13537

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2009 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2009 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2009

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

※ ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) α සහ β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල වේ; මෙහි $c \neq 0$ වේ. $\alpha^3\beta^2$ හා $\alpha^2\beta^3$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\alpha^3\beta^2 + \dfrac{1}{\alpha^2\beta^3}$ හා $\alpha^2\beta^3 + \dfrac{1}{\alpha^3\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

(b) $f(x)$ බහුපදය $x-\alpha$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න.
$f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය
$A(x-\beta)(x-\gamma)+B(x-\alpha)(x-\gamma)+C(x-\alpha)(x-\beta)$ ආකාරය ගනියි; මෙහි α, β සහ γ සමාන නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

$\alpha, \beta, \gamma, f(\alpha), f(\beta)$ සහ $f(\gamma)$ ඇසුරෙන් A, B සහ C නියත ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, x^5-kx යන්න $(x+1)(x-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයේ x හි පදය අඩංගු **නොවන** ලෙස k නියතයේ අගය සොයන්න.

2. (a) PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයම ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් පිළියෙල කිරීම් සංඛ්‍යාව සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක H, I, S සහ Y යන අකුරු එකට තිබෙයි ද?
PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයෙන් 5 ක් තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

(b) $P_n = n(n+1)\cdots(n+r-1)$ යැයි ගනිමු; මෙහි n සහ r ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.
$nP_{n+1} = nP_n + rP_n$ බව පෙන්වන්න.

P_n/n යන්න $(r-1)!$ වලින් බෙදෙන බව උපකල්පනය කර, $P_{n+1}-P_n$ යන්න $r!$ වලින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.
අනුයාත ධන නිඛිල r සංඛ්‍යාවක ගුණිතය $r!$ වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න.

3. (a) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිත කර ගනිමින්, $(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^{n-r}y^r$ බව සාධනය කරන්න;
මෙහි n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන අතර, ${}^nC_r = \dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$ වේ.

$(p+q)^n - p^n - q^n$ යන්න pq වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න; මෙහි p, q සහ n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

(b) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වෙනි පදය U_r යන්න $\dfrac{(2r+1)}{(3r-2)(3r+1)}\cdot\dfrac{1}{7^r}$ මගින් දෙනු ලැබේ.
$U_r = f(r-1)-f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n} U_r = S_n$ සොයා, $\lim_{n\to\infty} S_n$ හි අගය සොයන්න.

[දෙවන පිටුව බලන්න.

4. (*a*) $-80-18i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගමූල සොයා,

$4z^2+(16i-4)z+(65+10i)=0$ වර්ගජ සමීකරණය විසඳන්න.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනක $\arg(z+1)=\dfrac{\pi}{3}$ සමීකරණය විවරණය කර $|z|$ හි අවම අගය සොයන්න.

(*c*) ω යනු $z^3-1=0$ සමීකරණයෙහි සංකීර්ණ මූලයක් නම්, එවිට ω^2 අනෙක් සංකීර්ණ මූලය බව පෙන්වන්න.

$\omega^{2k}+(1+\omega)^k=0$ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි k ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය k සඳහා x^2+x+1 යන්න $x^{2k}+(1+x)^k$ හි සාධකයක් බව අපෝහනය කරන්න.

5. (*a*) **ප්‍රමුලධර්ම භාවිතයෙන්,** $f(x)=\sin x$ ශ්‍රිතයෙහි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$g(x)=\cos x$ හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරන්න.

(i) $\sin\left(\ln\left(1+x^2\right)\right)$

(ii) $\cos(\sin x)$

x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(*b*) $y=\sin k\theta\ \mathrm{cosec}\,\theta$ සහ $x=\cos\theta$ යැයි ගනිමු; මෙහි k නියතයකි.

(i) $\left(1-x^2\right)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-xy+k\cos k\theta=0$,

(ii) $\left(1-x^2\right)\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}-3x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\left(k^2-1\right)y=0$

බව සාධනය කරන්න.

(*c*) $P\left(3,\frac{1}{5}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $y\left(1+x^2\right)=2$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය, Q හි දී නැවතත් වක්‍රය හමුවෙයි. Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

6. (*a*) $I_k=\displaystyle\int\frac{e^t}{t^k}\,\mathrm{d}t$ යැයි ගනිමු; මෙහි $t>0$ වන අතර k ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

$(k-1)I_k-I_{k-1}+\dfrac{e^t}{t^{k-1}}=C$ බව පෙන්වන්න; මෙහි C අභිමත නියතයකි.

$\displaystyle\int e^x\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2\mathrm{d}x$ සොයන්න; මෙහි $x>-1$ වේ.

(*b*) f යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය මත අර්ථ දක්වා ඇති තාත්ත්වික අගයන් ගන්නා ශ්‍රිතයක් වන අතර,

$J=\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$ වේ; මෙහි $a>0$ වේ.

$\displaystyle\int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x=J$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^{2k}x}{\cos^{2k}x+\sin^{2k}x}\,\mathrm{d}x$ අගයන්න; මෙහි k ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

[තුන්වන පිටුව බලන්න.

7. (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $ax+by+c=0$ සරල රේඛාවට ලම්බ සරල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක $(x_0+at,\ y_0+bt)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නයින්, $ax+by+c=0$ රේඛාව තුළ (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයෙහි දර්පණ ප්‍රතිබිම්බයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයෙහි OA සහ AB පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $x\cos\theta+y\sin\theta=1$ සහ $x-y=1$ වේ; මෙහි $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ වන අතර, O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ. OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාද තුනෙහි සමීකරණ සොයන්න.

තව ද, OB පාදයෙහි ලම්බ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයා, OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

8. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ සහ $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ සමීකරණ මගින් ඡේදනය නොවන වෘත්ත දෙකක් නිරූපණය කෙරෙයි. වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර O_1 සහ O_2 යැයි ගනිමු. O_1 සහ O_2 අතර පිහිටි T ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්ත දෙකට පොදු ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි ය.

T ලක්ෂ්‍යය හඳුනා ගෙන, එහි බණ්ඩාංක O_1 සහ O_2 හි බණ්ඩාංක සහ වෘත්ත දෙකේ අරයන් ඇසුරෙන් සොයන්න.

වෘත්ත දෙකට දෙවන ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි, O_1O_2 විස්තෘත රේඛාව මත පිහිටි T' ලක්ෂ්‍යය ද හඳුනා ගෙන T' හි බණ්ඩාංක සොයන්න.
$x^2+y^2-18x+6y+86=0$ සහ $x^2+y^2+18x-6y+74=0$ වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශක හතරේ සමීකරණ සොයන්න.

9. (*a*) සුපුරුදු අංකනයෙන් **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට, තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වූ සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. $AB=x$ වන අතර, D යනු C සිට h උසකින් සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. CD මගින්, A සහ B හි දී පිළිවෙළින් α සහ β කෝණ ආපාතනය කෙරෙයි.

(i) $h=\dfrac{x\sin\alpha\ \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\theta}$,

(ii) $d=\dfrac{x\sin(\alpha+\theta)\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$

බව සාධනය කරන්න; මෙහි d යනු A හි මට්ටමේ සිට D හි උස වේ.

(*b*) (i) $\sin\theta-\cos\theta=1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුමත්,

(ii) $\tan^{-1}\dfrac{1}{2}-\tan^{-1}\dfrac{1}{3}=\sin^{-1}x$ සමීකරණය සපුරාලන x හි අගයත්

සොයන්න.

* * *

[සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
[முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
[All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2009 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2009 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2009

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

※ ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

(a) බැලූනයක්, පොළවට සාපේක්ෂව නියත U ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නඟියි. කාලය $t = 0$ හි දී P අංශුවක්, බැලූනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන්, බැලූනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_1$ හි දී තවත් Q අංශුවක්, බැලූනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන් ම, බැලූනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_2$ හි දී P සහ Q අංශු දෙක එකිනෙකට හමුවෙයි.

(i) $0 \le t \le t_1$ ප්‍රාන්තරයේ දී, බැලූනයට සාපේක්ෂව P හි චලිතය,

සහ (ii) $t_1 \le t \le t_2$ ප්‍රාන්තරයේ දී, P ට සාපේක්ෂව Q හි චලිතය

සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, වෙන වෙනම අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ, $t_2 = \dfrac{V}{g} + \dfrac{1}{2}t_1$ බව පෙන්වන්න.

අංශු දෙක හමුවන විට Q සහ P හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $U \pm \dfrac{1}{2}gt_1$ බව, තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $u\,\text{km h}^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන සබ්මැරීනයක් දකුණින් 30° ක් බටහිර-දිශාවට d km දුරකින්, මුහුදේ වූ නැවක් දකියි. එම නැව $v\,\text{km h}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරමින් තිබෙයි; මෙහි $u < v < 2u$ වේ. නැවට සාපේක්ෂව සබ්මැරීනයේ චලිතය සැලකීමෙන්, නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා සබ්මැරීනය දිශා දෙකකින් එකක් ඔස්සේ ගමන් කළයුතු බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

ඒවාට අනුරූප කාල, පැය $\dfrac{d\sqrt{4u^2 - v^2}}{v^2 - u^2}$ කින් වෙනස්වන බව, තවදුරටත් පෙන්වන්න.

2. (a) ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට තුන්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ හරස්කඩ, C හි දී සෘජුකෝණී වූ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $B\hat{A}C$ කෝණය 60° වන පරිදි වූ A ශීර්ෂයෙහි කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කප්පිය උඩින් යන අතර, එහි දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $3m$ සහ m වූ P සහ Q අංශු ඈඳා ඇත. තුන්ඤය, එහි BC මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. Q අංශුව, AC සිරස් මුහුණත සමග ස්පර්ශ වන පරිදි A ට සිරස්ව පහළින් එල්ලා තබන අතර P අංශුව AB ආනත තලය මත තබා ඇත. දැන්, Q නිදහස් කරනු ලැබේ නම්, තුන්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{\sqrt{3}g}{23}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(b) දිග l වූ සරල අවලම්බයක් නිශ්චලතාවේ එල්ලී ඇත්තේ, බට්ටා, තිරස් ගෙබිමක සිට $2l$ උසකින් ඇතිව ය. බට්ටාට සමාන ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක්, බට්ටා සමග තිරස්ව ගැටී, පසුව තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවේ සිට $\dfrac{l}{2}$ තිරස් දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී ගෙබිමට ළඟාවෙයි. ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර, තන්තුව α සුළු කෝණයකින් හැරෙයි නම්, අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\dfrac{8\sin\dfrac{\alpha}{2} - 1}{8\sin\dfrac{\alpha}{2} + 1}$ බව පෙන්වන්න.

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

3. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දිග l වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අංශුව ගුරුත්වය යටතේ සමතුලිතව පවතී. අංශුව ඊළඟට u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

(i) O ඔස්සේ යන යටිඅත් සිරස සමඟ තන්තුව θ කෝණයක් සාදන විට එහි ආතතිය $m\left(3g\cos\theta - 2g + \frac{u^2}{l}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පසුව, අංශුව O හි තිරස් මට්ටමට ළඟාවීමට හැකිවන පරිදි u ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

(iii) තන්තුව පළමුවරට තිරස් වන විට, එහි චලන තලයට ලම්බව, O සිට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සවිකර ඇති සිහින් තිරස් දණ්ඩක් සමග ස්පර්ශ වෙයි. $2gl < u^2 < \frac{7}{2}gl$ වෙයි නම්, අංශුව දණ්ඩේ මට්ටමෙන් $\frac{l}{2}$ උසකින් පිහිටි උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

4. P අංශුවක්, $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තය මත, ඒකාකාර $a\omega$ වේගයෙන් චලනය වෙයි. Q යනු P සිට y - අක්ෂය මත ලම්බයේ අඩිය නම්, කාලාවර්තය $\frac{2\pi}{\omega}$ වූ සරල අනුවර්තී චලිතයක Q යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු සර්පිල දුන්නක් එහි අක්ෂය සිරස්ව ඇති ව, පහත කෙළවරෙහි සවිකර ඇත. දුන්නේ උඩු කෙළවර මත තබන ලද ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට නිශ්චලව තිබෙන දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකි ය. මෙහි $d < l$ වේ. එම අංශුවම h උසක සිට දුන්නේ උඩු කෙළවර මත වැටීමට සැලැස්වූයේ නම්, $l \geq a + d$ බව දී ඇති විට, විස්තාරය $a = \sqrt{d^2 + 2dh}$ වන සරල අනුවර්තී චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

මෙම චලිතයේ දී අංශුව, අඩු තරමින් $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{d}{g}}$ කාල ප්‍රාන්තරයක් වත් දුන්න මත රැඳී පවතී නම්, $\left(\frac{h}{d}\right)$ හි උපරිම අගය සොයන්න.

5. (a) බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක්, තිරසට $30°$ කෝණයකින් ආනත වූ අචල රළු පීල්ලක් මත නිශ්චලතාවේ ඇත. වළල්ල සහ පීල්ල එකම සිරස් තලයේ තිබේ. වළල්ල සමතුලිතතාවයේ අල්ලා තබා ඇත්තේ, වළල්ලෙන් ස්පර්ශීව ඉවත්වන සහ පීල්ලට $30°$ ආනතියකින් යුතු තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම කෝණය, පීල්ලේ ආනතිය මනින අතටම මනිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය සොයා, පීල්ල සහ වළල්ල අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\left(2 - \sqrt{3}\right)\sqrt{2}\cos 15°$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCDEF$ යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි. නිව්ටන $P, 3P, 2P$ සහ $4P$ බල පිළිවෙළින් BA, EB, DE සහ AD දිගේ, අකුරු පිළිවෙළට දක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

ෂඩස්‍රයෙහි එක් ශීර්ෂයක් වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්, සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

ෂඩස්‍රයෙහි තලයේ ක්‍රියා කරන කුමන බල යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කිරීමෙන් පද්ධතිය $\overline{FE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌනනය වෙයි ද?

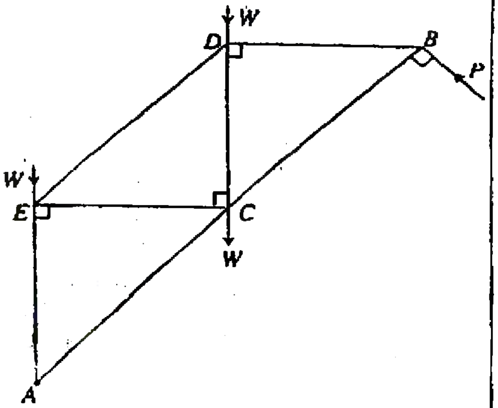
(a) එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වූ AB, BC සුමට ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී නිදහස් ලෙස අසව්කර, O අචල ලක්ෂ්‍යයකට බැඳි එක එකක දිග $2a$ වූ AO, CO සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් එල්ලා ඇත. බර W සහ අරය $\frac{a}{3}$ වූ ඒකාකාර ගෝලයක් දඬු සමග ස්පර්ශව සහ ඒවායින් ආධාර කරනු ලැබ ඇත. සමතුලිත පිහිටීමේ දී, එක් එක් දණ්ඩ සිරස සමග සාදන θ කෝණය, $\cot^3\theta + \cot\theta - 30 = 0$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$\cot\theta$ සඳහා තිබිය හැකි එකම අගය සොයා; ඒ නයින්, B අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව W බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයෙහි දක්වෙන, සැහැල්ලු දඬුවලින් සැදි රාමු සැකිල්ලෙහි තිරස් සහ සිරස් දඬු සමාන දිගින් යුක්ත වන අතර, සියලු ම කෝණ $90°$ හෝ $45°$ හෝ වේ. සිරස් තලයක පිහිටන එය, A හි දී සුමට ලෙස විවර්තනය කර, B හි දී AB ට ලම්බ P බලයකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර, C, D, E හිදී නිව්වන W භාර දරයි. P හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශූන්‍ය බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, BD, BC සහ DE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සෙවීම සඳහා, බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

මෙම ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

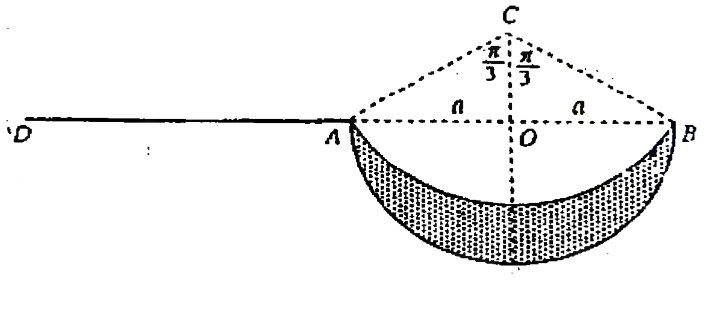


කේන්ද්‍රයෙහි 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන, අරය r වූ ඒකාකාර වෘත්ත චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, කේන්ද්‍රයෙහි 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන, අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්ත ඛණ්ඩයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a\sin\alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ළපද හැඩ ඒකාකාර ආස්තරයක්, රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි, කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අර්ධ වෘත්තයකින් සහ ස්වකීය C කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{2\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපයකින් පර්යන්තගත වේ.

මෙම ආස්තරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, C සිට ka දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි $k = \frac{3\sqrt{3}\pi}{\pi + 6\sqrt{3}}$ වේ.



ආස්තරයේ ස්කන්ධය M යැයි ගනිමු. දිග $2a$ සහ ස්කන්ධය m වන AD සිහින් ඒකාකාර ඍජු දණ්ඩක්, දික් කරන ලද BA රේඛාව දිගේ පිහිටන පරිදි A කෙළවරදී දෘඪ ලෙස ළසදට සවිකර, රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි දැකැත්තක් සාද ඇත. ආස්තරයේ තලය සිරස්ව, අර්ධ වෘත්තය සහ දණ්ඩේ නිදහස් D කෙළවර, ගෙබිම ස්පර්ශ කරන පරිදි, දැකැත්ත තිරස් ගෙබිමක තබා ඇත. මෙම පිහිටීමේ, එය සමතුලිතව පවතී නම්, $M(\sqrt{3}k - 1) < 4\sqrt{6}m$ බව පෙන්වන්න.

8. A සහ B යනු $P(A) > 0$ වන සිද්ධි දෙකකි.

A දී ඇති විට B හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(B|A)$ අර්ථ දක්වන්න.

A, B හා C සිද්ධි තුනක් සඳහා $P(A) > 0$ හා $P(A \cap B) > 0$ වෙතොත්,

$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|(A \cap B))$ බව පෙන්වන්න.

$\{B_1, B_2, B_3\}$ යනු Ω නියැදි අවකාශයක විභාගනයක් ද, A යනු Ω හි ඕනෑම සිද්ධියක් ද යැයි ගනිමු.

$i = 1, 2, 3$, සඳහා $P(B_i|A) = \dfrac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)}$ බව පෙන්වන්න.

හරස් මාර්ගයක් වෙත ළඟාවන වාහන, වමට, දකුණට හෝ සෘජුව ඉදිරියට යන දිශා අතරින් එකක් ඔස්සේ යා යුතුය. බටහිර දෙසින් පැමිණෙන වාහනවලින් 50% ක් වමට හා 20% ක් දකුණට හරවන අතර, ඉතිරි වාහන සෘජුව ඉදිරියට ධාවනය කරන බව රථවාහන ඉංජිනේරුවන් නිරීක්ෂණය කර ඇත. එක් එක් වාහනයේ රියැදුරු ස්වායත්ත ලෙස දිශාව තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, බටහිර දෙසින් හරස් මාර්ගය වෙත ළඟාවන ඊළඟ වාහන තුනකින්,

(i) සියල්ලම සෘජුව ඉදිරියට,

(ii) සියල්ලම එකම දිශාවට,

(iii) දෙකක් දකුණට හා එකක් වමට හරවා,

(iv) සියල්ලම වෙනස් දිශාවලට,

ධාවනය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

අනුයාත වාහන තුනම එකම දිශාවට ධාවනය තෙරෙයි නම්, බොහෝවිට ඒවා සියල්ලම වමට හරවන බව පෙන්වන්න.

9. (a) සංගහනයකින් ගන්නා ලද තරම n වන සසම්භාවී නියැදියක අගයන් $x_1, x_2, \ldots, x_n$ යැයි ගනිමු.

$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\bar{x}$ යනු නියැදි මධ්‍යන්‍යය වේ.

පිටු 250 ක් අඩංගු පොතක පළමු පිටු 200 තුළ එක එකක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන වන x නිරීක්ෂණය කරන ලද අතර, පහත සඳහන් විස්තර සොයා ගන්නා ලදී:

මුද්‍රණ දෝෂවල මුළු ගණන 920,

මුද්‍රණ දෝෂවල වර්ගවල එකතුව 5032.

පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

අවසාන පිටු 50 තුළ පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 4.4 හා 2.2 වේ. ප්‍රමුල ධර්ම උපයෝගී කර ගනිමින් පොතෙහි පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න.

(b) පරීක්ෂණයක දී සිසුන් කණ්ඩායමක් ශුද්ධ ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 45 වේ. මෙම ලකුණු, මධ්‍යන්‍යය 50 හා සම්මත අපගමනය 15 වන ආකාරයට රේඛීය ලෙස පරිමාණනය කරනු ලැබේ. තවද, පරිමාණනය කරන ලද 80 ලකුණ, 70 මුල් ලකුණකට අනුරූප වන බව දී ඇත.

(i) රේඛීය පරිමාණය,

(ii) මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය,

(iii) පරිමාණනය මගින් වෙනස් නොවන ලකුණ

ගණනය කරන්න.

පරිමාණනය කරන ලද ලකුණුවල අවුතම හා වැඩිතම ලකුණු පිළිවෙළින් 2 හා 92 යැයි දී ඇත. ඒවාට අනුරූප මුල් ලකුණු සොයන්න.

* * *