Ananda College, Colombo 10

# ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

| 10 | S | I |
|---|---|---|

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2019 මාර්තු

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

**සංයුක්ත ගණිතය I**
**Combined Maths I**

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
*Three hours*

නම :........................................................................

**උපදෙස් :**

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  **A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස, **B** කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (10) සංයුක්ත ගණිතය I | | |
|---|---|---|
| කොටස | ප්‍රශ්න අංක | ලැබූ ලකුණු |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |
| | ප්‍රතිශතය | |

| | |
|---|---|
| පත්‍රය I | |
| පත්‍රය II | |
| එකතුව | |
| අවසාන ලකුණු | |

අවසාන ලකුණු

| | |
|---|---|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරින් | |

සංකේත අංක

| | | |
|---|---|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | | |
| පරීක්ෂා කළේ: | 1 | |
| | 2 | |
| අධීක්ෂණය | | |

## A කොටස

01. සියලු n ධන නිඛිල සංඛ්‍යා සඳහා $P^{n+1}+(P+1)^{2n-1}$ ප්‍රකාශනය $P^2+P+1$ මගින් බෙදිය හැකි බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් පෙන්වන්න. මෙහි $P \in Z^+$ වේ.

02. $y=|2x-1|$ හා $y=x+1$ යන ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනක අඳින්න. එමගින් $|2x-1|>x+1$ විසඳුම් කුලකය සොයන්න. තවද $|2x-1|=x+1+k$ සමීකරණයට විසඳුම් නොතිබීම සඳහා $k$ ට ගතහැකි අගය පරාසය සොයන්න. මෙහි $k \in R$ වේ.

05. අරය 5 cm හා උස 15 cm වන ජලය පිරවූ කුහර කේතුවක තල පෘෂ්ඨය තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. තල පෘෂ්ඨයෙන් ජලය $4\ cm^3s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයකින් ඉවත්ව යයි. ජල මට්ටමෙහි උස 6 cm වනවිට ජල මට්ටමේ උස වෙනස් වන සීඝ්‍රතාවය $-\frac{4}{9\pi}\ cm\ s^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

06. $f(x) = 2^x$ ද $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ද නම් $\int g \circ f(x)\, dx$ සොයන්න.

03. $C_0, C_1, C_2, \ldots\ldots, C_n$ යනු $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පදවල සංගුණක නම්

$$C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + \ldots\ldots + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$ බව පෙන්වන්න.

04. $$\lim_{n \to \infty} \left[ \frac{1}{2n^2} + \frac{2}{2n^2} + \frac{3}{2n^2} + \ldots\ldots + \frac{n}{2n^2} \right] = \frac{1}{4}$$ බව පෙන්වන්න.

07. $y = 2x^2 + 1$ ශ්‍රිතය $\left[0, \sqrt{2}\right]$ ප්‍රාන්තරය තුළ x අක්ෂය වටා $2\pi$ කෝණයක් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන පරිමාව $\dfrac{103\sqrt{2}\pi}{15}$ බව පෙන්වන්න.

08. OAB සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. A හා B ශීර්ෂ $y = 4$ සහ $y = -8$ රේඛා මත පිළිවෙලින් පිහිටයි. O මූල ලක්ෂය වන අතර OA රේඛාව x අක්ෂය ධන දිශාව සමග $\theta \left(< \dfrac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි. $\tan\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$ බව පෙන්වා ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග $8\sqrt{\dfrac{7}{3}}$ බවද පෙන්වන්න.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 | S | I

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2019 මාර්තු
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Maths I
13 ශ්‍රේණිය

* B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

## B කොටස

11. (a) $\lambda$ යනු තාත්වික නියතයක් විට $10x^2+4x+1=2\lambda x\,(2-x)$ සමීකරණයේ මූල $\alpha$ හා $\beta$ වේ.

(i) $\dfrac{\alpha^2}{\beta}$ හා $\dfrac{\beta^2}{\alpha}$ මූලවන සමීකරණය සොයන්න.

(ii) $\alpha$ හා $\beta$ තාත්වික වන පරිදි $\lambda$ හි අගය පරාසය සොයන්න. $\alpha=\beta$ වීම සඳහා $\lambda$ හි අගයන් අපෝහනය කරන්න.

(iii) $f(x)=2(5+k)x^2+4(1-k)x+1$ හා $F(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ ලෙස දී ඇත්නම් $f(x)=0$ හි මූල තාත්වික වන බවද $F(x)$ හි අවම අගය $F(x_1)$ වන බවද දී ඇත. k යනු තාත්වික නියතයක් වේ.

($\alpha$) k හි අගය කුලකය සොයන්න.

($\beta$) $x_1$ සෙවීමෙන් $F(x_1)$ හි අවම අගය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

(b) $f(x)$ වර්ගජ ශ්‍රිතය $(x-1)$, $(x-2)$ හා $(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂයන් පිළිවෙලින් $-1$, 4 හා 2 වේ. $g(x)=px^3+qx^2+rx-5=2x\,.\,f(x)-1$ වේ නම් p, q, r සොයන්න.

12. (a) $(3+7x)^{29}$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ r වන පදයේ හා $(r+1)$ වන පදයේ සංගුණක සමාන නම් r වන පදය සොයන්න. එහි සංගුණකය සොයන්න.

(b) කොටස් තුනකින් සමන්විත ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍රයක එක් කොටසක් ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වේ නම් අඩු වශයෙන් එක් කොටසකින් එක් ප්‍රශ්නයක් වත් තෝරාගෙන මුළු ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු ලිවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(c) $\dfrac{1^4}{1\times 3}+\dfrac{2^4}{3\times 5}+\dfrac{3^4}{5\times 7}+$ .......... ශ්‍රේණියේ r වන පදය $U_r$ ලියා දක්වන්න. භින්න භාග භාවිතයෙන් ශ්‍රේණියේ පද n වල ඓක්‍යය $\dfrac{n(n+1)(n^2+n+1)}{6(2n+1)}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි, $\sum_{r=1}^{n} r^2=\dfrac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ වේ.

09. $S_1 = 0$ වෘත්තය තුළ $S_2 = 0$ වෘත්තය පිහිටා ඇති විට, $S_1 = 0$ මත $A(x_0, y_0)$ ලක්ෂ්‍යයක සිට $S_2 = 0$ ට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග හා එහි අරය සඳහා දී ඇති අංකන ඇසුරෙන් ප්‍රකාශන ලියන්න. එමගින් $\tan\alpha . \tan\theta = 1$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $2\theta$ යනු ස්පර්ශක අතර කෝණය වේ. මෙහි $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c . \cos^2\alpha + (g^2 + f^2)\sin^2\alpha = 0$

10. $\sin^{-1}x + \cos^{-1}(1-x) = \sin^{-1}(-x)$ විසඳන්න.

16. S හා $S^{1}$ යනු පිළිවෙලින් අරයන් r හා $r^{1}$ ද කේන්ද්‍රයන් පිළිවෙලින් C හා $C^{1}$ ද ලෙස ඇති වෘත්ත දෙකකි. S හා $S^{1}$ අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ වන්නේ $\left|r-r^{1}\right| = CC^{1}$ නම් හා නමම පමණක් බව පෙන්වන්න.

S හා $S^{1}$ වෘත්ත බාහිරව ස්පර්ශ කිරීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

$S_1 \equiv x^2+y^2-6x+8=0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2-4=0$ වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

$\lambda > -2$ හා $\lambda \neq 0$ වූ $\lambda$ හි සියලුම තාත්වික අගයන් සඳහා $S_3 = x^2+y^2+2\lambda x-4(1+\lambda)=0$ වෘත්තය $S_2=0$ වෘත්තය අභ්‍යන්තරවද $S_1=0$ වෘත්තය බාහිරවද ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

$4x+3y-44=0$ සරළ රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් $S_2=0$ වෘත්තය අභ්‍යන්තරවද $S_1=0$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ අරය සොයන්න. $S_1=0$ හා $S_2=0$ වෘත්ත දෙකම අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයක් පවතීද?

17. (a) $\cos\theta = \dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$, $\cos\phi = \dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$ සහ $\cos(\theta-\phi) = \sin\beta \,.\, \sin\gamma$ යැයි ගනිමු. මෙහි $0<\alpha, \beta, \gamma<\dfrac{\pi}{2}$ වනවිට $\tan^2\alpha = \tan^2\beta + \tan^2\gamma$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $2^{1+|\cos x|+|\cos x|^2+|\cos x|^3+\cdots\cdots} = 4$ සමීකරණයෙහි සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(c) (i) $f(x) = \cos^2 x - 2\sin x\cos x - \sin^2 x$ යැයි ගනිමු. මෙහි $0<x<2\pi$ වේ.

$f(x) = a\cos(bx+\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b සහ $\alpha$ නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.

(ii) $0<x<2\pi$ සඳහා $y=f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

❖❖❖

13. (a) $f(x)=\dfrac{x^3(ax+b)}{(x+2)^3}$ ලෙස දී ඇත. මෙහි $x\neq -2$ වේ. $\left(-7,-\dfrac{2401}{25}\right)$ යනු $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂයකි. $a=6$ හා $b=7$ බව පෙන්වා සියලුම හැරුම් ලක්ෂ සොයන්න.

$f''(x)=\dfrac{12(17x^2+14x)}{(x+2)^5}$ බව පෙන්වා එනයින් අවශ්‍ය ප්‍රාන්තරවලදී අවතලතාව පැහැදිලිව දක්වමින් ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(b) OA යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ. $y=3-\dfrac{x^2}{12}$ වක්‍රය මත x අක්ෂයට සමාන්තරව පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 2 ක් A හා B වේ. AB රේඛාව x අක්ෂයට ඉහළින් පිහිටයි. OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයට ගතහැකි වැඩිතම අගය සොයන්න.

14. (a) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^b f(a+b-x)\,dx$ බව සාධනය කරන්න.

$\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3}\frac{dx}{1+\tan^{1/3}x}$ අගයන්න.

(b) $\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{x}\left(\sqrt[4]{x}+1\right)^{2019}}$ අගයන්න.

(c) $\displaystyle\int\cos 2x\,\ln|1+\tan x|\,dx$ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ අනුකලනය කරන්න.

(d) $y=\sqrt{x-1}$ හා $y=(x-1)^2$ වක්‍ර වලින් පර්යන්ත වන කොටස් වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා $360^\circ$ කෝණයකින් පරිභ්‍රමණයේදී ජනනය වන පරිමාව සොයන්න.

15. $ax+by+c=0$ යනු u නම් රේඛාවක සමීකරණය වන අතර $P=(x_1,y_1)$ සහ $Q=(x_2,y_2)$ යනු u රේඛාවේ දෙපස පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. u මගින් PQ රේඛාව බෙදනු ලබන අනුපාතය සොයන්න. P සහ Q යන ලක්ෂ්‍ය u රේඛාව දෙපස පිහිටීම සඳහා අවශ්‍යතාව ලබාගන්න.

$A(-1,-1)$ සහ $C\equiv(3,1)$ යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයක ප්‍රතිවිරුද්ධ ශීර්ෂ දෙකකි. BD විකර්ණය $8x-y=0$ රේඛාවට සමාන්තර වේ. එහි දිග ඒකක $\sqrt{65}$ කි. B ලක්ෂ්‍යය පළමුවන වෘත්ත පාදයේ වේ.

(i) B හා D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

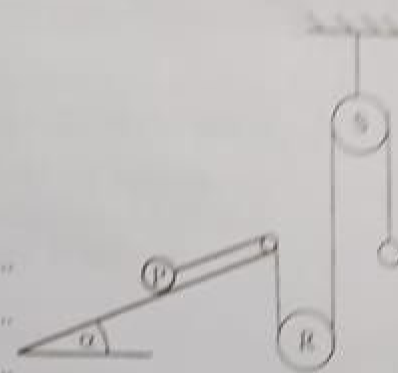
(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්ත කේන්ද්‍රය සොයන්න.

## A කොටස

01. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m හා 3m වූ සුමට ගෝල දෙකක් $2\ell$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂය අචල නාදැත්තකට ගැට ගසා තන්තු කොටස් දෙක තිරස්ව පවතින පරිදි ගෝල දෙක එකිනෙකට $2\ell$ දුරින් තබා ඒවා නිසලතාවයෙන් අතහරිනු ලැබේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් ගැටුමෙන් පසු එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

02. බර w වූ ඒකාකාර දණ්ඩක් එක් කෙළවරක් රළු තිරස් තලයක් මත ද අනෙක් කෙළවර තිරසට $60^\circ$ ආනත සුමට තලයක් මත ද තබා දණ්ඩ තිරසට $30^\circ$ ආනතව සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත. තලය හා දණ්ඩ අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu$ නම් $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

03. තිරසට $\alpha$ ආනත සුමට තලයක් මත තැබූ m ස්කන්ධය ඇති P අංශුවකට ඈඳූ තන්තුවක් M ස්කන්ධයක් ඇති R නම් වූ සචල කප්පියක් යටින් ද, S වූ අචල කප්පියක් උඩින් ද ගොස් නිදහස් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවකට ඈඳා රූපයේ පරිදි ඇත. පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හල විට, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{Mmg(3+\sin\alpha)}{4m+2M}$ බව පෙන්වන්න.




04. මාර්ග ප්‍රතිරෝධය ප්‍රවේගයට සමානුපාතික වන තිරසට $\sin^{-1}\frac{1}{15}$ කෝණයකින් ආනත මාර්ගයක් දිගේ ස්කන්ධය 1500 kg වූ ලොරියක් $18\ kmh^{-1}$ නියත වේගයකින් ඉහළට ගමන් කරන විට 75 kw ජවයකින් ක්‍රියා කරයි. ලොරියේ ජවය 90 kw දක්වා වැඩි කළවිට ද ලොරිය එම ප්‍රවේගයෙන් ම ගමන් කරයි නම් එහි ත්වරණය සොයන්න.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

| 10 | S | II |
|---|---|---|

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2019 මාර්තු

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

පැය 03

*03 hours*

නම :.......................................................................

**උපදෙස් :**

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. **A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස, **B** කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (10) සංයුක්ත ගණිතය II | | |
|---|---|---|
| කොටස | ප්‍රශ්න අංක | ලැබූ ලකුණු |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |
| | ප්‍රතිශතය | |

| | |
|---|---|
| පත්‍රය I | |
| පත්‍රය II | |
| එකතුව | |
| අවසාන ලකුණු | |

අවසාන ලකුණු

| | |
|---|---|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරින් | |

සංකේත අංක

| | | |
|---|---|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | | |
| පරීක්ෂා කළේ: | 1 | |
| | 2 | |
| අධීක්ෂණය | | |

05. නවතා ඇති A නම් මෝටර් රථයක්, එය පසු කරගෙන යන $60\,kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන B නම් රථයක් දකී. ඉන් විනාඩියකට පසු B රථය අල්ලා ගැනීම සඳහා A රථය f නියත ත්වරණයකින් 500 m දුරක් චලිත වී $72\,kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගෙන එම නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කර B රථය අල්ලා ගනී. ඉහත චලිතයන්ට ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න.
එමගින් A විසින් B පසුකරන විට A චලිතය ආරම්භ කළ මොහොතේ සිට ගතවූ කාලය සොයන්න.

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

06. ස්කන්ධ m, 2m, 3m වන A, B, C අංශු තුනක් AB, BC පිළිවෙලින් $2\ell$ හා $\ell$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් ඈඳා සුමට තලයක් මත A, B, C සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි අනුපිළිවෙලට තබා ඇත්තේ තන්තු කොටස් හැකිලී තිබෙන පරිදි වේ.
A අංශුවට තලය දිගේ BA දිශාවට $U\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබාදේ. C අංශුව ගමන් අරඹන වේගය සොයන්න.

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

09. තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් තිරස සමග 30° කෝණයක් ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් එකිනෙකට d දුරින් වූ ද h උසින් යුත් තාප්ප දෙකක් උඩින් යන්තමින් යයි. අංශුව ප්‍රක්ෂේප කරන ලද ස්ථානයේ සිට පළමු තාප්පයට දුර $\frac{3u^2 - 2gd}{4g}$ බව පෙන්වන්න.

10. දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ආධාරයෙන් අංශුවක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. අංශුව එහි පථයේ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ ඇති විට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. අංශුව O සිට $\frac{2a}{3}$ සිරස් උසක දී, තන්තුව බුරුල් වේ නම් $u = 2\sqrt{ag}$ බව පෙන්වන්න.

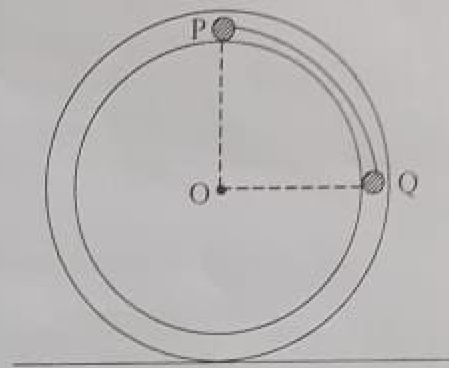
07. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යන ඒකක දෛශික දෙක අතර කෝණය $\alpha$ නම් $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}|\underline{a} - \underline{b}|$ බව හා $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}|\underline{a} + \underline{b}|$ බව පෙන්වන්න.

08. දිග $2a$ වූද බර $w$ වූද $AB$ හා $BC$ ඒකාකාර දඬු දෙකක් $B$ හි දී සුමට ව අසව් කර ඇත. අරය $r$ වූද අක්ෂය තිරස් වන පරිදි දෘඪ ලෙස සවිකරන ලද තිරස් තලයක් මත වූ සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන පරිදි දඬු දෙක සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ දඬු දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ යා කරන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. $A\hat{B}C = 2\theta$ නම් තන්තුවේ ආතතිය $w\left[\frac{r}{a}\operatorname{cosec}^2\theta - \tan\theta\right]$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි සියලුම ස්පර්ශයන් සුමට වේ.

12. (a) තිරස් සුමට අචල තලයක් මත ස්කන්ධය $2m$ වූ තිරසට $\alpha$ ආනතියක් සහිත කුඤ්ඤයක් තබා ඇත. තිරසට $\alpha$ ආනත සුමට මුහුණත මත ස්කන්ධය $m$ වන අංශුවක් තබා සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය සහ යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතා කරමින් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයත් පොළවට සාපේක්ෂව කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් සොයන්න.

(b) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $m$ හා $2m$ වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිරස් තලයක සිටින සේ අචලව සවිකරන ලද අරය $r$ වූ සුමට සිහින් නලයක් තුළ තබා සීරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. P අංශුව $\theta$ කෝණයකින් හැරී චලනය වනවිට P හි ප්‍රවේගයත් P මත නලයෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.




තවද P හා Q අංශුවල ප්‍රවේග අසමාන වන කෝණය සොයා එවිට P මත නලයෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

තවද P හා Q හි ප්‍රවේග අසමාන වීමට පෙර P මත නලයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ශුන්‍ය වන්නේ ද? පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13. ස්වභාවික දිග $\ell$ වන ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක් අචල තලයක් මත සිරස් ලෙස සිටුවා තිබේ. ස්කන්ධය $m$ වන අංශුවක් දුන්න මත සීරුවෙන් තබා සමතුලිතව පවතින්නේ දුන්න $d$ දුරක් සම්පීඩනය වීමෙනි. දුන්න සම්පීඩනය නොවී ඇතිවිට (ස්වභාවික දිගෙහි ඇතිවිට) එහි ඉහළ කෙළවරේ සිට තවත් $2d$ උසක් සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් අංශුවක් පළමු අංශුව මතට අතහරිනු ලැබේ. අංශු දෙක ගැටෙනවාත් සමගම ඒවා තනි අංශුවක් ලෙස සංයුක්ත වේ.
ගැටුමෙන් පසු සංයුක්ත අංශුව චලිතය ආරම්භ කරන ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.

අංශු ගැටෙන පිහිටීමේ සිට පහළට මනින විස්ථාපනය $x$ නම් සංයුක්ත අංශුවේ චලිතය $\ddot{x}+\frac{g}{3d}(x-2d)=0$ මගින් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න.
මෙම චලිතයේ විසඳුම $x = A\cos wt + B\sin wt + C$ ආකාරයේ විසඳුමක් වේ.
මෙහි $A, B, C$ හා $w$ ඔබ විසින් නිර්ණය කළයුතු තාත්වික නියත වේ. ඒ නයින් ඉහත චලිතයේ

(i) නාභියට (දෝලන කේන්ද්‍රයට) ගැටුම් ලක්ෂ්‍යයේ සිට දුර හා නාභියේ දී ප්‍රවේගයත්

(ii) විස්තාරයත් සොයන්න.

තවද සංයුක්ත අංශුව දුන්න මත පවතින මුලු කාලය $\sqrt{\frac{3d}{g}}\left(\frac{11\pi}{6}-\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

14. (a) දුම්රියක ස්කන්ධය $w$ kg වන අතර නියත ප්‍රතිරෝධය කිලෝග්‍රෑම් බර $R$ වේ. ක්ලෝග්‍රෑම් බර $P$ වන ප්‍රකර්ශන බලයට යටත්ව මීටර් $S$ දුර ප්‍රමාණයක් චලිත වීමට දුම්රිය ගන්නා අවම කාලය ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $\left[\frac{2S}{g}\cdot\frac{wP}{R(P-R)}\right]^{1/2}$ බව පෙන්වා දුම්රියේ උපරිම ප්‍රවේගය $\left[\frac{2gSR(P-R)}{wP}\right]^{1/2}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) සමාන අරයන් ඇති A, B සහ C ගෝලවල ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $7m$, $7m$ හා $m$ වන අතර ඒවා කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ වේ. ඒවායේ කේන්ද්‍ර ඒකරේඛීය වන අතර A හා B අතර C පිහිටයි. ආරම්භයේදී A හා B හා නිශ්චලව පවතින අතර C ගෝලයට කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව ඔස්සේ A දෙසට ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. C ගෝලය A ගෝලය සමගත් පසුව B සමගත් ගැටී නැවත A සමගත් එක් වරක් ගැටීමෙන් පසු A, B සහ C ගෝලවල අවසාන ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 21 : 12 : 1 බව පෙන්වන්න.

...ඇවිරිණි.

# ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 | S | II

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2019 මාර්තු

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

**සංයුක්ත ගණිතය II**

**Combined Maths II** 13 ශ්‍රේණිය

* B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

## B කොටස

11. (a) තිරසට $\beta$ කෝණයකින් ආනත තලයක් මත සිරස් $h$ උසකින් පිහිටි ලක්ෂයක සිට සිරසට $\alpha$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට අංශුවක් $u$ ආරම්භක ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගයකින් මුදාහැරෙනුයේ ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ උඩු අත් දිශාවේදී තලය හා ගැටෙන පරිදිය. ආනත තලය අපරිමිත ලෙස දිග යැයිද, ආනත තලය ඔස්සේ අංශුවෙහි පරාසය $R$ ද යැයි ගනිමු.

(i) ආනත තලය ඔස්සේ උඩු අත් දිශාවට අංශුවෙහි පරාසය වන $R$ සඳහා සමීකරණයක් ලබාගන්න.

(ii) ඉහත (i) කොටසෙහි ලබාගත් සමීකරණය විසඳීමෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් සුදුසු $R$ පරාසය ලබාගන්න.

(iii) අංශුව තිරසට සමාන්තරව ප්‍රක්ෂේපනය කරයි නම් $R$ හි අගය

$$\frac{u}{g\cos^2\beta}\left[\sqrt{(u^2-2gh)\sin^2\beta+2gh}-u\sin\beta\right]$$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) නිසල ජලයෙහි $V$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනිය හැකි $P$ මිනිසෙක් පොළවට සාපේක්ෂව $W(<V)$ ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසින සමාන්තර ඉවුරු සහිත පළල $d$ වන ගඟක $A$ ලක්ෂයෙන් අරඹා ගං ඉවුරේ උඩුඅත් දිශාව සමග $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ පිහිනා ගොස් $B$ ලක්ෂයෙන් එතෙර වේ. එවිටම නිසල ජලයෙහි $V$ ප්‍රවේගයෙන්ම පිහිනිය හැකි තවත් මිනිසෙක් $A$ හිදී අරඹා ඉවුරට සමාන්තරව පිහිනා ගොස් එම ඉවුරෙහිම $B$ ට ප්‍රතිවිරුද්ධ ලක්ෂයක වූ $C$ හිදී එගොඩ වී $BC$ යා කෙරෙන සෘජු පාලමක $\frac{V}{2}$ ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. $P$ හා $Q$ එකවිට ඉහත මාර්ග දෙක ඔස්සේ $B$ ලක්ෂයට ළඟා වෙයි නම්, සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ භාවිතයෙන්

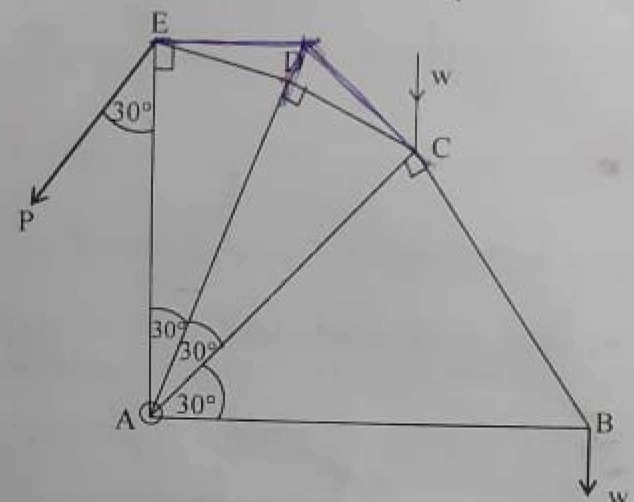
$$V(V-W)=\left[V(2\sin\alpha+\cos\alpha)-2W\sin\alpha\right]\left[\sqrt{V^2-W^2\sin^2\alpha}-W\cos\alpha\right]$$ බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ පරිදි AB, AC, AD, AE, BC, CD හා DE සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල A වලින් සුමටව අසව් කර B හා C සන්ධිවලට w භාර තබා ඇත. දිග a වන AB දණ්ඩ තිරස් වන පරිදි පද්ධතිය සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ E වලින් යෙදූ P බලයක් මගිනි. මෙහි,

$B\hat{A}C = C\hat{A}D = D\hat{A}E = 30°$

$A\hat{C}B = A\hat{D}C = A\hat{E}D = 90°$

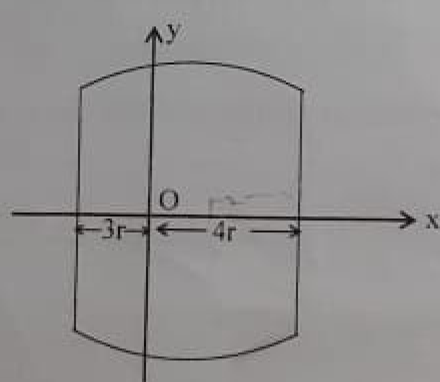
P බලයේ අගය සොයා, AB, BC, AC හා CD දඬු සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එමගින් ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද සම්පීඩන ද ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.




17. අරය 5 r වන කුහර ගෝලයක O කේන්ද්‍රයේ සිට දෙපසට 4 r හා 3 r දුරින් පිහිටි y අක්ෂයට සමාන්තර තල දෙකක් ඔස්සේ කැපීමෙන් ලැබෙන ගෝල ඛණ්ඩය රූපයේ දැක්වේ. අනුකලනය ඇසුරින්,

(i) එහි ස්කන්ධය සොයන්න.

(ii) ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර $r/2$ බව පෙන්වන්න.




ඉහත ගෝල ඛණ්ඩයේ කුඩා වෘත්ත දාරයට අරය 3 r හා උස h වූ කුහර සිලින්ඩරයක් සම්බන්ධ කර ඇති අතර, විශාල වෘත්ත දාරයට සමපාත වන පරිදි අරය 4 r වූ ඒකාකාර පතුලක් සවිකර ගුරුලේත්තුවක් සාදා ඇත. ගුරුලේත්තුව සෑදීමට ගත් ද්‍රව්‍යයේ පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ρ වේ.

ගුරුලේත්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම, එහි වෘත්තාකාර පතුලේ සිට සොයන්න.

ගුරුලේත්තුවේ විවෘත දාරයේ ලක්ෂ්‍යයකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ගැටගසා එල්ලන ලදී. සමතුලිත පිහිටීමේදී එහි සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

❖❖❖

15. (a) ABCD තැපීසියමකි. A, B හා D ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p}$, $\underline{q}$, $\underline{r}$ වේ. AB හා DC සමාන්තර වන අතර AB = 3 DC වේ. E යනු AE : EC = λ : 1 වන පරිදි AC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.

(i) $\overrightarrow{AE} = \frac{\lambda}{3(1+\lambda)}(3\underline{r} - 4\underline{p} + \underline{q})$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\mu\, ED = BC$ වන පරිදි DE, BC ට සමාන්තර වේ නම්

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3\mu}\left[3(\mu-1)\underline{r} - (3\mu-1)\underline{p} + 2\underline{q}\right]$$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත (i) හා (ii) කොටස් භාවිතයෙන් λ හා μ නියතවල අගයන් සොයන්න.

(iv) දික්කළ DE, F හිදී AB හමුවේ. k DE = DF ලෙස ගෙන k ඇසුරින් $\overrightarrow{AF}$ සොයන්න. එනයින් k හි අගය සොයා 3 AF = 2 AB බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ABCD යනු පාදයක දිග 4 m වන සමචතුරශ්‍රයකි. DE = 3 m වන සේ AD පාදය E දක්වා දික්කර ඇත. නිව්ටන් 2, 5, 3, 1, 5, $\sqrt{2}$ හා $2\sqrt{2}$ විශාලත්ව ඇති ඒකතල බල පද්ධතියක් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{BD}$ හා $\overrightarrow{AC}$ දිගා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

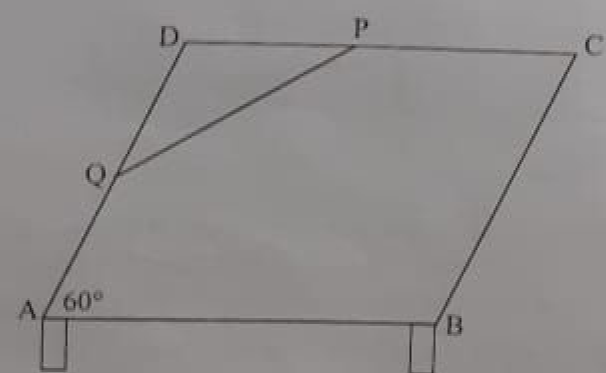
(i) බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එය AB සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

(ii) ඉහත සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව A හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(iii) බල පද්ධතිය D හා E ලක්ෂ්‍යයන් හරහා ක්‍රියාකරන $F_1$ හා $F_2$ සමාන්තර බල දෙකකට තුල්‍ය වේ නම් $F_1$ හා $F_2$ සොයන්න.

(iv) බල පද්ධතිය AB හා BD දිගේ ක්‍රියා කරන $F_3$ හා $F_4$ බල දෙකකට හා යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් $F_3$ හා $F_4$ සොයන්න.

16. (a)




එක එකෙහි දිග 2a ද බර W ද වූ AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් සුමටව සන්ධි කර $B\hat{A}D = 60°$ වන පරිදි සකසා ඇත්තේ CD හා AD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් වන P හා Q ට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු අවිතත තන්තුවක් මගිනි. AB තිරස්ව හා ABCD සැකිල්ල සිරස්ව තබා ඇත්තේ A හා B ශීර්ෂයන්හි ඇති ආධාරක දෙකක් මගිනි.

(i) A හා B ශීර්ෂ මත ආධාරක මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

(ii) C හා D සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා හා තන්තුවේ ආතතිය සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.