වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S I

පළමු වාර පරීක්ෂණය - 12 ශ්‍රේණිය - 2019

First Term Test - Grade 12 - 2019

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය I කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත** කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට **භාර දෙන්න.**
- **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි** B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

සංයුක්ත ගණිතය 12 - I (A කොටස)

01) $4^{x+1} + 2^{4x+2} = 80$ දර්ශක සමීකරණය විසඳන්න.

02) $\dfrac{12}{x-3} < x+1$ අසමානතාව විසඳා විසඳුම් කුලකය ලබා ගන්න.

03) $\log_2 x = \log_4(x+6)$ සමීකරණය විසඳන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

04) $(-2,4)$ ලක්ෂයේ සිට ඒකක $4\sqrt{2}$ දුරින් පිහිටියා වූ ද, x අක්ෂය මත පිහිටියා වූ ද ලක්ෂ්‍ය දෙක සොයා, මෙම ලක්ෂ දෙක අතර දුර ලබා ගන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

05) $2x^4 + x^3 - x^2 + ax + b$ යන්න $(x^2 - 1)$න් බෙදීමෙන් ශේෂය $2x + 3$ වේ නම් a හා b සොයන්න.

06) $\dfrac{3x^2 - 7}{x^3 + 2x^2 - 8x}$ පරිමේය ශ්‍රිතය භින්න භාග වෙන් කර දක්වන්න.

07) $|3 - 2x| \leq |4 + x|$ විසඳුම් කුලකය සොයන්න.

08) $y = \begin{cases} x^2 + 1 & ; \quad x \leq 0 \\ x + 3 & ; \quad 0 < x < 5 \\ -x + 1 & ; \quad x \geq 5 \end{cases}$ කඩමනින් ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

09) $a\cos\ (\lambda+\theta)=b\ cos\ (\lambda-\theta)$ නම් $\tan\lambda=\left(\frac{a-b}{a+b}\right)\cot\theta$ බව පෙන්වන්න.

10) $\sin\ 7\theta\quad-\sqrt{3}\cos 4\theta=\sin\theta$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 12 - I (B කොටස)

<u>ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

11) a) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
$f(x)$ යනු මාත්‍රය 3 ට වැඩි බහු පද ශ්‍රිතයක් වන අතර a, b හා c තාත්වික ප්‍රභින්න වේ.
$f(1) = a,\ f(-1) = b$ හා $f(o) = C$ බව දී ඇත. $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x^2 - 1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $\frac{1}{2}(a-b)x + \frac{1}{2}(a+b)$ බව පෙන්වන්න.
තවද $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x^3 - x)$ න් බෙදූ විටද ශේෂය ලබා ගන්න.

b) $\frac{2.\dot{3}\ \times\ 1.2\dot{1}}{1.\dot{2}\dot{7}}$ ප්‍රකාශනය $\frac{p}{q}$ ආකාරයට දක්වන්න. p හා $q \in \mathrm{Z}^+$ වේ. (සුලු කිරීමට අවශ්‍ය නැත.)

12) a) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$; $x \neq 2$ යැයි ගනිමු.

i. $f(x)$ හි වසම හා පරාසය සොයන්න.

ii. $f(x)$ ශ්‍රිතය එකට එක හා මතට බව පෙන්වන්න.

iii. $f^{-1}(x)$ ශ්‍රිතය (ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය) සොයන්න.
iv. $f^{-1}(f(x)) = f\left(f^{-1}(x)\right) = x$ බව පෙන්වන්න.

b) $g(x) = \log_a\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ නම්,
$g\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2g\ (x)$ බව ලබා ගන්න.

13) $(x_1\ ,\ y_1)$ හා $(x_2\ ,\ y_2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛා $m{:}\,n$ අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදෙන ලක්ෂයේ කණ්ඩාංක ලබා ගන්න.
A හා B යනු පිළිවෙලින් $(-3,0)$ හා $(7,5)$ වූ ලක්ෂ්‍ය 2 කි.
i. AB රේඛාව 3:2 අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව හා භාහිරව බෙදෙන P හා Q ලක්ෂ්‍ය සොයන්න. එනයින් PQ දිග ලබා ගන්න.
ii. AB රේඛාව සමාන කොටස් 3 කට බෙදෙන ලක්ෂ්‍ය 2 ක ද සොයන්න.
iii. AB රේඛාව Y අක්ෂයෙන් කුමන අනුපාතයකට බෙදේද? Y අක්ෂය මත වූ එම ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

14) a) a, b තාත්වික ධන සංඛ්‍යා වන අතර $a, b\ \neq 1$ විට $\log_a b = \frac{1}{\log_{\,b}\,a}$ බව පෙන්වන්න.
$\log_x 2\ \log_{\frac{x}{16}} 2 = \log_{\frac{x}{64}} 2$ සමීකරණය විසඳන්න.

b) එකම ඛණ්ඩාංක තලයක $|x-2|$ හා $|1+2x|$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්ථාර අඳින්න. එම ප්‍රස්ථාර ඇසුරින් $|x-2| < 1 + |1+2x|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි අගය කුලකය ලබා ගන්න.

15) a) $x^2-3x+1 \equiv A\,(x+1)^2+\{B(x+1)+C\,\}(x-2)$ වන පරිදි වූ A, B හා C තාත්වික නියත ලබා ගන්න. එනයින්,
$\frac{x^2-3x+1}{(x-2)(x+1)^2}$ හි භින්න භාග වෙන් කර දක්වන්න.

b) $f(x)=\ ax^3+bx^2-2x+c$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න (x^2+x) මගින් බෙදූ විට ශේෂය $6(x+1)$ ද $(x-1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් ද නම් a, b හා c නියත වල අගයන් සොයන්න. එමගින් $f(x)$ හි ඉතිරි සාධක ද ලබා ගන්න.

16) a) A, B හා C යනු ත්‍රිකෝණයක කෝණ නම්,
$sin^2\left(\frac{A}{2}\right)+\ sin^2\left(\frac{B}{2}\right)-\ sin^2\left(\frac{C}{2}\right)=1-2\cos\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

b) $\sec x+\tan x=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ බව පෙන්වා $\sec x-\tan x$ සඳහා එවැනිම ප්‍රකාශනයක් **අපෝහනය** කරන්න. **ඒනයින්** $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ හා $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ හි අගයන් කරණි ආකාරයෙන් සොයන්න.

c) $2\sin\theta\sin 3\theta\ -1=0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

17) a) $Sin\,(A+B)$ ප්‍රසාරණය භාවිතයෙන් $\sin 3\theta$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $\sin\theta$ ඇසුරින් ලබා ගන්න.
$Sin\,A\sin\ (60-A)\sin\ (60+A)=\frac{1}{4}\sin 3A$ බව පෙන්වන්න. එනයින්
$Sin\ 20^0\sin\ 40^0\sin\ 80^0$ හි අගය $\frac{\sqrt{3}}{8}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

b) $f(x)=\sqrt{3}\,cos2x+sin\,2x$ යන්න $R\cos(2x-\alpha)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. R සහ α නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.
මෙහි $R>0$ හා $o<\alpha<\frac{\pi}{2}$ වේ. $f(x)$ හි උපරිම, අවම අගයන් දක්වමින් $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ පරාසය තුල $f(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න.

c) $a\ \sec\theta=1-b\tan\theta$ හා $a^2\,sec^2\,\theta=5+\ b^2\,tan^2\,\theta$ නම් $a^2b^2+\ 4a^2=\ 9b^2$ බව පෙන්වන්න.

10 S II

පළමු වාර පරීක්ෂණය - 12 ශ්‍රේණිය - 2019

First Term Test - Grade 12 - 2019

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය II කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත** කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට **භාර දෙන්න.**
- **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි** B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

(A කොටස)

1) ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියා කරන විශාලත්වය P හා $2P$ බල දෙකක් එකිනෙකට 60^0 ක කෝණයකින් ආනතව ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සොයන්න. තවද සම්ප්‍රයුක්ත බලය හා $2P$ බලය අතර කෝණය α නම් $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ බව ද පෙන්වන්න.

2) $ABCDEF$ යනු සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. O යනු එහි කේන්ද්‍රය වේ. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \underline{0}$ බව පෙන්වන්න.

3) $\underline{a} = \underline{i} - 2\underline{j}$ හා $\underline{b} = -3\underline{i} + \underline{j}$ යැයි ගනිමු. $\underline{a} + \lambda\underline{b}$ දෛශිකය $-\underline{i} - 3\underline{j}$ දෛශිකයට සමාන්තර වන පරිදි වේ නම් λ හි අගය සොයන්න.

4) $\underline{a} = \underline{i} + \sqrt{3}\,\underline{j}$ හා $\underline{b}$ යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ වන පරිදි වූ දෛශිකයක් ද යැයි ගනිමු. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම් $\underline{b}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $x < 0$ වන අතර x හා y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

5) O අචල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ A, B හා C ශීර්ෂ වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ වෙයි. D හා E යනු පිළිවෙලින් AB හා AC පාද වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. D හා E හි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

එනයින්, $DE = \frac{1}{2}\, BC$ බව හා $DE \,//\, BC$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6) එකිනෙකට θ $(\theta < \frac{\pi}{2})$ කෝණයකින් ආනත P හා Q බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය $\sqrt{3}\,Q$ වේ. සම්ප්‍රයුක්තය නිව්ටන් P බලයත් සමඟ 30^0 ක කෝණයක් සාදයි නම් θ අගය සොයන්න. $P = 2Q$ බව ද පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

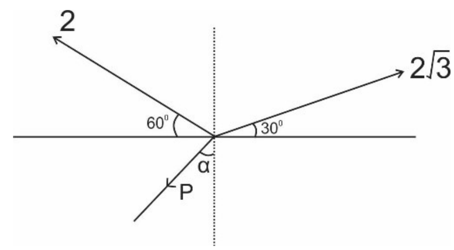
....

....

....

....

7) විශාලත්වය නිව්ටන් 2 , $2\sqrt{3}$ හා P වූ බල පහත පරිදි අංශුවක් මත ක්‍රියා කරයි. අංශුව සමතුලිතතාවයේ පවතී නම් $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න. P හි අගයද සොයන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8) අංශුවක් මත නිව්ටන් $P,\ 2P, 3\sqrt{3}\,P$ හා $4P$ වූ බල පද්ධතියක් ක්‍රියා කරයි. පළමු බලය තිරස් වන අතර එක් එක් බලය අනෙක් බලයට පිළිවෙලින් 60^0 , 90^0 , 150^0 කෝණ වලින් ආනත වේ. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $60\underline{i} + 3\underline{j}$, $40\underline{i} - 8\underline{j}$ හා $a\,\underline{i} - 52\,\underline{j}$ ලෙස වේ. A, B හා C ඒකරේඛීය වන පරිදි a හි අගය සොයන්න. මෙහි $a \in R$ වේ.

10) විශාලත්වය $P + Q$ හා $P - Q$ බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\sqrt{P^2 + 3Q^2}$ වේ. මෙහි $P \neq Q$ වේ. බල දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 12 - II (B කොටස)

<u>ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

11) a) OXY ඛණ්ඩාංක අක්ෂ පද්ධතිය අනුබද්ධයෙන් P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (a,b) යැයි ගනිමු. O මූලය අනුබද්ධයෙන් P හි පිහිටුම් දෛශිකය ලබා ගන්න. එනයින් $|\overline{OP}|$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න.

O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B හි කණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(-2,\ -\sqrt{2})$ හා $(3, 4\sqrt{2})$ වේ.

i. $\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OB}$ සොයන්න. එනයින් $\overrightarrow{AB}$ සොයන්න.

ii. $|\overrightarrow{AB}|$ සොයන්න.

iii. C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය විට $\overrightarrow{OC}$ සොයන්න.

iv. $\overrightarrow{OC}$ දිශාවේ ඒකක දෛශිකය හා $\overrightarrow{OC}$ දිශාව ඔස්සේ වූ විශාලත්වය ඒකක $\sqrt{19}$ ක් වන දෛශිකය සොයන්න.

v. OC හා OD ලම්භක වන පරිදි හා $|OD| = \sqrt{19}$ වන පරිදි D ලක්ෂ්‍ය දෙකක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

b) අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන $2\underline{i} - 3\underline{j}$, $7\underline{i} + 4\underline{j}$, $-5\underline{i} - 9\underline{j}$, $P\underline{i} + 2\underline{j}$ හා $\underline{i} - Q\underline{j}$ යන බල සමතුලිතතාවයේ පවතී නම් P හා Q බලවල විශාලත්ව සොයන්න. මෙහි $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු එකිනෙකට ලම්භක OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ.

12) a) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු එකිනෙකට සමාන්තර නොවන නිශ්ශූන්‍ය දෛශික දෙකකි. λ හා μ යනු දී ඇති අදිශ දෙකක් වන විට $\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0}$ වනුයේ $\lambda = \mu = 0$ ම නම් පමණක් බව පෙන්වන්න.

b) i. $OACB$ සමාන්තරාස්‍රයකි. AC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද, AB විකර්ණයෙත් OD රේඛාවේත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය E ද වෙයි. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද නම් $\overrightarrow{OD} = \underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b}$ බව පෙන්වන්න.

ii. $\overrightarrow{OE} = \lambda\left(\underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b}\right)$ බව පෙන්වන්න. $\overrightarrow{AE} = \mu\overrightarrow{AB}$ ලෙස ලිවීමෙන්,

$\overrightarrow{OE} = (1-\mu)\underline{a} + \mu\underline{b}$ යැයි ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ.

එනයින් $\mu = \frac{1}{3}$ හා $\lambda = \frac{2}{3}$ බව සාධනය කරන්න.

iii. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ බව හා $AE : AB = 1 : 3$ බවත් පෙන්වන්න.

13) a) $OACB$ සමාන්තරාස්‍රයේ BC පාදය $BD = 3BC$ වන සේ D තෙක් දික් කර ඇත. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ලෙස ගෙන $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{OD}$ ප්‍රකාශ කරන්න.
$\overrightarrow{OE} = \lambda\overrightarrow{OD}$ ද, $\overrightarrow{AE} = \mu\overrightarrow{AC}$ ද, වන පරිදි λ හා μ නියත සොයන්න. මෙහි E යනු OD හා AC රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය වේ.

b) Q යනු OAB ත්‍රිකෝණයේ AB පාදය $4:1$ අනුපාතයට බෙදන B ට ආසන්නව පිහිටි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයයි. P යනු $OP:OQ = 1:2$ වන පරිදි OQ මත වූ ලක්ෂ්‍යය යි. දික් කරන ලද AP රේඛාවට R හිදී OB පාදය හමුවෙයි. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ලෙස වේ.

i. $\overrightarrow{OQ}$ සොයා $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{15}\left(\underline{a} + 4\underline{b}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ii. $\overrightarrow{AP}$ දෛශිකය $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

iii. $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OA} + \lambda\,\overrightarrow{AP}$ ලිවිය හැකි බව පෙන්වා $\overrightarrow{OA} + \lambda\,\overrightarrow{AP}$ යන්න $\underline{a}$ ගෙන් ස්වායත්ත වන පරිදි λ අදිශයට ගත හැකි අගය සොයන්න.

iv. එනයින් R හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{b}$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කිරීමෙන් $OR:OB = 2:7$ වන බවද පෙන්වන්න.

14) a) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙකක තිත් ගුණිතය හා කතිර ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.
OAB ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ නම් OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{1}{2}\,|\underline{a} \times \underline{b}\,|$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

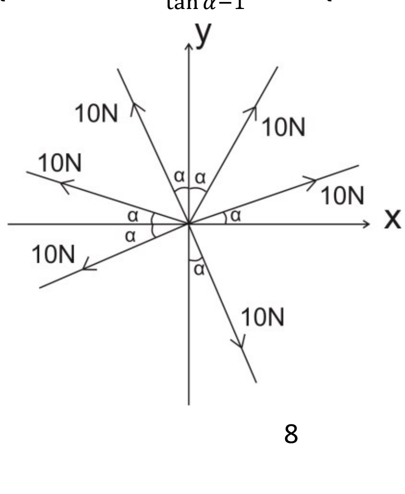
b) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු $\underline{a} + \underline{b}$ හා $\underline{a} - \underline{b}$ තිත් ගුණිතය ශුන්‍ය වන දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශිකවල විශාලත්වය සමාන බව පෙන්වන්න.

c) O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සාපේක්ෂව A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛහික පිළිවෙලින් $\underline{a} + 2\underline{b}$ හා $3\underline{a} - \underline{b}$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ. OA සහ OB එකිනෙකට ලම්බකවේ නම් $\underline{a}\,.\,\underline{b}$ සොයන්න.
$|\underline{a}| = 2$ හා $|\underline{b}| = 1$ නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

d) $\underline{a} = 3\underline{i} + 4\underline{j}$ ද, $\underline{b}$ යනු $\underline{b} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j}$ ලෙස වූ ඒකක දෛශිකයක් ද වෙයි. λ හා μ යනු තාත්වික නියත ද $\mu > 0$ ද, $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු සුපුරුදු ඒකක දෛශික ද වෙයි. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ එකිනෙක ලම්භකනම් λ හා μ සොයන්න.

15) a) $ABCDEF$ යනු සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. ලක්ෂයක් මත ක්‍රියා කරක නිව්ටන් $2, P, 5, Q, 3$ වූ බල පිළිවෙලින් AB, CA, AD, AE හා AF පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. අංශුව සමතුලිතතාවයේ පවතින පරිදි P හා Q අගයන් සොයන්න.

b) පහත සඳහන් අංශුව මත ක්‍රියා කරන බලවල සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය $10\sqrt{2}\ N$ හා එහි දිශාව X අක්ෂය සමඟ සාදන කෝණය $\frac{\tan\alpha + 1}{\tan\alpha - 1}$ බව ද පෙන්වන්න.

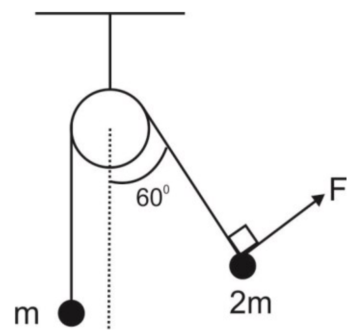


c) විශාලත්ව නිව්ටන් $6, 2\sqrt{3}$ හා 8 වූ ඒකතල බල තුනක් O ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියා කරන්නේ පිළිවෙලින් OA, OB හා OC දිශා ඔස්සේය. $A\hat{O}B = 30^0$, $B\hat{O}C = 90^0$ නම් බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය ද එය OA සමඟ සාදන කෝණය ද සොයන්න.

16) a) අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒක තල බල පද්ධතියක සමතුලිතතාවය සඳහා අවශ්‍යතාවය බල විභේදනය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

b) ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර තන්තුව මත වූ B ලක්ෂ්‍යයේ දී බර $2w$ අංශුවක් ද තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර වූ C හි දී බර w වූ අංශුවක් ද අමුණා ඇත. C හිදී යෙදූ තිරස් $3w$ බලයක ක්‍රියාව නිසා තන්තු කොටස් නොබුරුල්ව තන්තුවේ AB සහ BC කොටස් පිළිවෙලින් තිරස සමඟ α හා β සුළු කෝණ සාදමින් සමතුලිතතාවයේ ඇත. තන්තු කොටස්වල ආතති හා α හා β කෝණවල විශාලත්වයන් සොයන්න.

c) රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධයක් අමුණා තන්තුව සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් මතින් දමා අනෙක් කෙළවරට $2m$ ස්කන්ධයක් අමුණා F බලයක ක්‍රියාව යටතේ සමතුලිතව ඇත. තන්තුවේ ආතතිය හා F බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.



17) a) එකිනෙකට θ කෝණයකින් ආනතව ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන P හා Q බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය හා එම සම්ප්‍රයුක්තය බලය P සමඟ සාදන කෝණය සඳහා ප්‍රකාශන ලබා ගන්න.

එනයින්, බලදෙක එකිනෙකට සමානවන විට සම්ප්‍රයුක්ත බලය මගින් බල දෙක අතර කෝණය සම්ච්ඡේද කරන බව පෙන්වන්න.

b) විශාලත්වයෙන් එක හා සමාන බල දෙකක් එකිනෙකට ආනතව අංශුවක් මත ක්‍රියා කරයි. එම බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයේ වර්ගය, බල දෙකේ ගුණිතය මෙන් දෙගුණයක් වේ නම්, බල දෙක අතර කෝණය සොයන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් සම්ප්‍රයුක්ත බලය හා එක් බලයක් අතර කෝණයේ විශාලත්වය අපෝහනය කරන්න.

c) විශාලත්වයෙන් සමාන බල දෙකක් එකිනෙකට 2α කෝණයකින් ආනතව ක්‍රියා කරන විට ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය එම බල දෙක 2β කෝණයකින් ආනතව ක්‍රියා කරන විට ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය මෙන් දෙගුණයක් වේ. $\cos\,\alpha = 2\cos\,\beta$ බව පෙන්වන්න.

1). $4^{x+1} + 2^{4x+2} = 80$

$4 \cdot 2^{2x} + 4\left(2^{2x}\right)^2 - 80 = 0$ 5

Let

$2^{2x} = t$

5

$4t^2 + 4t - 80 = 0$

$t^2 + t - 20 = 0$ 5

$(t+5)(t-4) = 0$

$t = -5$ or $t = 4$

5

$2^{2x} = -5$ or $2^{2x} = 4$

(no sol^n) $\underline{\underline{x = 1}}$ 5

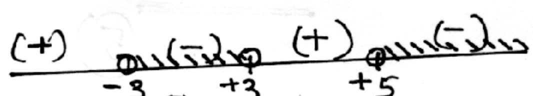
25

2). $\dfrac{12}{x-3} < x+1$

$\dfrac{12}{x-3} - x - 1 < 0$ 5

5

$\dfrac{12-(x+1)(x-3)}{(x-3)}$ 5 $= \dfrac{(x-5)(x+3)}{(3-x)} < 0$



5

$\underline{\underline{x \in (-3,3) \cup (5, \infty)}}$

5

25

3). $\log_2 x = \log_4 (x+6)$

$$\log_2 x = \frac{1}{2\log_{(x+6)} 2} = \frac{1}{2}\log_2(x+6) \quad 5$$

$$\log_2 x^2 = \log_2(x+6) \quad 5$$

$$x^2 = x+6$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \quad 5$$

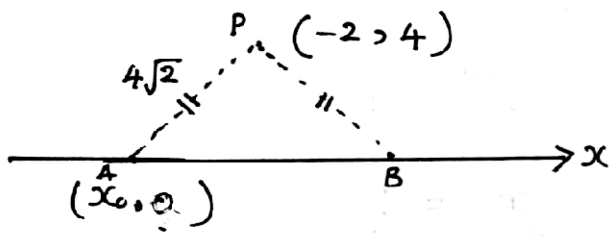
$$(x-3)(x+2) = 0$$

5

$\underline{\underline{x = 3}}$ or $\underline{\underline{x = -2}}$ 5

25

4).



$$(x_0+2)^2 + 16 = 32 \quad 5$$

5 $x_0 + 2 = \pm 4$

$x_0 = 2$ $\qquad$ $x_0 = -6$

5

$\underline{\underline{A(2, 0)}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{B(-6, 0)}}$ 5

$\therefore$ AB distance = $\underline{\underline{8 \text{ units}}}$

5

25

5) $2x^4+x^3-x^2+ax+b \equiv (x^2-1)\,\phi(x) + 2x+3$ (10)

$x=1 \longrightarrow$

$a+b+2 = 5$ — (1)

$x=-1 \longrightarrow$ (5)

$b-a = 1$ — (2)

(5) $\underline{\underline{a=1}}$ $\underline{\underline{b=2}}$ (5)

25

6). $\dfrac{3x^2-7}{x^3+2x^2-8x} = \dfrac{3x^2-7}{x(x^2+2x-8)} = \dfrac{3x^2-7}{x(x+4)(x-2)}$ (5)

$\dfrac{3x^2-7}{x(x+4)(x-2)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{(x+4)} + \dfrac{C}{(x-2)}$ (5)

$3x^2-7 \equiv A(x^2+2x-8) + B(x-2)x + C(x+4)x$

$x^2 \longrightarrow \quad 3 = A+B+C$ — (1)

$x \longrightarrow \quad 0 = 2A-2B+4C$

$0 = A-B+2C$ — (2)

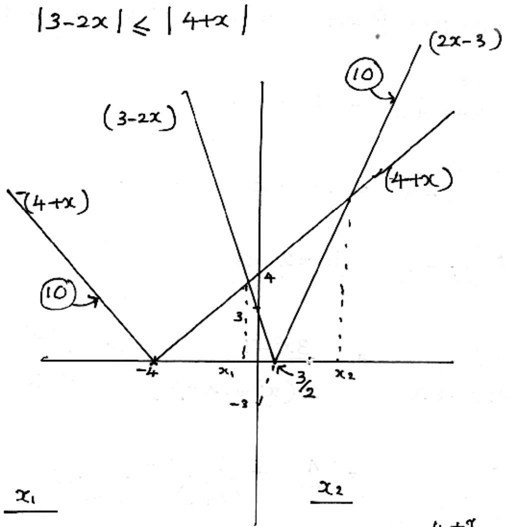
$x^0 \longrightarrow \quad -7 = -8A$ — (3) (10)

$\underline{\underline{A = \dfrac{7}{8}}}$ $\underline{\underline{B = \dfrac{41}{24}}}$ $\underline{\underline{C = \dfrac{5}{12}}}$

25

$\underline{\underline{\dfrac{3x^2-7}{x^3+2x^2-8x} = \dfrac{7}{8x} + \dfrac{41}{24(x+4)} + \dfrac{5}{12(x-2)}}}$ (5)

7). $|3-2x| \leqslant |4+x|$



$\underline{x_1}$

$4+x = 3-2x$

$3x = -1$

$x = -1/3$

$\underline{x_2}$

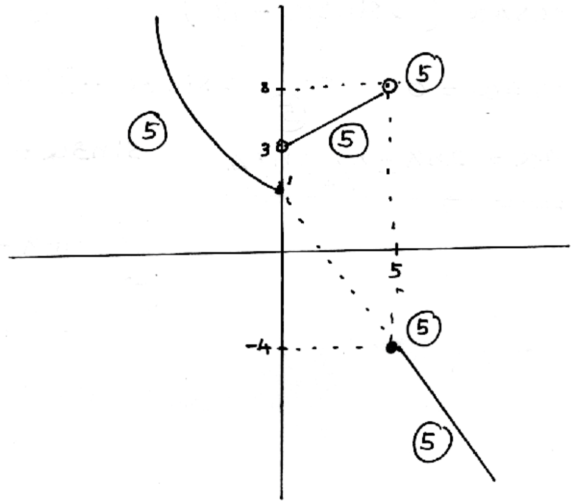
$2x-3 = 4+x$

$x = 7$

$\therefore \underline{\underline{x \in [-1/3, 7]}}$ (5)

25

08)
$$y = \begin{cases} x^2+1 & ; x \le 0 \\ x+3 & ; 0 < x < 5 \\ -x+1 & ; x \geq 5 \end{cases}$$



25

09) $a\cos(\lambda+\alpha) = b\cos(\lambda-\alpha)$

$a(\cos\lambda\cos\alpha - \sin\lambda\sin\alpha) = b(\cos\lambda\cos\alpha + \sin\lambda\sin\alpha)$ 5 5

$\cos\lambda(a\cos\alpha - b\cos\alpha) = \sin\lambda(b\sin\alpha + a\sin\alpha)$ 5

5 $\tan\lambda = \dfrac{\cos\alpha\,(a-b)}{\sin\alpha\,(b+a)}$

$\tan\lambda = \left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)\cot\alpha$ 5

25

10. $\sin 7\alpha - \sqrt{3}\cos 4\alpha = \sin\alpha$

$\sin 7\alpha - \sin\alpha = \sqrt{3}\cos 4\alpha$

5 $2\cos 4\alpha\sin 3\alpha - \sqrt{3}\cos 4\alpha = 0$

$\cos 4\alpha\,(2\sin 3\alpha - \sqrt{3}) = 0$ 5

$\cos 4\alpha = 0$ or 5 $2\sin 3\alpha - \sqrt{3} = 0$

5 $4\alpha = 2n\pi \pm \pi/2 \;;\; n \in \mathbb{Z}$

$\sin 3\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$3\alpha = m\pi + (-1)^m(\pi/3)$

5 $; m \in \mathbb{Z}$

25

11) Prove - Remainder Theorom. 15

$f(x) \equiv (x^2-1)\phi(x) + (Ax+B)$ 10

$f(x) = (x-1)(x+1)\phi(x) + (Ax+B)$ 5

$x=1 \longrightarrow$

$f(1) = A+B$ —(1) 5

$x=-1 \longrightarrow$

$f(-1) = B-A$ —— (2) 5

$A = \frac{1}{2}\{f(1) - f(-1)\}$

But, $f(1) = a$, $f(-1) = b$, $f(0) = c$

Therefore, $A = \frac{1}{2}(a-b)$ 5

$B = \frac{1}{2}(a+b)$ 5

$\therefore$ Remainder - $(Ax+B)$

$= \frac{1}{2}(a-b)x + \frac{1}{2}(a+b)$ 10

45

$$f(x) = (x^3 - x)\,h(x) + (a_0x^2 + b_0x + c_0) \quad 10$$

$$f(x) = x(x-1)(x+1)\,h(x) + (a_0x^2 + b_0x + c_0)$$

5

$$f(0) = c = c_0 \text{ --- } (1) \quad 5$$

$$f(1) = a_0 + b_0 + c_0 \text{ --- } (2) \quad 5$$

$$f(-1) = a_0 - b_0 + c_0 \text{ --- } (3) \quad 5$$

$$b_0 = \frac{1}{2}\{f(1) - f(-1)\}$$

$$b_0 = \frac{1}{2}(a - b) \quad 5$$

From (2)

$$a = a_0 + b_0 + c_0$$

$$a_0 = a - \frac{1}{2}(a-b) - c$$

$$a_0 = \frac{1}{2}(a + b - 2c) \quad 5$$

$\therefore$ Remainder; $\underset{5}{\frac{1}{2}(a+b-2c)x^2} + \underset{5}{\frac{1}{2}(a-b)x} + c$

50

b). $$\frac{2.\dot{3} \times 1.2\dot{1}}{1.\dot{2}\dot{7}} = N$$

Let

$$x = 2.\dot{3}$$
$$x = 2.3333\ldots$$
$$10x = 23.333\ldots$$
$$\Big\} \; 9x = 21$$
$$x = \frac{21}{9} \quad (10)$$

Let $y = 1.2\dot{1}$

$$y = 1.21111\ldots$$
$$10y = 12.11111\ldots$$
$$100y = 121.1111\ldots$$
$$\Big\} \; 90y = 109$$
$$y = \frac{109}{90} \quad (10)$$

Let, $Z = 1.\dot{2}\dot{7}$

$$Z = 1.27272727\ldots$$
$$100Z = 127.272727\ldots$$
$$\Big\} \; 99Z = 126$$
$$Z = \frac{126}{99} = \frac{42}{33}$$
$$Z = \frac{14}{11} \quad (10)$$

$$\therefore \; N = \frac{21}{9} \times \frac{109}{90} \times \frac{11}{14} = \frac{33 \times 109}{6 \times 90} \quad (10) \quad 40$$

12)

(a). $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$; $x \neq 2$

(i). Domain of f $(D_f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ 5

Range of f (R_f)

Let $y = \dfrac{x+1}{x-2}$

$x = \dfrac{2y+1}{y-1}$

$\therefore$ $R_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ 10

15

ii). Let, any $x_1, x_2 \in D_f$

$f(x_1) = f(x_2)$ 5

$\dfrac{x_1+1}{x_1-2} = \dfrac{x_2+1}{x_2-2}$

10

$(x_1+1)(x_2-2) = (x_2+1)(x_1-2)$

$x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 2 = x_1x_2 - 2x_2 + x_1 - 2$

$x_1 = x_2$ 5

$\therefore$ f is one - one function.

5

25

Let $y \in C_f$, we want to get $x \in D_f$ 6

such that $f(x) = y$ 10

$$\frac{x+1}{x-2} = y \Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-1} \in D_f$$ 10

Hence,

f is onto - function. 5 $\quad$ 25

iii). $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2} = y$.

$$x = \frac{2y+1}{y-1}$$

$\therefore \quad f^{-1}(x) = \dfrac{2x+1}{x-1} \quad ; \quad x \neq 1$ $\quad$ 15

iv). $f^{-1}f(x) = f(f^{-1}(x))$

$$f^{-1}f(x) = f^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$$ 5

$$= \frac{2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)+1}{\frac{x+1}{x-2} - 1}$$ 5

$$= \frac{2x+2+x-2}{x+1-x+2} = \frac{3x}{3}$$ 5

$f^{-1}f(x) = x$ ——— (A)

5

$$ff^{-1}(x) = f\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \quad 5$$

$$= \frac{\dfrac{2x+1}{x-1} + 1}{\dfrac{2x+1}{x-1} - 2} \quad 5$$

$$= \frac{2x+1+x-1}{2x+1-2x+2} \quad 5$$

$$= \frac{3x}{3}$$

$$ff^{-1}(x) = x \quad \text{——} \quad (B) \quad 5$$

$\triangle 40$

From (A) and (B)

$$\underline{\underline{f^{-1}f(x) = ff^{-1}(x) = x}}$$

6). $g(x) = \log_a\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

$$g\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \log_a\left(\frac{1+\dfrac{2x}{1+x^2}}{1-\dfrac{2x}{1+x^2}}\right) \quad 10$$

$$g\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \log_a\left(\frac{1+x^2+2x}{1+x^2-2x}\right) \quad 5$$

$$= \log_a\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 \quad 5$$

$$= 2\log_a\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad 5$$

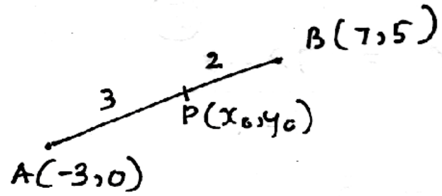
$$g\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2g(x) \quad 5$$

30

B). To Proof –

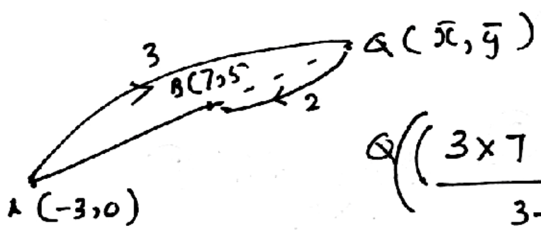
35

i).



$$P\left(\frac{3\times7-2\times3}{5}, \frac{3\times5+2\times0}{5}\right) \quad 10$$

$$\underline{\underline{P\,(3,3)}} \quad 5$$



$$Q\left(\frac{3\times7-2\times(-3)}{3-2}, \frac{3\times5-2\times0}{3-2}\right) \quad 10$$

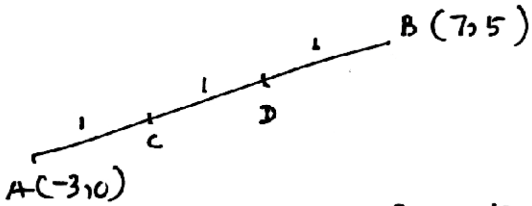
$$\underline{\underline{Q\,(27,15)}} \quad 5$$

$$\therefore\ PQ = \sqrt{(27-3)^2+(15-3)^2} \quad 10 \quad = \sqrt{24^2+12^2}$$

$$= \underline{\underline{12\sqrt{5}\ \text{units}}} \quad 5$$

45

ii).



$$C\left(\frac{7+2\times -3}{3},\ \frac{5+0}{3}\right) \quad (10)$$

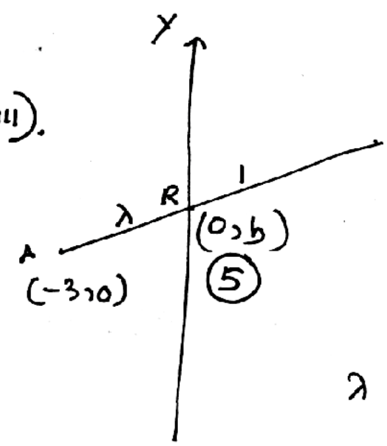
$$\underline{\underline{C\left(\frac{1}{3},\ \frac{5}{3}\right)}} \quad (5)$$

$$D\left(\frac{14-3}{3},\ \frac{10+0}{3}\right) \quad (10)$$

$$\underline{\underline{D\left(\frac{11}{3},\ \frac{10}{3}\right)}} \quad (5)$$

30

iii).



$$0 = \frac{7\lambda - 3}{\lambda + 1} \quad (5)$$

$$\lambda = 3/7 \quad (5)$$

$$\underline{\underline{\frac{AR}{RB} = \frac{3}{7}}} \quad (5)$$

$$b = \frac{5\lambda - 0}{1+\lambda} \quad (5) = \frac{\cancel{5}\times 3}{\cancel{7}\times \cancel{10}_{2}} \times \cancel{7} \quad (5)$$

$$b = \frac{3}{2} \quad (5)$$

$\therefore$ Point $R = \underline{\underline{\left(0, \frac{3}{2}\right)}}$ (5)

40

14). To Proof 30

$$\log_x 2 \times \log_{x/16} 2 = \log_{x/64} 2$$

$$\log_x 2 \times \frac{1}{\log_2\left(\frac{x}{16}\right)} = \frac{1}{\log_2\left(\frac{x}{64}\right)} \quad 10$$

$$\log_x 2 \times \frac{1}{(\log_2 x - 4)} = \frac{1}{(\log_2 x - 6)} \quad 10$$

Let,

$$\log_2 x = t \quad 5$$

$$\frac{1}{t}(t-4) = \frac{1}{(t-6)}$$

$$t^2 - 4t - t + 6 = 0 \quad 10$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$(t-3)(t-2) = 0 \quad 5$$

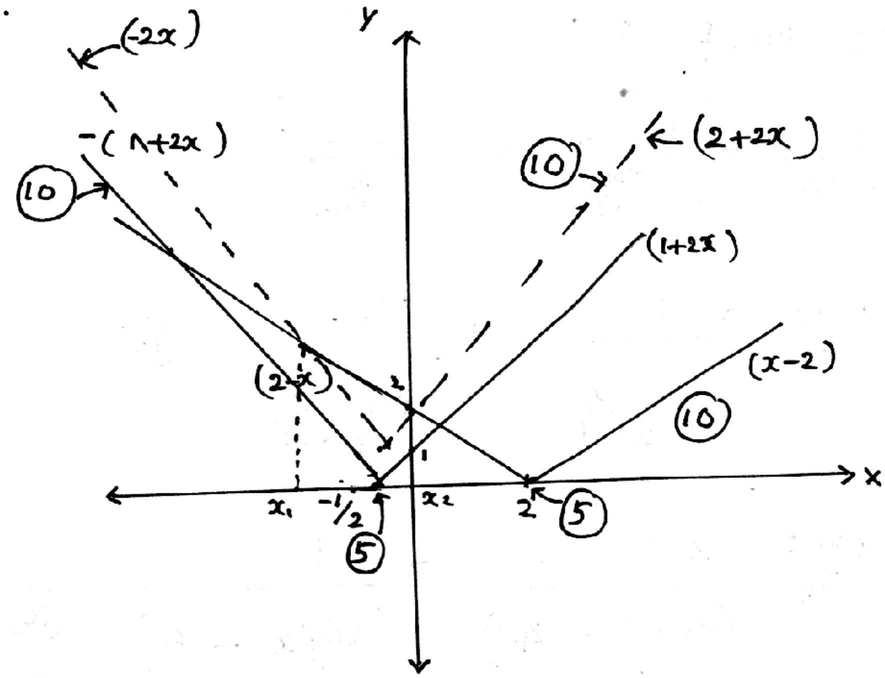
$$t = 3 \; (5) \quad \text{or} \quad t = 2 \quad 5$$

$$\therefore \log_2 x = 3 \quad \text{or} \quad \log_2 x = 2$$

$$\underline{\underline{x = 8}} \; (5) \quad \text{or} \quad \underline{\underline{x = 4}} \; (5)$$

50

b).



$x_1 \longrightarrow$

$2-x = -2x$ (5)

$x = -2$

$x_1 = -2$, $x_2 = 0$ (5)

$\therefore$ solution $x < -2$ or $x > 0$ (10)

50

15) (a). $x^2 - 3x + 1 \equiv A(x+1)^2 + \{B(x+1) + C\}(x-2)$

$x^2 \longrightarrow \quad 1 = A + B$ —— (1) (5)

$x^1 \longrightarrow \quad -3 = 2A - 2B + (C + B)$

$-3 = 2A - B + C$ —— (2) (5)

$x^0 \longrightarrow \quad 1 = A - 2(C + B)$

$1 = A - 2C - 2B$ —— (3) (5)

(5) $A = -\frac{1}{9}$ $\quad B = \frac{10}{9}$ (5) $\quad C = -\frac{15}{9}$ (5)

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-2)(x+1)^2} = \frac{\frac{-1}{9}(x+1)^2 + \left\{\frac{10}{9}(x+1) + \left(\frac{-15}{9}\right)\right\}(x-2)}{(x-2)(x+1)^2} \quad 20$$

$$= \frac{-1}{9(x-2)} + \frac{10}{9(x+1)} - \frac{15}{9(x+1)^2} \quad 20$$

70

b) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 2x + c$

From the division Algorithm,

$ax^3+bx^2-2x+c \equiv (x^2+x)\,\phi(x) + 6(x+1)$ 10

$ax^3+bx^2-2x+c \equiv x(x+1)\,\phi(x) + 6(x+1)$ 10

$x=0$

$c = 6$ —— (1) 5

$x=-1$

$-a+b+2+6 = 0$

$b-a = -8$ —— (2) 5

$(x-1)$, factor of the Function $f(x)$.

$f(1) = 0$ 5

$a+b-2+c = 0$

$a+b = -4$ —— (3) 5

$\therefore$ $a = 2$ 5 $\quad b = -6$ 5 $\quad c = 6$ 5

$$f(x) = \overset{5}{2x^3 - 6x^2 - 2x + 6} = (x-1)(2x^2 - 4x \overset{10}{-6})$$

$$= (x-1)(x-3)2(x+1)$$

$$= \underline{\underline{2(x-1)(x+1)(x-3)}} \quad 10$$

80

16)

a). $\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} - \sin^2\frac{C}{2} = 1 - 2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

L.H.S $\longrightarrow$

$$\sin^2\frac{A}{2} + \sin^2\frac{B}{2} - \sin^2\frac{C}{2}$$

$$= 1 - \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\overset{5}{\cos}\left(\frac{A-B}{2}\right) - \sin^2 C/2 \quad 5$$

$$= 1 - \underset{5}{\sin C/2}\,\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) - \sin^2 C/2 \quad (\because A+B+C=\pi) \quad 5$$

$$= 1 - \underset{10}{\sin C/2}\left\{\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\right\} \quad 5$$

$$= 1 - \sin C/2 \times 2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$= \underline{\underline{1 - 2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}}} \quad 5$$

40

b). $\sec x + \tan x = \tan(\pi/4 + x/2)$

R.H.S.

$$\tan(\pi/4 + x/2)$$

$$= \frac{\tan\pi/4 + \tan x/2}{1 - \tan\pi/4\,\tan x/2} \quad 10$$

$$= \frac{1 + \tan x/2}{1 - \tan x/2} \quad 5 \quad = \frac{\cos x/2 + \sin x/2}{\cos x/2 - \sin x/2}$$

$$= \frac{(\cos x/2 + \sin x/2)^2}{\cos x} \quad 5$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x} \underset{5}{=} \sec x + \tan x$$

$$\therefore \underline{\underline{\sec x + \tan x = \tan(\pi/4 + x/2)}} \quad 30$$

5

Hence,

$$\sec x + \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \text{ — (A)}$$

If, $x = -x$ 5

$$\sec x - \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \text{ — (B)}$$ 5

(A) $\longrightarrow$ $x = 2\pi/3$ 5

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3 \times 2}\right) = \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$ 5

$$\therefore \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \sec\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$ 5

$$= \sec(\pi - \pi/3) + \tan(\pi - \pi/3)$$

5

$$= -\sec \pi/3 - \tan \pi/3$$

$$= -2 - \sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -(2 + \sqrt{3})}}$$ 5

(B) $\longrightarrow$ $x = \pi/3$ 5

$$\tan(\pi/4 - \pi/6) = \tan(\pi/12)$$ 5

$$\therefore \tan(\pi/12) = \sec \pi/3 - \tan \pi/3$$ 5

$$= 2 - \sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\tan(\pi/12) = 2 - \sqrt{3}}}$$ 5

55

c) $2\sin\alpha \sin 3\alpha - 1 = 0$

5 $\cos 2\alpha - \cos 4\alpha - 1 = 0$

$\cos 2\alpha - 2\cos^2 2\alpha + 1 - 1 = 0$

5

$\cos 2\alpha \,(1 - 2\cos 2\alpha) = 0$ 5

$\cos 2\alpha = 0$ or $\cos 2\alpha = 1/2$

$\cos 2\alpha = \cos \pi/2$ 5

$\underline{\underline{2\alpha = 2n\pi \pm \pi/2 \,;\ n \in \mathbb{Z}}}$ or

$\cos 2\alpha = 1/2$

$\cos 2\alpha = \cos(\pi/3)$

5

$\underline{\underline{2\alpha = 2m\pi \pm \pi/3 \,;\ m \in \mathbb{Z}}}$

25

17) $\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$ (5)

$\sin(\alpha+2\alpha) = \sin\alpha\cos2\alpha + \cos\alpha\sin2\alpha$ (5)

$\sin3\alpha = \sin\alpha(1-2\sin^2\alpha) + 2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)$ (5)

(5)

$\sin3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

20

$\sin A\sin(60-A)\sin(60+A) = \frac{1}{4}\sin3A$

L.H.S $\longrightarrow$

$= \sin A\sin(60-A)\sin(60+A)$

$= \sin A\,\frac{1}{2}\{\cos2A - \cos120\}$ (5)

$= \sin A\times\frac{1}{2}(\cos2A + \frac{1}{2})$ (5)

$= \sin A\times\frac{1}{4}(2\cos2A+1)$ (5)

$= \sin A\times\frac{1}{4}\{2(1-2\sin^2A)+1\}$ (5)

$= \frac{\sin A}{4}(3-4\sin^2A)$

$= \frac{(3\sin A - 4\sin^3A)}{4}$ (5)

$= \frac{1}{4}\sin3A.$ (5)

35

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{1}{4}\sin(3 \times 20^\circ)$$ (5)

$$= \frac{1}{4}\sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{8}}}$$ (5)

10

b). $f(x) = \sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x$

$$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)$$ (10)

$$= 2\left(\cos \frac{\pi}{6} \cos 2x + \sin \frac{\pi}{6} \sin 2x\right)$$

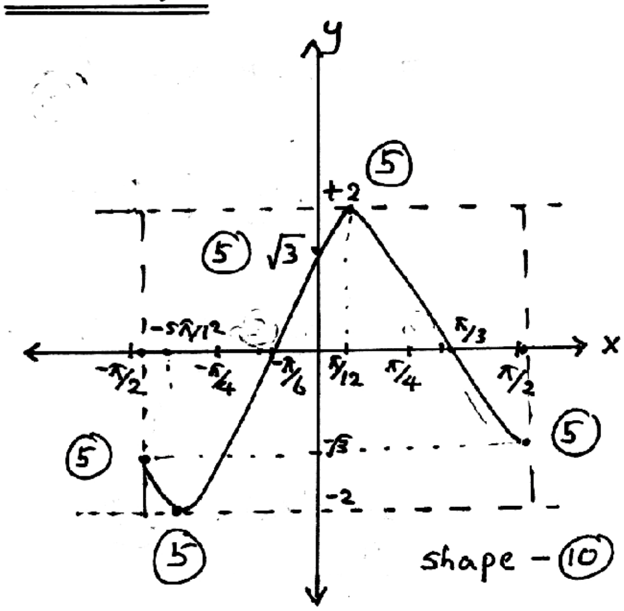
$$f(x) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$ (5)

25

(5) $\underline{\underline{R = 2}}$ $\qquad \underline{\underline{\alpha = \frac{\pi}{6}}}$ (5)

$f(x)_{max} = 2$

$f(x)_{min} = -2$



shape − (10)

35

17).

c). $a\sec\alpha = 1 - b\tan\alpha$ —— (1)

$a^2\sec^2\alpha = 5 + b^2\tan^2\alpha$ —— (2)

(2) − (1)^2;

$$a^2\sec^2\alpha - a^2\sec^2\alpha = 5 + b^2\tan^2\alpha - (1 - b\tan\alpha)^2$$

$$0 = 5 - 1 + 2b\tan\alpha \quad (10)$$

$$\tan\alpha = -\frac{2}{b} \quad (5)$$

$$\sec\alpha = \frac{3}{a}$$

But,

$$\sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1 \quad (5)$$

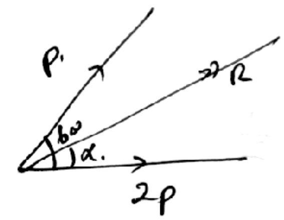
$$\left(\frac{3}{a}\right)^2 - \left(\frac{-2}{b}\right)^2 = 1$$

$$\frac{9}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\underline{\underline{a^2b^2 + 4a^2 = 9b^2}} \quad (5)$$

25

(1).



$R^2 = P^2 + (2P)^2 + 2(P)(2P)\cos(60)$ (10)

$= P^2 + 4P^2 + 4P^2 \times \frac{1}{2}$

$R^2 = 7P^2$

$R = \sqrt{7}P.$ (5)

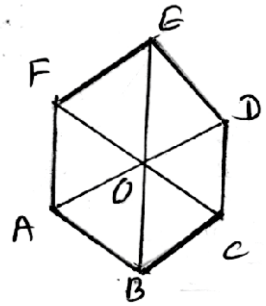
$\tan\alpha = \frac{P\sin 60}{2P + P\cos 60}$ (5) $= \frac{P\times\sqrt{3}/2}{2P + P/2}$

$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}.$ (5)

$\boxed{25}$

---

(5).



$\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OA}$ (5)

$\overrightarrow{OE} = -\overrightarrow{OB}$ (5)

$\overrightarrow{OF} = -\overrightarrow{OC}$ (5)

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ (5)

$= \underline{0}.$ (5)

$\boxed{25}$

---

(3).

$\underline{a} = \underline{i} - 2\underline{j}$ $\qquad$ $\underline{b} = -3\underline{i} + \underline{j}$

$\underline{a} + \lambda\underline{b} = (\underline{i} - 2\underline{j}) + \lambda(-3\underline{i} + \underline{j})$ (5)

$\Rightarrow$ since $\parallel \rightarrow$ $\underline{a} + \lambda\underline{b} = k(-\underline{i} - 3\underline{j})$ (5)

$(\underline{i} - 2\underline{j}) + \lambda(-3\underline{i} + \underline{j}) = k(-\underline{i} - 3\underline{j}).$

$(1 - 3\lambda + k)\underline{i} + (-2 + \lambda + 3k)\underline{j} = \underline{0}$ (5)

$\therefore$ $1 - 3\lambda + k = 0 \longrightarrow 3\lambda - k = 1$ — (1) (5)

$-2 + \lambda + 3k = 0 \longrightarrow \lambda + 3k = 2$ — (2)

(1)$\times 3$ + (2). $\qquad 9\lambda + \lambda = 5$

$\underline{\underline{\lambda = 1/2}}$ (5)

$\boxed{25}$

(4). $\underline{a} = \underline{i} + \sqrt{3}\,\underline{j}$ $\qquad |\underline{b}| = \sqrt{3}$ $\qquad \underline{b} = x\underline{i} + y\underline{j}$

$|\underline{a}| = 2$ $\qquad \therefore \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3}$

$x^2 + y^2 = 3. \quad (5) \quad — (1)$

$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}|\,|\underline{b}| \cos \pi/3. \quad (5)$

$(\underline{i} + \sqrt{3}\,\underline{j}) \cdot (x\underline{i} + y\underline{j}) = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

$x + \sqrt{3}\,y = \sqrt{3}.$

$x = \sqrt{3}(1-y) \quad (5) \quad — (2)$

from (1). $3(1-y)^2 + y^2 = 3.$

$4y^2 - 6y + 3 = 3 \quad (5)$

$y(4y-6) = 0 \Rightarrow y = 0$ or $y = 3/2$

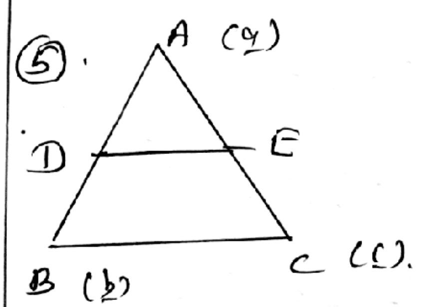
when $y = 0$, $\quad x = \sqrt{3}. \quad \times.$

when $y = \frac{3}{2}$ $\quad x = \sqrt{3}\left(1 - \frac{3}{2}\right) = -\sqrt{3}/2$

Since $x < 0$ $\quad \underline{\underline{\underline{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\underline{i} + \frac{3}{2}\underline{j}}} \quad (5)$ $\qquad$ 25

---

(5).



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$

$\overrightarrow{OC} = \underline{c}.$

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}$

$= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \underline{a} + \frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{a}).$

$\overrightarrow{OD} = \left(\frac{\underline{a}+\underline{b}}{2}\right) \quad (5)$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$

$= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC})$

$= \underline{a} + \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{a})$

$\overrightarrow{OE} = \left(\frac{\underline{a}+\underline{c}}{2}\right) \quad (5)$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OE} \quad (5)$

$= -\left(\frac{\underline{a}+\underline{b}}{2}\right) + \left(\frac{\underline{a}+\underline{c}}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b}).$

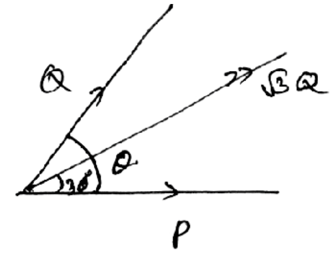
$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \quad (5)$

$\therefore DE \parallel BC$ and

(5) $DE = \frac{1}{2}BC.$

25

(6).



$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$

$3Q^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$ — (1) (5)

(1) $\Rightarrow$

$2PQ\cos\theta = 3Q^2 - P^2 - Q^2$.

$\tan 30° = \dfrac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$ (5)

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$.

$P + Q\cos\theta = \sqrt{3}Q\sin\theta$ — (2)

$P^2 + Q^2\cos^2\theta + 2PQ\cos\theta = 3Q^2\sin^2\theta$.

$\cancel{P^2} + Q^2\cos^2\theta + \overbrace{3Q^2 - \cancel{P^2} - Q^2} = 3Q^2\sin^2\theta$ (5)

$Q^2\cos^2\theta + 2Q^2 - 3Q^2\sin^2\theta = 0$

$\cos^2\theta + 2 - 3\sin^2\theta = 0$.

$4\sin^2\theta - 3 = 0$

$\sin^2\theta = 3/4$

$\sin\theta = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

since $\theta < \pi/2 \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi/3$ (5)

from (2);

$P + \frac{Q}{2} = \sqrt{3}Q \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

$P + \frac{Q}{2} = \frac{3Q}{2}$

$\underline{P = 2Q}$

25

---

(7).

$\rightarrow X = 2\sqrt{3}\cos 30 - 2\cos 60 - P\sin\alpha = 0$. (5)

$2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times \frac{1}{2} - P\sin\alpha = 0$

$P\sin\alpha = 2$. — (1)

$\uparrow Y = 2\sin 60 + 2\sqrt{3}\sin 30 - P\cos\alpha = 0$ (5)

$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} - P\cos\alpha = 0$

$P\cos\alpha = 2\sqrt{3}$ — (2)

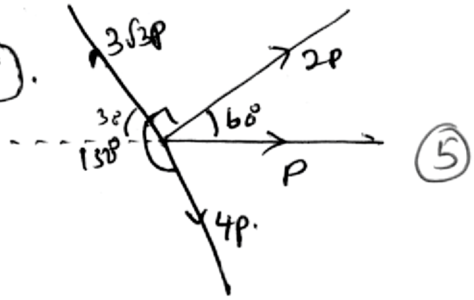
$\frac{(1)}{(2)}$ $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\underline{\alpha = \pi/6}$. (5)

from (1); $P = \dfrac{2}{\sin\alpha}$ (5) $= \dfrac{2}{\sin\pi/6} = \underline{4\text{ N}}$ (5)

25

(8).



5

$$\overrightarrow{X} = P + 2P\cos 60 - 3\sqrt{3}P\cos 30 + 4P\cos 60 \quad (5)$$

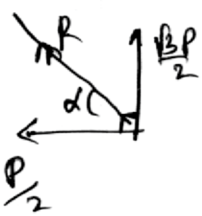
$$= P + P - \frac{9}{2}P + 2P.$$

$$X = 4P - \frac{9P}{2} = -\frac{P}{2}$$

$$\uparrow Y = 2P\sin 60 + 3\sqrt{3}P\sin 30 - 4P\sin 60 \quad (5)$$

$$= 2P \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3}P \times \frac{1}{2} - 4P \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Y = \frac{\sqrt{3}}{2}P$$



$$R^2 = \frac{3P^2}{4} + \frac{P^2}{4} = P^2 \qquad \tan\alpha = \frac{\sqrt{3}P/_2}{P/_2}$$

$$\underline{\underline{R = P}} \quad (5) \qquad \underline{\underline{\alpha = \pi/_3}} \quad (5)$$

25

---

(9)

$$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$$

$$= (40\underline{i} - 8\underline{j}) - (60\underline{i} + 3\underline{j})$$

$$= -20\underline{i} - 11\underline{j} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{BC} = \underline{c} - \underline{b}$$

$$= (a\underline{i} - 52\underline{j}) - (40\underline{i} - 8\underline{j}) \quad (5)$$

$$\overrightarrow{BC} = (a - 40)\underline{i} - 44\underline{j}$$

If points A, B, C are colinear;

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC} \quad (5)$$

$$-20\underline{i} - 11\underline{j} = k\left[(a-40)\underline{i} - 44\underline{j}\right] \quad (5)$$

$-11 = -44k$

$k = \frac{1}{4}$

$-20 = k(a-40)$

$-20 = \frac{1}{4}(a-40)$

$-80 = a-40$

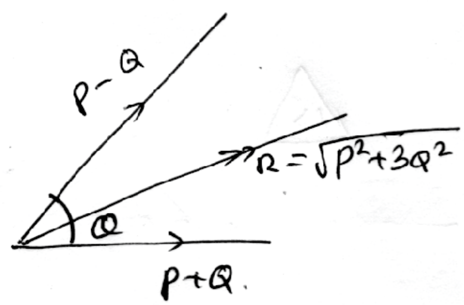
$-40 = a$

$\underline{a = -40}$ (5)

25

---

(10)



$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$$

$$P^2+3Q^2 = (P+Q)^2 + (P-Q)^2 + 2(P+Q)(P-Q)\cos\alpha \quad (5)$$

$$P^2+3Q^2 = P^2+Q^2+2\cancel{PQ}+P^2+Q^2-\cancel{2PQ}+2(P^2-Q^2)\cos\alpha$$

$$P^2+3Q^2 = 2P^2+2Q^2+2(P^2-Q^2)\cos\alpha$$

$$Q^2 = P^2+2(P^2-Q^2)\cos\alpha \quad (5)$$

$$2(P^2-Q^2)\cos\alpha = (Q^2-P^2) \quad (5)$$

$$\cos\alpha = \frac{-(P^2-Q^2)}{2(P^2-Q^2)}$$

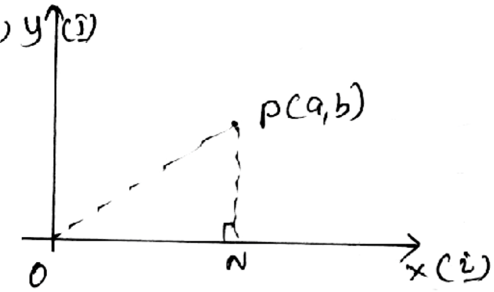
$$\cos\alpha = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\underline{\alpha = 120^\circ} \quad (5)$$

25

part B.

(11) (a)



$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NP}$ 5

$\overrightarrow{OP} = a\underline{i} + b\underline{j}$ 5

$|\overrightarrow{OP}| = OP = \sqrt{a^2+b^2}.$ 5 15

(i) $\overrightarrow{OA} = -2\underline{i} - \sqrt{2}\,\underline{j}$ 5

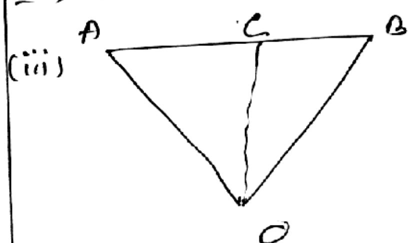
$\overrightarrow{OB} = 3\underline{i} + 4\sqrt{2}\,\underline{j}$ 5

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = 2\underline{i} + \sqrt{2}\,\underline{j} + 3\underline{i} + 4\sqrt{2}\,\underline{j}$

$\overrightarrow{AB} = 5\underline{i} + 5\sqrt{2}\,\underline{j}$ 5

(ii) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{3}.$ 5 20

(iii)



$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ 10

$= \left(2\underline{i} - \sqrt{2}\underline{j}\right) + \frac{1}{2}\left(5\underline{i} + 5\sqrt{2}\,\underline{j}\right)$

$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\underline{i} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\underline{j}$ 5

(iv) $|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{18}{4}} = \frac{\sqrt{19}}{2}.$ 5

Unit vector along $\overrightarrow{OC}$ $(\underline{u}) = \dfrac{\overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OC}|} = \dfrac{1}{\left(\frac{\sqrt{19}}{2}\right)}\left[\frac{1}{2}\underline{i} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\underline{j}\right]$ 5

$\underline{u} = \frac{1}{\sqrt{19}}\left[\underline{i} + 3\sqrt{2}\,\underline{j}\right]$ 5

Vector with magnitude $\sqrt{19}$; $\Rightarrow \sqrt{19}\,\underline{u}$

$= \underline{i} + 3\sqrt{2}\,\underline{j}$. (5) 35

(v). $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = 0$.

Let $\overrightarrow{OD} = x\underline{i} + y\underline{j} \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{19}$

$|\overrightarrow{OD}| = \sqrt{19}$ $\quad x^2+y^2 = 19$ — ①. (5)

$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = 0$

$\left(\frac{1}{2}\underline{i} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\underline{j}\right) \cdot (x\underline{i} + y\underline{j}) = 0$. (10)

$\frac{x}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}y = 0$. (5)

$x + 3\sqrt{2}y = 0$.

$x = -3\sqrt{2}y$. (5)

from ①; $(-3\sqrt{2}y)^2 + y^2 = 19$.

$18y^2 + y^2 = 19$

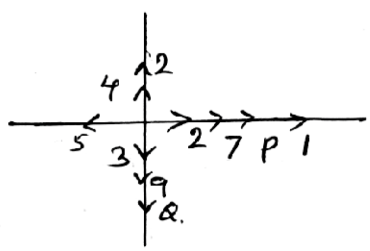
$y^2 = 1$ (5)

$y = \pm 1$ (5)

When $y = -1$; $x = 3\sqrt{2}$ (5) $\therefore \overrightarrow{OD} = (3\sqrt{2}\,\underline{i} - 1\,\underline{j})$ (5)

When $y = +1$; $x = -3\sqrt{2}$ (5) $\overrightarrow{OD} = (-3\sqrt{2}\,\underline{i} + \underline{j})$ (5) 55

(b).



(5)

$\overrightarrow{X} = 0$.

$2+7+P+1-5 = 0$ (5)

$\underline{\underline{P = -5}}$ (5)

$\uparrow Y = 0$. (5)

$4+2-9-3-Q = 0$

$\underline{\underline{Q = -6}}$ (5) 25

(12) (a) $\lambda \underline{a} + \mu \underline{b} = \underline{0}$

Let $\lambda \neq 0$, then $\underline{a} = -\frac{\mu}{\lambda}\underline{a}$

This is of the form $\underline{a} = k\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \parallel \underline{b}$

But $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are non-parallel vectors.

This is impossible. That is if $\lambda = 0$ then $\mu \underline{b} = 0$

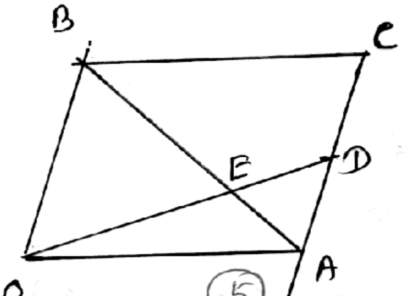
but $\underline{b} \neq 0 \Rightarrow \mu = 0 \quad \therefore \lambda = \mu = 0$

Conversly; let $\lambda = 0$ and $\mu = 0$.

$\Rightarrow$ Then $\lambda \underline{a} + \mu \underline{b} = 0 + 0 = 0$

That is if $\lambda \underline{a} + \mu \underline{b} = \underline{0} \Leftrightarrow \lambda = 0$ and $\mu = 0$. 30

(b).



5

$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$

(i)

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} \quad 10$$
$$= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad 5$$
$$= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$
$$\overrightarrow{OD} = \underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b} \quad 5$$

25

(ii)

$$\overrightarrow{OE} = \lambda \overrightarrow{OD} \quad 5$$
$$\overrightarrow{OE} = \lambda\left[\underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b}\right] \quad 5$$

$$\overrightarrow{AE} = \mu \cdot \overrightarrow{AB} \quad 5$$
$$\overrightarrow{AE} = \mu(\underline{b} - \underline{a}). \quad 5$$

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} \quad 10$$
$$= \underline{a} + \mu(\underline{b} - \underline{a})$$
$$\overrightarrow{OE} = (1-\mu)\underline{a} + \mu\underline{b} \quad 5$$

35

$\lambda(a + \frac{1}{2} b) = (1-\mu) a + \mu b$ (10)

$(\lambda - 1 + \mu) a + (\frac{\lambda}{2} - \mu) b = 0$ (10)

$\therefore \lambda + \mu = 1$ — ① (10)

$\frac{\lambda}{2} = \mu.$ — ② (10)

$\therefore \lambda = 2\mu.$

$\therefore 3\mu = 1$

$\underline{\underline{\mu = \frac{1}{3}.}}$ (5) $\lambda = \frac{2}{3}$ (5)

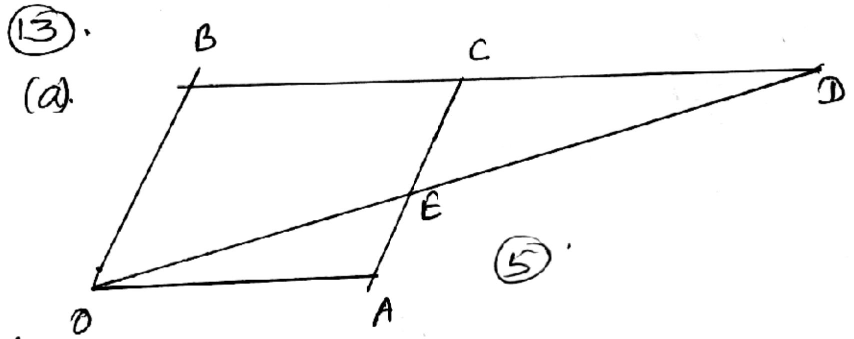
$\therefore \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ (5)

$\underline{\underline{AE : AB = 1 : 3}}$ (5)

$\triangle 60$

---

(13). (a).



(5)

$\overrightarrow{OA} = a$ $\overrightarrow{OB} = b$ $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BC} = 3a$ (5)

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD}$ (5)

$\overrightarrow{OD} = b + 3a$ (5)

$\overrightarrow{OE} = \lambda \overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{OE} = \lambda(b + 3a)$ (5)

$\overrightarrow{AE} = \mu \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AE} = \mu [b]$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{OE} = a + \mu b$ (5)

$$\underline{a} + \mu \underline{b} = 3\lambda \underline{a} + \lambda \underline{b} \quad (10)$$

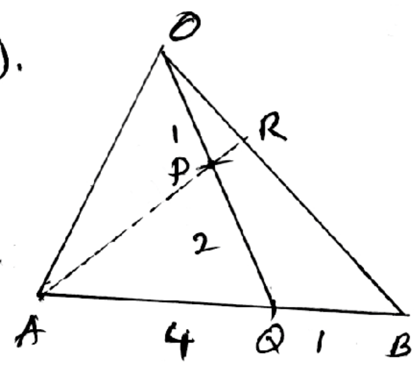
$$\therefore \quad 3\lambda = 1 \; (5) \qquad \mu = \lambda \; (5)$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \; (5)$$

$$\therefore \lambda = \mu = \frac{1}{3} \; (5)$$

60

(b).



$$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$$

$$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$$

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AQ} \quad (5)$$

$$= \underline{a} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$= \underline{a} + \frac{4}{5}(\underline{b} - \underline{a}) \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{5}(\underline{a} + 4\underline{b}) \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OQ} \; (5) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}(\underline{a} + 4\underline{b})$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{15}(\underline{a} + 4\underline{b}) \quad (5)$$

(ii) $$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} \quad (5)$$

$$= -\underline{a} + \frac{1}{15}(\underline{a} + 4\underline{b}) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{15}[\underline{a} + 4\underline{b} - 15\underline{a}]$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{15}(4\underline{b} - 14\underline{a}) \quad (5)$$

40

$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AR} = \overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{AP}$ (5)

$\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{AP} = \underline{a} + \frac{1}{15}\lambda\left[4\underline{b} - 14\underline{a}\right]$ (5)

$= \frac{1}{15}\left[15 - 14\lambda\right]\underline{a} + \frac{4\lambda}{15}\underline{b}$ (5)

for independance from $\underline{a}$;

$15 - 14\lambda = 0$ (5)

$\lambda = \frac{15}{14}.$ (5)

(iv). $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{AP} = \frac{4}{15}\lambda\underline{b}.$ (5)

$= \frac{4}{15} \times \frac{15}{14}\underline{b}$ (5)

$\overrightarrow{OR} = \frac{2}{7}\underline{b}$ (5)

$\overrightarrow{OR} = \frac{2}{7}\overrightarrow{OB}$ (5)

$\therefore OR : OB = 2 : 7.$ (5)

50

---

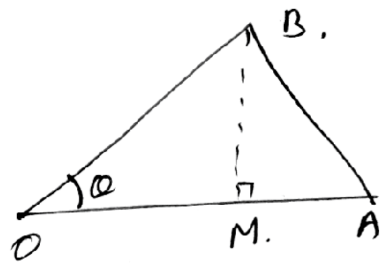
(14) (a). dot product $\Rightarrow \underline{a} \cdot \underline{b} = |a||b| \cos\theta.$ (5)

θ is the angle between two vectors.

Cross product $\Rightarrow \underline{a} \times \underline{b} = |\underline{a}||\underline{b}| \sin\theta\, \underline{n}.$ (5)

Where θ is the angle between two vectors and $\underline{n}$ is the unit vector Which obey right handed screw law in the direction perpendicular to both $\underline{a}$ and $\underline{b}$.

10



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$

Area of the triangle $OAB = \frac{1}{2} \times OA \times BM$ (5)

$= \frac{1}{2} \times |\underline{a}| \times OB \sin\theta$ (5)

$= \frac{1}{2} \times |\underline{a}||\underline{b}| \sin\theta$ (5)

$\Delta OAB = \frac{1}{2} |\underline{a} \times \underline{b}|$ (5)

20

(b). $(\underline{a}+\underline{b}) \cdot (\underline{a}-\underline{b}) = 0$ (10)

$\underline{a}\cdot\underline{a} - \underline{a}\cdot\underline{b} + \underline{a}\cdot\underline{b} - b\cdot b = 0$ (10)

$|a|^2 - |b|^2 = 0$

$|a| = |b|$ (10)

30

(c). $\overrightarrow{OA} = \underline{a} + 2\underline{b}$

$\overrightarrow{OB} = 3\underline{a} - \underline{b}$ (5)

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ (5)

$(\underline{a}+2\underline{b}) \cdot (3\underline{a}-\underline{b}) = 0$

$3\underline{a}\cdot\underline{a} - \underline{a}\cdot\underline{b} + 6\, a\cdot\underline{b} - 2b\cdot\underline{b} = 0$

$3|a|^2 + 5\,\underline{a}\cdot\underline{b} - 2|b|^2 = 0$ (5)

$\therefore\ \underline{a}\cdot\underline{b} = \frac{2}{5}|b|^2 - \frac{3}{5}|a|^2$ (5)

$|a| = 2 \quad |b| = 1$. Let θ be the angle between vectors.

$\underline{a} \cdot \underline{b} = |a||b| \cos\theta = \frac{2}{5}|b|^2 - \frac{3}{5}|a|^2$ 5

5

$= 2 \times 1 \cos\theta. \quad = \frac{2}{5}|1|^2 - \frac{3}{5}|2|^2$

$2\cos\theta = \frac{2}{5} - \frac{12}{5}$ 5

$2\cos\theta = -2$

$\cos\theta = -1$ 5

$\underline{\underline{\theta = \pi}}$ 5

45

6b. $\underline{a} = 3\underline{i} + 4\underline{j}$

$\underline{b} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j} \qquad |b| = 1.$

$\lambda^2 + \mu^2 = 1. \text{ ——— (1)}.$ 5

$\underline{a} \cdot \underline{b} = 0.$ 5

$(3\underline{i} + 4\underline{j}) \cdot (\lambda\underline{i} + \mu\underline{j}) = 0.$ 10

$3\lambda + 4\mu = 0. \text{ ——— (2)}$

$\lambda = -\frac{4\mu}{3}.$ 5

$\therefore$ from (1), $\frac{16\mu^2}{9} + \mu^2 = 1.$ 5

5

$25\mu^2 = 9.$

5

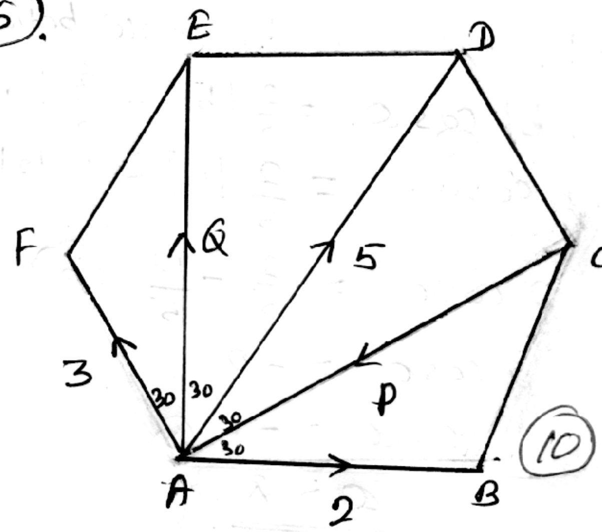
$\underline{\underline{\mu = \frac{3}{5}}} \quad (\mu > 0).$

$\therefore \quad \lambda = -\frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$

$\underline{\underline{\lambda = -\frac{4}{5}}}$ 5

45

(15)



(10)

$$\overrightarrow{X} = 2 - P\cos 30 + 5\cos 60 - 3\cos 60 = 0 \quad (10)$$

$$2 - P \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2} - 3 \times \frac{1}{2} = 0 \quad (5)$$

$$4 - \sqrt{3}P + 5 - 3 = 0$$

$$-\sqrt{3}P + 6 = 0$$

$$P = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$\underline{\underline{P = 2\sqrt{3}\ N}} \quad (5)$$

$$\uparrow Y = 3\cos 30 + Q + 5\cos 30 - P\cos 60^\circ = 0 \quad (10)$$

$$3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + Q + 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - P \times \frac{1}{2} = 0 \quad (5)$$

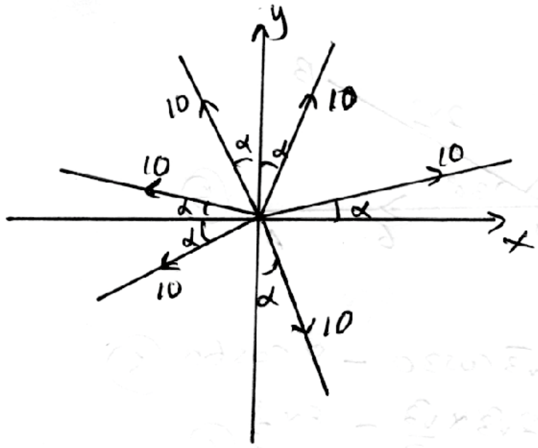
$$3\sqrt{3} + 2Q + 5\sqrt{3} - P = 0.$$

$$3\sqrt{3} + 2Q + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$$

$$2Q + 6\sqrt{3} = 0$$

$$\underline{\underline{Q = -3\sqrt{3}\ N}} \quad (5)$$

(50)



5

$\rightarrow X = 10\cancel{\cos\alpha} + 10\cancel{\sin\alpha} - 10\cancel{\sin\alpha} - 10\cancel{\cos\alpha} - 10\cos\alpha + 10\sin\alpha$

$= 10\sin\alpha - 10\cos\alpha.$

$= 10(\sin\alpha - \cos\alpha)$ 5

$\uparrow Y = 10\sin\alpha + 10\cos\alpha + 10\cancel{\cos\alpha} + 10\cancel{\sin\alpha} - 10\cancel{\sin\alpha} - 10\cancel{\cos\alpha}$ 5

$= 10(\sin\alpha + \cos\alpha)$ 5

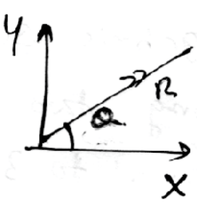
$R^2 = x^2 + y^2$

$= 10^2(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + 10^2(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$ 5

$= 10^2\left[\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\cancel{\sin\alpha\cos\alpha} + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\cancel{\sin\alpha\cos\alpha}\right]$ 5 5

$= 10^2[2]$

$R = 10\sqrt{2}\ N.$ 5



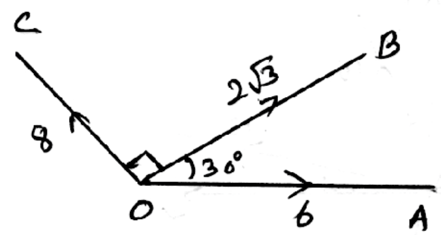
$\tan Q = \dfrac{Y}{X}$

$= \dfrac{10(\sin\alpha + \cos\alpha)}{10(\sin\alpha - \cos\alpha)}$ 5

$\tan Q = \dfrac{\tan\alpha + 1}{\tan\alpha - 1}$ 5

50

(e).



(5)

$\rightarrow X = 6 + 2\sqrt{3}\cos 30 - 8\cos 60$ (5)

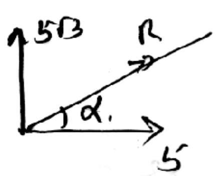
$= 6 + 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \times \frac{1}{2}$ (5)

$= 5$ (5)

$\uparrow Y = 2\sqrt{3}\sin 30 + 8\sin 60$ (5)

$= 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ (5)

$Y = 5\sqrt{3}$ (5)



$R = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2}$

$= 5\sqrt{4}$

$R = 10N$

(5)

$\tan\alpha = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$ (5)

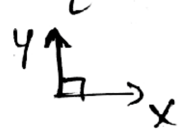
$\alpha = \pi/3$ (5)

50

---

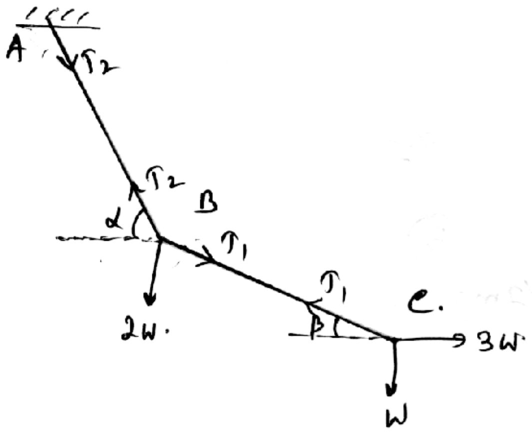
(16).

(a) Algebric sum of resolved components of forces along two perpendicular directions, should seperatly equal to zero.



$X = 0$ and $Y = 0$.

10



(10)

<u>at B</u>

$\uparrow$ $T_2 \sin\alpha - T_1 \sin\beta - 2W = 0$ — (1) (10)

$\rightarrow$ $T_1 \cos\beta - T_2 \cos\alpha = 0$ — (2) (10)

<u>at C</u>

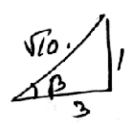
$\uparrow$ $T_1 \sin\beta - W = 0$ — (3) (10)

$\rightarrow$ $3W - T_1 \cos\beta = 0$ — (4) (10)

$\therefore T_1 \cos\beta = 3W.$

$T_1 \sin\beta = W.$

$\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow \tan\beta = \frac{1}{3}$ (5)



$\therefore T_1 \sin\beta = W$ (5)

$T_1 = \frac{W}{\sin\beta} = \frac{W}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = \sqrt{10}\,W.$ (5)

$T_1 = \sqrt{10}\,W$ (5)

From (1) and (3);

$T_2 \sin\alpha = 2W + T_1 \sin\beta$

$= 2W + \sqrt{10}\,W \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 3W.$ (5)

$T_2 \sin\alpha = 3W$ — (5) (5)

$T_2 \cos\alpha = T_1 \cos\beta = \sqrt{10}\,W \times \frac{3}{\sqrt{10}}$ (5)

$T_2 \cos\alpha = 3W.$ — (6) (5)

$\frac{(5)}{(6)}$ $\tan\alpha = 1$ (5)

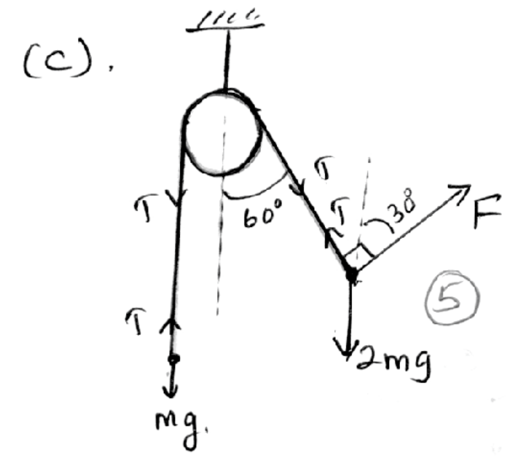
$\alpha = \pi/4$ (5)

From (5); (5)

$T_2 = \frac{3W}{\sin\alpha} = \frac{3W}{\sin\pi/4} = 3\sqrt{2}\,W$ (5)

110

(c).



(5)

for (m);

$\uparrow \; T - mg = 0$

$\underline{\underline{T = mg}}$ (5)

for (2m)

$\uparrow \; T\cos 60 - 2mg + F\cos 30 = 0.$ (5)

$mg \times \frac{1}{2} - 2mg - F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ (5) (5)

$-\frac{3mg}{\cancel{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} F = 0$

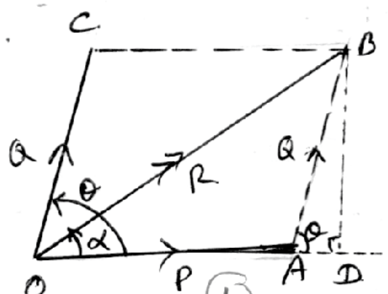
$\sqrt{3}\, F = 3mg.$

$\underline{\underline{F = \sqrt{3}\, mg}}$ (5)

30

---

(17)



(5)

$OB^2 = (OD)^2 + BD^2$

$R^2 = (P + Q\cos\theta)^2 + (Q\sin\theta)^2$ (5)

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta.$ (10)

$\tan\alpha = \frac{BD}{OD} = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$ (5) (5)

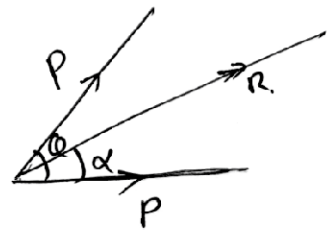
When $P = Q$;

$\tan\alpha = \frac{P\sin\theta}{P + P\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{2\sin\theta/2\,\cos\theta/2}{1 + 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1}$ (5) (5)

$= \frac{2\sin\theta/2\,\cos\theta/2}{2\cos^2\theta/2} = \tan\theta/2$ (5)

$\tan\alpha = \tan\theta/2 \implies \alpha = \theta/2.$ (5)

50



$R^2 = 2(P)(P)$

$R^2 = 2P^2$ (10)

using $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos Q$

$R^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos Q$ (10)

$2P^2 = 2P^2 + 2P^2\cos Q$

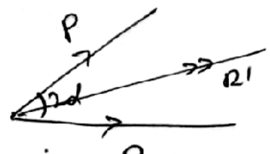
$2P^2\cos Q = 0$ (10)

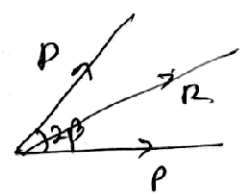
$\therefore \cos Q = 0$ (5)

$Q = \pi/2$ (5)

from the above result $\alpha = \frac{Q}{2} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ (10) 50

(e).





Given that $R' = 2R$ (5)

$(R')^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos 2\alpha$ (10)

$(2R)^2 = 2P^2 + 2P^2\cos 2\alpha$

$4R^2 = 2P^2[1 + \cos 2\alpha]$ (5)

$4R^2 = 2P^2[1 + 2\cos^2\alpha - 1]$ (5)

$4R^2 = 4P^2\cos^2\alpha$

$R^2 = P^2\cos^2\alpha$ — (1)

$R^2 = P^2 + P^2 + 2P^2\cos 2\beta$ (10)

$R^2 = 2P^2 + 2P^2\cos 2\beta$

$= 2P^2(1 + \cos 2\beta)$ (5)

$= 2P^2[2\cos^2\beta]$

$R^2 = 4P^2\cos^2\beta$ — (2)

from (1) and (2); $4\cancel{P^2}\cos^2\beta = \cancel{P^2}\cos^2\alpha$ (5)

$2\cos\beta = \cos\alpha$ (5)

50

LOL.lk
Learn Ordinary Level
විභාග ඉලක්ක
පහසුවෙන් ජයගන්න
පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න පත්‍ර
• Past Papers • Model Papers • Resource Books
for G.C.E O/L and A/L Exams
සමනල දැනුම
විභාග ඉලක්ක ජයගන්න
Knowledge Bank
Master Guide
WWW.LOL.LK
CASH ON DELIVERY
HOME DELIVERY
Whatsapp contact
+94 71 777 4440
Website
www.lol.lk
Order via WhatsApp
071 777 4440