

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]

[முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]

All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2009 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2009 ஆகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2009

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) α සහ β යනු $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ; මෙහි $c \neq 0$ වේ. $\alpha^3 \beta^2$ හා $\alpha^2 \beta^3$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

එනමින්, $\alpha^3 \beta^2 + \frac{1}{\alpha^2 \beta^3}$ හා $\alpha^2 \beta^3 + \frac{1}{\alpha^3 \beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

- (b) $f(x)$ බහුපදය $x - \alpha$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ බහුපදය $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය

$A(x - \beta)(x - \gamma) + B(x - \alpha)(x - \gamma) + C(x - \alpha)(x - \beta)$ ආකාරය ගනියි; මෙහි α, β සහ γ සමාන නොවන තොරතුරු සංඛ්‍යා වේ.

$\alpha, \beta, \gamma, f(\alpha), f(\beta)$ සහ $f(\gamma)$ ඇසුරෙන් A, B සහ C නියත ප්‍රකාශ කරන්න.

එනමින්, $x^5 - kx$ යන්න $(x + 1)(x - 1)(x - 2)$ න් බෙදූ විට ශේෂයේ x හි පදය අඩංගු නොවන ලෙස k නියතයේ අගය සොයන්න.

2. (a) PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයම ගෙන සෑදිය හැකි වෙනස් පිළියෙල කිරීම් සංඛ්‍යාව සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණක් H, I, S සහ Y යන අකුරු එකට තිබෙයි ද?

PHILOSOPHY යන වචනයෙහි අකුරු දහයෙන් 5 ක් තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

- (b) $P_n = n(n+1) \dots (n+r-1)$ යැයි ගනිමු; මෙහි n සහ r ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

$nP_{n+1} = nP_n + rP_n$ බව පෙන්වන්න.

P_n/n යන්න $(r-1)!$ වලින් බෙදෙන බව උපකල්පනය කර, $P_{n+1} - P_n$ යන්න $r!$ වලින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

අනුයාත ධන නිඛිල r සංඛ්‍යාවක ගුණිතය $r!$ වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න.

3. (a) ගණිත අනුප්‍රහන මූලධර්මය භාවිත කර ගනිමින්, $(x+y)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^{n-r} y^r$ බව සාධනය කරන්න;

මෙහි n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන අතර, ${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ වේ.

$(p+q)^n - p^n - q^n$ යන්න pq වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න; මෙහි p, q සහ n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

- (b) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වෙනි පදය U_r යන්න $\frac{(2r+1)}{(3r-2)(3r+1)} \cdot \frac{1}{7^r}$ මගින් දෙනු ලැබේ.
 $U_r = f(r-1) - f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

එනමින්, $\sum_{r=1}^n U_r = S_n$ සොයා, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ හි අගය සොයන්න.

4. (a) $-80-18i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගමූල සොයා,

$$4z^2 + (16i - 4)z + (65 + 10i) = 0 \text{ වර්ග සමීකරණය විසඳන්න.}$$

(b) ආගන්ති සටහනක $\arg(z+1) = \frac{\pi}{3}$ සමීකරණය විවරණය කර $|z|$ හි අවම අගය සොයන්න.

(c) ය යනු $z^3 - 1 = 0$, සමීකරණයෙහි සංකීර්ණ මූලයක් නම්, එවිට ω^2 අනෙක් සංකීර්ණ මූලය බව පෙන්වන්න.

$$\omega^{2k} + (1 + \omega)^k = 0 \text{ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි } k \text{ මත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.}$$

මත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය k සඳහා $x^2 + x + 1$ යන්න $x^{2k} + (1+x)^k$ හි සාධකයක් බව අපෝහනය කරන්න.

5. (a) ප්‍රමුඛවර්ග භාවිතයෙන්, $f(x) = \sin x$ ශ්‍රිතයෙහි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$$g(x) = \cos x \text{ හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරන්න.}$$

$$(i) \sin(\ln(1+x^2))$$

$$(ii) \cos(\sin x)$$

x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(b) $y = \sin k\theta \operatorname{cosec} \theta$ සහ $x = \cos \theta$ යැයි ගනිමු; මෙහි k නියතයකි.

$$(i) (1-x^2) \frac{dy}{dx} - xy + k \cos k\theta = 0,$$

$$(ii) (1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + (k^2 - 1)y = 0$$

බව සාධනය කරන්න.

(c) $P\left(3, \frac{1}{5}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී $y(1+x^2) = 2$ වක්‍රයට ඇදී යාමේදී ස්පර්ශකය, Q හි දී නැවතත් වක්‍රය හමුවෙයි. Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

6. (a) $I_k = \int \frac{e^t}{t^k} dt$ යැයි ගනිමු; මෙහි $t > 0$ වන අතර k ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

$$(k-1)I_k - I_{k-1} + \frac{e^t}{t^{k-1}} = C \text{ බව පෙන්වන්න; මෙහි } C \text{ අභිමත නියතයකි.}$$

$$\int e^x \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2 dx \text{ සොයන්න; මෙහි } x > -1 \text{ වේ.}$$

(b) f යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තුලකය මත අර්ථ දැක්වා ඇති තාත්ත්වික අගයන් ගන්නා ශ්‍රිතයක් වන අතර,

$$J = \int_0^a f(x) dx \text{ වේ; මෙහි } a > 0 \text{ වේ.}$$

$$\int_0^a f(a-x) dx = J \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{2k} x}{\cos^{2k} x + \sin^{2k} x} dx \text{ අගයන්න; මෙහි } k \text{ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.}$$

[ගුණවත් පිටුව බලන්න]

7. (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ලම්භ සරල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_0 + at, y_0 + bt)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නමුත්, $ax + by + c = 0$ රේඛාව තුළ (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයෙහි දර්පණ ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයෙහි OA සහ AB පාදවල ලම්භ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ පිළිවෙළින් $x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ සහ $x - y = 1$ වේ; මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන අතර, O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ. OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාද තුනෙහි සමීකරණ සොයන්න.

තව ද, OB පාදයෙහි ලම්භ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය සොයා, OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාදවල ලම්භ සමච්ඡේදක ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

8. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ සමීකරණ මගින් ඡේදනය නොවන වෘත්ත දෙකක් නිරූපණය කෙරෙයි. වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර O_1 සහ O_2 යැයි ගනිමු. O_1 සහ O_2 අතර පිහිටි T ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්ත දෙකට පොදු ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි ය.

T ලක්ෂ්‍යය හඳුනා ගෙන, එහි ඛණ්ඩාංක O_1 සහ O_2 හි ඛණ්ඩාංක සහ වෘත්ත දෙකේ අරයන් ඇසුරෙන් සොයන්න.

වෘත්ත දෙකට දෙවන ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි, O_1, O_2 විස්තෘත රේඛාව මත පිහිටි T' ලක්ෂ්‍යය ද හඳුනා ගෙන T' හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$x^2 + y^2 - 18x + 6y + 86 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 18x - 6y + 74 = 0$ වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශක හතරේ සමීකරණ සොයන්න.

9. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන් ශයිත් නීතිය ප්‍රකාශ කර, පාඨනය කරන්න.

A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට, තිරසර θ කෝණයකින් ආනත වූ සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි. $AB = x$ වන අතර, D යනු C සිට h උසකින් සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. CD මගින්, A සහ B හි දී පිළිවෙළින් α සහ β කෝණ ආපාතනය කෙරෙයි.

$$(i) h = \frac{x \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha) \cos \theta}$$

$$(ii) d = \frac{x \sin(\alpha + \theta) \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

බව පාඨනය කරන්න; මෙහි d යනු A හි මට්ටමේ සිට D හි උස වේ.

- (b) (i) $\sin \theta - \cos \theta = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුමක්,

$$(ii) \tan^{-1} \frac{1}{2} - \tan^{-1} \frac{1}{3} = \sin^{-1} x$$

සොයන්න.
