AD පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය ද, දික් කළ AB පාදය මත Q ලක්ෂ්‍යය ද පිහිටා ඇත. $CPB\Delta$ ව.ඵ. $=$ $CQD\Delta$ ව.ඵ. බව සාධනය කරන්න.

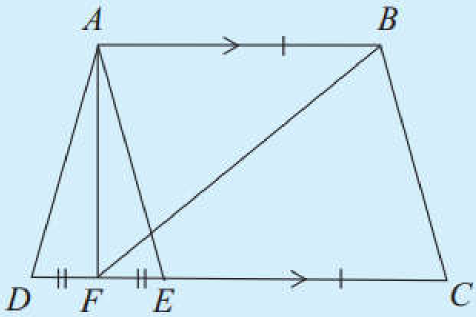
BC එකම ආධාරකය මත සහ BC සහ AD එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

CPB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\rightarrow$ ①

DC එකම ආධාරකය මත සහ DC සහ AQ එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

CQD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\rightarrow$ ②

① හා ② අනුව ; $CPB\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $CQD\ \Delta$ ව.ඵ.

6. 

$ABCD$ ත්‍රපීසියමේ $AB\,//\,DC$ හා $DC > AB$ වේ. $AB = CE$ වන පරිදි CD පාදය මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. AFE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, ADF ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන වන පරිදි DE පාදය මත F ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. $ABFD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, $ABCD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.

$ADF\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AFE\ \Delta$ ව.ඵ. නිසා ; $ADF\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2}ADE\ \Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ ①

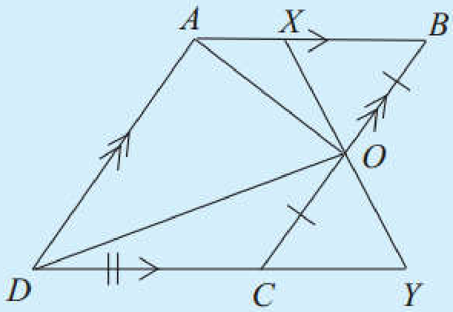
AB එකම ආධාරකය මත සහ AB සහ DC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$ABF\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2}ABCE$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\rightarrow$ ②

①+②; $ADF\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $ABF\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2}ADE$ ව.ඵ. $+ \frac{1}{2}ABCE$ ව.ඵ.

$$\underbrace{ADF\ \Delta\ \text{ව.ඵ.} + ABF\ \Delta\ \text{ව.ඵ.}} = \frac{1}{2}(\underbrace{ADE\ \text{ව.ඵ.} + ABCE\ \text{ව.ඵ.}})$$

$$ABFD\ \Delta\ \text{ව.ඵ.} = \frac{1}{2}(ABCD\ \text{ව.ඵ.})$$

7. 

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O වේ. X යනු AB පාදය මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කළ XO හා දික් කළ DC රේඛා Y හිදි හමු වේ.

(i) BOX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $=$ COY ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය බව

(ii) $AXYD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $=$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

(iii) $AXYD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය, ADO ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් බව සාධනය කරන්න.

(i) BOX සහ COY ත්‍රිකෝණවල

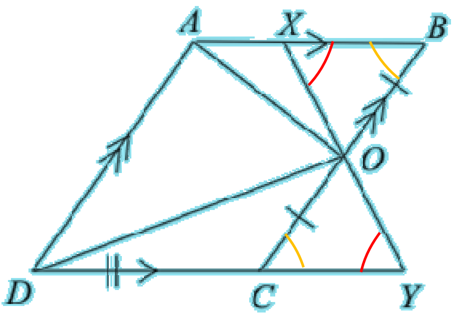
$BO = OC$ (දත්තය)

$B\hat{X}O = O\hat{Y}C$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$X\hat{B}O = O\hat{C}Y$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$\therefore BOX\,\Delta \equiv COY\,\Delta$ (කෝ. කෝ. පා.)

$\therefore BOX\,\Delta$ ව.ඵ. $= COY\,\Delta$ ව.ඵ.

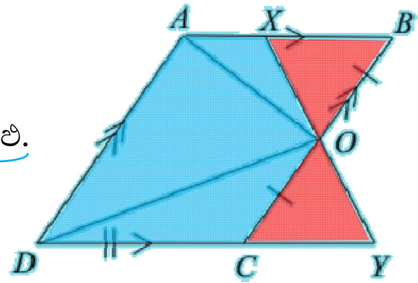


(ii) $COY\,\Delta$ ව.ඵ. $= BOX\,\Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ ①

$AXOCD$ ව.ඵ. $= AXOCD$ ව.ඵ. $\rightarrow$ ②

②+① ; $\underbrace{AXOCD\ \text{ව.ඵ.} + COY\,\Delta\ \text{ව.ඵ.}} = \underbrace{AXOCD\ \text{ව.ඵ.} + BOX\,\Delta\ \text{ව.ඵ.}}$

$AXYD$ ව.ඵ. $= ABCD$ ව.ඵ.



(iii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය සහ AOD ත්‍රිකෝණය, AD එකම ආධාරකය සහ AD සහ BC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$\frac{1}{2}ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ ADO ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$\underbrace{ABCD\ \text{සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය}} = 2\,ADO$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$AXYD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= 2\,ADO$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

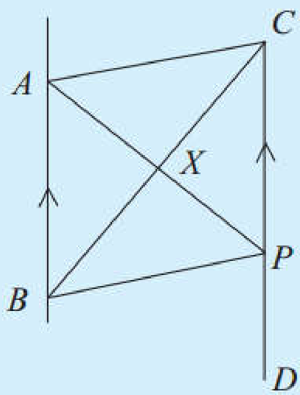
8.4 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සමාන්තර රේඛා දෙක අතර පිහිටි, ABP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 25 cm^2 වේ.

(i) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

(ii) ABX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 10 cm^2 නම් ACX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කීය ද?

(iii) ACX හා BPX ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල අතර සම්බන්ධය කුමක් දැයි හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න.



(i) AB එකම ආධාරකය මත සහ AB සහ CP එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$ABC\,\Delta$ ව.ඵ. $= ABP\,\Delta$ ව.ඵ.

$ABC\,\Delta$ ව.ඵ. $= 25\ cm^2$

(ii) $ACX\,\Delta$ ව.ඵ. $+ ABX\,\Delta$ ව.ඵ. $= ABC\,\Delta$ ව.ඵ.

$ACX\,\Delta$ ව.ඵ. $+ 10\ cm^2 = 25\ cm^2$

$ACX\,\Delta$ ව.ඵ. $= 25\ cm^2 - 10\ cm^2$

$ACX\,\Delta$ ව.ඵ. $= 15\ cm^2$

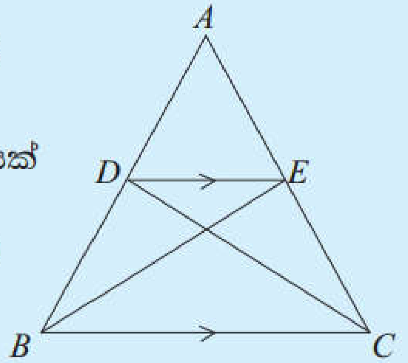
(iii) ඉහත ආකාරයටම, $BPX\,\Delta$ ව.ඵ. $= 15\ cm^2$

$\therefore ACX\,\Delta$ ව.ඵ. $= BPX\,\Delta$ ව.ඵ.

2. *ABC* ත්‍රිකෝණයේ *AB* පාදය *D*හි දී ද *AC* පාදය *E*හි දී ද හමු වන සේ, *BC* පාදයට සමාන්තරව *DE* ඇඳ ඇත.

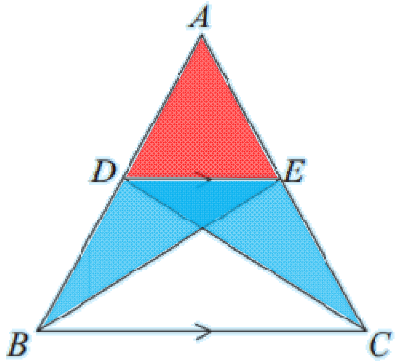
(i) *BED* ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න.

(ii) *ABE* හා *ADC* ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.



(i) **DE එකම ආධාරකය මත සහ DE සහ BC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,**

$BED\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $DEC\ \Delta$ ව.ඵ.



(ii) $BED\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $DEC\ \Delta$ ව.ඵ.

දෙපසටම $ADE\ \Delta$ ව.ඵ. එකතු කිරීමෙන්,

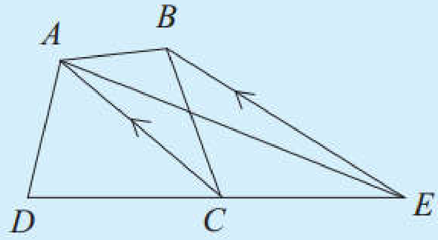
$BED\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $ADE\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ DEC ව.ඵ. $+$ ADE ව.ඵ.

$ABE\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ ADC ව.ඵ.

3. *ABCD* චතුරස්‍රයේ, *AC* විකර්ණයට සමාන්තරව *B* හරහා ඇඳි රේඛාව, දික් කළ *DC* රේඛාවට *E*හි දී හමුවේ.

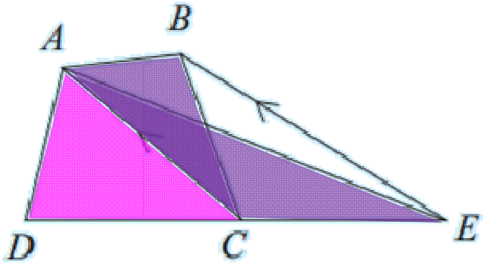
(i) *ABC* ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න. පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(ii) *ABCD* චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, *ADE* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.



(i) **AC එකම ආධාරකය මත සහ AC සහ BE එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,**

$ABC\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AEC\ \Delta$ ව.ඵ.



(ii) $ABC\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AEC\ \Delta$ ව.ඵ.

දෙපසටම $ADC\ \Delta$ ව.ඵ. එකතු කිරීමෙන්,

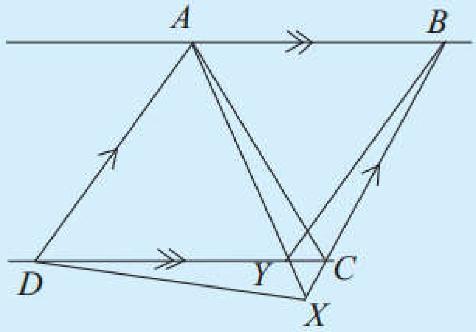
$ABC\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $ADC\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AEC\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $ADC\ \Delta$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ ව.ඵ. $=$ $ADE\ \Delta$ ව.ඵ.

4. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, A සිට අඳින ලද ඕනෑ ම රේඛාවක් DC පාදය Yහි දී ද දික්කළ BC පාදය Xහි දී ද කපයි.

(i) DYX හා AYC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව

(ii) BCY හා DYX ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.



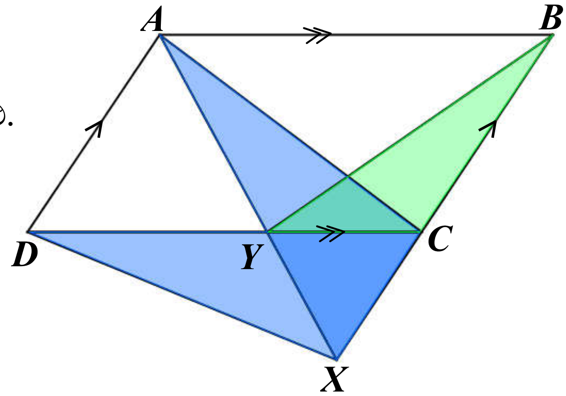
(i) **XC එකම ආධාරකය මත සහ XC සහ DA එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,**

$XCD\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $XCA\ \Delta$ ව.ඵ.

දෙපසින්ම $XCY\ \Delta$ ව.ඵ. අඩු කිරීමෙන්,

$XCD\ \Delta$ ව.ඵ. $-$ $XCY\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ XCA ව.ඵ. $-$ XCY ව.ඵ.

$DYX\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ AYC ව.ඵ.



(ii) **YC එකම ආධාරකය මත සහ YC සහ AB එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,**

$BCY\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AYC\ \Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ 1

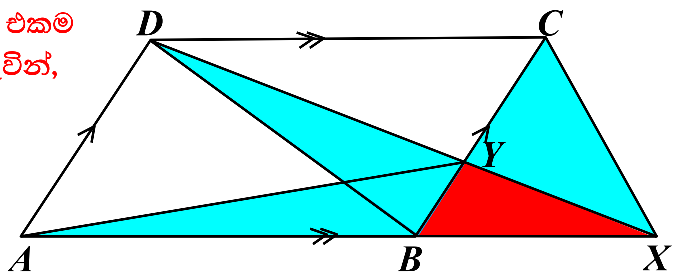
$DYX\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $AYC\ \Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ 2 (සාධිතයි)

$\therefore$ $BCY\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $DYX\ \Delta$ ව.ඵ.

5. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, BC පාදය මත Y ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. දික් කළ AB රේඛාවත්, දික් කළ DY රේඛාවත්, Xහි දී හමු වේ. AXY ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය BCX ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

BY එකම ආධාරකය මත සහ BY සහ AD එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$BDY\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BAY\ \Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ 1



BX එකම ආධාරකය මත සහ BX සහ DC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

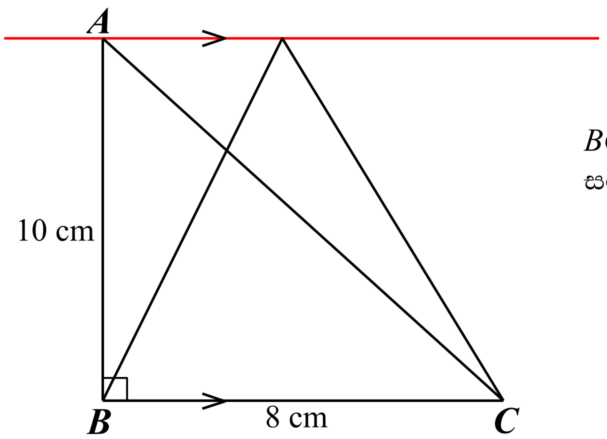
$BXD\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BCX\ \Delta$ ව.ඵ.

$BDY\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $BYX\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BCX\ \Delta$ ව.ඵ.

$BAY\ \Delta$ ව.ඵ. $+$ $BYX\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BCX\ \Delta$ ව.ඵ. (1 ආදේශයෙන්)

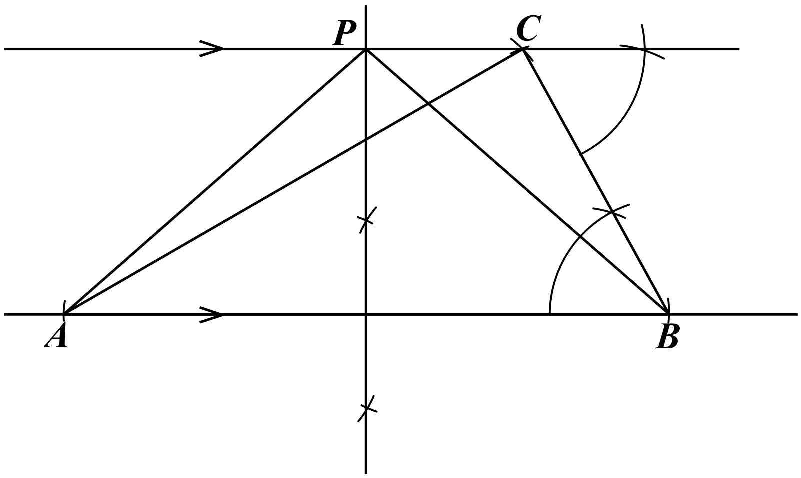
$AXY\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BCX\ \Delta$ ව.ඵ.

6. *BC* යනු 8 cm දිග අචල සරල රේඛා ඛණ්ඩයකි. *ABC* ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 40 cm^2 වන සේ වූ *A* ලක්ෂ්‍යයේ පථය දළ සටහනක් මගින් විස්තර කරන්න.



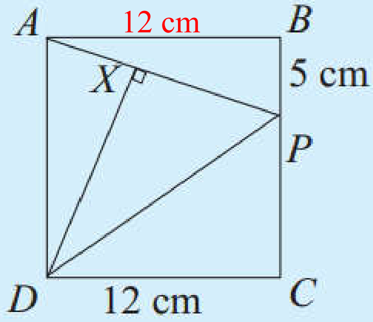
A ලක්ෂ්‍යයේ පථය
BC රේඛාවට සමාන්තරව *BC* සිට 10 cm ක් දුරින් වූ සරල රේඛාවකි.

7. *AB* = 8 cm, *AC* = 7 cm හා *BC* = 4 cm වූ *ABC* ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. *AB* වලින් *C* පිහිටි පැත්තේ ම *P* පිහිටන පරිදිත්, වර්ගඵලයෙන් *ABC* ත්‍රිකෝණයට සමාන වන පරිදිත්, *PA* = *PB* වන සේත් වූ *PAB* ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිග 12 cm වේ. $BP = 5$ cm වන සේ, BC පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. D සිට AP ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය X නම් DXහි දිග සොයන්න.



AD එකම ආධාරකය මත සහ AD සහ BC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$APD\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2} ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12$

$= 72\ cm^2$

තවද $APD\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2} \times AP \times XD$

$\therefore \frac{1}{2} \times AP \times XD = 72$

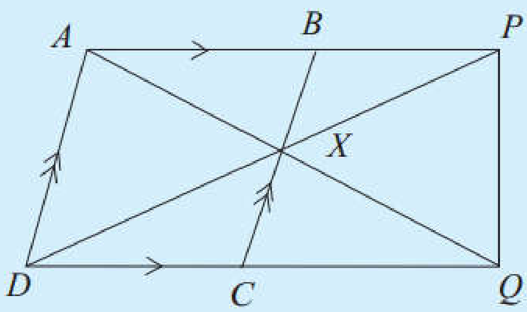
$\frac{1}{2} \times 13 \times XD = 72$

$XD = \frac{72 \times 2}{13}$

$DX = 11\frac{1}{13}$ cm

$$\boxed{\begin{aligned} AP^2 &= AB^2 + BP^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \\ AP &= 13 \text{ cm} \end{aligned}}$$

2. X යනු $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ, BC පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කල DX පාදයට දික් කළ AB පාදය Pහි දී ද දික් කළ AX පාදයට දික් කළ DC පාදය Qහි දී ද හමු වේ. PXQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය, $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් අඩක් බව සාධනය කරන්න.



AD එකම ආධාරකය මත සහ AD සහ BC එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$AXD\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2} ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\rightarrow$ (1)

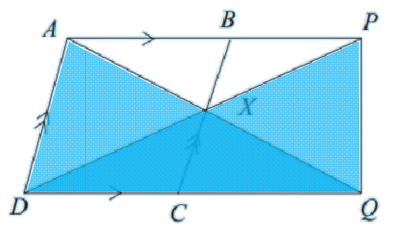
DQ එකම ආධාරකය මත සහ DQ සහ AP එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$DPQ\ \Delta$ ව.ඵ. $= DQA\ \Delta$ ව.ඵ.

දෙපසින්ම $DQX\ \Delta$ ව.ඵ. අඩු කිරීමෙන්,

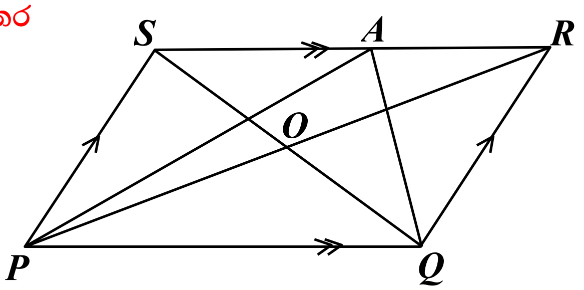
$DPQ\ \Delta$ ව.ඵ. $-$ $DQX\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ DQA ව.ඵ. $-$ $DQX\ \Delta$ ව.ඵ.

$PQX\ \Delta$ ව.ඵ. $= \underbrace{AXD \text{ ව.ඵ.}}$



$PQX\ \Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2} ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ((1) ආදේශයෙන්)

3. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ Oහි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. SR පාදය මත A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. POQ ත්‍රිකෝණයේ හා PAQ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵල අතර අනුපාතය සොයන්න. (ඉඟිය: සුදුසු නිර්මාණයක් යොදා ගන්න.)



PQ එකම ආධාරකය මත සහ PQ සහ SR එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$PQR\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $PAQ\,\Delta$ ව.ඵ. $\rightarrow$ ①

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන නිසා

$PO = OR$

POQ සහ QOR ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි, $PO = OR$ ද උච්චයන් සමාන වන නිසාද

$POQ\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $QOR\,\Delta$ ව.ඵ.

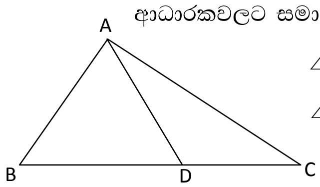
$\therefore POQ\,\Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2}\underbrace{PQR}\,\Delta$ ව.ඵ.

$\therefore POQ\,\Delta$ ව.ඵ. $= \frac{1}{2}PAQ\,\Delta$ ව.ඵ.

$$\frac{POQ\,\Delta \text{ ව.ඵ.}}{PAQ\,\Delta \text{ ව.ඵ.}} = \frac{1}{2}$$

මෙම ප්‍රමේයය ද භාවිතා කළ හැකිය.

25.ප්‍රමේයය : ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරකවලට සමානුපාතික වේ.



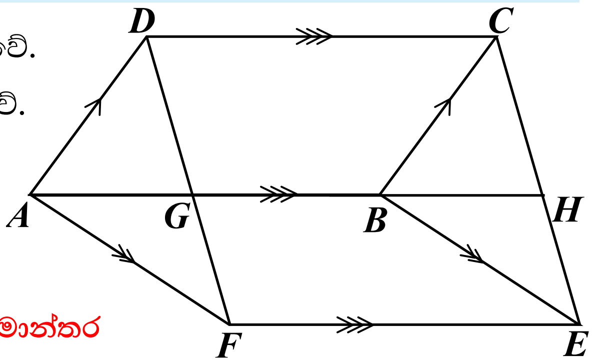
$\Delta ABD : \Delta ADC = BD : DC$

$\Delta ABD : \Delta ABC = BD : BC$

4. $ABCD$ හා $ABEF$ යනු AB පාදයෙහි දෙපැත්තේ අඳින ලද, වර්ගඵලයෙන් අසමාන සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.

(i) $DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(ii) $DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය, $ABCD$ හා $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ එකතුවට සමාන බව සාධනය කරන්න.



(i) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $AB = DC$ ද $AB//DC$ ද වේ.

$ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ $AB = FE$ ද $AB//FE$ ද වේ.

$\therefore DC = FE$ ද $DC//FE$ ද වේ.

$\therefore DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

(සම්මුඛ පාද සමාන හා සමාන්තර නිසා)

(ii) **DC එකම ආධාරකය මත සහ DC සහ AH එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,**

$DCHG$ සමාන්තරාස්‍රයේ ව.ඵ. $=$ $DCBA$ සමාන්තරාස්‍රයේ ව.ඵ. $\rightarrow$ ①

FE එකම ආධාරකය මත සහ FE සහ AH එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$GHEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ ව.ඵ. $=$ $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ ව.ඵ. $\rightarrow$ ②

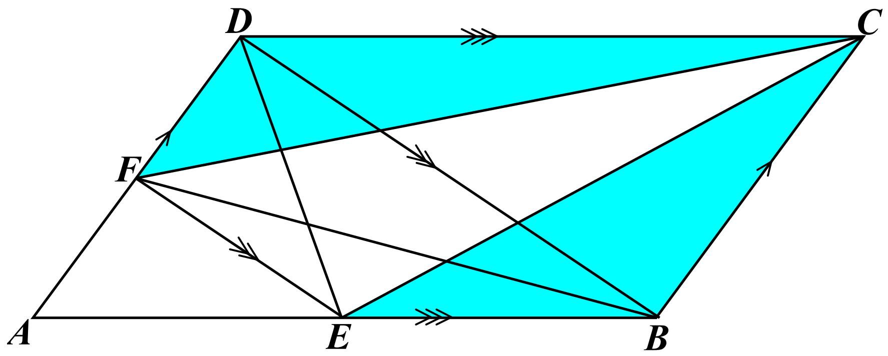
①+② ; $\underbrace{DCHG \text{ ව.ඵ.} + GHEF \text{ ව.ඵ.}}$ $= DCBA$ ව.ඵ. $+ ABEF$ ව.ඵ.

$DCEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ ව.ඵ. $= ABCD$ සමා. ව.ඵ. $+ ABEF$ සමා. ව.ඵ.

5. *ABCD* සමාන්තරාස්‍රයේ, *AB* පාදය *E* හිදී ද *AD* පාදය *F* හිදී ද ඡේදනය වන සේ, *BD* ට සමාන්තරව *EF* ඇඳ ඇත. (ඉඟිය: සුදුසු නිර්මාණයක් යොදා ගන්න.)

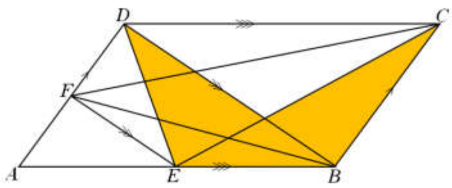
(i) *BEC* ට හා *DFC* ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව

(ii) *AEC* ට හා *AFC* ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.



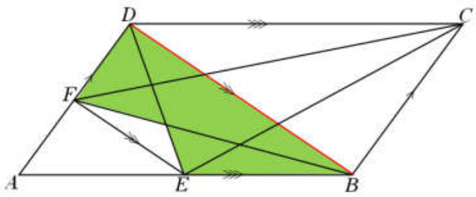
(i) *EB* එකම ආධාරකය මත සහ *EB* සහ *DC* එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$BEC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $EBD\,\Delta$ ව.ඵ. → ①



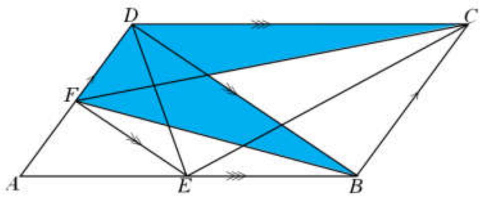
DB එකම ආධාරකය මත සහ *DB* සහ *FE* එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$EBD\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $BFD\,\Delta$ ව.ඵ. → ②



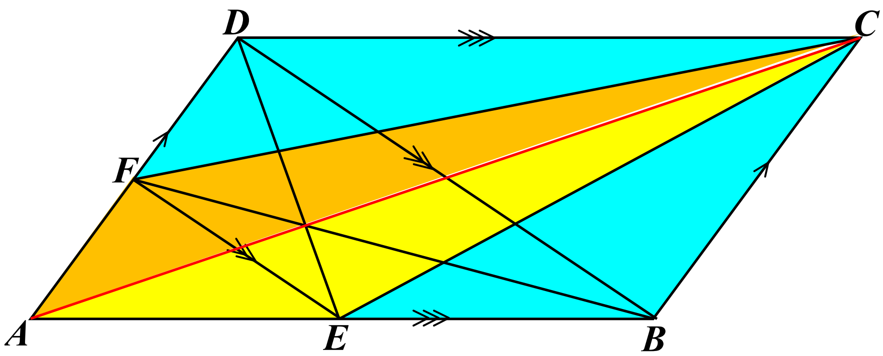
DF එකම ආධාරකය මත සහ *DF* සහ *CB* එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා තිබෙන බැවින්,

$BFD\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DFC\,\Delta$ ව.ඵ. → ③



①, ② හා ③ අනුව, $BEC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DFC\,\Delta$ ව.ඵ.

(ii)



සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණයක් මගින් එහි වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන නිසා

$ABC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $ADC\,\Delta$ ව.ඵ. → ④

$BEC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $DFC\,\Delta$ ව.ඵ. → ⑤ (සාධිතයි)

④−⑤ ; $ABC\,\Delta$ ව.ඵ. $-$ $BEC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $ADC\,\Delta$ ව.ඵ. $-$ $DFC\,\Delta$ ව.ඵ.

$AEC\,\Delta$ ව.ඵ. $=$ $AFC\,\Delta$ ව.ඵ.