



DEVI BALIKA VIDYALAYA - COLOMBO

Second Term Test - September 2022

Combined Mathematics I

Grade 13

★ ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

Part B

- (11) a) λ තාත්වික නියතයක් වූ $4x^2 + 2\lambda x + \lambda + 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β නම්,
- α හා β තාත්වික මූල වන්නේ නම් λ හි අගය සොයන්න.
 - මූල $\alpha + \alpha\beta$ හා $\beta + \alpha\beta$ වන $ay^2 + by + c = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් a, b හා c යන්න නියත හා λ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.
 - ඉහත සඳහන් y හි වර්ගජ සමීකරණයේ මූල අතර වෙනස $\sqrt{5}$ වන පරිදි λ හි අගයන් සොයන්න.

b) $f(x)$ වර්ගජ ශ්‍රිතය $(x - 3)$ න් හරියටම බෙදිය හැකි අතර එය $(x + 1)$ න් හා $(x + 4)$ බෙදූ විට පිළිවෙලින් -8 හා 28 ශේෂ ලබා දේ. $f(x)$ බහුපදය සොයන්න.

c) $g(x) = (Ax + B)^2 (f(x))$ වේ මෙහි $f(x)$ ශ්‍රිතය $(x + \frac{1}{2})^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $(-169 - 2x)$ නම් $g(x)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.
මෙහි $A = 48$ වේ.

(12) a) දේවි බාලිකා විද්‍යාලීය දැනුම මිනුම සංගමය මගින් දැනුම ලබා ගැනීමේ නූතන ක්‍රම පිළිබඳව දැනුවත් කිරීමේ වැඩසටහනක් සංවිධානය කරන ලදී. ඒ සඳහා ඉතිහාසය, විද්‍යාව හා තාක්ෂණවේදය, භූගෝලය හා ක්‍රීඩා යන අංශ සඳහා එක් අංශයෙන් දෙදෙනෙකු බැගින් නියෝජනය කරමින් ශිෂ්‍යයන් 8 බැගින් පාසල් 8 සහභාගි විය.

- එක් පාසලකින් කණ්ඩායම් නායකයා ඇතුළු තවත් එක් ශිෂ්‍යයෙකු බැගින් තෝරා ගන්නා ලදී.
- දෙවන අදියර සඳහා එක් ක්ෂේත්‍රයකින් ශිෂ්‍යයාවන් 2 බැගින් තෝරා ගන්නා ලදී.
- තෙවන අදියර සඳහා එක් ක්ෂේත්‍රයකින් 2 බැගින් පාසල් 8 ම නියෝජනය වන පරිදි 8 දෙනෙකු තෝරා ගන්නා ලදී.

ඉහත සියලු අදියර සඳහා සිසුන් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

iv) කණ්ඩායම් නායකයින් හා පාසල් සංවිධායක කමිටුවේ ශිෂ්‍යයාවන් 5 දෙනෙකු සමූහ ඡායාරූපයකට පෙනී සිටින අතර සංවිධායක කමිටුවේ හරිමැද හා අලුතක් පාසල් දෙපස පිහිටන සේ එක පෙළට සිටිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

b) $\frac{13}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{5}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{7}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$

ශ්‍රේණියේ n වන පදය U_r ලබා ගන්න.

$f(r) = \frac{Ar + B}{r(r+1)}$ ලෙස ගන්න.

$f(r+1) - f(r) = U_r$ වන පරිදි A හා B නිර්ණය කරන්න. එනමින් $\sum_{r=1}^n U_r$ අගයන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව සාධනය කර අනන්තයට ඵෙකතය සොයන්න.

(13) a) $F(x) = \frac{3x+1}{x(1-x)}$ යන්න $x \neq 0, 1$ සඳහා සලකමු.

මෙහි පළමු අවකලන සංගුණකය $f'(x)$ යන්න.

$f'(x) = \frac{(3x-1)(x+1)}{x^2(x-1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $x \neq 0, 1$ වේ.

එනමින් $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ x අන්තඃක්ෂේපය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. මෙම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| \leq 0$ සත්‍යතාව තෘප්ත කරන x හි සියලුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

b) A හා B නම් ලක්ෂ්‍ය 02 ක් අතර අධිවේගී මාර්ගයක් සෑදීමට යෝජනා වූ අතර A ලක්ෂ්‍යය නැගෙනහිර සිට බටහිරට යන අතහැර දූමු මාර්ගයක් මත පිහිටන අතර B ලක්ෂ්‍යය උතුරු දිශාවෙන් පිහිටයි. අතහැර දූමු මාර්ගයේ යම් ලක්ෂ්‍යයක සිට 5 km ක් නැගෙනහිර දෙසින් A ද 3 km දුරක් උතුරු දෙසින් B ද පිහිටයි. ඉංජිනේරු අංශය යෝජනා කරනු ලබන්නේ පැරණි මාර්ගයේ A සිට යම් P ස්ථානයක් දක්වා කොටසක් ප්‍රතිසංස්කරණය කර P සිට B දක්වා නව මාර්ගයක් ඉදිකරන ලෙසයි. පැරණි මාර්ගය ප්‍රතිසංස්කරණයට 1 km සඳහා රුපියල් 2 000 000 ද නව මාර්ගයේ 1 km සඳහා රුපියල් 4 000 000 ද වැයවේ නම් පිරිවැය අවම කිරීම සඳහා පැරණි මාර්ගයේ කොපමණ දුරක් ප්‍රතිසංස්කරණය කළ යුතු ද?

(14) a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $3 + 6x + 4x^2 - 2x^3 = Ax(x^2 + 3) + B(x^2 + 3) + C(x + D)x^2$ වන පරිදි A, B හා C නියත සොයන්න.

එනමින් $\frac{3 + 6x + 4x^2 - 2x^3}{x^2(x^2 + 3)}$ යන්න නිත්‍ය භාගවලින් ලියා දක්වා $\int \frac{3 + 6x + 4x^2 - 2x^3}{x^2(x^2 + 3)} dx$ සොයන්න.

b) $I = \int_0^1 x \tan^{-1} x^2 dx$ නම් I සොයන්න.

c) $\frac{d\left[2\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}\right]}{dx} = \sqrt{4-x^2}$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\int \sqrt{4-x^2}$ සොයා $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන පරිදි $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ප්‍රතිඵලය, භාවිතයෙන් $\int_0^1 \sqrt{3+2x-x^2} dx$. අගය සොයන්න.

- (15) a) (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය $ax + by + c = 0$ රේඛාවට දෙපසින් පිහිටන්නේ $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$ වීම අනුව බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා CA පාදවල සමීකරණ $x - y = 0$, $2x + y + k = 0$ හා $11x - 2y - 2k = 0$ වේ.

මෙහි k නියතයකි. BCA කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්ච්ඡේදකයට, $D = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී

AB පාදය හමුවේ නම් k හි අගය සොයන්න. BCA කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණය සම්ච්ඡේදනයෙන් AB පාදය බෙදන අනුපාතය සොයන්න.

- b) $2x + y - 1 = 0$ රේඛාව මත A $(-1, 3)$ ලක්ෂ්‍යයට $\sqrt{20}$ ඇතින් දී ඇති රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 2 හි බිඳීමක සොයන්න.

- (16) a) ABC ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $BD : DC = m : n$ වන පරිදි BC මත පිහිටන ලක්ෂ්‍යයකි D. $\hat{B}AD = \alpha$, $\hat{C}AD = \beta$ හා $\hat{C}DA = \theta$ නම්, $(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$ බව සාධනය කරන්න.

- b) L යනු AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයද, M යනු A ශීර්ෂයේ සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බයේ අඩියද වේ. P හිදී CL හා Am ඡේදනය වේ.

$\tan\{\hat{M}PC\} = \frac{\cot A - \cot B + 2 \tan A}{3 - \tan A \tan B \cot B}$ බව පෙන්වන්න.

- c) $\cos x + \cos 3x = \sin 2x + \sin 4x$ සමීකරණය විසඳන්න.



දේව බාලිකා විද්‍යාලය - කොළඹ

දෙවන වර පරීක්ෂණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය II

13 ශ්‍රේණිය

Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya - Colombo Devi Balika Vidyalaya

★ ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

(11) a) $t = 0$ කාලයේ දී m ස්කන්ධයෙන් යුත් A කුඩා ප්‍රමාණයේ ප්‍රත්‍යස්ථ ගෝලයක් බිමෙහි ලක්ෂ්‍යයක සිට පිරස් ලෙස $2u$ වේගයෙන් උඩු අතට ප්‍රත්ස්ථ කරනු ලබන අතර බිමට h උසකදී නිසලව ඇති ඒ හා සමාන තවත් B ගෝලයක වැදීමෙන් පසුව ගෝල 2 කම ඉහළට ගමන් කරයි නම් හා ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්,

- i) වස්තු දෙකේ චලිතයට ප්‍රවේගකාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.
- ii) A අංශුව බිම පතිත වන ප්‍රවේගය

$\sqrt{4u^2 - 2gh}(1 - e)^2 + h$ බව පෙන්වන්න. $\frac{\sqrt{(4u^2 - 2gh)(1 - e)^2 + 8gh}}{2}$

b) $u \text{ kmh}^{-1}$ වූ නියත වේගයකින් උතුරු දෙසට වූ සරල රේඛීය චර්යාවක් ඔස්සේ නැවක් ගමන් කරයි. $t = 0$ වේලාවේ දී නැව හා සබ්මැරීනය අතර ඇති තිරස් දුර d වන පරිදි නැවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් නැගෙනහිරට θ වූ දිශාවකින් සතුරු සබ්මැරීනයක් දිස්වේ. සබ්මැරීනයේ උපරිම වේගය $V \text{ kmh}^{-1}$. $V < u \sin \theta$ නම් සබ්මැරීනයට නැව හමුවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

$u \sin \theta < V < u$ නම් නැව හා සබ්මැරීනය අතර කෙටිම දුර සොයා නැව අනතුරේ පවතින කාල පරාසය සොයන්න. (ඉගෙනීමේ අවධානය යොමු කර ගන්න)

(12) a) ස්කන්ධය m වන p අංශුවක එක් කෙළවරක් දිග a හා ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අවල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී p අංශුව A ලක්ෂ්‍යයක පවතී. මෙහි $OA = a$ වන අතර O හරහා වන තිරස් රේඛාව සමඟ පහතට OA රේඛාව 30° කෝණයක් සාදයි. ආරම්භයේදී OA ට ලම්බකව පහළ දෙසට අංශුවට u වේගයක් පවතී. අංශුව අරය a වන සිරස් වෘත්තයක් වටා චලිත වේ. OP රේඛාව තිරස් සමඟ පහතට θ කෝණයක් සාදන විටදී, තන්තුවේ ආතතිය T වේ.

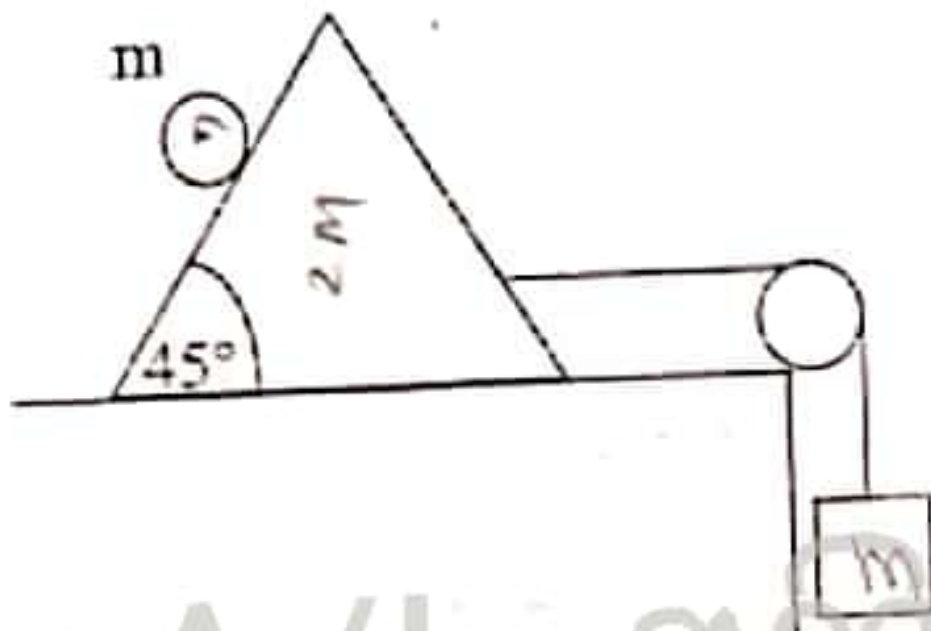
$T = \frac{mu^2}{a} - mg + 3mg \sin \theta$ බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතතිය $6mg$ ඉක්මවුවහොත් තන්තුව කැඩෙයි. වෘත්ත චලිතයේ කිසිම අවස්ථාවකදී තන්තුව නොකැඩීම සඳහා u ට තිබිය හැකි උපරිම අගය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න.

- b) රූපයේ දක්වෙන ආකාරයට පුමට කප්පියක් උඩින් ගොස් සිරස් ලෙස එල්ලෙන M ස්කන්ධයක් රැගත් තන්තුවක් මගින් පුමට නිරස් මේසයක් දිගේ නිරස් ලෙස ඇඳිනු ලබන $2M$ ස්කන්ධයක් ඇති පුමට කුඤ්ඤයක නිරසට 45° කෝණයකින් ආනත මුහුණත මත හා m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් තබනු ලැබේ. එලින සියල්ලම වැඩිතම බැවුම රේඛාවක් හරහා යන සිරස් තලයක වෙයි. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව m හි ත්වරණය,

$$\frac{\sqrt{2}g(4M + m)}{(6M + m)} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

කුඤ්ඤය මත m හි තෙරපුම ද සොයන්න.



- (13) a) PQRS සෘජුකෝණාස්‍රයේ $\overrightarrow{PQ} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{PS} = \underline{b}$ වේ. $SN = 3NR$ වන පරිදි SR මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. PN හා QS, M හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $PM = K_1 MN$ හා $QM = K_2 MS$ නම්,

$$\overrightarrow{PM} = \frac{K_1}{4(1+K_1)} (4\underline{b} + 3\underline{a}) = \underline{a} + \frac{K_2(\underline{b}-\underline{a})}{(1+K_2)} \text{ බව සාධනය කරන්න.}$$

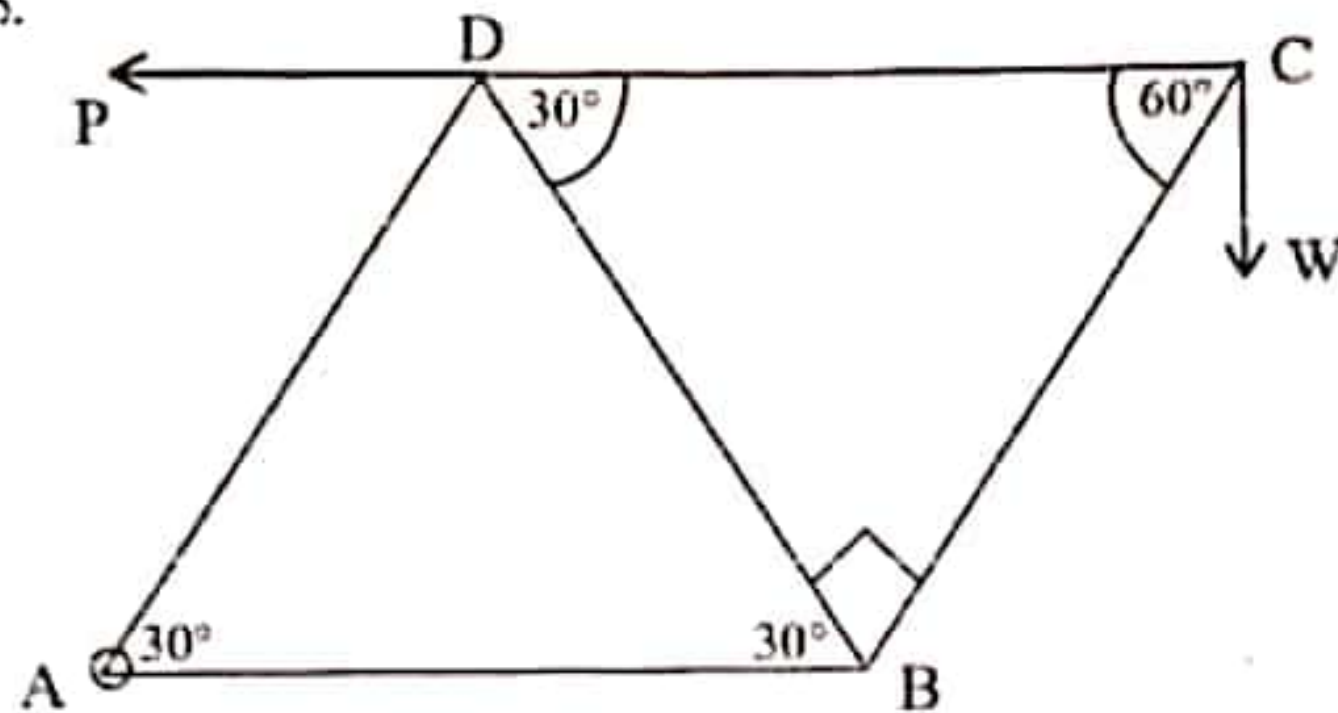
මෙහි K_1 හා K_2 යනු තාත්වික නියත වේ. එනමින් K_1 හා K_2 හි අගයන් නිර්ණය කරන්න.

$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{7} (3\underline{a} + 4\underline{b}) \text{ බව ආපෝහණය කරන්න.}$$

PN හා QS එකිනෙකට ලම්භක නම් $2PS = \sqrt{3}PQ$ බව පෙන්වන්න.

- b) O, A, B ලක්ෂ තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් (O_i, O_j) , $(2a_i, O_j)$, $(a_i, \sqrt{3}a_j)$ ලෙස වේ. තවද, එම ලක්ෂ වලදී පිළිවෙලින් $2pi$, $(-i + \sqrt{3}j)P$ හා $2(-i, -\sqrt{3}j)P$ යන බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල වල සම්ප්‍රසුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. තවද සම්ප්‍රසුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $\sqrt{3}x - y + 2\sqrt{3}a = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙම පද්ධතිය තනි බලයකට පමණක් උෟණනය වේ නම් හා එය B මගින් ගමන් කරයි නම් ඒ සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

- b) රාජ්‍යයේ පරිදි සැහැල්ලු දඩු 5 ක් භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල කෙලවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.



රාමු සැකිල්ල A හිදී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසව් කර ඇත. C සන්ධියේදී W භාරයක් එල්ලා AB හා CD තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලය රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇත්තේ D සන්ධියේ දී රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තිරස් P බලයක් මගිනි.

C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාවල සටහනක් ඇඳ එමගින් දඬු පහෙහි ප්‍රත්‍යා බල සොයා ආතති, තෙරපුම් දක්වන්න. P හි අගය හා A හි ප්‍රතික්‍රියාවෙහි විශාලත්වය සොයන්න.

- (15) a) පහත දත්ත ඇත්තේ 100 kmh^{-1} සිට 180 kmh^{-1} අතර වේගයෙන් ධාවනය වූ වාහන සංඛ්‍යාවකි.

වේග සීමාව	ව්‍යාප්ත ගණන
1	
100 – 110	4
110 – 120	16
120 – 130	36
130 – 140	52
140 – 150	64
150 – 160	40
160 – 170	32
170 – 180	11

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තිය සඳහා

$$d_i = \frac{x_i - 145}{10} \text{ කේතනය යොදා ගනිමින්,}$$

- i) මධ්‍යන්‍යය
- ii) විචලකය
- iii) සම්මත අපගමනය
- iv) කුටිකකාවය සොයන්න.
- v) ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද?

- b) නිරීක්ෂණ 20 ක මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 12 හා 6 ලෙස ගණනය කර ඇත. නිරීක්ෂණයක් නිවැරදි අගය 5 වෙනුවට වැරදි ලෙස 10 ලේඛන ගත් කර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිවැරදි මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.