

க.பொ.த (சா.தர)ப் பரீட்சை – 2021 (2022)

07 – கணிதம் I

புள்ளி வழங்கும் திட்டம்

பத்திரம் II

$$\text{Part A} = 10 \times 25 = 250$$

$$\text{Part B} = 05 \times 150 = 750$$

$$\text{மொத்தம்} = \frac{1000}{10}$$

$$\text{மொத்தப் புள்ளிகள்} = 100$$

விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடல் - பொது நுட்ப முறைகள்

விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடும் போதும், புள்ளிப்பட்டியலில் புள்ளிகளைப் பதியும் போதும் ஓர் அங்கீகரிக்கப்பட்ட முறையைக் கடைப்பிடித்தல் கட்டாயமானதாகும். அதன்பொருட்டு பின்வரும் முறையில் செயற்படுதல்.

1. விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடுவதற்கு சிவப்பு நிற குமிழ்முனை பேனாவை பயன்படுத்தவும்.
2. சகல விடைத்தாள்களினதும் முதற்பக்கத்தில் உதவிப் பரீட்சகரின் குறியீட்டெண்ணைக் குறிப்பிடவும். இலக்கங்கள் எழுதும்போது தெளிவான இலக்கத்தில் எழுதவும்.
3. இலக்கங்களை எழுதும்போது பிழைகள் ஏற்பட்டால் அவற்றைத் தனிக்கோட்டினால் கீறிவிட்டு, மீண்டும் பக்கத்தில் சரியாக எழுதி, சிற்றொப்பத்தை இடவும்.
4. ஒவ்வொரு வினாவினதும் உபபகுதிகளின் விடைகளுக்காக பெற்றுக்கொண்ட புள்ளியை பதியும் போது அந்த வினாப்பகுதிகளின் இறுதியில் $\triangle$ இன் உள் பதியவும். இறுதிப் புள்ளியை வினா இலக்கத்துடன் $\square$ இன் உள் பின்னமாகப் பதியவும். புள்ளிகளைப் பதிவதற்கு பரீட்சகர்களுக்காக ஒதுக்கப்பட்ட நிரலை உபயோகிக்கவும்.

உதாரணம் - வினா இல 03

(i) ✓ 

.....

.....

(ii) ✓ 

.....

.....

(iii) ✓ 

.....

.....

(03) (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\frac{10}{15}$

பல்தேர்வு விடைத்தாள் (துளைத்தாள்)

1. க.பொ.த.உ. தர) மற்றும் தகவல் தொழிநுட்பப் பரீட்சைக்கான துளைத்தாள் திணைக்களத்தால் வழங்கப்படும். சரியாக துளையிட்டு அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாள் தங்களுக்கு கிடைக்கப்பெறும். அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாளைப் பயன்படுத்துவது பரீட்சகரின் கடமையாகும்.
2. அதன் பின்னர் விடைத்தாளை நன்கு பரிசீலித்துப் பார்க்கவும். ஏதாவது வினாவுக்கு, ஒரு விடைக்கும் அதிகமாக குறியிட்டிருந்தாலோ, ஒரு விடைக்காவது குறியிடப்படாமலிருந்தாலோ தெரிவுகளை வெட்டிவிடக் கூடியதாக கோடொன்றைக் கீறவும். சில வேளைகளில் பரீட்சார்த்தி முன்னர் குறிப்பிட்ட விடையை அழித்துவிட்டு வேறு விடைக்குக் குறியிட்டிருக்க முடியும். அவ்வாறு அழித்துள்ள போது நன்கு அழிக்காது விட்டிருந்தால், அவ்வாறு அழிக்கப்பட்ட தெரிவின் மீதும் கோடிலும்.
3. துளைத்தாளை விடைத்தாளின் மீது சரியாக வைக்கவும். சரியான விடையை ✓ அடையாளத்தாலும் பிழையான விடையை O அடையாளத்தாலும் இறுதி நிரலில் அடையாளமிடவும். சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை அவ்வவ் தெரிவுகளின் இறுதி நிரையின் கீழ் அத்துடன் அவற்றை கூட்டி சரியான புள்ளியை உரிய கட்டத்தில் எழுதவும்.

கட்டமைப்பு கட்டுரை விடைத்தாள்கள்

1. பரீட்சார்த்திகளால் விடைத்தாளில் வெறுமையாக விடப்பட்டுள்ள இடங்களையும், பக்கங்களையும் குறுக்குக் கோடிட்டு வெட்டிவிடவும். பிழையான பொருத்தமற்ற விடைகளுக்குக் கீழ் கோடிடவும். புள்ளி வழங்கக்கூடிய இடங்களில் ✓ அடையாளமிட்டு அதனைக் காட்டவும்.
2. புள்ளிகளை ஓவலண்ட் கடதாசியின் இடது பக்கத்தில் குறிக்கவும்.
3. சகல வினாக்களுக்கும் கொடுத்த முழுப் புள்ளியை விடைத்தாளின் முன் பக்கத்திலுள்ள பொருத்தமான பெட்டியினுள் வினா இலக்கத்திற்கு நேராக 2 இலக்கங்களில் புதியவும். வினாத்தாளில் உள்ள அறிவுறுத்தலின் படி வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்படல் வேண்டும். எல்லா வினாக்களினதும் புள்ளிகளும் முதல் பக்கத்தில் புதியப்பட்ட பின் விடைத்தாளில் மேலதிகமாக எழுதப்பட்டிருக்கும் விடைகளின் புள்ளிகளில் குறைவான புள்ளிகளை வெட்டி விடவும்.
4. மொத்த புள்ளிகளை கவனமாக கூட்டி முன் பக்கத்தில் உரிய கூட்டில் புதியவும். விடைத்தாளில் வழங்கப்பட்டுள்ள விடைகளுக்கான புள்ளியை மீண்டும் பரிசீலித்த பின் முன்னால் புதியவும். ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் வழங்கப்படும் புள்ளிகளை உரிய விதத்தில் எழுதுவும்.

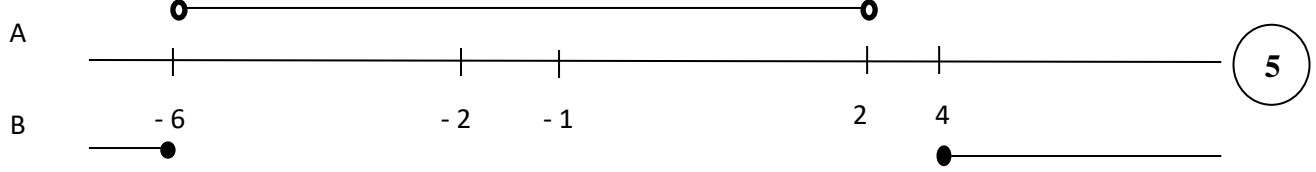
புள்ளிப்பட்டியல் தயாரித்தல்

இம்முறை சகல பாடங்களுக்குமான இறுதிப்புள்ளி குழுவின் கணிப்பிடப்படமாட்டாது. இது தவிர ஒவ்வொரு வினாப் பத்திரத்துக்குமான இறுதிப்புள்ளி தனித்தனியாக புள்ளிப்பட்டியலில் புதியப்பட வேண்டும். பத்திரம் I ற்கான பஸ்தேர்வு வினாப்பத்திரம் மட்டும் இருப்பின் புள்ளிகள் இலக்கத்திலும் எழுத்திலும் புதியப்பட வேண்டும்.

o o o

Part A

1. $A = \{x \in \mathbb{R} : |x + 2| < 4\}$ எனவும் $B = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 5\}$ எனவும் கொள்வோம். $A \cap B, A \cap B', A' \cup B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.



$$A \cap B = \emptyset$$

5

$$A \cap B' = \{x \in \mathbb{R} : -6 < x < 2\}$$

5

$$A' \cup B = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x \leq -6\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < \infty\}$$

10

25

2. A, B ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். $A \cup (A \cup B) = A \cup B$ எனக் காட்டுக.

$A \cup B, (A \cup B)'$ ஆகிய தொடைகளை இரு வென் வரிப்படங்களில் வேறுவேறாக வகைகுறிக்க.

$$A \cup (A \cup B)' = A \cup (A' \cap B) \text{ [தமோகனின் விதி]}$$

5

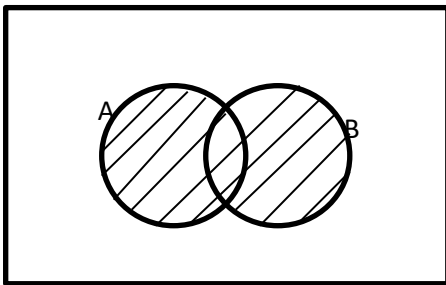
$$= (A \cup A') \cap (A \cup B) \text{ [பரம்பல் விதி]}$$

5

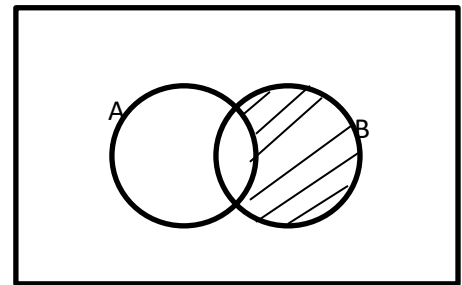
$$= S \cap (A \cup B)$$

$$= A \cup B$$

5

 $A \cup B$

5

 $(A \cup B)'$

5

25

3. கூட்டு எடுப்பு $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ உம் கூட்டு எடுப்பு $(\sim p \vee q) \vee r$ உம் தருக்கரீதியாகச் சமவலுவள்ளனவெனக் காட்டுக.

p	q	r	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$	$\sim p \vee q$	$(\sim p \vee q) \vee r$
T	T	T	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T
T	T	F	F	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	F	F	F	T	T	T

5

5

5

5

5

உண்மைப் பெறுமானங்கள் நிரல் 5 உம் நிரல் 7 உம் ஒன்றாகும்.

$\therefore (p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ உம் $(\sim p \vee q) \vee r$ உம் தர்க்க ரீதியாக சமவலுவள்ளன.

25

4. $m, n \in \mathbb{Z}$ எனக் கொள்வோம். எதிர்மறுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி, $m(n^2 + 2n)$ ஒற்றையெனின், m, n ஆகிய இரண்டும் ஒற்றையென நிறுவுக.

$m, n \in \mathbb{Z}$ ஆக.

$m(n^2 + 2n)$ ஒற்றை எனின் m அல்லது n ஒற்றையன்று.

5

$\therefore m$ அல்லது n இரட்டையாகும்.

(முறை) (i) m இரட்டை.

$m(n^2 + 2n)$ இரட்டையாகும்.

5

(முறை) (ii) n இரட்டை.

$n = 2k, \quad k \in \mathbb{Z}.$

எனவே,

$$m(n^2 + 2n) = m(4k^2 + 4k)$$

$$= 2m(2k^2 + 2k)$$

5

$\in \mathbb{Z}$

$\therefore m(n^2 + 2n)$ இரட்டையாகும்.

இரு முறைகளாலும் தரவுக்கு முரணாகும்.

$\therefore$ ஆகவே $m(n^2 + 2n)$ ஒற்றையாயின், m உம் n உம் ஒற்றையாகும். (5)

25

5. அடி மாற்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, $\log_{x^2} 4 = \frac{1}{2} \log_x 4$ எனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து, x இற்குச் சமன்பாடு $\log_x 4 + \log_{x^2} 4 = 3$ ஐத் தீர்க்க.

$$\begin{aligned} \log_{x^2} 4 &= \frac{\log_x 4}{\log_x x^2} \quad (5) \\ &= \frac{\log_x 4}{2 \log_x x} \\ &= \frac{1}{2} \log_x 4 \quad ; \quad (5) \because \log_x x = 1 \end{aligned}$$

இங்கு x நேராகும்.

தற்போது,

$$\begin{aligned} \log_x 4 + \log_{x^2} 4 &= 3 \\ \Rightarrow \log_x 4 + \frac{1}{2} \log_x 4 &= 3 \quad (5) \\ \Rightarrow 2 \log_x 4 + \log_x 4 &= 6 \\ \Rightarrow 3 \log_x 4 &= 6 \quad (5) \\ \Rightarrow \log_x 4 &= 2 \\ \Rightarrow x^2 &= 4 \\ \Rightarrow x &= 2 (\because x > 0) \end{aligned}$$

($x = 2$ ஐ மட்டும் தரப்பட்ட சமன்பாடு திருப்தியாக்கும்)

25

6. சமனிலி $\frac{x-6}{2-x} \leq x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

$$\begin{aligned}\frac{x-6}{2-x} &\leq x \\ \Leftrightarrow \frac{x-6-2x+x^2}{2-x} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-x-6}{2-x} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(2-x)} &\leq 0\end{aligned}$$

5

	$-\infty < x < -2$	$-2 < x < 2$	$2 < x < 3$	$3 < x < \infty$
குறி $\frac{(x-3)(x+2)}{(2-x)}$	(+)	(-)	(+)	(-)

15

= 0

வரையறுக்கப்படாதது

= 0

∴ ஆகவே விடைகள்

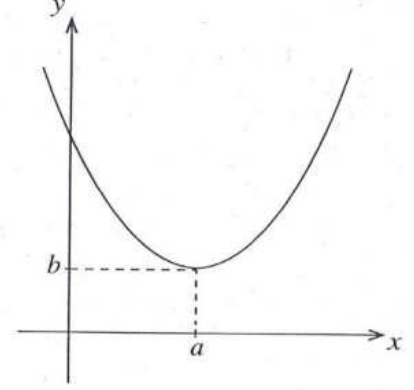
$$-2 \leq x < 2 \text{ or } x \geq 3.$$

5

$$\begin{aligned}\text{விடைக்குரிய தொடை} &= \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 2\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\} \\ &= [-2, 2) \cup [3, \infty).\end{aligned}$$

25

7. $f(x) = 2(x-2)^2 + 3$ இன் வரைபு வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் f இன் விச்சையும் எழுதுக.
 $x \leq k$ மீது f இற்கு ஒரு நேர்மாறு சார்பு இருக்குமாறு k இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தைக் குறிப்பிடுக.
 k இன் இப்பெறுமானத்திற்கு $f^{-1}(x)$ ஐக் காண்க.



$$f(x) = 2(x-2)^2 + 3$$

$$a = 2 \text{ உம் } b = 3 \text{ உம் ஆகும். } \textcircled{5}$$

$$f \text{ இன் விச்சு } y \geq 3. \textcircled{5}$$

$$\text{மிகப் பெரிய பெறுமானம் } k = 2 \text{ ஆகும். } \textcircled{5}$$

நேர் மாறு சார்பு $y = 2(x-2)^2 + 3$ என எழுதலாம். x உம் y உம் மாற்றப்படும் போது;

$$x = 2(y-2)^2 + 3; \text{ இங்கு } x \geq 3 \text{ உம் } y \leq 2 \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{தரப்பட்ட சமன்பாடு } (y-2)^2 = \frac{x-3}{2}$$

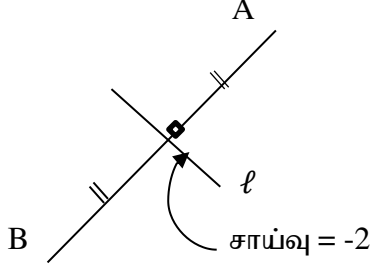
$$y-2 = \pm \sqrt{\frac{x-3}{2}}. \textcircled{5}$$

$$\therefore y = -\sqrt{\frac{x-3}{2}} + 2 \text{ (இங்கு } y \leq 2).$$

$$\therefore f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{x-3}{2}} + 2. \textcircled{5}$$



8. $A \equiv (3, 6)$ எனவும் $B \equiv (-5, 2)$ எனவும் கொள்வோம். AB இன் செங்குத்து இருகூறாக்கி l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.
உற்பத்தியிலிருந்துள்ள தூரம் 1 அலகாக இருக்கத்தக்கதாக l மீது உள்ள புள்ளிகளின் x -ஆள்கூறுகளைக் காண்க.



$$P \equiv \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{2+6}{2} \right)$$

$$P \equiv (-1, 4) \quad (5)$$

l இன் சமன்பாடு:

$$\frac{y-4}{x+1} = -2$$

$$\therefore y = -2x + 2 \quad (5)$$

புள்ளி $C \equiv (\alpha, \beta)$ என்க. எனின் $\beta = -2\alpha + 2$.

இங்கு $OC^2 = 1$, ஆக

$$(\alpha - 0)^2 + (\beta - 0)^2 = 1. \quad (5)$$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha^2 - 8\alpha + 4 = 1$$

$$5\alpha^2 - 8\alpha + 3 = 0 \text{ ஆகும்}$$

$$(5\alpha - 3)(\alpha - 1) = 0.$$

$$\therefore \alpha = \frac{3}{5} \text{ அல்லது } \alpha = 1. \quad (5)$$

9. ஒரு கோள பலான் விரிகின்றது. நேரம் t செக்கனில் அதன் ஆரை r cm ஆகும். அதன் கனவளவு ஒரு மாறா வீதம் $2 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ இல் அதிகரிக்கின்றது. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi r^2}$ எனக் காட்டுக.
 $r = 8$ ஆக இருக்கும்போது பலானின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு வீதம் $0.5 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ இல் அதிகரிக்கின்றது எனவும் காட்டுக.

நேரம் t இல் கனவளவு $V \text{ cm}^3$ ஆக.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ஆகும்.}$$

$$\therefore \frac{dv}{dr} = \frac{4}{3} \pi \cdot 3r^2 = 4\pi r^2. \quad (5)$$

$$\frac{dv}{dt} = 2 \text{ என தரப்பட்டுள்ளது.}$$

தற்போது,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} \text{ (சங்கிலி விதி)} \quad (5)$$

$$\therefore 2 = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}.$$

$$\therefore \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi r^2}. \quad (5)$$

நேரம் t இல் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $S \text{ cm}^2$ ஆக.

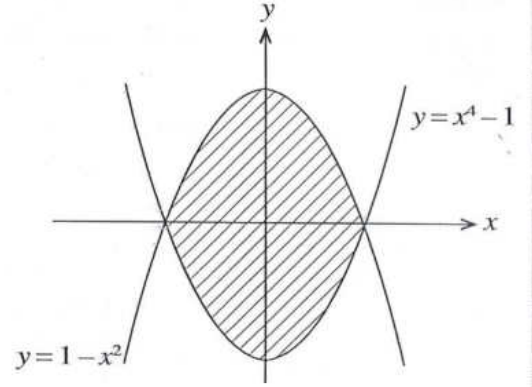
$$S = 4\pi r^2 \text{ ஆகும்.}$$

$$\therefore \frac{ds}{dr} = 8\pi r \quad (5)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} \text{ (சங்கிலி விதி)}$$

$$\left. \frac{ds}{dt} \right|_{r=8} = 8\pi r \times \left. \frac{1}{2\pi r^2} \right|_{r=8} = \frac{4}{8} = 0.5 \quad (5)$$

10. $y = x^4 - 1$, $y = 1 - x^2$ ஆகிய வளைவிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



வெட்டும் புள்ளியின் x ஆள்கூறு,

$$x^4 - 1 = 1 - x^2$$

$$\text{i.e. } x^4 + x^2 - 2 = 0$$

$$\therefore (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0$$

$$> 0$$

$$\therefore (x^2 - 1) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1 \quad (5)$$

நிழற்றிய பரப்பளவு

$$= \int_{-1}^1 \{(1 - x^2) - (x^4 - 1)\} dx \quad (10)$$

$$= \int_{-1}^1 (2 - x^2 - x^4) dx$$

$$= \left(2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 \quad (5)$$

$$= \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) - \left(-2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{44}{15} \text{ சதுர அலகு. } (5)$$

Part B

11. (a) ஒரு விளையாட்டுக் கழகத்திற் சேர்வதற்கு விளையாட்டு வீரர் இரு உடல் தகுதிச் சோதனைகளில் தேறுதல் வேண்டும். 120 விளையாட்டு வீரர்கள் இவ்விரு தகுதிச் சோதனைகளையும் எதிர்நோக்கினர். முதற் சோதனையில் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை இரு சோதனைகளிலும் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையின் மூம்மடங்காக இருக்கும் அதே வேளை இரண்டாம் சோதனையில் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை இரு சோதனைகளிலும் தவறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்காகும். ஒரு சோதனையில் மாத்திரம் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை 75 ஆகும்.
- (i) இரு சோதனைகளிலும் தவறிய
(ii) இரு சோதனைகளிலும் தேறிய
(iii) முதற் சோதனையில் தேறிய
விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

- (a) A,B ஆகிய விளையாட்டு வீரர்கள் 1^{ம்} சோதனையிலும் 2^{ம்} சோதனையிலும் தேறியிருப்பின்

$$N(A) = 3N(A \cap B) = 3x, \text{ இங்கு } x = N(A \cap B).$$

$$N(B) = 2[120 - N(A \cup B)] \\ = 2[120 - y], \text{ இங்கு } y = N(A \cup B).$$

அத்துடன்,

$$N[(A \cup B) \setminus (A \cap B)] = 75. \text{ ஆக}$$

$$\therefore y - x = 75 \text{ — ①}$$

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B), \text{ ஆக}$$

$$y = 3x + 2(120 - y) - x.$$

$$\therefore 3y - 2x = 240 \text{ — ②}$$

$$\text{①, ② இருந்து } x = 15 \text{ உம் } y = 90. \text{ உம் ஆகும்.}$$

$$\therefore N(A) = 45 \text{ உம் } N(B) = 2(120 - 90) = 60. \text{ உம் ஆகும்.}$$

$$(i) \text{ Answer} = 120 - N(A \cup B)$$

$$= 120 - y$$

$$= 30$$

$$(ii) \text{ விடை} = 15$$

$$(iii) \text{ விடை} = 45$$

(b) மெய்நிலை அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கூட்டு எடுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் புனருத்தியா, எதிர்மறுப்பா எனத் துணிக.

(i) $\sim(p \rightarrow q) \vee (\sim p \vee (p \wedge q))$

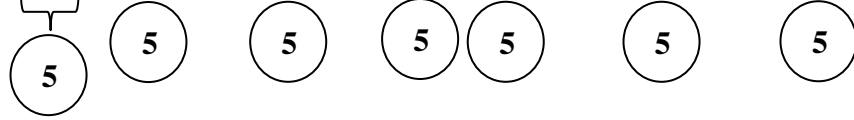
(ii) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \wedge \sim r)$

(b) (i)

(a)

(b)

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \vee (p \wedge q)$	$a \vee b$
T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	F	T	T

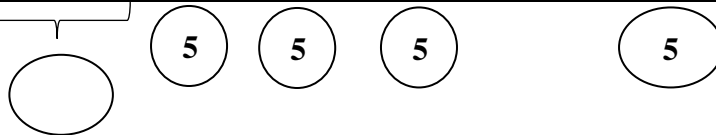


$\therefore a \vee b$ ஆனது புனருத்தியாகும்.

35

(ii)

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \wedge \sim r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \wedge \sim r)$
T	T	T	T	T	F	F
T	T	F	T	F	T	F
T	F	T	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	T	T	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F
F	F	F	T	T	F	F



$\therefore (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \wedge \sim r)$ ஆனது எதிர்மறுப்பாகும்.

5

35

12. (a) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^n (6r^2 + 1) = n(2n^2 + 3n + 2) \text{ என நிறுவுக.}$$

a)

$$n = 1, = 6 + 1 = 7 \quad \text{ஆக}$$

$$\text{இ.ப.கோ} = 1 \cdot (2 + 3 + 2) = 7$$

$\therefore$ ஆக முடிவு உண்மையாகும். $n = 1$.

5

5

n இன் ஏதாவதொரு நேர் முழு $n = k$. இற்கு உண்மை எனின்

$$\text{i.e. } \sum_{r=1}^k (6r^2 + 1) = k(2k^2 + 3k + 2).$$

10

$$\text{தற்போது } \sum_{r=1}^{k+1} (6r^2 + 1) = \sum_{r=1}^k (6r^2 + 1) + \{6(k+1)^2 + 1\}$$

10

$$= k(2k^2 + 3k + 2) + 6(k+1)^2 + 1$$

5

$$= 2k^3 + 3k^2 + 2k + 1 + 6(k+1)^2$$

$$= (k+1)(2k^2 + k + 1) + 6(k+1)^2$$

$$= (k+1)\{2k^2 + k + 1 + 6k + 6\}$$

5

$$= (k+1)\{2(k^2 + 2k + 1) + 3(k+1) + 2\}$$

$$= (k+1)\{2(k+1)^2 + 3(k+1) + 2\}$$

10

$n = k$ இற்கு முடிவு உண்மையாயின் இற்கு முடிவு உண்மையாகும். $n = k + 1$.

$n = 1$. இற்கு முடிவு உண்மை என நிறுவப்பட்டது.

கணித தொகுத்தறி முறையால் முடிவு உண்மையாகும். $n \in \mathbb{Z}^+$ ஆகும் போது

5

55

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{3}{(3r-1)(3r+2)}$ எனக் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{1}{3r-1} - \frac{1}{3r+2}$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_{r+1} = \frac{1}{5}$ என உய்த்தறிக.

b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3r-1} - \frac{1}{3r+2} &= \frac{(3r+2) - (3r-1)}{(3r-1)(3r+2)} \quad (10) \\ &= \frac{3}{(3r-1)(3r+2)} \quad (5) \\ &= U_r \end{aligned}$$

$$\therefore U_r = \frac{1}{3r-1} - \frac{1}{3r+2} \quad (5)$$

20

$$r = 1 ;$$

$$U_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \quad (10)$$

$$r = 2 ;$$

$$U_2 = \frac{1}{5} - \frac{1}{8}$$

:

:

$$r = n-1 ;$$

$$U_{n-1} = \frac{1}{3n-4} - \frac{1}{3n-1} \quad (10)$$

$$r = n ;$$

$$U_n = \frac{1}{3n+1} - \frac{1}{3n+4}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} \quad (10)$$

30

$$\textcircled{5} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} \right) \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{2} \textcircled{5}$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்கும் கூட்டுத்தொகை $= \frac{1}{2}$ உம் ஆகும். $\textcircled{5}$

$$\textcircled{5}$$

25

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_{r+1} = \sum_{r=1}^{\infty} U_r - U_1 \textcircled{10}$$

$$= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{5} \textcircled{5}$$

20

13. (a) $k \left(\neq -\frac{1}{2} \right)$ ஒரு மெய்யம் மாறிலியெனக் கொள்வோம்.

இருபடிச் சமன்பாடு $(2k+1)x^2 - 2x - k = 0$ இற்கு வேறுவேறான மெய்யம் மூலங்கள் உண்டெனக் காட்டுக.

$p = 2\alpha + \beta$ எனவும் $q = \alpha + 2\beta$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு α, β ஆகியன மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

$p+q, pq$ ஆகியவற்றை k இல் எடுத்துரைத்து, p, q ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(a.) தன்மை காட்டி $\Delta = (-2)^2 - 4(2k+1)(-k)$

5

$$= 4 + 8k^2 + 4k$$

$$= 8 \left(k^2 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2} \right)$$

5

$$= 8 \left\{ \left(k + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{16} \right\}$$

$$= 8 \left\{ \left(k + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{16} \right\}$$

5

$$> 0$$

5

$\therefore$ இருபடிச் சமன்பாடானது வேறு வேறான மூலகங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

5

25

$\alpha + \beta = \frac{2}{(2k+1)}$ 5 உம் $\alpha\beta = -\frac{k}{(2k+1)}$ 5 உம் ஆகும்.

Then $p + q = (2\alpha + \beta) + (\alpha + 2\beta)$

$$= 3(\alpha + \beta)$$

5

$$= \frac{6}{(2k+1)}$$

5

$$pq = (2\alpha + \beta)(\alpha + 2\beta)$$

$$= 2\alpha^2 + 5\alpha\beta + 2\beta^2$$

5

$$\left(\begin{matrix} 2 & 2 \end{matrix} \right)$$

$$= 2(\alpha + \beta)^2 + \alpha\beta$$

5

$$= 2 \cdot \frac{4}{(2k+1)^2} - \frac{k}{(2k+1)}$$

5

$$= \frac{1}{(2k+1)^2} (8 - 2k^2 - k)$$

5

எனவே இருபடிச் சமன்பாடானது

$$(x - p)(x - q) = 0. \quad \text{ஆகும்} \quad (5)$$

$$\text{i.e. } x^2 - (p + q)x + pq = 0 \quad (5)$$

$$\text{i.e. } x^2 - \frac{6}{(2k+1)}x + \frac{1}{(2k+1)^2}(8 - k - 2k^2) = 0 \quad (5)$$

$$\text{i.e. } (2k + 1)^2 x^2 - 6(2k + 1)x + (8 - k - 2k^2) = 0 \quad (5)$$

60

(b) $p(x) = x^4 + 5x + a$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a ஒரு மெய்யம் மாறிலி.

$p(x)$ ஆனது $x^2 - x + 3$ இனால் வகுக்கப்படுமெனின், a இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு $p(x)$ ஐ முழுமையாகக் காரணிப்படுத்துக.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $p(x) = 0$ இன் எல்லா மெய்யம் மூலங்களையும் காண்க.

$$(b.) x^4 + 5x + a = (x^2 - x + 3)(x^2 + bx + c), \quad (10) \quad \text{இங்கு } b, c \in \mathbb{R}.$$

$$= x^4 + bx^3 + cx^2 - x^3 - bx^2 - cx + 3x^2 + 3bx + 3c$$

$$= x^4 + (b - 1)x^3 + (c - b + 3)x^2 + (3b - c)x + 3c \quad (5)$$

குணகங்களை சமப்படுத்த

$$x^3: b - 1 = 0$$

$$x^2: c - b + 3 = 0 \quad (20)$$

$$x^1: 3b - c = 5$$

$$x^0: a = 3c$$

$\therefore b = 1, c = -2, a = -6.$ ஆகும்.

$$(5)$$

$$(5)$$

$$(5)$$

50

$$p(x) = (x^2 - x + 3)(x^2 + x - 2) \quad (5)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x + 2)(x - 1). \quad (5)$$

$$\text{மூலகங்கள் } x = 1, x = -2 \quad (5)$$

15

14. (a) $k \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். x இன் ஏறு வலுக்களில் $(k+x)^8$ இன் விரியில் உள்ள முதல் 4 உறுப்புகளையும் k இற் காண்க.
இவ்விரியில் x^2, x^3 ஆகியவற்றின் குணகங்கள் சமமெனத் தரப்படும்போது k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$a) (k+x)^8 = k^8 + {}^8C_1 k^7 x + {}^8C_2 k^6 x^2 + {}^8C_3 k^5 x^3 + \dots + x^8$$

$$= k^8 + 8k^7 x + 28k^6 x^2 + 56k^5 x^3 + \dots + x^8$$

$\therefore$ வேண்டிய நான்கு சமன்பாடுகளும்

$$k^8, 8k^7 x, 28k^6 x^2, 56k^5 x^3.$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$\text{It is given that } 28k^6 = 56k^5. \quad 10$$

$$\therefore k^5(k-2) = 0 \quad 5$$

$$\therefore k = 2 \quad 5 \quad (\because k \neq 0)$$

60

(b) ஒரு கம்பனி 2020 ஆம் ஆண்டில் ரூ. 20,000,000 இலாபத்தை உழைத்தது. இலாபங்களை அதிகரிக்கச் செய்வதற்குக் கம்பனி திட்டம் A, திட்டம் B என்னும் இரு திட்டங்களைக் கருதிப் பார்த்தது. திட்டம் A இன் கீழ் ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் ஆண்டு இலாபம் முந்திய ஆண்டின் இலாபத்தின் 5% இனால் அதிகரித்தல் வேண்டும். இத்திட்டத்தின் கீழ் 2020 தொடக்கம் 2029 வரையுள்ள 10 ஆண்டுகளுக்கான மொத்த இலாபத்தைக் காண்க.

திட்டம் B இன் கீழ் ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் ஆண்டு இலாபம் மாறிலி ரூ. D இனால் அதிகரித்தல் வேண்டும். 2020 தொடக்கம் 2029 வரையுள்ள 10 ஆண்டுகளில் மொத்த இலாபம் இரு திட்டங்களுக்கும் சமமாக இருக்குமாறு D இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

b) Let $S = 20,000,000$.

திட்டம் A n வது வருடத்தின் முடிவில் இலாபம் P_n என்க.

$$\text{Then } P_1 = S + S \times \frac{5}{100} = \frac{21}{20} S \quad 10$$

$$P_2 = \left(\frac{21}{20} S\right) \times \frac{21}{20} = \left(\frac{21}{20}\right)^2 S \quad 5$$

⋮

$$P_n = \left(\frac{21}{20}\right)^n S \quad 10$$

10 வருட காலத்தில் மொத்த இலாபம் $= S + P_1 + P_2 + \dots + P_9$

10

$$\begin{aligned} \textcircled{5} &= S + \frac{21}{20}S + \left(\frac{21}{20}\right)^2 S + \dots + \left(\frac{21}{20}\right)^9 S \\ &= S \left(1 + \frac{21}{20} + \left(\frac{21}{20}\right)^2 + \dots + \left(\frac{21}{20}\right)^9\right) \end{aligned}$$

$$\textcircled{10} = \frac{S \left[\left(\frac{21}{20}\right)^{10} - 1 \right]}{\left(\frac{21}{20} - 1\right)}$$

$$\textcircled{5} = 20S \left[\left(\frac{21}{20}\right)^{10} - 1 \right], \text{ இங்கு } S = 20,000,000.$$

திட்டம் B

$$10 \text{ வருட காலத்தில் மொத்த லாபம்} = S + (S + D) + (S + 2D) + \dots + (S + 9D) \quad \textcircled{10}$$

$$\begin{aligned} &= 10S + \frac{9}{2}(10)D \\ &= 10S + 45D \quad \textcircled{5} \end{aligned}$$

$$\text{எனவே } 20S \left[\left(\frac{21}{20}\right)^{10} - 1 \right] = 10S + 45D \quad \text{ஆகும்.} \quad \textcircled{10}$$

$$\therefore D = \frac{1}{9} \left\{ 4 \left[\left(\frac{21}{20}\right)^{10} - 1 \right] - 2 \right\} S$$

$$= \frac{2}{9} \left\{ 2 \left(\frac{21}{20}\right)^{10} - 3 \right\} S, \quad \textcircled{10} \text{ இங்கு } S = 20,000,000$$

90

15. $A \equiv (1, a)$, $B \equiv (-3, b)$, $M \equiv (c, 1)$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ உம் M ஆனது AB இன் நடுப்புள்ளியும் ஆகும்.
- c இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு புள்ளி $C \equiv (a-2, b-1)$ ஆனது கோடு $l: x + y + 1 = 0$ மீது இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.
- AB ஆனது l இற்குச் சமாந்தரமெனத் தரப்பட்டுள்ளது.
- a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
- a, b, c ஆகியவற்றுக்கான மேற்குறித்த பெறுமானங்களுடன்
- (i) $ABCD$ ஓர் இணைகரமாக இருக்கத்தக்கதாகப் புள்ளி D இன் ஆள்கூறுகள்
- (ii) இணைகரம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு
- ஆகியவற்றைக் காண்க.
- m ஆனது கோடு $2x + y = 3$ எனக் கொள்வோம். l, m ஆகியவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் BD இற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

AB , இன் நடுப்புள்ளி M ஆக

$$(c, 1) = \left(\frac{1+(-3)}{2}, \frac{a+b}{2} \right). \quad (10)$$

$$c = -1 \quad (5) \quad \text{உம்} \quad a + b = 2. \quad (5) \quad \text{உம்} \quad \text{ஆகும்.}$$

$x = a - 2$ ஐயும் $y = b - 1$ ஐயும் $x + y + 1$: இல் பிரதியிடின்

$$\begin{aligned} x + y + 1 &= (a - 2) + (b - 1) + 1 \quad (10) \\ &= a + b - 2 \\ &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$\therefore C$ ஆனது l இல் இருக்கும்

(5)

40

$$l \text{ இன் படித்திறன்} = -1. \quad (5)$$

$$AB \text{ இன் படித்திறன்} = \frac{b-a}{-4}.$$

(5)

$$AB \parallel l, \text{ ஆக } \frac{b-a}{-4} = -1. \quad (5) \quad \text{ஆகும்.}$$

$$\therefore b - a = 4$$

$$\therefore b = 3 \quad (5) \quad a = -1. \quad (5) \quad \text{ஆகும்.}$$

25

தற்போது $A \equiv (1, -1)$, $B \equiv (-3, 3)$ and $C \equiv (-3, 2)$.

i. $D \equiv (\alpha, \beta)$. எனின்

$$\text{எனவே } \left(\frac{1+(-3)}{2}, \frac{-1+2}{2} \right) \equiv \left(\frac{-3+\alpha}{2}, \frac{3+\beta}{2} \right) \quad (15)$$

$$\therefore -2 = -3 + \alpha, 1 = 3 + \beta.$$

$$\therefore \alpha = 1 \quad (5), \beta = -2. \quad (5)$$

$$\therefore D \equiv (1, -2) \quad (5)$$

30

ii. பரப்பளவு $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad (10)$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c_1 \rightarrow c_1 + c_2$$

$$= \frac{1}{2} (-1) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \text{ சதுர அலகுகள்} \quad (10)$$

$$\therefore \text{பரப்பளவு } ABCD = 4 \text{ சதுர அலகுகள்} \quad (5)$$

25

தேவையான சமன்பாடு : $(x + y + 1) + \lambda(2x + y - 3) = 0 \quad (5)$ இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$.

BD இன் படித்திறன் $\frac{3+2}{-3-1} = -\frac{5}{4} \quad (5)$

தேவையான கோட்டின் படித்திறன் $= -\frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \quad (5)$

இந் நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை.

$$\left(-\frac{5}{4} \right) \left(-\frac{(1+2\lambda)}{(1+\lambda)} \right) = -1. \quad (5)$$

$$5 + 10\lambda = -4 - 4\lambda$$

$$14\lambda = -9$$

$$\lambda = -\frac{9}{14}. \quad (5)$$

விடை : $14(x + y + 1) - 9(2x + y - 3) = 0$

i.e. $-4x + 5y + 41 = 0 \quad (5)$

30

16. (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)^3}{(x - 2)} \cdot \frac{2}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})^2}$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

a)

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)^3}{(x - 2)} \cdot \frac{2}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^3 (x + 2)^3}{(x - 2)} \cdot \frac{2}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})^2} \cdot \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2} \quad (15) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)^2 (x + 2)^3 \cdot \frac{2(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2}{(x - 2)^2} \quad (10) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2)^3 \cdot 2(\sqrt{x} + \sqrt{2})^2 \quad (5) \\
 &= 4^3 \cdot 2 \cdot (2\sqrt{2})^2 \quad (10) \\
 &= 1024 \quad (5)
 \end{aligned}$$

45

(b) பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$

(ii) $x^8 \ln x + \frac{(x+1)}{\ln x}$

(iii) $\sqrt{(e^{2x} + 1)^2 + 1}$

b) i)

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} \left(\frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3} \right) &= \frac{(x^2 + 3)(6x) - (3x^2 + 1)(2x)}{(x^2 + 3)^2} \quad (15) \\
 &= \frac{14x}{(x^2 + 3)^2}
 \end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} \left\{ x^8 \ln x + \frac{(x+1)}{\ln x} \right\} &= x^8 \times \frac{1}{x} + 8x^7 \ln x + \frac{\ln x - (x+1) \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} \\
 &= x^7 + 8x^7 \ln x + \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2} \quad (20)
 \end{aligned}$$

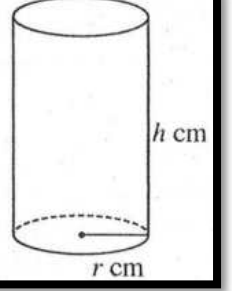
iii)

$$\frac{d}{dx} \sqrt{(e^{2x} + 1)^2 + 1} = \frac{1}{2} \{ (e^{2x} + 1)^2 + 1 \}^{-\frac{1}{2}} \times 2(e^{2x} + 1) \cdot 2e^{2x}$$

20

55

(c) $128\pi \text{ cm}^3$ கனவளவுள்ள ஓர் அடைத்த உருளைவடிவப் பாத்திரத்தை அமைக்க வேண்டியுள்ளது. உருவிற காட்டப்பட்டுள்ளவாறு அதன் ஆரை $r \text{ cm}$ எனவும் உயரம் $h \text{ cm}$ எனவும் கொள்வோம். $r > 0$ இற்குப் பாத்திரத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $S \text{ cm}^2$ ஆனது $S = 2\pi\left(r^2 + \frac{128}{r}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. S இழிவளவாகும் r இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



c)

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h \quad \text{--- ①} \quad \text{10}$$

$$\pi r^2 h = 128\pi.$$

எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

5

$$\therefore h = \frac{128}{r^2}$$

① இல் இருந்து

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r \times \frac{128}{r^2} \quad \text{5}$$

விடைக்கு

5

25

தரப்பட்ட S , இற்கு

$$\frac{ds}{dr} = 2\pi \left(2r - \frac{128}{r^2}\right) = \frac{4\pi}{r^2} (r^3 - 64)$$

10

$$\frac{ds}{dr} = 0 \Leftrightarrow r^3 = 64$$

5

$$\Leftrightarrow r = 4$$

5

$$\frac{ds}{dr} < 0 \text{ ஆக } 0 < r < 4$$

$$\frac{ds}{dr} > 0 \text{ ஆக } r > 4$$

 $\therefore S$ இழிவாகும் $r = 4$.

ஆகும் போது

5

25

17. (a) பகுதிப் பின்ன முறையைப் பயன்படுத்தி, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)^2} dx$ ஐக் காண்க.

$$(a) \quad \frac{1}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2} \quad (10)$$

$$1 = A(x-2)^2 + B(x-1)(x-2) + C(x-1)$$

$$= A(x^2 - 4x + 4) + B(x^2 - 3x + 2) + C(x-1) \quad (5)$$

$$= (A+B)x^2 + (-4A-3B+C)x + 4A+2B-C$$

குணகங்களை சமப்படுத்தும் போது

$$x^2: 0 = A + B$$

$$(10) \quad \left. \begin{aligned} x^1: 0 &= -4A - 3B + C \\ x^0: 1 &= 4A + 2B - C \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = -1$$

$$\therefore A = 1, \quad (5) \quad B = -1 \quad (5), \quad C = 1 \quad (5)$$

தற்போது,

$$\int \frac{1}{(x-1)(x-2)^2} = \int \left\{ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} \right\} dx$$

$$(15) = \ln|x-1| - \ln|x-2| - \frac{1}{(x-2)^2} + c$$

இங்கு C ஆனது எதேட்சை மாறிலி

60

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி, $\int x(e^x + 2e^{2x}) dx$ ஐக் காண்க.

$$(b) \int x(e^x + 2e^{2x}) dx$$

$$= x(e^x + e^{2x}) - \int (e^x + e^{2x}) dx \quad (10)$$

$$= x(e^x + e^{2x}) - e^x - \frac{1}{2}e^{2x} + c \quad (15)$$

இங்கு c எதேட்சை மாறிலி

$$\begin{aligned} u &= x, dv = (e^x + 2e^{2x})dx \\ \frac{du}{dx} &= 1, v = \int (e^x + 2e^{2x})dx \\ du &= dx, v = e^x + e^{2x} \end{aligned}$$

25

(c) பின்வரும் அட்டவணையில் 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே, நீளம் 0.25 ஆகவுள்ள ஆயிடைகளில் x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = xe^{x^2}$ இன் பெறுமானங்கள் மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	0	0.266	0.642	1.316	2.718

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி $I = \int_0^1 xe^{x^2} dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, e இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c)

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	0	0.266	0.642	1.316	2.718

$y_0 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4$

$h = 0.25$

5

$$I = \int_0^1 xe^{x^2} dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3) + 2y_2 + y_4] \quad 20$$

$$= \frac{0.25}{3} [0 + 4 \times 1.582 + 2 \times 0.642 + 2.718] \quad 5$$

$$= \frac{0.25}{3} [6.328 + 1.284 + 2.718]$$

$$= \frac{0.25}{3} \times 10.33 \quad 5$$

$$\approx 0.861 \quad 5$$

40

$$I = \int_0^1 xe^{x^2} dx$$

$$10 = \frac{e^{x^2}}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e - 1) \quad 5$$

$$\therefore \frac{1}{2}(e - 1) \approx 0.861 \quad 5$$

$$\therefore e \approx 2.722 \quad 5$$

25

க.பொ.த (உயர்.தர)ப் பரீட்சை – 2021 (2022)

07 – கணிதம் II

புள்ளி வழங்கும் திட்டம்

பத்திரம் II

$$\text{Part A} = 10 \times 25 = 250$$

$$\text{Part B} = 05 \times 150 = 750$$

$$\text{மொத்தம்} = \frac{1000}{10}$$

$$\text{மொத்தப் புள்ளிகள்} = 100$$

விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடல் - பொது நுட்ப முறைகள்

விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடும் போதும், புள்ளிப்பட்டியலில் புள்ளிகளைப் பதியும் போதும் ஓர் அங்கீகரிக்கப்பட்ட முறையைக் கடைப்பிடித்தல் கட்டாயமானதாகும். அதன்பொருட்டு பின்வரும் முறையில் செயற்படவும்.

1. விடைத்தாள்களுக்குப் புள்ளியிடுவதற்கு சிவப்பு நிற குமிழ்முனை பேனாவை பயன்படுத்தவும்.
2. சகல விடைத்தாள்களினதும் முதற்பக்கத்தில் உதவிப் பரீட்சகரின் குறியீட்டெண்ணைக் குறிப்பிடவும். இலக்கங்கள் எழுதும்போது தெளிவான இலக்கத்தில் எழுதவும்.
3. இலக்கங்களை எழுதும்போது பிழைகள் ஏற்பட்டால் அவற்றைத் தனிக்கோட்டினால் கீறிவிட்டு, மீண்டும் பக்கத்தில் சரியாக எழுதி, சிற்றொப்பத்தை இடவும்.
4. ஒவ்வொரு வினாவினதும் உபபகுதிகளின் விடைகளுக்காக பெற்றுக்கொண்ட புள்ளியை பதியும் போது அந்த வினாப்பகுதிகளின் இறுதியில் $\triangle$ இன் உள் பதியவும். இறுதிப் புள்ளியை வினா இலக்கத்துடன் $\square$ இன் உள் பின்னமாகப் பதியவும். புள்ளிகளைப் பதிவதற்கு பரீட்சகர்களுக்காக ஒதுக்கப்பட்ட நிரலை உபயோகிக்கவும்.

உதாரணம் - வினா இல 03

(i) ✓ 

.....

.....

(ii) ✓ 

.....

.....

(iii) ✓ 

.....

.....

(03) (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\frac{10}{15}$

பல்தேர்வு விடைத்தாள் (துளைத்தாள்)

1. க.பொ.த.உ. தறு மற்றும் தகவல் தொழிநுட்பப் பரீட்சைக்கான துளைத்தாள் திணைக்களத்தால் வழங்கப்படும். சரியாக துளையிட்டு அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாள் தங்களுக்கு கிடைக்கப்பெறும். அத்தாட்சிப்படுத்திய துளைத்தாளைப் பயன்படுத்துவது பரீட்சகரின் கடமையாகும்.
2. அதன் பின்னர் விடைத்தாளை நன்கு பரிசீலித்துப் பார்க்கவும். ஏதாவது வினாவுக்கு, ஒரு விடைக்கும் அதிகமாக குறியிட்டிருந்தாலோ, ஒரு விடைக்காவது குறியிடப்படாமலிருந்தாலோ தெரிவுகளை வெட்டிவிடக்கூடியதாக கோடொன்றைக் கீறவும். சில வேளைகளில் பரீட்சார்த்தி முன்னர் குறிப்பிட்ட விடையை அழித்துவிட்டு வேறு விடைக்குக் குறியிட்டிருக்க முடியும். அவ்வாறு அழித்துள்ள போது நன்கு அழிக்காது விட்டிருந்தால், அவ்வாறு அழிக்கப்பட்ட தெரிவின் மீதும் கோடிலும்.
3. துளைத்தாளை விடைத்தாளின் மீது சரியாக வைக்கவும். சரியான விடையை ✓ அடையாளத்தாலும் பிழையான விடையை O அடையாளத்தாலும் இறுதி நிரலில் அடையாளமிடவும். சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை அவ்வவ் தெரிவுகளின் இறுதி நிரையின் கீழ் அத்துடன் அவற்றை கூட்டி சரியான புள்ளியை உரிய கட்டத்தில் எழுதவும்.

கட்டமைப்பு கட்டுரை விடைத்தாள்கள்

1. பரீட்சார்த்திகளால் விடைத்தாளில் வெறுமையாக விடப்பட்டுள்ள இடங்களையும், பக்கங்களையும் குறுக்குக் கோடிட்டு வெட்டிவிடவும். பிழையான பொருத்தமற்ற விடைகளுக்குக் கீழ் கோடிடவும். புள்ளி வழங்கக்கூடிய இடங்களில் ✓ அடையாளமிட்டு அதனைக் காட்டவும்.
2. புள்ளிகளை ஓவலண்ட் கடதாசியின் இடது பக்கத்தில் குறிக்கவும்.
3. சகல வினாக்களுக்கும் கொடுத்த முழுப் புள்ளியை விடைத்தாளின் முன் பக்கத்திலுள்ள பொருத்தமான பெட்டியினுள் வினா இலக்கத்திற்கு நேராக 2 இலக்கங்களில் பதியவும். வினாத்தாளில் உள்ள அறிவுறுத்தலின் படி வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்படல் வேண்டும். எல்லா வினாக்களினதும் புள்ளிகளும் முதல் பக்கத்தில் பதியப்பட்ட பின் விடைத்தாளில் மேலதிகமாக எழுதப்பட்டிருக்கும் விடைகளின் புள்ளிகளில் குறைவான புள்ளிகளை வெட்டி விடவும்.
4. மொத்த புள்ளிகளை கவனமாக கூட்டி முன் பக்கத்தில் உரிய கூட்டில் பதியவும். விடைத்தாளில் வழங்கப்பட்டுள்ள விடைகளுக்கான புள்ளியை மீண்டும் பரிசீலித்த பின் முன்னால் பதியவும். ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் வழங்கப்படும் புள்ளிகளை உரிய விதத்தில் எழுதுவும்.

புள்ளிப்பட்டியல் தயாரித்தல்

இம்முறை சகல பாடங்களுக்குமான இறுதிப்புள்ளி குழுவின் கணிப்பிடப்படமாட்டாது. இது தவிர ஒவ்வொரு வினாப் பத்திரத்துக்குமான இறுதிப்புள்ளி தனித்தனியாக புள்ளிப்பட்டியலில் பதியப்பட வேண்டும். பத்திரம் I ற்கான பல்தேர்வு வினாப்பத்திரம் மட்டும் இருப்பின் புள்ளிகள் இலக்கத்திலும் எழுத்திலும் பதியப்பட வேண்டும்.

o o o

Part A

1.
$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2 + ab \\ a^2 + ab & b^2 & ab \\ ab & 2b^2 & b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^4$$
 எனக் காட்டுக; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$.

$$1) \begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2 + ab \\ a^2 + ab & b^2 & ab \\ ab & 2b^2 & b^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2 + ab \\ ab & 0 & -b^2 \\ -2a^2 + ab & 0 & -b^2 - 2ab \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} R_2 \rightarrow (-1)R_1 + R_2 \\ R_3 \rightarrow (-2)R_1 + R_3 \end{array}$$

$$\textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$= \begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2 + ab \\ ab & 0 & -b^2 \\ -2a^2 + ab & 0 & -b^2 - 2ab \end{vmatrix}$$

$$= -b^2 \begin{vmatrix} ab & -b^2 \\ -2a^2 + ab & -b^2 - 2ab \end{vmatrix} \quad (R_1 \text{ உபயோகித்து விரிவாக்கம்}) \quad \textcircled{5}$$

$$= -b^2 \begin{vmatrix} ab & -b^2 \\ -2a^2 & -2ab \end{vmatrix}$$

$$= -b^2[-2a^2b^2 - 2a^2b^2] \quad \textcircled{5}$$

$$= 4a^2b^4 \quad \textcircled{5}$$

25

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். AB , $A(2B - C)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
 $2AB - AC = A(2B - C)$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$2B - C = 2 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$A(2B - C) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -11 \\ 5 & -5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$AC = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 11 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$2AB - AC = 2 \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 11 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -11 \\ 5 & -5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\therefore 2AB - AC = A(2B - C)$$

25

3. 5 நாட்களின் தினசரி மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகள் அவதானிக்கப்பட்டன. இவ்வளவீடுகளின் கூட்டுத்தொகையும் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையும் முறையே 45 ml, 650 ml² ஆகும். மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகளின் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.
அடுத்த இரு நாட்களினதும் தினசரி மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகளும் அவதானிக்கப்பட்ட அதேவேளை அப்பெறுமானங்கள் 10 ml, 8 ml ஆகும். இடையின் புதிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

இங்கு x_i ஆனது மழைவீழ்ச்சியின் அளவு (ml) i வது நாள்.

தரவின் படி $\sum_{i=1}^5 x_i = 45$ உம் $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 650$.

தற்போது μ ml உம் σ ml உம் இடையும், நியம விலகலும் 5 நாட்களுக்குரிய அளவுகள்

$$\text{எனவே } \mu = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = \frac{45}{5} = 9 \quad (5)$$

$$(5)$$

$$\text{உம் } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i^2}{5} - \mu^2 \quad (5)$$

$$= \frac{650}{5} - 9^2$$

$$= 49$$

$$\therefore \sigma = 7. \quad (5)$$

$x_6 = 10$ உம் $x_7 = 8$. எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$$\text{புதிய இடை} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i}{7} = \frac{45+10+8}{7} = \frac{63}{7} = 9 \text{ ml.} \quad (5)$$

4. 200 பக்கங்கள் உள்ள ஒரு புத்தகத்தில் 20 அச்சப் பிழைகள் இருக்கும் அதேவேளை இப்பிழைகள் எழுமாற்றாகப் பரம்பியுள்ளன. ஒரு பக்கத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை ஒரு புவசோன் பரம்பலை உடையது. எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படும் 10 பக்கங்களில் ஒரு பிழை மாத்திரம் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

X ஆனது ஒரு பக்கத்திற்குரிய பிழைகள் எனின்,

$$X \sim Poi(\lambda), \text{ இங்கு } \lambda = \frac{20}{200} = 0.1 \quad (5)$$

$$\text{எனவே } P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (5)$$

Y ஆனது 10 பக்கங்களுக்குரிய பிழைகள் எனின்

$$\text{எனவே } Y = 10X \text{ உம் } Y \sim Poi(10\lambda) = Poi(1). \quad (5)$$

$$\text{அத்துடன் } P(Y = k) = \frac{1^k e^{-1}}{k!} \quad (5)$$

$$\therefore P(Y = 1) = e^{-1}. \quad (5)$$

5. ஒரு கம்பனியின் ஊழியர்களின் ஆயிரம் ரூபாய்களிலான மாதச் சம்பளம் இடை 80 உடனும் நியம விலகல் 25 உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. கம்பனி சம்பளங்களின் குறைந்த 10% ஐப் பெறும் ஊழியர்களுக்கு இலவசப் போக்குவரத்து வசதிகளை வழங்குகின்றது. இலவசப் போக்குவரத்து வசதிகளைப் பெறும் தகுதியுள்ள ஊழியர்கள் உழைக்கும் மிகக் கூடுதலான சம்பளத்தைக் காண்க.

X மாத சம்பளம் (ஆயிரம் ரூபாய்கள்) ஒருவருடையது

$X \sim N(80, 25^2)$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

k (ஆயிரம் ரூபாய்கள்) ஆனது உழைக்கும் உயர் சம்பளம் ஒருவருடையதும் அவரிற்கு இலவசப் போக்குவரத்தும் உரியது

$$\text{எனவே } P(X \leq k) = 0.1 \quad (5)$$

$$\therefore P\left(\frac{X-80}{25} \leq \frac{k-80}{25}\right) = 0.1 \quad (5)$$

$$\text{அதாவது } P\left(Z \leq \frac{k-80}{25}\right) = 0.1 \quad (5)$$

$$\text{செவ்வன் அடிப்படையின் படி } \frac{k-80}{25} = -1.281 \quad (5)$$

$$\therefore k = 47.975 \text{ ஆயிரம் ரூபாய்களில்}$$

(5)

$$\therefore k = \text{Rs. } 47,975.00.$$

25

6. ஒரு குறித்த வகைச் சேய்மைக் கட்டுப்படுத்தியில் 15% ஆனவை உற்பத்தி செய்யப்பட்டு முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படத் தவறுகின்றனவென ஓர் அளவையீட்டு அறிக்கை குறிப்பிடுகின்றது. அவ்வகையிலான 5 சேய்மைக் கட்டுப்படுத்திகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால்,
- (i) அவற்றில் 3 முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படாமல் இருப்பதற்கான
- (ii) அவற்றில் 2 இற்கு மேற்பட்டவை முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

X ஆனது வருடத்தில் கட்டுப்படுத்தியில் வேலை செய்யும் கட்டுப்பாட்டு உத்தியோகத்தார்களின் எண்ணிக்கை

எனவே $P(X = k) = {}^5C_k p^k (1 - p)^{5-k}$ (5)

i) $\therefore P(X = 3) = {}^5C_3 (0.15)^3 (0.85)^2$ (5)

≈ 0.02 (5)

ii) $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$ (5)

$= 1 - \{P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)\}$

$= 1 - {}^5C_2 (0.15)^2 (0.85)^3 - {}^5C_1 (0.15) (0.85)^4 - {}^5C_0 (0.85)^5$ (5)

7. ஒருவர் தான் விண்ணப்பித்த முதலாம் தொழிலையும் இரண்டாம் தொழிலையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.5, 0.3 ஆகும். அவர் விண்ணப்பித்த இரு தொழில்களையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 ஆகும்.
- (i) அவர் தான் விண்ணப்பித்த தொழில்களில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- (ii) அவர் விண்ணப்பித்த முதலாம் தொழிலைப் பெற்றாரெனத் தரப்படும்போது அவர் விண்ணப்பித்த இரண்டாம் தொழிலைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

A : A முதலாம் வேலைக்கு ஒருவர் விண்ணப்பித்துப் பெறுவதற்கு

B : A இரண்டாம் வேலைக்கு ஒருவர் விண்ணப்பித்துப் பெறுவதற்கு

t $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cap B) = 0.4$. எனத் தரப்பட்டுள்ளது. (5)

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (5)

$$= 0.5 + 0.3 - 0.4$$

$$= 0.4$$
 (5)

(ii) $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.4}{0.5} = 0.8$ (5)

(5)

25

8. A, B ஆகியன $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A' \cap B) = \frac{1}{2}$, $P(B|A) = \frac{4}{5}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள ஒரு மாதிரி வெளி S இன் இரு நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். (i) $P(A \cup B)$, (ii) $P(A \cap B)$, (iii) $P(B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A' \cap B) = \frac{1}{2} \text{ and } P(B|A) = \frac{4}{5}.$$

$$(i) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(A' \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$= \frac{3}{4} \quad (5)$$

$$(ii) \quad P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (5)$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$(iii) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (5)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{5}$$

$$\therefore P(B) = \frac{7}{10} \quad (5)$$

25

9. கடந்தகால அறிக்கைகளுக்கேற்ப ஒரு வகுப்பிற்குத் தாமதமாக வந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை X இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	p	0.3	$3p$	0.2	p

மாறிலி p இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, $E(X) = 1.9$ எனக் காட்டுக.

Y ஆனது $2X + 3$ இனால் தரப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம். $E(Y)$ ஐக் காண்க.

$$p + 0.3 + 3p + 0.2 + p = 1 \quad (5)$$

$$\therefore p = 0.1 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times 0.3 + 6 \times 0.1 + 0.6 + 4 \times 0.1 \\ &= 1.9 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(2X + 3) \quad (5) \\ &= 2E(X) + 3 \\ &= 3.8 + 3 \\ &= 6.8 \quad (5) \end{aligned}$$

10. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 3bx^2 & , 0 \leq x \leq 1 \text{ எனின்} \\ 0 & , \text{ அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஐக் கொண்டுள்ளது; இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகளாகும். $E(X^2) = \frac{1}{4}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\int_0^1 f(x) dx = 1$$

$$\therefore \int_0^1 (2ax - 3bx^2) dx = 1 \quad (5)$$

$$\left(2a \frac{x^2}{2} - 3b \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 1$$

$$a - b = 1 \quad \text{—————} (1) \quad (5)$$

$$E(x^2) = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \int_0^1 (2ax^3 - 3bx^4) dx = \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$\frac{2a}{4} - \frac{3b}{5} = \frac{1}{4} \quad (5)$$

$$10a - 12b = 5 \quad \text{—————} (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow a = \frac{7}{2} \text{ உம் } b = \frac{5}{2} \quad (5) \text{ ஆகும்.}$$

Part B

11. ஒரு பேரங்காடி அடிப்படை, நியமம், ஆடம்பரம் என்னும் மூன்று வகைப் பரிசுக் கூடைகளைத் தயாரிக்கின்றது. ஒவ்வொரு அடிப்படைப் பரிசுக் கூடையிலும் 6 பொதிகள், 9 போத்தல்கள், 6 ரின்கள் வீதமும் ஒவ்வொரு நியமப் பரிசுக் கூடையிலும் 9 பொதிகள், 6 போத்தல்கள், 8 ரின்கள் வீதமும் ஒவ்வொரு ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடையிலும் 9 பொதிகள், 9 போத்தல்கள், 10 ரின்கள் வீதமும் உள்ளன. ஒவ்வொரு நாளும் பேரங்காடி குறைந்தபட்சம் 720 பொதிகளையும் குறைந்தபட்சம் 720 போத்தல்களையும் பயன்படுத்த வேண்டிய அதேவேளை பயன்படுத்தத்தக்க ரின்களின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கை 900 ஆகும். ஒரு குறித்த நாளில் பேரங்காடி நியமப் பரிசுக் கூடைகளையும் ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடைகளையும் சம எண்ணிக்கையில் தயாரிக்கின்றது.
- பேரங்காடி ஒவ்வொரு அடிப்படை, நியம, ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடையிலிருந்தும் முறையே ரூ. 100, ரூ. 200, ரூ. 500, இலாபத்தைப் பெற்றும் மொத்த இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்குவதற்கு விரும்பியும் இருப்பின்,
- (i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப்படுத்தற் பிரசினைமாகச் சூத்திரிக்க.

ஒரு பேரங்காடி அடிப்படை, நியமம், ஆடம்பரம் எனும் வகைகளில் முறையே x_1, x_2, x_3 எனும் எண்ணிக்கையில் தயாரிக்கின்றது எனில்,

(i) உயர்ந்தபட்சம் $z = 100x_1 + 200x_2 + 500x_3$ 10

$$6x_1 + 9x_2 + 9x_3 \geq 720 \quad 10$$

$$9x_1 + 6x_2 + 9x_3 \geq 720 \quad 10$$

$$6x_1 + 8x_2 + 10x_3 \leq 900 \quad 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad 5$$

$$x_2 = x_3 \quad 5 \text{ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.}$$

50

(ii) இயல்தகவுப் பிரதேசத்தைப் பரும்படியாக வரைக.

LP பிரச்சினம் பின்வருமாறு அமையும்;

உயர்ந்தபட்சம் $z = 100x_1 + 700x_2$

$$6x_1 + 18x_2 \geq 720$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 120$$

$$9x_1 + 15x_2 \geq 720$$

$$\text{அல்லது } 3x_1 + 5x_2 \geq 240$$

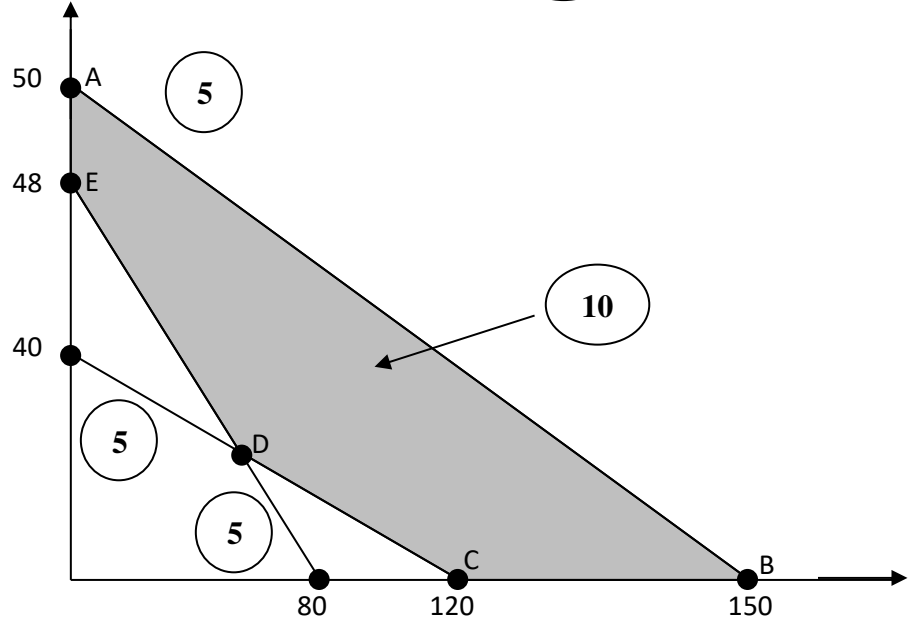
$$6x_1 + 18x_2 \leq 900$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 150$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

15



40

(iii) வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி மேலே (i) இற் சூத்திரித்த பிரசினத்தின் தீர்வைக் காண்க.

புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்

$A \equiv (0,50)$, $B \equiv (150,0)$, $C \equiv (0,120)$, $D \equiv (30,30)$, $E \equiv (0,48)$.

5

புள்ளி	பெறுமானம் $z = 100x_1 + 700x_2$	
A	$z = 50 \times 700 = 35,000$	10
B	$z = 150 \times 100 = 15,000$	10
C	$z = 120 \times 100 = 12,000$	10
D	$z = 100 \times 30 + 700 \times 30 = 24,000$	10
E	$z = 48 \times 700 = 33,600$	10

விடை: $x_1 = 0$, $x_2 = 50$, and $x_3 = 50$

உயர்வு $z = 35,000$ 5

60

12. (a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & b & 0 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

AA^T ஐ a, b ஆகியவற்றிற் காண்க.

$$AA^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \text{ எனின், } a = 1 \text{ எனவும் } b = 2 \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

5

$C = AA^T - 8I$ எனக் கொள்வோம். C^{-1} ஐக் காண்க.

$CD = 8C + I$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் D ஐக் காண்க; இங்கு I ஆனது வரிசை 2 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

$$\begin{aligned} AA^T &= \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & b \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a^2 + 4 & 2a \\ 2a & 4 + b^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5

5

25

$$\begin{aligned} AA^T &= \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a^2 + 4 & 2a \\ 2a & 4 + b^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow a^2 + 4 = 5, 2a = 2, 4 + b^2 = 8 \\ \Leftrightarrow a = 1, b = \pm 2 \\ \Leftrightarrow a = 1, b = 2 \text{ இற்கு } (b > 0) \end{aligned}$$

5

5

5

15

$$\begin{aligned} C &= AA^T - 8I \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \therefore C^{-1} &= \frac{1}{(-4)} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 3/4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5

5

5

5

20

$$\begin{aligned}
CD &= 8C + I \\
\Leftrightarrow C^{-1}(CD) &= C^{-1}(8C + I) \quad (5) \\
\Leftrightarrow (C^{-1}C)D &= 8C^{-1}C + C^{-1} \quad (5) \\
\Leftrightarrow ID &= 8I + C^{-1} \quad (5) \\
D &= 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 3/4 \end{pmatrix} \quad (5) \\
&= \begin{pmatrix} 8 & 1/2 \\ 1/2 & 7/4 \end{pmatrix} \quad (5)
\end{aligned}$$

25

(b) $a, b \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

$$ax + (b-1)y = 2$$

$$x - y = -4$$

என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை வடிவம் $PX = Q$ இல் எழுதுக; இங்கு $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ உம் P, Q ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய தாயங்களும் ஆகும்.

$X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ஆனது $PX = Q$ இன் ஒரு தீர்வெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $b = a + 2$ எனக் காட்டுக.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டுச் சோடிக்கு

(i) $a \neq -\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்போது ஓர் ஒருதனியான தீர்வு இருக்கின்றது எனவும்

(ii) $a = -\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்போது முடிவின்றிப் பல தீர்வுகள் இருக்கின்றன எனவும்

காட்டுக.

$$\begin{pmatrix} a & b-1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$PX = Q,$$

இங்கு $P = \begin{pmatrix} a & b-1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ உம் $Q = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ ஆகும். (5)

5

20

$$\begin{pmatrix} a & b-1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad (05)$$

$$\Leftrightarrow -2b + 2(b-1) = 2 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow -a + b - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow b = a + 2 \quad (5)$$

15

$$a \neq -\frac{1}{2}$$

$$PX = Q \text{ ————— } (1)$$

$$-a - (b-1) = -2a + 1 \neq 0. \quad (5)$$

$$\therefore P^{-1} \text{ உண்டு. } (5)$$

① ஆனது தனித்தீர்வாகும். (5)

20

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{அப்போது } b = \frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 2 \quad (5)$$

$$x - y = -4$$

$\therefore x = t, y = t + 4$ இங்கு, $t \in \mathbb{R}$ என்பன விடைகள்

$\therefore$ முடிவின்றி பல தீர்வுகள் உண்டு

10

13.(a) இரு கோடாத நாணயங்களும் ஒரு கோடாத தாயக்கட்டையும் மேலே எறியப்படுகின்றன. இரு நாணயங்களிலும் தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு A எனவும் தாயக்கட்டையில் ஓர் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு B எனவும் கொள்வோம்.
 $P(A), P(B), P(A \cup B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

A: இரு நாணயங்களிலும் தலையைப் பெறுவதற்கு.

B: தாயக்கட்டை இரட்டை எண்களில் பெறுவதற்கு.

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad \text{5} \quad S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{10}$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \quad (\because A, B \text{ சாராதவை})$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \quad \text{5} \quad \text{10}$$

$$= \frac{5}{12} \quad \text{5}$$

50

(b) முதலாம் இலக்கமும் இரண்டாம் இலக்கமும் முறையே 3, 5 ஆகவும் எவ்விலக்கமும் திரும்ப வராமலும் இருக்கத்தக்கதாக எத்தனை 6 இலக்கத் தொலைபேசி எண்களை உருவாக்கலாம்? இத்தொலைபேசி எண்களில் எத்தனை ஓர் ஒற்றை இலக்கத்துடன் முடிவடைகின்றன?

3 5

$$6 \text{ இலக்க தொலைபேசி எண்களின் எண்ணிக்கை} = 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 1680$$

5

அல்லது

$$8_P = 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 1680$$

5

20

25

ஒற்றை இலக்கத்தில் முடிவடையும் எண்களின் எண்ணிக்கை $= 7 \times 6 \times 5 \times 3$
 $= 630$

20

5

25

(c) ஒரு குழுமத்தில் 8 ஆண்களும் 10 பெண்களும் உள்ளனர். இக்குழுமத்திலிருந்து

(i) 5 ஆண்களையும் 6 பெண்களையும்

M W

8 10

விடை $= 8_{C_5} \cdot 10_{C_5} + 8_{C_4} \cdot 10_{C_6}$
 $= \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{10!}{6!4!}$
 $= \frac{8 \times 7 \times 6}{6} \cdot \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{24}$
 $= 56 \times 210$
 $= 11760$

25

(ii) குறைந்தபட்சம் 3 ஆண்கள் உள்ள 6 உறுப்பினர்களைக்

கொண்ட ஒரு குழுவை எத்தனை வழிகளில் அமைக்கலாம்?

(ii) விடை $= 8_{C_3} \cdot 10_{C_3} + 8_{C_4} \cdot 10_{C_2} + 8_{C_5} \cdot 10_{C_1} + 8_{C_6}$
 $= 10458$

$4 \times 5 = 20$

25

14. ஒரு பெட்டியில் நிறத்தைத் தவிர எல்லா விதங்களிலும் சர்வசமனான 3 பச்சைநிறப் பந்துகளும் 2 நீலநிறப் பந்துகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது. வெளியே எடுத்த பந்து பச்சைநிறப் பந்தெனின், அதனைப் பிரதிவைப்புச் செய்யாமல் 2 வேறு நீலநிறப் பந்துகள் பெட்டியில் சேர்க்கப்படும் அதேவேளை வெளியே எடுத்த பந்து நீலநிறப் பந்தெனின் 2 வேறு பச்சைநிறப் பந்துகள் பெட்டியில் சேர்க்கப்படுகின்றன. இப்போது ஓர் இரண்டாம் பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது.

(i) வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் பச்சைநிறப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான

$G_1 : 1^{\text{st}}$ பந்து பச்சை நிறமாக இருத்தல்.

$B_1 : 1^{\text{st}}$ பந்து நீல நிறமாக இருத்தல்.

$G_2 : 2^{\text{nd}}$ பந்து பச்சை நிறமாக இருத்தல்.

$B_2 : 2^{\text{nd}}$ பந்து நீல நிறமாக இருத்தல்.

$$P(G_1) = \frac{3}{5} \quad (5) \quad P(B_1) = \frac{2}{5}, \quad (5)$$

$$P(G_2 \setminus (G_1)) = \frac{2}{6}, \quad (5) \quad P(G_2 \setminus (B_1)) = \frac{5}{6},$$

$$P(B_2 \setminus (G_1)) = \frac{4}{6}, \quad P(B_2 \setminus (B_1)) = \frac{1}{6}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad P(G_1 \cap G_2) &= P(G_1) P(G_2 \setminus (G_1)) \quad (10) \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{6} \quad (5) \\ &= \frac{1}{5} \quad (5) \end{aligned}$$

25

(ii) வெளியே எடுத்த பந்துகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் பச்சைநிறப் பந்தாக இருப்பதற்கான

$$\begin{aligned} P(G_1 \cup G_2) &= 1 - P(B_1 \cap B_2) \quad (10) \\ &= 1 - P(B_1) P(B_2 \setminus (B_1)) \quad (10) \\ &= 1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} \quad (5) \\ &= \frac{14}{15} \quad (5) \end{aligned}$$

35

(iii) வெளியே எடுத்த பந்துகளில் ஒன்று பச்சைநிறப் பந்தெனத் தரப்படும்போது வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் பச்சைநிறப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான

$$\begin{aligned}
 P(G_1 \cap G_2 \mid G_1 \cup G_2) &= \frac{P(G_1 \cap G_2)}{P(G_1 \cup G_2)} \quad (10) \\
 &= \frac{1/5}{14/15} \quad (5) \\
 &= 3/14 \quad (5)
 \end{aligned}$$

30

(iv) வெளியே எடுத்த பந்துகள் வெவ்வேறு நிறங்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 P(\text{இரண்டும் வெவ்வேறு நிறங்களாக}) &= 1 - P(\text{இரண்டும் ஒரே நிறங்களாக}) \quad (10) \\
 &= 1 - P((G_1 \cap G_2) \cup (B_1 \cap B_2)) \quad (10) \\
 &= 1 - P(G_1 \cap G_2) - P(B_1 \cap B_2) \quad (10) \\
 &= 1 - 1/5 - 1/15 \quad (5) \\
 &= 11/15 \quad (5)
 \end{aligned}$$

40

15. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி Y ஆனது

$$f(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & , y > 0 \\ 0 & , \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$$

இன் மூலம் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(y)$ உள்ள ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது; இங்கு பரமானம் $\lambda > 0$.

Y இன் இடை, மாற்றிறன், திரள் அடர்த்திச் சார்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.

ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு ஒரு மருத்துவர் எடுக்கும் நேரம் இடை 10 நிமிடங்களுடன் அடுக்குக்குறிமுறையாகப் பரம்பியுள்ளதெனக் கொள்வோம். பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் காண்க. (விடைகளைச் சுருக்க வேண்டியதில்லை.)

(i) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தின் 50 ஆவது சதமனை.

$$f(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & ; y > 0 \\ 0 & ; \text{அல்லாவிடின்} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E(Y) &= \int_0^{\infty} y \lambda e^{-\lambda y} dy \quad (10) \\ &= [-y e^{-\lambda y}]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda y} dy \\ &= 0 + \left[\frac{e^{-\lambda y}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} \\ &= 0 - \left(\frac{1}{-\lambda} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda} \quad (5) \end{aligned}$$

15

$$V(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

$$\begin{aligned} E(Y^2) &= \int_0^{\infty} y^2 \lambda e^{-\lambda y} dy \quad (10) \\ &= [y^2 e^{-\lambda y}]_0^{\infty} + \frac{2}{\lambda} \int_0^{\infty} y e^{-\lambda y} dy \\ &= \frac{2}{\lambda^2} \\ V(Y^2) &= \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (5) \end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned}
 P(Y \leq y) &= \int_0^y f(u) du && 10 \\
 &= \int_0^y \lambda e^{-\lambda u} du \\
 &= [e^{-\lambda u}]_0^y && 5 \\
 &= 1 - e^{-\lambda y} && 5
 \end{aligned}$$

20

Y – ஒரு நோயாளிக்கு ஒரு மருத்துவர் சிகிச்சை அளிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்
 $Y \sim \text{Exp}(\lambda)$

$$E(Y) = 10 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 10 \quad \therefore \lambda = 0.1 \quad 10$$

(i). 50 வது நோயாளி α எனின்.

$$\text{தற்போது } P(Y \leq \alpha) = 0.5 \quad 10$$

$$\therefore 1 - e^{-\lambda \alpha} = 0.5 \quad 5$$

$$\text{ஆகவே, } e^{-\lambda \alpha} = \frac{1}{2}$$

$$\lambda \alpha = \ln 2$$

$$\therefore \alpha = 10 \ln 2 \quad (\because \lambda = 0.1) \quad 10$$

35

(ii) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு 8 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்ட நேரத்தை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

$$P(Y > 8) = 1 - P(Y \leq 8) \quad 10$$

$$= 1 - (1 - e^{-\lambda 8}) \quad 10$$

$$= e^{-0.8} \quad 5$$

25

(iii) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு ஏற்கெனவே 10 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்ட நேரத்தைச் செலவிட்டிருந்தால், அவர் இந்நோயாளிக்கு 15 நிமிடங்களிலும் குறைந்த நேரத்தில் சிகிச்சையளித்து முடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

$$\begin{aligned}
 P(Y < 15 | Y > 10) &= \frac{P(10 < Y < 15)}{P(Y > 10)} \quad (10) \\
 &= P(Y < 15) - P(Y < 10) \\
 &= (1 - e^{-1.5}) - (1 - e^{-1}) \\
 &= (e^{-1} - e^{-1.5}) \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$P(Y > 10) = 1 - P(Y \leq 10)$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - (1 - e^{-1}) \\
 &= e^{-1} \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\therefore P(Y < 15 | Y > 10) = \frac{e^{-1} - e^{-1.5}}{e^{-1}} \quad (10)$$

40

16.(a) ஒரு மாதத்தில் ஒரு வகுப்பிற்கு வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் மீழறன் பரம்பல் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்படுகின்றது.

வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
1 – 3	15
4 – 6	12
7 – 9	10
10 – 12	5
13 – 15	2

இப்பரம்பலின் இடை, ஆகாரம், இடையம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

5	5	5	5
நடுப் பெறுமானம் (m_i)	f_i	F_i	$f_i m_i$
2	15	15	30
5	12	27	60
8	10	37	80
11	5	42	55
14	2	44	28
			253
			5

$$\begin{aligned} \text{இடை} &= \frac{\sum f_i m_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{253}{44} \quad 5 \\ &= 5.75 \quad 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இடையம்} &= L_1 + d \left(\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F}{f_{M_\alpha}} \right) \quad 5 \\ &= 4 + 2 \left(\frac{44/2 - 15}{12} \right) \quad 10 \\ &= 4 + \frac{7}{6} \\ &= 5.25 \quad 5 \end{aligned}$$

$$\text{ஆகாரம்} = L_1 + d \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} \right) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (5) &= 1 + \left(\frac{15}{15+3} \right) (10) \\ &= 3 \quad (5) \end{aligned}$$

70

(b) நாவிதர் ஒருவர் ஒரு வாடிக்கையாளரின் தலைமயிரை வெட்டுவதற்கு எடுக்கும் நேரம் இடை 20 நிமிடங்களுடனும் நியம விலகல் 5 நிமிடங்களுடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது.

(i) நாவிதர் வாடிக்கையாளரின் தலைமயிரை வெட்டுவதற்கு

(a) 25 நிமிடங்களிலும் கூடுதலான நேரத்தை

(b) 25 நிமிடங்களுக்கும் 30 நிமிடங்களுக்கும் இடைப்பட்ட ஒரு நேரத்தை

எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) அவர் 5 வாடிக்கையாளர்களுக்கு 2 மணித்தியாலங்களிலும் (120 நிமிடங்களிலும்) குறைந்த நேரத்தில் சேவையளிப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

நாவிதர் தலைமயிரை வெட்டுவதற்கு எடுக்கும் நேரம் X எனின்.

$$X \sim N(20, 5^2)$$

$$\begin{aligned} P(X > 25) &= 1 - P(X \leq 25) \quad (5) \\ &= 1 - P\left(Z \leq \frac{25-20}{5}\right) \quad (5) \\ &= 1 - P(Z \leq 1) \\ &= 1 - (0.5 + 0.3413) \quad (10) \\ &= 0.1587 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(25 < X < 30) &= P(X < 30) - P(X < 25) \quad (5) \\ &= P(Z < 2) - P(Z < 1) \quad (5) \\ &= (0.5 + 0.4772) - (0.5 + 0.3413) \quad (5) \\ &= 0.1359 \quad (5) \end{aligned}$$

5 வாடிக்கையாளரிடமிருந்து தலைமயிரை எடுக்கும் நேரம் Y என்க.

$$Y \sim N(100, 125) \quad (10)$$

$$P(Y < 120) = P\left(Z < \frac{120-100}{\sqrt{125}}\right) \quad (5)$$

$$= P(Z < 1.79)$$

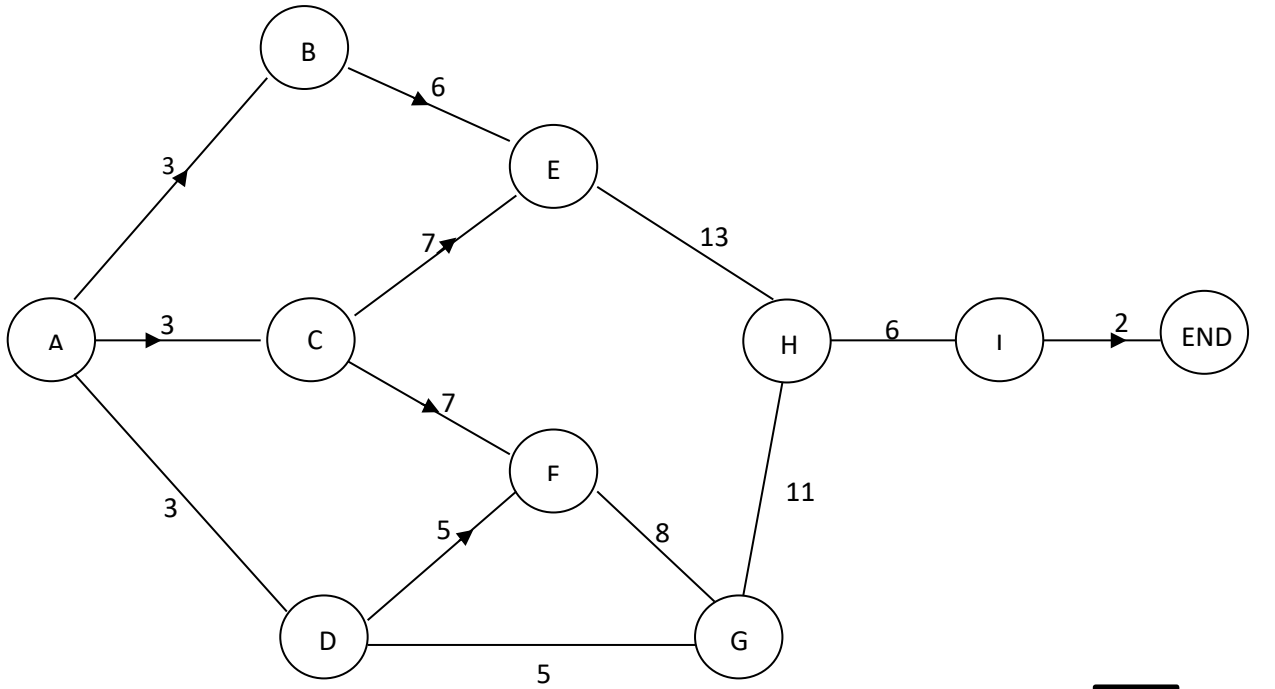
$$= 0.9633 \quad (5)$$

70

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கு எடுக்கும் காலமும் செயற்பாடுகளின் பாய்ச்சல்களும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

செயற்பாடு	முற்பட்ட செயற்பாடு (செயற்பாடுகள்)	காலம் (மாதங்கள்)
A	–	3
B	A	6
C	A	7
D	A	5
E	B, C	13
F	C, D	8
G	D, F	11
H	G, E	6
I	H	2

(i) செயற்பாட்டு வலையமைப்பை அமைக்க.



(ii) ஒவ்வொரு செயற்பாட்டுக்கும் முந்திய தொடக்க நேரம், முந்திய முடிப்பு நேரம், பிந்திய தொடக்க நேரம், பிந்திய முடிப்பு நேரம், மிதப்பு ஆகியவற்றைக் காட்டும் ஒரு செயற்பாட்டு அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

செயற்பாடு	ES	EF	LS	LE	Float
(A)	0	$0 + 3 = 3$	$3 - 3 = 0$	3	0
B	3	$3 + 6 = 9$	$13 - 3 = 10$	16	7
(C)	3	$3 + 7 = 10$	$10 - 7 = 3$	10	0
D	3	$3 + 5 = 8$	$10 - 5 = 5$	10	2
E	10	$10 + 13 = 23$	$29 - 13 = 16$	29	6
(F)	10	$10 + 8 = 18$	$18 - 8 = 10$	18	0
(G)	18	$18 + 11 = 29$	$29 - 11 = 18$	29	0
(H)	29	$29 + 6 = 35$	$35 - 6 = 29$	35	0
(I)	35	$35 + 2 = 37$	$37 - 2 = 35$	37	0

50

(iii) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

செயற்றிட்டத்திற்குரிய மொத்த காலம் = 37 மாதங்கள்

10

10

(iv) செயற்றிட்டத்தின் அவதிப் பாதையை எழுதுக.

A, C, F, G, H, I

10

10

(v) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தை நீட்டிக்காமல் தாமதிக்கப்படத்தக்க செயற்பாடுகள் யாவை?

B, D, E

10

10

(vi) செயற்றிட்டத்தை முடிக்கும் காலத்தைப் பின்வரும் ஒவ்வொன்றும் எங்ஙனம் பாதிக்கும்?

(a) செயற்பாடு F ஆனது 2 மாதங்களினால் தாமதமடைதல்.

F அவதிப்பாதை, F ஆனது 2 மாதங்கள் பிந்தினால் எல்லா செயற்றிட்டங்களும் 2 மாதங்கள் பிந்தும்

10

10

(b) செயற்பாடு E ஆனது 1 மாதத்தினால் தாமதமடைதல்.

செயற்பாடு E ஆனது 6 மாதங்கள் பிந்தினால் தடையில்லாமல் செயற்பாட்டை முடிக்கலாம். ஆகவே செயற்பாடு E ஆனது 1 மாதம் பிந்தினால் செயற்றிட்டத்தை தடையிலாமல் முடிக்கலாம்.

10

10

