



ශ්‍රීපාලී විද්‍යාලය -හොරණ

Sripalee College

13 ශ්‍රේණිය - අවසන් වාර පරීක්ෂණය, 2021 දෙසැම්බර්
Grade 13 -Final Term Test, December 2021

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

13 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03
Three hours

විභාග අංකය/නම

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විතය.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- A කොටස
සියලු ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුර සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍යය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- B කොටස
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින්සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය-I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	මුළු එකතුව	
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

01.සියලු ධන නිඛිල n සඳහා ගණිත අනුපාත වූලධර්මය භාවිතයෙන්

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or printed text on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or printed text on the paper.

03. $\text{Arg}(z-2) = \frac{\pi}{3}$ නම් $P(z)$ චලිත් දෘක්වෙන P හි පරිභ්වක සොයන්න.

ඒ නමින් $Arg(z) = \frac{\pi}{6}$ වන විට z සොයන්න.

[illegible]

04. $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^9$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^5 හි සංගුණකය සොයන්න. තවද, මෙම ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයක් තොරවන බව පෙන්වන්න.

[illegible]

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper appears slightly aged or off-white. There is no handwriting or other markings on the page.

[illegible]

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

09. පළමු වෘත්ත පාදය තුළ කේන්ද්‍රය පිහිටන වෘත්තයක් $(0,2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී y අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් $(1,0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි නම්, වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ නම් සහ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ නම් $\tan \theta$ හි අගය සොයන්න.

ශ්‍රී පාලී විද්‍යාලය - හොරණ
SRIPALEE COLLEGE - HORANA

13 ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021 සැප්තැම්බර්
Grade 13 Final Term Test - 2021 December

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a). $f(x) = x^2 + 2ax + b$ හා $g(x) = x^2 + 2px + q$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b, p, q \in R$ හා $b \neq 1$ වේ.

i. $f(x) = 0$ හි එක් මූලයක් අනෙකෙහි වර්ගය නම්, $b(b+1) = 6ab - 8a^3$ බව පෙන්වන්න.

ii. $f(x) = 0$ ට හා $g(x) = 0$ ට පොදු මූලයක් ඇත්නම්, එම මූලය සොයන්න.

$(q-b)^2 = 4(p-a)(aq-bp)$ බව පෙන්වන්න.

(b). යනු නිශ්ශුන්‍ය නිවැරදිවත් වන අතර $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + r$ වේ. $(x-r)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම් r සොයන්න.

r ට මෙම අගය ඇති විට $f(x)$ යන්න ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$f(x) = (x-k)(2x-l)(x+2) + lx + m$ වන පරිදි k, l හා m නියත සොයන්න.

12. (a) ගැහැණු ළමයි හය දෙනෙකුගෙන් සහ පිරිමි ළමයි හය දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමක්

i. ගැහැණු ළමයි එක ළඟ සිටින සේ

ii. ගැහැණු ළමයි එක ළඟ නොසිටින සේ

ප්‍රේමීයක සිටුවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

iii. කම්බුවකට සමාජිකයින් හතර දෙනෙකු පමණක් ඇතුළත් වන පරිදි සෑදිය හැකි වෙනස් කම්බු ගණන සොයන්න.

ඒ නයින් අඩුම තරමින් ගැහැණු ළමයි දෙදෙනෙකුවත් ඇතුළත් වෙනස් කම්බු ගණන සොයන්න.

(b). $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r = \frac{r^2 + 5r + 2}{r^2(r+1)^2}$ සහ $V_r = \frac{1}{r}$ ලෙස දී ඇත.

$U_r = A(V_r - V_{r+1}) + B(V_r^2 - V_{r+1}^2)$ වන පරිදි A සහ B නියත සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් r වන පදය U_r වන ශ්‍රේණියේ මුළු පද n හි එකතුව

S_n සොයන්න.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ සොයා අභිසාරී වන බව අපෝහනය කරන්න.

13.(a). $X+Y=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ සහ $X-Y=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ වේ X නම් සොයන්න.

$X^2 - 8X + 8I$ හි අගය I ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

$\alpha X^2 + \beta XI = I$ වන සේ α, β සොයන්න. ඒ නයින්, X^{-1} සොයන්න.

(b).(i) $z = x + iy$ යැයි ගනිමු. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි, මාපාංකය $|z|$ හා ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$z\bar{z} = |z|^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x + iy = \sqrt{\frac{1+ib}{1-bi}}$ නම්, $x^2 + y^2 = 1$ බව පෙන්වන්න.

$b = 0$ විට පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

(iii) ද මූලාවර්ග ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\sqrt{3} + i$ හි මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයා ද මූලාවර්ග ප්‍රමේය භාවිතයෙන්, $(\sqrt{3} + i)^7$ හි මාපාංකය සහ විස්තාරයේ ප්‍රධාන අගය සොයන්න.

14. (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{4(x+2)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$f'(x)$ සහ $f''(x)$ ට සුපුරුදු තේරුම් ඇත. ස්පර්ශෝත්මම, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ රූප සටහනක් අඳින්න.

(b) වර්ග එළය a^2 වන තහඩුවකින් පියන රහිත සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත පෙට්ටියක් සෑදිය යුතුව ඇත. පෙට්ටියේ පතුලේ පැත්තක දිග x ද උස y ද නම් x ඇසුරින් y ප්‍රකාශ කර පෙට්ටියේ පරිමාව V යන්න,

$$V = \frac{x^2(a^2 - x^2)}{4x}$$
 මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, පරිමාව උපරිම වන පෙට්ටියේ මාන සොයා එහි උපරිම පරිමාව සොයන්න.

15. (a). $t = e^x - 1$ ආදේශය යොදා ගනිමින් $\int \frac{dx}{(e^x - 1)^2}$ අගයන්න.

(b). $\frac{x^4}{1+x^2} = ax^2 + bx + c + \frac{d}{1+x^2}$ වන පරිදි a, b, c සහ d නියත සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^3 \tan^{-1} x \, dx = \frac{1}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c). සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින් $\int_0^p f(x) dx = \int_0^p f(p-x) dx$ බව පෙන්වන්න. මෙහි p යනු නියතයකි.

ඒ නයින් $\int_0^1 \ln \left| \frac{1}{x} - 1 \right| dx = 0$ බව පෙන්වන්න.

16. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා අතර කෝණයේ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $(0, 1)$, $(4, 4)$, $\left(\frac{5}{4}, 4\right)$ වේ. AB සහ AC පාදවල සමීකරණ සොයන්න. $\hat{BAC}$ කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

AB සහ AC පාදවල දිග සොයා ඒ නයින් $\hat{BAC}$ කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකයට BC පාදය හමුවන D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $\left(\frac{77}{33}, \frac{132}{33}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙම ලක්ෂ්‍යය අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය තාප්ප කරන බව පෙන්වන්න.

$(1,0)$, $(7,8)$ ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයේ දෙකෙළවර ලෙස පිහිටන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම වෘත්තයෙන් x අක්ෂය A හි දීත් B හි දීත් ඡේදනය කරන අතර y අක්ෂය C හි දීත් D හි දීත් ඡේදනය කරයි. $AB = CD$ බව පෙන්වන්න.

A හා B හි ඇඳි ස්පර්ශක T හි දී හමු වේ. ABT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

17. (a). i. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ භාවිතයෙන් $\cot 2\theta = \frac{1-t^2}{2t}$ බව සාධනය කරන්න.
මෙහි $t = \tan \theta$ වේ.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

ii. $f(\theta) = 8\cos^2 \theta - 16\cos \theta \sin \theta - 4\sin^2 \theta$ ප්‍රකාශනය $a + b \cos(2\theta + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.
මෙහි, a හා b යනු නියත වන අතර α යනු θ වලින් ස්වායත්ත කෝණයක් වෙයි.
එමගින් $-8 \leq f(\theta) \leq 12$ බව පෙන්වන්න.

(b). සුපුරුදු අංකනයෙන්, ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. AD රේඛාවේ දිග $\frac{1}{\sqrt{11}} - 6\sqrt{3}$ වන අතර එය

A කෝණය, $\hat{CAD} = 45^\circ$ සහ $\hat{DAB} = 30^\circ$ වන පරිදි බෙදනු ලැබේ. BC හි දිග ඒකක 2 ක් වන බව පෙන්වන්න.

(c). $2\cos \theta \cos 2\theta + \sin 2\theta = 2(3\cos^3 \theta - \cos \theta)$ සමීකරණය විසඳන්න.



ශ්‍රීපාලී විද්‍යාලය - හොරණ

Sripalee College

13 ශ්‍රේණිය - අවසන් වාර පරීක්ෂණය-2021 දෙසැම්බර්

Grade 13 -Final Term Test -2021-December

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 03
Three hours

විභාග අංකය/නම

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විතය.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)

- A කොටස

සියලු ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුර සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍යය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.

- B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින්සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය-I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	මුළු එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

A කොටස

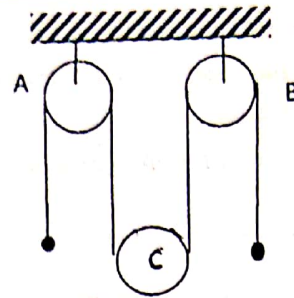
01. A හා B යනු සුමට නිරස් ඓසයක් මත තබා ඇති පිළිවෙලින් ස්කන්ධය m හා $4m$ වූ සමාන අරයන් සහිත සුමට ගෝල දෙකකි. A ගෝලය, u වේගයෙන් B දෙසට ගමන් කරමින් එම දිශාවටම λu ($0 < \lambda < 1$) වේගයෙන් ගමන් කරන B සමඟ සරලව ගැටේ. ගැටීම නිසා A ගෝලය නිශ්චලතාවයට පත්විය. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, $e = \frac{4\lambda+1}{4(1-\lambda)}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $\lambda \leq \frac{3}{8}$ බව අපෝහනය කරන්න.

02. ආරම්භක u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද වස්තුවක නිරස් පරාසය R සහ එය ගමන් කරන උපරිම උස H වේ. $u^2 = 2g \left[H + \frac{R^2}{16H} \right]$ බව පෙන්වන්න.

03. ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වන A වස්තුවක් අවිභ්‍යාස තත්ත්වයකින් අවලංගු ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා සමතුලිතව ඇත. තිරස්ව $u \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවන උණ්ඩයක් A හි වැදී භාවේ. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේ දී සංයුක්ත අංශුව වෘත්තාකාර මාර්ගයක චලිත වී ආරම්භක පිහිටීමට $h \text{ m}$ සිරස්ව ඉහළින් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්ෂණිකව නිසල වේ. $mu = (M + m)\sqrt{2gh}$ බව පෙන්වන්න. උතුරු දිගේ දිශාව m වේ.

04. ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වූ රථයක එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය $H \text{ kw}$ වේ. එය $V \text{ ms}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තිරස් මාර්ගයක ගමන් කරයි. ඉන්පසු එන්ජිම අසම්බන්ධ කර තිරිංග යොදනු ලැබේ. තිරිංග යෙදූ මොහොතේ සිට $S \text{ m}$ දුරක් දී රථය නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. නියත ප්‍රතිරෝධය ඒ අයුරින්ම පවතී නම්, තිරිංගවල මන්දන බලය $\frac{MV^3 - 2000HS}{2VS} \text{ N}$ බව පෙන්වන්න.

05. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි නමැති A, B, C නමැති සැහැල්ලු කප්පි තුනක් ඔස්සේ සැහැල්ලු තන්තුවක් ඇඳි පවතින අතර තන්තුවේ A කප්පිය ඔස්සේ ඇති කෙළවරට W_1 භාරයක් ද B කප්පිය ඔස්සේ ඇති කෙළවරට W_2 භාරයක් ද අමුණා ඇති අතර C කප්පියට W_3 භාරයක් ඇඳා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරී. තන්තුවේ ආතතිය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් තරම් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



06. තිරසර α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත ඇති W බර අංශුවක් පහළට ලිස්සා යාම වළක්වා ගැනීම සඳහා තලයට සමාන්තරව යෙදිය යුතු බලය $\frac{W}{\cos \lambda} \sin(\alpha - \lambda)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු සර්ඡණ කෝණය වේ.

[illegible]

1951

$$(i) P(A \cap B)$$

(ii) $P(A|B')$ සොයන්න.

(iii) A සහ B ස්වායත්ත වේද?

10. අසම්පූර්ණ සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක් පහත දී ඇත.

x	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
f	12	30	f_1	65	f_2	25	19

$\Sigma f = 230$ හා මධ්‍යස්ථය 46 යැයි ද දී ඇත්නම්, f_1 හා f_2 හි අගයන් සොයන්න.



ශ්‍රීපාලී විද්‍යාලය - හොරණ
Sripalee College - Horana

13 ශ්‍රේණිය - අවසන් වාර පරීක්ෂණය-2021 දෙසැම්බර්
Grade 13 -Final Term Test -2021-December

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II

කාලය පැය 03
Three hours

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

(11)(a) මෝටර් රථ ධාවන තරගයක යෙදෙන X හා Y මෝටර් රථ 2ක් පිළිවෙලින් $u, 2u$ ආරම්භක ප්‍රවේගවලින් සිය චලිතයන් ආරම්භ කරයි. රථ දෙක තරඟය නිම වන තුරු පිළිවෙලින් $2f, f$ ඒකාකාර ත්වරණ පවත්වා ගනිමින් තරඟය ජය පරාජයකින් තොරව නිම කරයි.

තරඟය අතරවාරයේ රථ දෙක අතර ඇති විය හැකි උපරිම දුර ආරම්භයේ සිට t කාලයක දී ඇතිවේ නම් X හා Y රථ දෙකෙහි චලිතයන් සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහනක් එකම රූපයක් ඇඳ එනමින්,

- $t = \frac{u}{f}$ බව පෙන්වන්න.
- තරඟය නිම කිරීමට ගතවන කාලය T නම් $T = 2t$ බව පෙන්වන්න.
- රථ දෙක ගමන් කළ දුර (ධාවන පථයේ දිග) $\frac{6u^2}{f}$ බව පෙන්වන්න.

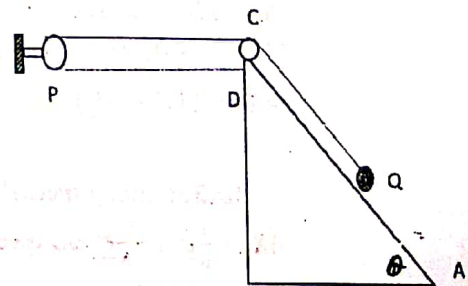
(b) D ප්‍රහාරක යාත්‍රාවක් $u \text{ kmh}^{-1}$ වේ නියත ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරයි. S නම් නැවක් $v \text{ kmh}^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරින් උතුරට α කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ යාත්‍රා කරයි. ($v \cos \alpha > u$) එක්තරා මොහොතක දී S නැව D ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට $a \text{ km}$ දුරක් දකුණින් පිහිටයි. S හා D සාපේක්ෂ චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට සාපේක්ෂව නැවේ පෙත අඳින්න.

ප්‍රහාරක යාත්‍රාව හා නැව අතර කෙටිම දුර $\frac{a(v \cos \alpha - u)}{\sqrt{v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha}} \text{ km}$ බව පෙන්වන්න.

තවද නැව හා ප්‍රහාරක යාත්‍රාව මෙම කෙටිම දුර පිහිටීමට පැමිණීමට S නැව D යාත්‍රාවට $a \text{ km}$ දුරක් දකුණින් පිහිටන මොහොතේ සිට ගතවන කාලය පැය $\frac{a v \sin \alpha}{v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha}$ බව ද පෙන්වන්න.

(12)(a) රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට M ස්කන්ධය ඇති සුමට කුඤ්ඤයක් තිරස් සුමට මේසයක් මත ඇති අතර කුඤ්ඤයේ D ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අවිතන්‍ය තන්තුවක් P අවල කප්පිය තුළින් යවා C උඩින් ගොස් අනෙක් කෙළවරෙහි m ස්කන්ධය ඇති

Q අංශුවක් ගැටගසා CA සුමට මුහුණත මත තබා සිරුවෙන් මුදා හළ විට,



(i) කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{2mg \sin \theta}{[M + (5 - 4 \cos \theta)m]}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කුඤ්ඤය හා Q අංශුව අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

(b)

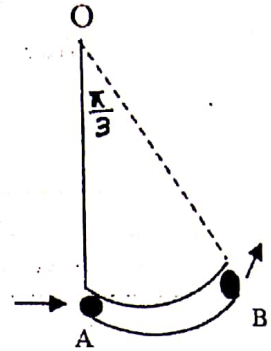
O කේන්ද්‍රය ද අරය a ද වූ, කේන්ද්‍රයේ දී $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන AB නලය OA සිරස් වන පරිදි සවිකර ඇතැයි කන්ඩය. m වූ P අංශුවක් $\sqrt{\lambda ag}$ ප්‍රවේගයෙන් බවය තුළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේබවයේ ඉහළ B කෙළවරේ දී ප්‍රවේගය V නම්, ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$$V^2 = ag(\lambda - 1) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\lambda = \frac{3}{2} \text{ ලෙස ගෙන මෙම මොහොතේ දී අංශුව හා බවය අතර ප්‍රතික්‍රියාව}$$

ලබා ගන්න.

පසුව මෙම අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වී A හා එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට පතිත වේ නම්, $AD = \frac{a}{8}(5\sqrt{3} + \sqrt{11})$ පෙන්වන්න.



- (13) ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M හා m වන A හා B අංශු දෙකක් ඇඳා තන්තුව ඇඳී පවතින සේ රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලව තබා ඇත. මේසය හා එක් එක් අංශුව අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. B අංශුවට A ගෙන් ඉවතට මේසය දිගේ $\sqrt{ag}$ ප්‍රවේගයක් ලබා දුන් විට, A අංශුව නිසලව පවතී යැයි උපකල්පනය කර, තන්තුවේ විතනිය x වන විට B අංශුවේ චලිතය, $\ddot{x} = -\frac{2g}{a}\left(x + \frac{a}{4}\right)$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණයට $x + \frac{a}{4} = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් පවතී යැයි උපකල්පනය කර, α , β හා ω සොයන්න.

එමගින්, තන්තුවේ උපරිම විතනිය $\frac{a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$M \geq 2m$ වන බව ද පෙන්වන්න.

B අංශුවේ ආපසු චලිතය $\ddot{y} = -\frac{2g}{a}\left(y - \frac{a}{4}\right)$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු තන්තුවේ විතනියයි.

මෙම සමීකරණයේ විසඳුම $y = \frac{a}{4}\left(1 + \cos \sqrt{\frac{2g}{a}}t\right)$ යැයි උපකල්පනය කර,

$\left[\pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right] \sqrt{\frac{a}{2g}}$ කාලයකට පසු B අංශුව ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණ නියත වශයෙන්ම නිසලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.

- (14) (a) $ABCD$ ත්‍රිපිඩයමේ $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{AB} = \underline{b}$ හා $\overrightarrow{AD} = \underline{d}$ වේ. E ලක්ෂ්‍ය BC මත $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ වනසේ පිහිටයි.

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\underline{d} + \frac{5}{9}\underline{b} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

AC හා DE රේඛාවල පේදන ලක්ෂ්‍යය X , $\overrightarrow{AX} = \lambda \overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{DX} = \mu \overrightarrow{DE}$ වන පරිදි පවතී මෙහි λ ($1 > \lambda > 0$) හා μ ($1 > \mu > 0$) හා වනසේ නියත දෙකකි.

$$\overrightarrow{AX} = \lambda\left(\underline{d} + \frac{1}{3}\underline{b}\right) \text{ සහ } \overrightarrow{AX} = \lambda\left(1 - \frac{\mu}{3}\right)\underline{d} + \frac{5\mu}{9}\underline{b} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

එනමින් λ හා μ අගයන් සොයන්න.

$$\overrightarrow{AX} = \frac{5}{6}\underline{d} + \frac{5}{18}\underline{b} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

(b) $ABCDEF$ සවිධි ඡේදයේ පාදයක දිග 2 m ක් වේ. නිව්ටන් $8, 2, 4, 4, 6$, හා 8 විශාලත්ව සහිත බල හයක් පිළිවෙලින් AB, CB, DC, DE, FE හා AF අක්ෂරවලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි. සමප්‍රසූත්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාව, කැපෙන ලක්ෂ්‍යය ද සොයන්න.

(i) A හරහා යන P බලයක් එම බල පද්ධතියට එකතු කළ විට එය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. P බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. එම බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව ද සොයන්න.

(ii) මුල් බල පද්ධතිය CBA අතට ක්‍රියාකරන $18\sqrt{3}\text{ Nm}$ බල යුග්මයකට තුල්‍ය කිරීමට නම් එකතු කළ යුතු තනි බලයේ විශාලත්වයන් දිශාවන් එය AB කැපෙන ලක්ෂ්‍යයන් සොයන්න.

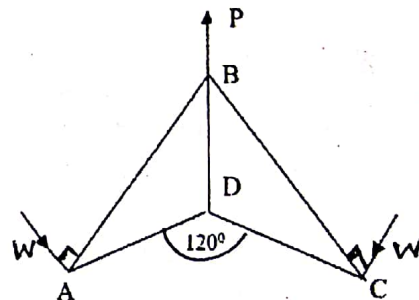
(15) (a) එක එකක බර W බැගින් වූ ද දිග $2a$ වූ AB, BC, CD හා DE ඒකාකාර දඬු හතරක් ඒවායේ B, C හා D කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. $\angle BCD = 2\theta$ වන පරිදි ද AB සිරසට α කෝණයකින් ආනත වන පරිදි ද AB හා ED හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන F හා G හි දී සුමට සැහැල්ලු දණ්ඩකින් සම්බන්ධ කර A හා E කෙළවරවල් එකම තිරස් රේඛාවක් මත වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සවිකර AE ට පහළින් C පිහිටන සේ සමතුලිතව තබා ඇත මෙහි $AE < FG < BD$ වේ.
 B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, FG දණ්ඩේ තෙරපුම $W(3\tan\alpha + \tan\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(b) සැහැල්ලු දඬු පහක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් සාදන ලද රවු සැකිල්ලක් රූප සටහනේ දැක්වේ. සැකිල්ල BD දණ්ඩ වටා සමමිතික වේ. A හා C හිදී AB සහ BC දඬුවලට ලම්භකව W බැගින් වූ භාර දෙකක් යොදා ඇත. AD, BD සහ CD දඬු එක සමාන දිගින් යුක්තය.

P හි අගය සොයන්න.

සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාවල සටහනක් ඇඳීමෙන් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාවලය සොයන්න.

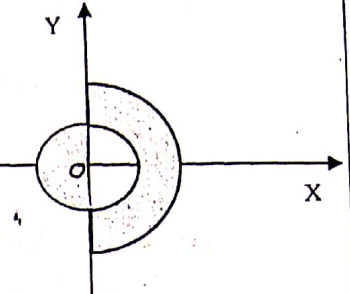
ඒවා ආතති ද තෙරපුම ද යන්න නිර්ණය කරන්න.



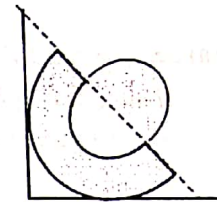
(16) කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද ස්කන්ධය m වන ඒකාකාර සන. අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඉහත සන අර්ධ ගෝලයෙන් $\lambda a (\lambda < 1)$ අරය සහිත O කේන්ද්‍රය වූ සන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කිරීමෙන් ඉතිරි වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට දුර $\frac{3a(1+\lambda^2)(1+\lambda)}{8(1+\lambda+\lambda^2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඉවත් කරන සන අර්ධ ගෝලීය කොටස රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ඉතිරි කොටස සමඟ සම්බන්ධ කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක් සාදනු ලැබේ. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට දුර සොයන්න.



සංයුක්ත වස්තුවේ විශාල අර්ධ ගෝලීය කොටසේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක් හා සුමට සිරස් බිත්තියකට ලම්භක සිරස් තලයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා ඇත. මෙම වස්තුව මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කර, මෙම සමතුලිත පිහිටුම සඳහා $\lambda < \frac{1}{\sqrt{2}}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



(17) (a) වෛද්‍ය මධ්‍යස්ථානයකට දුරකතනයෙන් අමතන අයගෙන් 60% කට එම මොහොතේ වෛද්‍යවරයා හමුවීමට අවස්ථාව ලැබේ. අනෙක් අයගේ දුරකථන අංක ලියාගෙන පසුව අමතනු ලැබේ ඔවුන්ගෙන් 75% කට එම දිනයේම වෛද්‍යවරයා හමුවීමට අවස්ථාවක් ලබාදෙන අතර අනෙක් 25%ට පසු දින වෛද්‍යවරයා හමුවීමට අවස්ථාව ලැබේ. ඒ අයගෙන් එවලේම වෛද්‍යවරයා හමුවීමට ඇත්ත වශයෙන්ම පැමිණෙන අයගේ සම්භාවිතාව 0.8 වේ. එම දිනයේ වෙන අවස්ථාවක හා පසුදිනයේ ඇත්ත වශයෙන්ම වෛද්‍යවරයා හමුවීමට පැමිණෙන අයගේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් 0.6 ක් හා 0.4 ක් බව කලින් ඇති අත්දැකීම්වලට අනුව දැනී.

(i) මෙසේ අවස්ථාවක් ලබාගත් රෝගියෙක් රෝහලට ඇත්ත වශයෙන්ම වෛද්‍යවරයා හමුවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) වෛද්‍යවරයා හමුවීමට රෝගියෙක් රෝහලට පැමිණෙන්නේ නම් ඔහු ඊට කලින් දින වේලාවක් ලබාගත් අයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ යන දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ හා සම්මත අපගමනය σ_x අර්ථ දක්වන්න.

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ සඳහා $y_i = ax_i + b$ ලෙස x_i දත්ත y_i ලෙස පරිමාංකනය කරනු ලැබේ.

එවිට එම දත්තවල මධ්‍යන්‍යය $\bar{y}$ හා සම්මත අපගමනය σ_y ලෙස ගනිමු.

$\bar{y} = a\bar{x} + b$ හා $\sigma_y = |a|\sigma_x$ බව පෙන්වන්න.

එක්තරා පාසලක 11 ශ්‍රේණිය වාර පරීක්ෂණයකදී ගණිතය විෂය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 60 ක් වේ. මෙම ලකුණු මධ්‍යන්‍යය 75 වන ලෙස පරිමාංකනය කළ යුතුව ඇත. පරිමාණගත ලකුණු 91 ක් වූ සිසුවෙකුගේ මුල් ලකුණ 72 ක් වේ. මෙම ලකුණු සඳහා,

(i) රේඛීය පරිමාණය සොයන්න.

(ii) මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය 12 ක් නම්, පරිමාණගත සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(iii) සිසුවෙකු ලබාගත් මුල් ලකුණ t ඉහත පරිමාණගත කිරීමෙන් 79 ට වැඩි නොවේ නම් $t \leq 63$ බව පත්වන්න.
