සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved,

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

- ✳ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- ✳ **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා **ඔබේ පිළිතුරු**, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- ✳ **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ✳ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස**, **B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ✳ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලැබූ ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
I පත්‍රයේ එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ : 1	
2	
අධීක්ෂණය	

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** යොදගෙන, ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

....

2. ADDING යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම යොදගෙන සෑදිය හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණ ගණනක ප්‍රාණාක්ෂර (vowels) වෙන්ව පවතී දැයි සොයන්න.

....

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. p නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් වන $(1+px)^{12}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හි සංගුණකය හා x^2 හි සංගුණකය පිළිවෙළින් $-q$ හා $11q$ නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x \sin x}{2\sin^2 3x - x^2 \cos x} = \dfrac{1}{17}$ බව පෙන්වන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

5. $2e^{x}+3e^{-x}=A(2e^{x}-e^{-x})+B(2e^{x}+e^{-x})$ වන අයුරින් A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int \frac{2e^{x}+3e^{-x}}{2e^{x}+e^{-x}}\,dx$ සොයන්න.

6. l යනු $(4, 0)$ හා $(0, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද, m යනු $(2, 0)$ හා $(0, 3)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද යැයි ගනිමු. l හා m සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න. **ඒ නයින්,** l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හා මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

7. C නම් වක්‍රයක් $y = 4 - 4x + 3x^2 - x^3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබෙයි. C වක්‍රයට $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

8. $(2, 0)$ හා $(0, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4 + \lambda(x + y - 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

[හයවෙනි පිටුව බලන්න.

9. AB විෂ්කම්භයක් සහිත S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න; මෙහි $A = (1, 3)$ හා $B = (2, 4)$ වේ. තවද, S වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස කපන $(-1, 2)$ කේන්ද්‍රය සහිත වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ යැයි ගනිමින්, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $\tan\left(\frac{23}{12}\pi\right)$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

* *

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) \equiv x^2 + 2kx + k + 2$ යැයි ගනිමු; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

(i) $f(x)$ යන්න $(x-a)^2 + b$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a හා b යනු k ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු නියත වෙයි.

කලනය භාවිතයෙන් තොරව, $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයා මෙම ලක්ෂ්‍යය අවමයක් බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි අවම අගය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $y = f(x)$ වක්‍රය

(α) $-1 < k < 2$ නම්, x-අක්ෂයට ඉහළින් මුළුමනින්ම පිහිටන බව,

(β) $k = -1$ හෝ $k = 2$ හෝ නම්, x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බව,

(γ) $k < -1$ හෝ $k > 2$ හෝ නම්, x-අක්ෂය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී කපන බව

පෙන්වන්න.

(ii) $k < -2$ ම නම් **පමණක්** m හි සියලු තාත්ත්වික හා පරිමිත අගයන් සඳහා $y = mx$ සරල රේඛාව $y = f(x)$ වක්‍රය තාත්ත්වික හා ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කරන බව සාධනය කරන්න.

(b) $g(x) \equiv x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 2$ යැයි ගනිමු.

ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යොදගනිමින් $(x+1)^2$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

$g(x)$ යන්න $(x-a)^2(x^2+bx+c)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a, b හා c යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වෙයි.

x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සඳහා $g(x) \geq 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

12. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $12x^2 + 1 \equiv A(2x-1)^3 + B(2x+1)^3$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r = f(r) - f(r+1)$, වන පරිදි $f(r)$ නිර්ණය කරන්න; මෙහි $u_r = \dfrac{12r^2+1}{(2r-1)^3(2r+1)^3}$ වෙයි.

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)^3}$$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා, $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ හි අගය සොයන්න.

[අටවෙනි පිටුව බලන්න.

(*b*) **එකම රූපයක**, $y=|2x-1|$ හා $y=|x|+\dfrac{5}{3}$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින්, $3|x|\geq|6x-3|-5$ සඳහා වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

ඕනෑම $k\in\mathbb{R}$ සඳහා $y=|x|-k$ හි ප්‍රස්තාරය **එකම රූපයේ සලකමින්**, l හි කවර අගයක් සඳහා $3|x|=|6x-3|+l$ **සමීකරණයට තාත්ත්වික විසඳුම් එකක් පමණක් තිබේ** දැයි සොයන්න.

13. (*a*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු.

$\mathbf{A}^2-3\mathbf{A}+2\mathbf{I}=\mathbf{O}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය හා $\mathbf{O}$ යනු 2×2 ශුන්‍ය න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, $\mathbf{A}^{-1}$ සොයන්න.

$\mathbf{B}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{pmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු.

$\mathbf{BA}=\mathbf{B}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්, $\mathbf{BC}=\mathbf{O}$ වන පරිදි $\mathbf{C}$ නම් නිශ්ශුන්‍ය 2×2 න්‍යාසයක් සොයන්න.

(*b*) z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

$|z|^2=z\bar{z}$ හා $|z|\geq \mathrm{Re}\,z$ බව **සාධනය කරන්න.**

ඒ නයින්, ඕනෑම z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් සඳහා $|z_1|-|z_2|\leq|z_1-z_2|$ බව පෙන්වන්න.

$|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$|z-i|<\dfrac{1}{2}$ නම්, $\dfrac{1}{2}<|z|<\dfrac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$|z-i|\leq\dfrac{1}{2}$ හා $\dfrac{\pi}{2}\leq\arg z\leq\dfrac{2\pi}{3}$ සඳහා z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආර්ගන් සටහනෙහි නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය කුලකය අඩංගු R පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

14. (*a*) **පළමු ව්‍යුත්පන්නය පමණක්** සලකමින් $\dfrac{x^3}{x^4+27}$ හි අවම හා උපරිම අගයන් සොයන්න.

$y=\dfrac{x^3}{x^4+27}$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, k හි කවර අගයන් සඳහා $kx^4-x^3+27k=0$ සමීකරණයට

(i) තාත්ත්වික සමපාත මූල දෙකක් තිබේ දැයි,

(ii) තාත්ත්වික සමපාත මූල තුනක් තිබේ දැයි,

(iii) තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබේ දැයි,

(iv) තාත්ත්වික මූල නොතිබේ දැයි

සොයන්න; මෙහි k තාත්ත්වික වෙයි.

(*b*) $AB = a$ හා $BC = b\ (< a)$ සහිත $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සලකමු. P යනු CD මත විචලනය විය හැකි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. $AP + PB$ හි දිග $L(x)$ වෙයි; මෙහි $DP = x$ වෙයි.

$L(x) = \sqrt{x^2 + b^2} + \sqrt{(a-x)^2 + b^2}$ බව පෙන්වන්න.

$L(x)$ හි අවම දිග හා මෙම අවම දිගට අනුරූප P හි පිහිටුම CD මත සොයන්න.

$L(x)$ හි උපරිම දිග ද සොයන්න.

15. (*a*) $\int_0^{\pi} (\sin^3 x - \cos^3 x)\,dx = \frac{8}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, $\int x^3 \tan^{-1} x\,dx$ සොයන්න.

(*c*) **භින්න භාග** යොදගනිමින් $\int \frac{2x^2 - 3}{(x-2)^2\,(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

16. (*a*) සමාන්තර නොවන $l_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $l_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

$2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකය, $4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර මහා කෝණයේ සමච්ඡේදකය ම බව පෙන්වන්න.

(*b*) g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය **සමච්ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.**

$y + 5 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් හා $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරමින් $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වෘත්ත දෙකක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

17. (*a*) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ බව සාධනය කරන්න.

$a = (b - c)\cos\frac{A}{2}\operatorname{cosec}\frac{B - C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) θ හි ඕනෑම තාත්ත්වික අගයක් සඳහා $\tan\theta - 2\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ ප්‍රකාශනයට -7 හා 1 අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(c) $5\cos^2\theta + 18\cos\theta\sin\theta + 29\sin^2\theta$ යන්න, $a + b\cos(2\theta + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a හා b යනු නියත වන අතර α යනු θ වලින් ස්වායත්ත කෝණයක් වෙයි.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,

$8(\cos x + \sin x)^2 + 2(\cos x + 5\sin x)^2 = 19$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

***

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).

* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.

* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.

* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස, B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
II පත්‍රයේ එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ u km h^{-1} වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් බටහිර දිශාවට හමා යනු දැනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ තිරිත දිශාවට හමා යනු දැනේ. සුළඟේ චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න.

   ඒ නයින්, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

2. වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව තිරසට α කෝණයකින් ආනත බෑවුමක් දිගේ එහි මුදුනේ සිට නිශ්චලතාවෙන් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මුද හැරේ. මුදුනේ සිට d දුරක් පහළට චලනය වීම සඳහා අංශුවට තත්පර එකක් ගතවේ නම්, අංශුවේ චලිතයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය වන R නියතයක් යැයි උපකල්පනය කරමින්, $R = m(g\sin\alpha - 2d)$ බව පෙන්වන්න.

   මුදුනේ සිට ගමන් කරන ලද දුර d වන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. සුමට තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි, ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පනී. ගැටීම නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පනින බව පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O නම් ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. සිරස් තලයක අංශුව නිදහස් ලෙස එල්ලෙමින් පවතින විට සිරස් තලයේ OP ට ලම්බව $\sqrt{2gl}$ ප්‍රවේගයක් අංශුවට දෙනු ලැබෙයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොදගනිමින්, OP යටි අත් සිරස සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.

5. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$ වේ; මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ට සුපුරුදු අර්ථ ඇත. $\mathbf{b}$ යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ සහිත දෛශිකයකි. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම්, $\mathbf{b}$ යන්න $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, ආකාරයෙන් සොයන්න; මෙහි $x(<0)$ හා y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

6. බර W හා දිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවක් මත ද, B කෙළවර AB අඩංගු සිරස් තලයට ලම්බ සුමට සිරස් තාප්පයකට එරෙහි ව ද සිටින සේ සමතුලිතතාවේ පවතී. දණ්ඩ සහ පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\sqrt{\frac{3}{2}}$ නම්, දණ්ඩ ලිස්සා යෑමට ආසන්න මොහොතේදී දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය සොයන්න.

[පස්වැනි පිටුව බලන්න.

7. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි යැයි ගනිමු. $P(A) = 2p$, $P(B) = p^2$ හා $P(C) = 4p - 1$ නම්, p හි අගය සොයන්න.

8. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. A හා $(B \cup C)$ යනු ස්වායත්ත සිද්ධි බව පෙන්වන්න.

9. නිරීක්ෂණ 100 ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත. එක් නිරීක්ෂණයක්, නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛන ගත කර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිරීක්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ආගණනය කරන්න.

10. ස්වකීය සිසුන්ට දෙන ලද පරීක්ෂණයක් සඳහා A හා B පාසල්වල මධ්‍යන්‍ය ලකුණු පිළිවෙළින් 31 හා 45 වෙයි. A පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය 5 වෙයි. ප්‍රතිඵල සැසඳීම සඳහා B පාසලෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය, A පාසලෙහි ඒවාට සමාන ද, B පාසලෙහි ලකුණු 85 පරිණාමනය යටතේ ලකුණු 63 ද වන පරිදි රේඛීය පරිණාමනයක් මගින් B පාසලෙහි ලකුණු පරිමාණය කෙරේ. රේඛීය පරිණාමනය සොයා, **ඒ නයින්**, B පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ මුල් සම්මත අපගමනය සොයන්න.

* *

[හත්වෙනි පිටුව බලන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

11. (*a*) P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. $\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු, Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ $v(>u)$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ළඟා වන ඉහළතම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු A ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවෙයි. P හා Q අංශුවල සම්පූර්ණ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර **එකම රූප සටහනක** අඳින්න.

මෙම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර යොදගෙන

(i) $OA = \frac{u^2}{2g}$ බව,

(ii) $v = \frac{5u}{4}$ හා A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව,

(iii) Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටන උස $\frac{7u^2}{32g}$ බව

පෙන්වන්න.

(*b*) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සියලු වේග සඳහා නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තැනිතලා මාර්ගයක ගමන් කෙරේ. එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා තැනිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය $v\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ නම්, M, H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ

(i) $\frac{v}{3}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ වේගයෙන් කෙළින්ම ඉහළට,

(ii) $\frac{v}{2}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ වේගයෙන් කෙළින්ම පහළට

චලනය වන විට M, H, v, g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

(ii) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය (i) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් නම්, M, H, v හා g ඇසුරෙන් $\sin\alpha$ සොයන්න.

මෙම අවස්ථාවේදී, මෝටර් රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න.

[අටවෙනි පිටුව බලන්න.

12. (a) O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ තිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙළින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේදී අංශුව (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්,

$y = k + x\tan\theta - \dfrac{gx^2 \sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න.

h ධන වන $A(0, h)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදීම $B\left(0, \dfrac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට $\beta (>\alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්,

$v\cos\alpha = w\cos\beta$ හා $h = 2d(\tan\beta - \tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

අංශු හමුවීමට ගතවන කාලය $\dfrac{h}{2(w\sin\beta - v\sin\alpha)}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) තිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිවිලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සවිකර ඇති චලනය විය හැකි සැහැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිවිලිමට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $M (>m)$ වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. චලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළවේ සිට පිළිවෙළින් මීටර $\dfrac{1}{2}$ ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පි සමග ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් සිරස්ව ද පිහිටන විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ.

Q අංශුවේ ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

Q අංශුව තත්පර $\sqrt{\dfrac{4M+m}{2M-m}}$ කාලයකට පසුව පොළවට ළඟා වන බව හා P කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3M}{4M+m}$ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

13. A හා B යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්කන්ධය m වූ P නම් සුමට අංශුවක් A හා B අතර, AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ස්වාභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A ලක්ෂ්‍යයට ද, ස්වාභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $AC = \dfrac{42}{11}l$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ. P අංශුව, AB දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු දෙකෙහි ආතති ලබාගන්න.

$\dfrac{40}{11}l \leq x \leq 4l$ සඳහා P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$\ddot{x} + \dfrac{11\lambda}{6ml}\left(x - \dfrac{42}{11}l\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$y = x - \dfrac{42}{11}l$, යැයි ලිවීමෙන්, $\ddot{y} + \dfrac{11\lambda}{6ml}y = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, A, B හා ω නියත සොයන්න.

P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\dfrac{41}{11}l$ දුරින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

14. (*a*) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමඟ ඒක රේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. D යනු $BD = 2DA$ වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2\mathbf{a}+\mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{BC} = k\mathbf{a}$ $(k > 1)$ හා O, D හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නම්, k හි අගය හා $OD : DC$ අනුපාතය සොයන්න. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද, AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන රේඛාවට E හි දී AB හමුවේ නම්, $6DE = AB$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) Ox හා Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(\sqrt{3},0)$, $(0,-1)$ හා $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},1\right)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන $6P, 4P, 2P$ හා $2\sqrt{3}P$ වන බල පිළිවෙළින් OA, BC, CA හා BO පාද දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y-අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ඒ නයින්, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

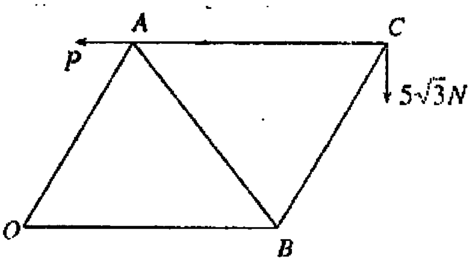
විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}P$ වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවට AB දිගේ, බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර $10P$ වන යුග්මයකට බල පද්ධතිය ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

15. (*a*) එක එකක බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දඬු දෙකක්, A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවරවල් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; BC තිරස් වන අතර BC ට ඉහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$\tan\theta > 2\tan\alpha$ නම්, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W(\tan\theta - 2\tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $B\hat{A}C = 2\theta$ වේ.

A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(*b*) OA, OB, AC, AB හා BC සැහැල්ලු සමාන දඬු පහක්, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.



රාමුකට්ටුව O හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB තිරස් වන පරිදි A හි දී නිව්ටන් P වන තිරස් බලයක් මගින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.

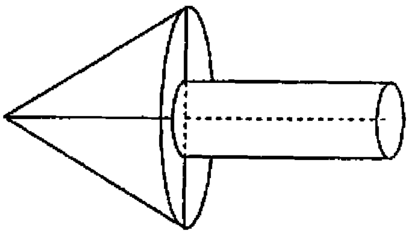
(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

[දහවෙනි පිටුව බලන්න.

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දක්වෙන පරිදි එකට සවිකර ඇති ආධාරකයේ අරය $3r$ හා උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් හා අරය r හා උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් ඒකාකාර ඝන සංයුක්ත වස්තුවක් සමන්විත වෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{5}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එක කෙළවරක් සිවිලිමකට හා අනෙක් කෙළවර කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ පරිධියෙහි A නම් ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සංයුක්ත වස්තුව සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් තිබෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය යටි අත් සිරස සමග α කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan\alpha = \frac{12r}{h}$ බව පෙන්වන්න.

කේතුවේ ශීර්ෂයේදී සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය දිගේ P නම් බලයක් යෙදීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය තිරස් වන ආකාරයට සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ තැබෙයි. P බලය හා තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න; මෙහි W යනු සංයුක්ත වස්තුවේ බර වෙයි.

17. (*a*) මල්ලක සුදු 5 ක්, කළු 3 ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් සර්වසම බෝල අඩංගු වෙයි. ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

(i) බෝල තුනම කළු වීමේ,
(ii) බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,
(iii) යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,
(iv) බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීමේ,
(v) කළු, රතු, ඊළඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා පන්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලද ලකුණු පහත දක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දී ඇත:

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 – 20	14
20 – 40	f_1
40 – 60	27
60 – 80	f_2
80 – 100	15

20 – 40 හා 60 – 80 ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත, වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත්, සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 48 හා 50 බව දනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක ගණනය කරන්න.

ඒ නයින්, සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන ලබාගන්න.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

***