



ධර්මරාජ විද්‍යාලය - මහනුවර
Dharmaraja College - Kandy

අවසාන වාර විභාගය 2021 දෙසැම්බර් - 13 ශේණිය
Final Term Test - 2021 December - Grade 13

සංයුක්ත ගණිතය I
 Combined Mathematics I

10

S

I

පැය තුනයි
 Three hours

විභාග අංකය :

වැදගත්

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු 9 කින් යුක්ත වේ
- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A සහ B යන කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. කොටස් දෙකටම නියමිත කාලය පැය තුනකි.
- ❖ ගණක යන්ත්‍ර භාවිතයට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A කොටස - ව්‍යුහගත රචනා
 (පිටු 1 - 5)

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේම සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඉඩ සලසා ඇති තැන්වල ලිවිය යුතුය. මේ ඉඩ ප්‍රමාණය පිළිතුරු ලිවීමට ප්‍රමාණවත් බව ද, දීර්ඝ පිළිතුරු බලාපොරොත්තු නොවන බවද සලකන්න.

B කොටස - රචනා
 (පිටු 6- 9)

මෙම කොටස ප්‍රශ්න 7 කින් සමන්විත වේ. ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

සමපූර්ණ ප්‍රශ්න පත්‍රයට නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A හා B කොටස් එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ කොටස උඩින් නිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

දෙවැනි පත්‍රය සඳහා		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
B	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

අවසාන ලකුණු

A - කොටස

(01) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු ධන නිඛිල සඳහා n සඳහා

$$\sum_{r=1}^n (r-1)(r+2) = \frac{n(n-1)(n+4)}{3} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(02) $y = |3x - 5|$ සහ $y = 2x + 3$ වල දළ ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ අඳින්න. එනඟින් හෝ වෙනත් ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් $|3x - 5| \geq 2x + 3$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න. එනඟින් $|3x + 5| \geq 3 - 2x$ සඳහා විසඳුම් අපෝහනය කරන්න.

(03) $0 \leq \text{Arg}(z) \leq \pi/3$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන ප්‍රදේශය ආගන් සටහනේ අඳුරු කරන්න. ඉහත සඳහන් ප්‍රදේශයේ $|z - 2i|$ හි අවම අගය සොයන්න.

(04) $x, y \in \mathbb{R}$ සහ n ධන නිඛිලයක් නම්, x වල ආරෝහණ ශ්‍රේණියක් ලෙස $(x - y)^{2n}$ ප්‍රකාශ කරන්න. ඉහත ප්‍රසාරණයේ 4 සහ 5 වන පදවල එකතුව ශුන්‍ය නම් $\frac{x}{y} = \frac{4}{2n-3}$ බව පෙන්වන්න.

(05) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x^2} - 1)(1 - \cos 6x)}{x^3 \sin 3x}$ අගයන්න.

(06) $y = x^2$ සහ $y = x^3$ හි ප්‍රස්ථාර Y - අක්ෂය වටා භ්‍රමණයෙන් විදුරු බදුනක් සාදයි.
එම බදුනේ පරිමාව සොයන්න.

- (07) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ වක්‍රයේ $P(4\sec\theta, 5\tan\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේදී අනුක්‍රමණය $\sqrt{2}$ නම්, P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. තවද P ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇදී අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

- (08) ABC ත්‍රිකෝණයක AB සහ AC වල අභිලම්භ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - y + 5 = 0$ සහ $x + 2y = 0$ වේ. A ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $(1, -2)$ නම් BC පාදයේ සමීකරණය සොයන්න.

(09) X – අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් $(1, -2)$ හා $(3, -4)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නාවූ
වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(10) α සහ β සුළු කෝණ ද $\tan(\alpha + \beta) = 3$ සහ $\tan(\alpha - \beta) = 2$ ද නම් $\operatorname{cosec} 2\alpha = \sqrt{2}$
බව පෙන්වන්න.

B - කොටස

(11) (a) $f(x) = 2x^2 - 11x + 13$ හි x තාත්වික විචල්‍යක් වේ.

(i) $f(x) = 0$ හි මූල α සහ β නම් $\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)$ සහ $\left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)$ මූල වන සමීකරණය සොයන්න.

(ii) $f(x) = \lambda + x$ හි මූල තාත්වික ප්‍රභින්න සහ ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ නම් λ හි අගය සොයන්න.

(b) $x^2 - 3 + k(2x + 3) = 0$ වර්ග සමීකරණයේ මූල වල වෙනස 2 නම් k හි අගය සොයන්න.

(c) $f(x)$, x වල බහුපදයක් වේ. $f(x)$ බහුපදය $(2x+1)$, $(3x+1)$ සහ $(4x+1)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 2, 3 හා 4 වේ. නවද $g(x) = xf(x) + 1$ වේ. $(2x+1)$, $(3x+1)$ සහ $(4x+1)$ $g(x)$ හි සාධක බව පෙන්වන්න. $f(x)$ වර්ග සමීකරණයක් නම් $g(x)$ සොයන්න.

(12)

(a) ශ්‍රේණියක r වන පදය $u_r = \frac{2r+3}{r(r+1)} \cdot \frac{1}{3^r}$; $r \in \mathbb{R}^+$ වේ.

$\frac{2r+3}{r(r+1)}$ හින්න භාග සොයන්න. $u_r = v_r - v_{r+1}$ වන පරිදි v_r ශ්‍රිතය සොයන්න.

$\sum_{r=1}^n u_r = 1 - \frac{1}{(n+1)} \cdot \frac{1}{3^n}$ බව පෙන්වන්න.

වෙනත් ශ්‍රේණියක r වන පදය $w_r = r(r+1)$ වේ නම් $\sum_{r=1}^n w_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ අපරමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එකතුව සොයා $\sum_{r=1}^{\infty} w_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

(b) පන්තියක ළමුන් 40 ක් වේ. කණ්ඩායම් ක්‍රියාවක් සඳහා ගුරුවරයාට එම සිසුන් සමාන කණ්ඩායම් 5 කට බෙදිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(c) *PERMUTATION* වචනයේ අකුරු සකස් කිරීමෙන් සෑදිය හැකි වෙනස් වචන ගණන සොයන්න.

එම සකස් කළ වචන අතරින්

- P වලින් ආරම්භවන වචන ගණන සොයන්න.
- ස්වරාක්ෂර එකට තිබෙන වචන ගණන සොයන්න.

(13) (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ සහ $f(x) = x^2 - 4x + 7$ නම් $f(A) = 0$ බව පෙන්වන්න. A^{-1}

සොයන්න

$A^5 + 31A + 56I = 0$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z^3 - 1 = 0$ හි මූල සොයන්න. $z^3 - 1 = 0$ හි සංකීර්ණ මූලයක් ω වේ නම්

$$1 + \omega + \omega^2 = 0 \text{ බව පෙන්වන්න. එනඟින් } \frac{\omega}{\omega+1} = \frac{-1}{\omega} \text{ සහ } \frac{\omega^2}{\omega^2+1} = -\omega \text{ බව}$$

පෙන්වන්න.

(c) $z_1 = 2i$ සහ $z_2 = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ නම් ආගන් සටහනේ A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය වලින් z_1 ,

$$z_1 z_2 \text{ and } \frac{z_1}{z_2}$$

සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙලින් නිරූපනය කරන්න. ABC සම්පාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

(14) (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2+1}{(x-1)^2}$ වේ.

$$f' = \frac{-2(x+1)}{(x-1)^3} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$f''(x) = \frac{4(x+2)}{(x-1)^2} \text{ බව දී ඇත.}$$

ස්පර්ශෝමුඛ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ සටහන අඳින්න.

(b) සමචතුරස්‍ර පතුලක් සහිත පිරමිඩාකාර කුඩාරමක් සෑදිය යුතුව ඇත.

සමචතුරස්‍ර පතුලේ පැත්තක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යේ සිට ශීර්ෂයට ආනත මුහුණත දිගේ ඇති දුර $3\sqrt{6}m$ කි. සමචතුරස්‍ර පතුලේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A වේ.

(i) කුඩාරමෙහි පරිමාව V නම් $V = \frac{A\sqrt{216-A}}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) V උපරිම වන A හි අගය සොයන්න. උපරිම පරිමාව ඇති කුඩාරමෙහි උස සහ පතුලේ පැත්තක දිග අපෝහනය කරන්න.

(iii) කුඩාරමෙහි පතුල සහ ඇල මුහුණත් එකම රෙදි වර්ගයකින් සාදයි නම් උපරිම පරිමාව ඇති කුඩාරම නිමවීමට අවශ්‍ය රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

(15) (a) $\frac{4}{(x-1)(x+1)^2}$ හි හින්න භාග ලබා ගන්න.

එමගින් $\int \frac{1}{(1-e^x)(1+e^x)^2} dx$ අගයන්න..

(b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x+1}} dx$ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයන්

(c) $\frac{\sin^2 x}{2 + \cos x} = A + B \cos x + \frac{C}{2 + \cos x}$ වන පරිදි A, B සහ C සොයන්න.

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{2 + \cos x} dx$ අගයන්න.

$\int_0^{\pi/2} \cos x \ln |2 + \cos x| dx$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(16) (a) ABC ත්‍රිකෝණයේ $A(7,11)$ වේ. BC හි සමීකරණය $3x - 4y - 2 = 0$ වේ. BC හි මධ්‍ය

ලක්ෂ්‍යේ කෝටිකය 1 සහ ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 30 කි.

B සහ C හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

(b) $S_3 = 0$ යනු $S_1 = 3x^2 + 3y^2 - 6x - 1 = 0$, සහ $S_2 = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ වෘත්ත වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යමින් $S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් ගන්නා වෘත්තයකි. $S_3 = 0$ හි සමීකරණය ලබා ගන්න.

$S_2 = 0$ සහ $S_3 = 0$ වෘත්ත ප්‍රලම්භ ලෙස ඡේදනය වන බව අපෝහනය කරන්න.

$S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රයේ සිට $S_3 = 0$ වෘත්තයට ඇදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(17) (a) $\sin^2 2x (\cot^2 x - \tan^2 x) = 4 \cos 2x$ බව සාධනය කරන්න.

(b) $-\pi/2 \leq x \leq 2\pi$ පරාසය සඳහා $y = \frac{\sin^2 2x}{16} (\cot^2 x - \tan^2 x) + \frac{3}{4}$ හි දළ සටහන අඳින්න.

$f(x) = k$ සමීකරණයට

(i) තාත්වික මූල නොමැති වීමට

(ii) තාත්වික මූල තුනක් පැවතීමට

(iii) මූල තුනකට වඩා පැවතීමට

k ට පැවතිය යුතු අගයන් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$(b + c - a) \left(\cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right) = 2a \cot \frac{A}{2}$ බව සාධනය කරන්න.



ධර්මරාජ විද්‍යාලය - මහනුවර
Dharmaraja College - Kandy

අවසාන වාර විභාගය 2021 දෙසැම්බර් - 13 ශේණිය
Final Term Test - 2021 December - Grade 13

සංයුක්ත ගණිතය II
 Combined Mathematics II

10

S

II

පැය තුනයි
 Three hours

විභාග අංකය :

වැදගත්

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය පිටු 9 කින් යුක්ත වේ
- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A සහ B යන කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. කොටස් දෙකටම නියමිත කාලය පැය තුනකි.
- ❖ ගණක යන්ත්‍ර භාවිතයට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A කොටස - ව්‍යුහගත රචනා
 (පිටු 1 - 5)

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේම සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඉඩ සලසා ඇති තැන්වල ලිවිය යුතුය. මේ ඉඩ ප්‍රමාණය පිළිතුරු ලිවීමට ප්‍රමාණවත් බව ද, දීර්ඝ පිළිතුරු බලාපොරොත්තු නොවන බවද සලකන්න.

B කොටස - රචනා
 (පිටු 6- 9)

මෙම කොටස ප්‍රශ්න 7 කින් සමන්විත වේ. ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

සමපූර්ණ ප්‍රශ්න පත්‍රයට නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A හා B කොටස් එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ කොටස උඩින් තිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

දෙවැනි පත්‍රය සඳහා		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
B	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

අවසාන ලකුණු

3. A, B, C අංශු වල ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, M, m වේ. P, Q සුමට කප්පි වේ. රළු මේසයක් මත B ඇත. සර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. B ට ඇඳූ අවිතන්‍ය තන්තු දෙක P, Q සුමට කප්පි මතින් දමා සිරස්ව එල්ලෙන A, C අංශුවලට සවිකර පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා හල විට පහලට C චලිත වේ නම්, $\mu M < M - m$ බව පෙන්වන්න.

4. මෝටර් රථයක් සමතලා මාර්ගයක නියත 500 N බලයකට ප්‍රතිවිරුද්ධව චලනය වේ. රථයේ ස්කන්ධය 1500 kg වේ. මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය 50 ms^{-1} නම් රථයේ ක්ෂමතාවය සොයන්න. තවද ආනත තලය තිරසර $\sin^{-1}(\frac{1}{15})$ ආනත වේ නම් ආනත තලය ඉහලට රථයේ උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න. ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$, එම ප්‍රතිරෝධයම පවතී)

5. 6l දිගැති සැහැල්ලු අවිත්‍ය තන්තුවක් එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ 3m ස්කන්ධයකට ද අනික් කෙළවර 2m ස්කන්ධයකටද ගැටගසා ඇත. 2m ස්කන්ධය මේසයේ කෙළවර සිට 5l දුරින්ද තන්තුව බුරුල්ව පවතින පරිදි තබා නිසලතාවයේ සිට මුදාහරි. තන්තුව තදවී මොහොතකට පසු අංශුවල වේගය $\frac{2}{5}\sqrt{2gl}$ බව පෙන්වන්න.

6. $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} = 0$, $|\underline{a}| = 3$, $|\underline{b}| = 5$, $|\underline{c}| = 7$ බව දී ඇත $\underline{a}, \underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

7. ඒකාකාර නොවන PQ දණ්ඩක් තිරසර θ කෝණයකින් ආනතවූ සුමට තලයක් මත P පහල කෙළවර සිටින සේ ද Q කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තු වනසේ සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටා ඇත. දණ්ඩේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G ද තිරසර එහි ආනතිය γ ද නම් $\frac{PG}{GQ} = \frac{\sin \theta \sin \gamma}{\cos(\theta + \gamma)}$ බව පෙන්වන්න.

8. ඒකාකාර බර දණ්ඩක් රළු වෘත්ත වළල්ලක් මත නිසා නිශ්චලව පවතී. දණ්ඩ වළල්ලේ කේන්ද්‍රයේ 120° කෝණයක් ආපාතනය කරයි. එය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතින විට තිරසර ආනත කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{4\mu}{1-3\mu^2}\right)$ බව පෙන්වන්න. සර්ෂණ සංගුණකය μ .

9. $P(A) = 0.6, P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.81$ නම් $P(A \cap B), P(A \cup B)', P(A \cap B'), P(A' \cup B')$ සොයන්න.

10. නිරීක්ෂණ 12ක පද්ධතියක් මධ්‍යන්‍ය 4 හා සම්මත අපගමනය 2 කි. නිරීක්ෂණ 20 දෙවැනි පද්ධතියක් එකතු කළ විට මධ්‍යන්‍ය $\frac{37}{8}$ වේ. දෙවන නිරීක්ෂණ පද්ධතියේ මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.

B කොටස

11.

(a) සරල රේඛීය මාර්ගයක රථයක් නියත a ත්වරණයකින් චලනය වේ. A නම් ලක්ෂ්‍යය ස්ථානයක් මෙම රථය පසු කරනුයේ u නම් ප්‍රවේගයකින් වන අතර එය, $2u$ ප්‍රවේගයක් දක්වා ත්වරණය කර අනතුරුව නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. මේ අතර නිවසේ සිටින පුද්ගලයා රථයේ සිටින තමාගේ යහළුවා ඔහුගේ බැගය අමතක කොට ගොස් ඇති බව වටහා ගත් පසු, තම යතුරු පැදියෙන් අතුරු මාර්ගයක් හරහා A ලක්ෂ්‍යය වෙත නිශ්චලතාවයෙන් එළඹෙන්නේ රථය A ලක්ෂ්‍යය පසුකර $\frac{u}{2a}$ කාලයකට පසුවය. නැවතත් තම යතුරු පැදිය එම මොහොතේම ක්‍රියාත්මක කොට $3a$ නියත ත්වරණයකින් රථය ලුහුබඳී, $\frac{v}{3a}$ කාලයක් ගතවන තුරු ත්වරණය කර අනතුරුව $3a$ නියත මන්දනයෙන් චලිත වේ. යතුරු පැදිකරු තම යතුරු පැදිය රථයේ ආසන්නයටම යන්නමින් පැමිණේ. ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ නිර්මාණය කර ඒ ඇසුරින් $v = (4 + \sqrt{14}) \frac{u}{2}$ බව පෙන්වන්න. (යතුරු පැදිකරුගේ අතුරු මාර්ගයේ චලිතය අනවශ්‍යයි.)

(b) එක්තරා මොහොතක A නැවකට ගිනිකොණ දෙසින් a දුරින් B නැවක් පැවතුනි. B හි ප්‍රවේගය v වෙයි. A නැව $\frac{4v}{3}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. B ට v ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීයව චලිත වී A හමුවීම සඳහා චලිත විය හැකි දිශා දෙකක් පවතී. එම දිශා දෙක නිරූපණය කරමින්, ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනේ නිර්මාණය කරන්න. එම එක් එක් ක්‍රමයට B ට A හමුවීමට ගතවන කාලයන් අතර අන්තරය $\frac{6}{7v}$ බව සාධනය කරන්න.

12.

(a) ස්කන්ධය M වන සුමට ABC කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. කුඤ්ඤයේ තිරසර α ආනත AB සුමට තලය මත පාමුල A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $u \sin \alpha$ ප්‍රවේගයෙන් ස්කන්ධය $km \text{ kg}$ වන P අංශුවක් ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව නැවත A ට පැමිණීමට කාලය $\frac{2u(M+km \sin^2 \alpha)}{(M+km)g}$ බව පෙන්වන්න.

(b) අඩ සිරස් කෝණය θ වූ කුහර කේතුවක ශීර්ෂය C වේ. C ඉහළින්ම හා අක්ෂ්‍යය සිරස් වන පරිදි කේතුව අවලව සවිකර ඇත. අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට A හා B සර්වසම අංශු දෙකක් අමුණා ඇත. තන්තුව C ශීර්ෂයේ ඇති කුඩා සිදුරක් තුළින් යවා A අංශුව කේතුවේ පෘෂ්ඨය මත නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයකින් තිරස්ව චාත්තයක චලනය වේ. B අංශුව කේතුව තුළ නිදහසේ එල්ලෙමින් පවතී. $CA = a$ නම්, $\omega^2 = \frac{g}{a(1+\cos \theta)}$ බව සාධනය කරන්න.

13

(a) O, A, B යනු $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ වන එකම සරල රේඛාවක් මත නොපිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ.

P හා Q යනු $2\overrightarrow{OQ} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{QP} = \frac{1}{2}\left|\frac{\underline{a}}{\underline{b}}\right|\underline{b}$ වූ ලක්ෂ්‍ය වේ. $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{PA}, \underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන්

ප්‍රකාශ කර $\underline{a} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}$, $\underline{b} = \left|\underline{b}\right|\frac{\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{PA}}{|\underline{a}|}$ බව අපෝහනය කරන්න. R යනු

$AR : RB = |\underline{a}| : |\underline{b}|$ වන සේ AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\overrightarrow{OR}$ සොයන්න. එනමින්

- i. O, P, R එක රේඛීය බවත්
- ii. $2|\overrightarrow{OP}| > |\overrightarrow{OR}|$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) A, B, C, D යනු පැත්තක දිග මීටර් a වූ සමචතුරස්‍රයක් යැයි ගනිමු. විශාලත්වය නිව්ටන් $4, 6\sqrt{2}, 8, 10, X$ හා Y වූ බල පිළිවෙළින් AD, CD, AC, BD, AB හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය OE දිගේ ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට උභයනය වේ. මෙහි O හා E යනු පිළිවෙළින් AC හා CD වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. X හා Y හි අගයයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන් $4k$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $k = 2 - \sqrt{2}$ වේ.

F යනු $0AFD$ සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. ඉහත බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන, එකක් AD ද දිගේ ද අනෙක F ලක්ෂ්‍යය හරහා ද වන, බල දෙක සොයන්න.

බල පිහිටන තලයේ $ABCD$ අතට ක්‍රියාකරන සූර්ණය නිව්ටන් මීටර් $6ka$ වන බල යුග්මයක් මුල් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි රේඛාව සොයන්න.

14.

තිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{\sqrt{3}}{4}$ වන රළු අවල තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් මත $OA = a/2$ හා $AB = a/2$ වන පරිදි O ඉහලම ලක්ෂ්‍ය ලෙස ඇතිව O, A, B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇත. P අංශු ආරම්භයේ දී A හි තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා A, B දිශාවට චලිත සමීකරණ භාවිතයෙන් P අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{ga}{2}}$ බව පෙන්වන්න. ඉන්පසු අංශුවේ චලිතය සඳහා තන්තුවේ විතනිය x

වූ විට, $\ddot{x} + \frac{4g}{a}\left(x - \frac{a}{32}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$y = x - \frac{a}{32}$ යැයි ලිවීමෙන්, $\ddot{y} + \frac{4g}{a}y = 0$ බව පෙන්වන්න. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම

$y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් α, β, ω නියත සොයන්න.

එනමින් P අංශුව යෙදෙන සරල අනුවර්ති චලිතය කේන්ද්‍රය $x = \frac{a}{32}$ විට ලැබෙන බවත්

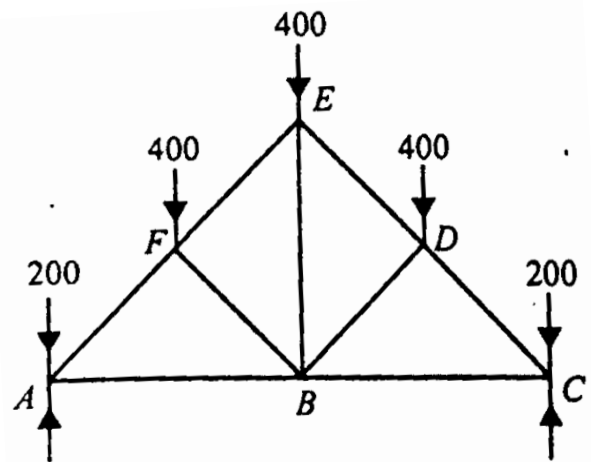
විස්තාරය $\frac{31\sqrt{a}}{32\sqrt{33}}$ බවත් පෙන්වන්න. අංශුව ළඟාවන පහළම ලක්ෂ්‍ය C නම් A සිට C දක්වා

චලිතයට P මගින් ගනු ලබන කාලය බව $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}\{4\sqrt{2} + \tan^{-1}(4\sqrt{2})\}$ පෙන්වන්න.

15.

(a) එකම දිගින් යුත් ඒකාකාර දඬු 4 ක් P Q,R,S දී සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් PQRS සමචතුරස්‍රය තනා ඇත. P සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති මෙම සැකිල්ලේ සමචතුරස්‍රාකාර හැඩය පවත්වා ගැනීමට QR හා RS දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ යා කරන සැහැල්ලු තවත් දණ්ඩක් යොදා ඇත. එක් එක් දණ්ඩේ බර w නම්, සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම $4w$ ද, R සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{5w}{2}$ බව ද පෙන්වන්න. පද්ධතිය සිරස් තලයේ සමතුලිතව පවතී.

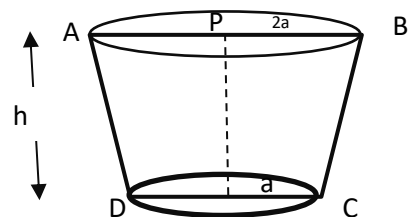
(b) සටහනෙන් නිරූපණය වන්නේ ලුහු දඬු නවයක් ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් තනනු ලැබූ රාමු සැකිල්ලකි. AB හා BC යන එක් එක් දඬු 3 m බැගින් දිගින් යුක්ත වේ. BE හි දිග 1.5 m කි. AF, FE, ED, DC දඬු දිගින් සමාන වේ. A සහ C හිදී සුමට ආධාරක දෙකක් මත තබා ඇති මෙම රාමු සැකිල්ල මත සටහනේ පරිදි භාර යොදා ඇත. සියළු බල N වලින් මනිනු ලැබේ. ප්‍රත්‍යා බල රූප සටහනක් ඇඳ AF, FE, BD, BC දඬුවල ප්‍රත්‍යා බල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග විනිශ්චය කරන්න.



16

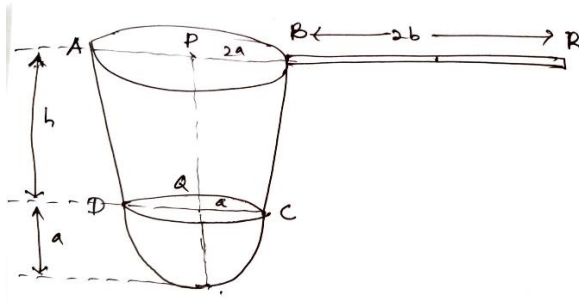
පහත රූපය මගින් නිරූපණය වන්නේ ABCD සෘජු වෘත්ත කේතුවක උස h වූ ජීන්තකයක ආකාරයේ, පෘෂ්ඨ ඝනත්වය σ වූ ඒකාකාර කුහර වස්තුවකි. එහි වෘත්තාකාර තල මුහුණත් වල විෂ්කම්භ $AB = 4a$ හා $CD = 2a$ වේ. එහි ස්කන්ධය $3\pi a k \sigma$ බවත් එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය AB මුහුණත කේන්ද්‍රයේ, P සිට $\frac{4h}{9}$ දුරකින් පිහිටන බවත්, අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

මෙහි $k = \sqrt{h^2 + a^2}$ වේ.



එම σ පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ම සහිත අරය a වූ අර්ධ ගෝලීය කබොලක්, ඉහත ජීන්තකයේ කුඩා වෘත්තාකාර CD ගැටියට දෘඩ ලෙස සවිකර භාජනයක් සාදා ඇත. මෙම භාජනයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය PQ මත P සිට $\frac{3a^2 + 6ha + 4hk}{3(3k + 2a)}$ දුරකින් පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

භාජනයේ බර $4w$ යැයිද, $h = \frac{3a}{4}$ යැයි ද, ගනිමු. දිග $2b$ හා බර w වූ සිහින් ඒකාකාර BK දණ්ඩක් මිටක් ලෙස, A, P, B හා R ලක්ෂ ඒක රේඛීය වන පරිදි, රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් භාජනයේ ගැටියට දෘඩ ලෙස සවිකර ඇත.



මීට සහිත භාජනයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට PQ සිට දුරත් PR සිට දුරත් සොයන්න. මෙම භාජනය A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ ඵල්ලා ඇති අතර මීට යටි අත් සිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{2}{19}\right)$ කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවයේ ඵල්ලෙයි. $8a = b$ බව පෙන්වන්න.

17

(a) ලාවිඩු දෙක බැගින් ඇති සර්වසම සේප්පු 3 ක් ඇත. 1 වන සේප්පුවේ එක් ලාවිඩුවක රන් කාසියක් ද අනෙක් ලාවිඩුවේ රිදී කාසියක් ද ඇත. 2 වන සේප්පුවේ එක් ලාවිඩුවක රන් කාසියක් ද අනෙක් ලාවිඩුවේ ද රන් කාසියක්ද ඇත. 3 වන සේප්පුවේ ලාවිඩු දෙකේම රිදී කාසිය බැගින් ඇත. සසම්භාවී ලෙස සේප්පුවක් තෝරාගෙන ලාවිඩුවක් ඇර එහි ඇති කාසිය ඉවතට ගනු ලැබේ. මෙසේ ඉවතට ගත් කාසිය රන් එකක් නම් අනෙක් ලාවිඩුවේ රිදී කාසියක් තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) අවුරුදු 25 - 65 අතර රෝගීන් 550 දෙනෙකු පිළිබඳ කරන ලද අධ්‍යයනයකදී සොයාගත් හෘද රෝගීන් සංඛ්‍යා පහත දැක්වේ.

වයස	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59	60 - 64
රෝගීන් ගණන	12	60	85	120	105	85	70	13

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

මෙම රෝගීන්ගෙන් 250 දෙනෙකු කාන්තාවන් විය. ඔවුන්ගේ වයසේ මධ්‍යන්‍යය 50 කි. පිරිමින්ගේ මධ්‍යන්‍යය වයස සොයන්න.