

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02

S

I

පැතුනයි/Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) λ අදිගයක් සහ a හා b දෛශික දෙකක් දී තිබේ.
මෙවායේ අර්ධ දක්වන්න.

(i) $a + b$

(ii) $a - b$

(iii) λa

- (ආ) BC, CA, AB පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ $\frac{BP}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{AR}{AB} = \lambda$
වන පරිදි ය. මෙහි λ යනු අදිග නියතයකි.

$$\vec{AP} + \vec{BQ} + \vec{CR} = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (ඇ) $OABCDE$ යනු සවිධි ඝඩස්‍රයකි. O අනුබද්ධයෙන් A වලින් B වලින් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a හා b වේ. O අනුබද්ධයෙන් C, D, E ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

2. a හා b යනු සමාන්තර තොවන්නා වූත් ඉතා තොවන්නා වූත් දෛශික දෙකකි. $\alpha a + \beta b = 0$
යන්නෙන් පවත්නොත් $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයකි. $\vec{OA} = a$ ද $\vec{OB} = b$ ද වෙයි. AOB කෝණයේ අභ්‍යන්තර සම්විෂේදකයට OAB කෝණයේ බාහිර සම්විෂේදකය P හි දී හමුවෙයි.

$$a = |a|, b = |b| \text{ හා } c = |a - b|$$

ලෙස දී තිබෙයි.

$$\vec{OP} = \lambda \left(\frac{a}{a} + \frac{b}{b} \right) = a + \mu \left(\frac{a}{a} + \frac{b-a}{c} \right)$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිග වේ. λ, μ නිර්ණය කොට ඒ නඩින් OBA කෝණය BP මගින් බාහිර ව සම්විෂේදකය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.

3. (අ) දෛශික දෙකක අදිග ගුණිතය යන්නෙහි අර්ධ දක්වන්න. මෙම ගුණිතය ඉතායට සමාන විය හැක්කේ කුමන අවස්ථාවේ ද?

- (ආ) ABC ත්‍රිකෝණයෙක A, B ශීර්ෂවල සිට සම්මුඛ පාදවලට අදින ලද ලම්භ O හි දී උකින්නකට හමුවෙයි. CO රේඛාව AB ට ලම්භ බව දෛශික භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

- (ඇ) i, j, k , යනුවෙන් දක්වෙන අනන්‍යතා වශයෙන් ලම්භ දෛශික පිළිවෙලින් $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ මගින් නිරූපණය කෙරෙයි.

$\vec{OD} = \lambda (i + j + k)$ යන්නෙන් දක්වෙන දෛශිකය ABC තලයට ලම්භ බව පෙන්වන්න.
 D ලක්ෂ්‍යය ABC තලය මත පිහිටන්නේ λ වල කිනම් අගයකට ද?

4. (X_r, Y_r) බල පද්ධතියක් (x_r, y_r) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි. මෙහි $r = 1, 2, 3, \dots, n$.
 $P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ සුර්ණය M ,

$$M = G - Yx + Xy \text{ යනුවෙන් දක්වන}$$

බව පෙන්වන්න.

මෙහි
$$X = \sum_{r=1}^n X_r, \quad Y = \sum_{r=1}^n Y_r, \quad \text{හා} \quad G = \sum_{r=1}^n (x_r Y_r - y_r X_r) \quad \text{වෙයි.}$$

$A(a, 0)$ හා $B(0, -a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා පද්ධතියේ සුර්ණය පිළිවෙලින් λG හා $-\lambda G$ වෙයි. මෙහි $G \neq 0$.
 මෙම පද්ධතිය සඳහා X හා Y එකවිට අතුරුදහන් විය නොහැකි බවත්, පද්ධතිය,

$$(1 - \lambda)x - (1 + \lambda)y - a = 0 \text{ රේඛාව ඔස්සේ තනි බලයකට උණනය වන බවත් පෙන්වන්න.}$$

මෙම රේඛාව අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව අපෝහනය කොට එම ලක්ෂ්‍යයේ බැස්වාක සොයන්න.

5. $2l$ දිගැති AOQ තන්තුවක් මගින් O සුළඟට තදවැන්කින් $2a$ දිගැති W බර ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එල්ලා ඇත. තන්තුවේ එක් කෙළවරක් දණ්ඩෙහි A ට ගැටගසා අනෙක් කෙළවර Q නම් කුඩා ලුහු සුළඟට මුද්‍රවකට ඇදා තිබෙන අතර මුද්‍රව දණ්ඩ දිගේ සර්පණය වෙයි. දණ්ඩ තීරයට θ කෝණයකින් ආනතව තිබෙයි. Q මුද්‍රවෙන් AB දණ්ඩෙක් සමතුලිතතාව සැළකීමෙන් පහත දක්වන ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

- තන්තුවේ කෙළින් පිහිටි එක් එක් කොටස සිරසට θ කෝණයකින් ආනත බව
- තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W \sec \theta$ බව.
- θ කෝණය $a \cos \theta = l \sin \theta$ යනුවෙන් දක්විය හැකි බව.

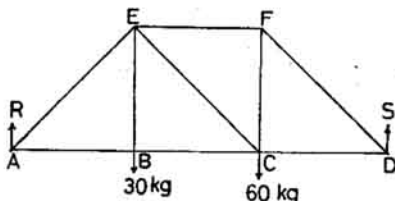
6. එක එකෙහි බර W වන AB, BC, CD, DE, EA නම් එක සමාන ඒකාකාර දඩු පහකින් $ABCDE$ රාමු සැකිල්ලක් සෑදෙන පරිදි දඩුවල A, B, C, D, E කෙළවරයන්හි දී සුළඟ ලෙස අසම්පූර්ණව තිබෙයි. AB දණ්ඩ තීරස් තලයක් මත තබා රාමුසැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටුවා තිබෙයි. BC හා AE දඩුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය තන්තුවක් මගින් ඇඳා රාමුසැකිල්ලේ සවිසි පරාවාස හැඩය පවත්වා ගැනේ.

- D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{1}{2}W \cot \frac{\pi}{3}$ බවත්
- තන්තුවේ ආතතිය

$$W \left[\cot \frac{\pi}{3} + 3 \cot \frac{2\pi}{3} \right] \text{ බවත්}$$

සපුරා කරන්න.

7.



රූපයෙන් දක්වන්නේ A, B, C, D, E, F වල දී සුළඟ ලෙස සැටිය කළ ලුහු දඩු නවයකින් සෑදි රාමු සැකිල්ලකි. $ABCD$ තීරස් වන අතර $AB = BC = CD = BE = CF$ හා $\angle ABE = \angle DCF = 90^\circ$ වේ. B හි දීත් C හි දීත් පිළිවෙලින් 30 kg හා 60 kg වන සිරස් තර දෙකක් රාමු සැකිල්ල උසුලයි. A හා D ආධාරකවල දී ඇති R හා S සිරස් බල මගින් එය පිහිටුවා ඇත. R හා S සොයන්න.

ප්‍රත්‍යාවල රූප සටහනක් අඳින්න. එනමින් දඩුවල ප්‍රත්‍යාවල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග තීරණය කරන්න.

8. a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් බිමක් හා රළු සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් නිශ්චලතාවේ තිබේ. ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යයන් දෙකෙහිදී ම සර්ඝණ සංගුණකය μ වේ. අර්ධ ගෝලය ලිස්සා යාමට ආසන්නව අවස්ථාවේ තිබෙයි නම්, බිමෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවන්, බිත්තියෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවන් බිත්තියේ සිට

$$\frac{a(1-\mu)}{1+\mu^2}$$

දුරෙකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දී චේදනය වන බව පෙන්වන්න.

තල ආධාරකය තිරසර α කෝණයකින් ආනතව පිහිටන්නේ

$$\sin \alpha = \left\{ \frac{8}{3} \frac{\mu(1+\mu)}{1+\mu^2} \right\}$$

වන පරිදි බව අපෝහනය කරන්න.

9. (i) a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයක්

(ii) ආධාරකයේ අරය a ද අඩු සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර සහ කේතුවකින් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

එක ම ද්‍රව්‍යකින් සෑදී ඇතැයි උපකල්පනය කෙරෙන සහ වස්තු දෙකේ තල ආධාරක සම්පීඩ්‍යව පාඨය සංයුත සත්‍යයක් සැලකා පරිදි සකස් කොට ඇත. දැන් මෙම සංයුත සත්‍යය අවල තිරස් තලයක් මත තබනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයෙහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් තලය සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් එයට සමතුලිතව පිහිටිය හැකි නම් $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

10. පාදයක දිග a වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක් සහස්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රව්‍යක ගිල්වා ඇත්තේ එහි තලය සිරස්ව ද AB දරය නිදහස් පෘෂ්ඨයෙහි ද පිහිටන අන්දමට ය. ද්‍රව තෙරපුම හා පීඩන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

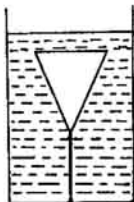
පාදයක දිග x වූත් එක් පාදයක් AB දිගේ පිහිටන්නා වූත් සමචතුරස්‍රාකාර කොටසක් ආස්තරයෙන් ඉවත් කළ විට ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ පීඩන කේන්ද්‍රයෙහි ගැඹුර සොයන්න.

x හි අගය කුමක් වුවත් මෙම ගැඹුර $\frac{8a}{9}$ නොඉක්මවන බව පෙන්වන්න.

11. සහ අර්ධ ගෝලයක් සමීප්‍රණයෙන් ම ජලයේ ගිල්වා එහි තල ආධාරකය තිරසර $\frac{\pi}{2}$ කෝණයකින් ආනතව ද ගැටියේ එක් ලක්ෂ්‍යයක් ජල පෘෂ්ඨයෙහි තිබෙන පරිදි ද පිහිටුවනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සමීප්‍රයක් තෙරපුම තිරස සමඟ $\tan^{-1}(7/3)$ ක කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

දැන් වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සමීප්‍රයක් තෙරපුම තිරස සමඟ $\tan^{-1}(5/3)$ ක කෝණයක් සාදන තෙක් අර්ධ ගෝලය භ්‍රමණය නොවන පරිදි h දුරක් ඔස්සේ පහත් කරනු ලැබේ. h ද අර්ධගෝලයේ අරය ද අතර අනුසාතය සොයන්න.

12.



උස h ද අඩු සිරස් කෝණය α ද වන සෘජු වාත්තාකාර ඒකාකාර සහ කේතුවක් සමීප්‍රණයෙන් ම ද්‍රව්‍යක ගිල්වා ඇති අන්දම රූපයෙන් දක්වමි. ලුහු සිරස් කන්තුවක් මගින් කේතුවේ ශීර්ෂය භාජනයේ අඩියට ගැටගසා ඇත. කේතුවෙන් ද්‍රවයෙන් සහස්ව පිළිවෙලින් σ හා ρ වෙයි. මෙහි $\sigma < \rho$. කන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

කන්තුව කැඩී ගියේ නම් අලුත් සමතුලිත පිහිටීමේ දී ද්‍රවයෙන් පිටත පිහිටන කේතුව ඒකතකයේ උස

$$h \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II

(02) Applied Mathematics II

02

S

II

පැය තුනයි/Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

$$\frac{dy}{dx} = x^{-1} \sin y$$

- (ii) $x - y = v$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 2}{x - y + 1}$$

- (iii) $y = vx$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

විසඳමින් නිරූපණය කෙරෙන්නේ වෘත්ත කුලකයක් බව පෙන්වන්න. මෙම චක්‍රවල දළ සටහනක් අඳින්න.

2. ගොඩනැගිල්ලක ඇති සෝපානයක් එහි පළමු මහලේ සිට මීටර h උසකින් පිහිටි ඉහළ ම මාලයට නැගෙයි. මේ සඳහා මිටිංග් වන මුළු කාලය තත්පර T වේ. සෝපානය පළමු තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද ඉහළ තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද හෝස් අවසානයේ ඒකාකාර චන්ද්‍රායෙන් ගමන් කරයි. ගොඩනැගිල්ලේ ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

$$\text{ත්වරණය} = \text{චන්ද්‍රාය} = \frac{9h}{2T^2} \text{ තත්පර. තත්පර මීටර බව පෙන්වන්න.}$$

ස්කන්ධය m වූ කාසියක් සෝපානයේ බිම මත තිබේ. සෝපානයේ චලිතයෙහි එක් එක් අවධියේ දී සෝපානයේ මිමක් කාසියක් අතර ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$$h > \frac{2T^2g}{9} \text{ නම් කුමක් සිදුවේ ද?}$$

3. m ස්කන්ධය සහිත ගල් O නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ගලෙහි චලිතයට වාතයේ ප්‍රතිරෝධය mkv බලයකට සමාන ය. මෙහි v යනු ගලේ ප්‍රවේගය වන අතර k යනු නියතයකි. O ට ඉහළින් ගලේ උසටම උස h .

$$h = \frac{1}{k} \left[u - \frac{g}{k} \ln \left(1 + \frac{ku}{g} \right) \right]$$

යනුවෙන් දක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. ගල් නැවත O වෙත ලඟාවන්නා වූ V වේගය

$$V + u = a \ln \left(\frac{a + u}{a - V} \right)$$

සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = \frac{g}{k}$ වේ.

4. M ස්කන්ධය හා α කෝණය සහිත කුහුඳයක් සුමට තිරය මත සිටිය යුතුය. තිරයට α කෝණයකින් ආනත කළ දිගේ උඩු අතට m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. එය

$$\frac{2u(M + m \sin^2 \alpha)}{(M + m)g \sin \alpha}$$

කාලයට පසු කළය මත මුල් ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන බව පෙන්වන්න. මෙම කාලය තුළ කුහුඳය මගින් කළ දුර සොයන්න. මෙයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ගමන් මාර්ගය කුමක් ද?

5. ගති විද්‍යාවේ භාවිත කෙරෙන අන්දමට බලය, කාර්යය හා ජවය යන ඒකකවලට අදාළ නිර්වචනය, සුලය හා වොටය යන පදවල අර්ථ දක්වන්න.

පොම්පයක් මගින් විශාල වැවකින් ජලය පොම්ප කර වැව මට්ටමෙන් මීටර 100 ක උසකින් පිහිටි ස්ථානයකට කන්දරයට මීටර 10 ක වේගයෙන් ජලය ලබා දෙයි. පොම්පයේ හරස්කඩය 2 cm අරයකින් යුත් වෘත්තයකි.

(අ) කන්දරයකට ලබා දෙන ජල ප්‍රමාණයේ ස්කන්ධය,

(ආ) එම ජල ස්කන්ධයේ වාලක ශක්තිය,

(ඇ) එම ජල ස්කන්ධයේ වැඩි වූ විභව ශක්ති ප්‍රමාණය, සොයන්න.

පොම්පයේ කාර්යක්ෂමතාව 80% ක් වෙයි නම්, පොම්පය ක්වොට්ටාව 16.5 ක ඩිසුකාඩයකින් යුතුව කාර්යය කරන බව පෙන්වන්න.

$$(\pi = \frac{22}{7}, g = 10 \text{ ms}^{-2}, \text{ ජලය සහ මීටරයක් } 1000 \text{ kg ලෙස සැළකිය හැකි යි.})$$

6. පිළිවෙලින් S_1, S_2 නම් නැව් දෙකක පිහිටුම් දෛශික r_1, r_2, Oxy අක්ෂ කුලකයකට සාපේක්ෂව

$$r_1 = (1 + 4t)\mathbf{i} + 7t\mathbf{j}$$

$$r_2 = 6t\mathbf{i} + (1 + 8t)\mathbf{j}$$

යනුවෙන් දක්වෙයි. මෙහි t යනු පැයවලින් වූ කාලය වන අතර දුර මනින්නේ මිලිග්‍රෑ සැතපුම්වලිනි. මෙම, සොයන්න.

(අ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි පිහිටුම් දෛශිකය,

(ආ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි ප්‍රවේගය,

S_1 හා S_2 අතර කෙටිම දුර මිලිග්‍රෑ සැතපුම් $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

7. ■ ප්‍රවේගයක් සහිත ව චලනය වන A නම් ගෝලයක් නිශ්චලතාවේ තිබෙන B නම් සමාන ගෝලයක ගැටෙයි. A හා B ගෝලවල කේන්ද්‍රයා කෙරෙන රේඛාව ■ හි දිශාවට ඒ කෝණයකින් ආනත වෙයි. ගැටීමෙන් පසු A ගෝලයේ චලිතයෙහි දිශාව ■ හි දිශාව සමග θ කෝණයක් සාදයි.

$$(1 - e) \cot \phi = 2 \cot (\theta + \phi) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

මෙහි e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වෙයි.

ගෝල කේන්ද්‍ර ප්‍රත්‍යාස්ථ නම් $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ බව අපේක්ෂා කොට වාලක ශක්ති භාජනය සොයන්න. මෙහි පිළිතුර සනාථ කරන්න.

8. m ස්කන්ධයෙන් යුතු P අංශුවක් $m\omega^2 x$ බලයක් මගින් O ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට ආකර්ෂණය වෙයි. මෙහි $OP = x$ ද යන නියතයක් ද වෙයි. කාලය $t = 0$ හිදී O සිට a දුරකින් පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ.

$$x = a \cos \omega t \text{ බවත්,}$$

P හි ප්‍රවේගය වන v දක්වන්නේ, $v^2 = \omega^2 (a^2 - x^2)$ යනුවෙන් බවත් පෙන්වන්න.

O ලක්ෂ්‍යයෙහි නිශ්චලතාවේ ඇති $2m$ ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් සමග P අංශුව ගැටෙයි. අංශු දෙක හා $3m$ ස්කන්ධයැති සංයුත වස්තුව $3m\omega^2 x$ බලයට භාජනය වෙයි. අලුත් චලිතයෙහි විස්තාරය හා එහි කාලාවර්තය සොයන්න.

9. සිරසට θ කෝණයකින් u ප්‍රවේගයක් සහිත ව O ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශුවේ පෙහෙහි වන P ලක්ෂ්‍යය පිහිටන්නේ OP රේඛාව තිරයට α කෝණයකින් ආනත වන අන්දමටය.

$$OP = \frac{2u^2 \sin \theta \cos (\alpha + \theta)}{g \cos^2 \alpha} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

α අවලව පිහිටයි නම් OP වැඩිතම වන්නේ

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \text{ විට බව පෙන්වා}$$

α වල වෙනස් වෙනස් අගයන් සඳහා P හි පථය සොයන්න.

10. m ස්කන්ධයැති P අංශුවක් කේන්ද්‍රයේ දිශාවට උල්ල වූ $m \omega^2 PO$ බලයකට භාජනය වෙයි. සහක දක්වෙන වලික සමීකරණ ලබා ගන්න.

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

මෙහි Oxy අක්ෂ කුලකයකට අනුබද්ධයෙන් $P \equiv (x, y)$. P අංශුව $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $(0, u)$ ප්‍රවේගය සහිත ව ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. P හි පෙත ඉලිප්සයක් බව පෙන්වන්න.

(i) ඉලිප්සය පෙත සම්පූර්ණ කිරීමට P ට ගත වන කාලයත්,

(ii) $u > a\omega$ නම්, P හි උපරිම වේගයත් සොයන්න.

11. (අ) කේන්ද්‍රය O හා අරය a වන අභ්‍යුල ගෝලයෙක ප්‍රිදනෙහි ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. එය සම්පූලිත පිහිටීමෙන් සිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරෙයි. OP රේඛාව උඩු සිරස් සමග θ කෝණයක් සාදන විට

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a} (1 - \cos \theta) \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

ප්‍රතික්‍රියාව R සොයා, $\theta = \cos^{-1}(\frac{2}{3})$ විට අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න.

(ආ) අඩු සිරස් කෝණය α වන කුහර කේතුවක් එහි අක්ෂය සිරස් ව හා ශීර්ෂය සහකට පිහිටන පරිදි තබා ඇත. කේතුවේ සුමට අත්ත: පෘෂ්ඨය මත අංශුවක් u වේගය සහිත ව අරය a වන තීරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{ag}{u^2} \right)$$

බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය m හා දිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තීරස් මේසයක් ස්පර්ශ කරමින් සිරස් පිහිටීමක නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. මෙම පිහිටීමේ සිට දණ්ඩ දැන් සිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරේ. දණ්ඩ A හිදී ලිස්සා නොයන බව උපකල්පනය කොට කෝණික ප්‍රවේගය $\dot{\theta}$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a} (1 - \cos \theta)$$

යන්නෙන් දක්වෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු සිරසට දණ්ඩේ භ්‍රාතනිය වෙයි.

$$R \text{ අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව } \frac{mg}{4} (3 \cos \theta - 1)^2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

දණ්ඩ මේසයෙන් ඉවතට යයි ද?

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(01) ශුද්ධ ගණිතය I
(01) Pure Mathematics I

01	
S	I

පැතුනයි/Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(n-1)n}{2} \right\}^2 \equiv n^3$

සහ

$$\frac{1}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{3}{8} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(n - \frac{1}{2} \right)^3 - \frac{3}{8} \left(n - \frac{1}{2} \right) \equiv n^3$$

සර්වසාම්‍ය සත්‍යාපනය කර

$$\sum_{r=1}^n r^3 \quad \text{සහ} \quad \sum_{r=1}^n (-1)^{r-1} r^3$$

සෙවීමට ඒවා භාවිත කරන්න.

(ii) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය භාවිත කර

$$2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2$$

යන්න 54 හි ගුණකාරයක් බව සාධනය කරන්න.

2. (i) a , b සහ c තාත්ත්වික නම්

$$(a^2 + b^2)x^2 + 2(a^2 + b^2 + c^2)x + b^2 + c^2 = 0$$

සමීකරණයෙහි මූල තාත්ත්වික විය යුතු බව සාධනය කරන්න.

(ii) $ax^2 + bx + c = 0$ සහ $a'x^2 + b'x + c' = 0$ සමීකරණවල මූලවල අනුරාත සමාන නම්

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{b'^2}{a'c'}$$

බව පෙන්වන්න.

(iii) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2}$

අසමානතාව සපුරාලන x හි අගයන් සොයන්න.

3. (i) $f(x)$, සහ $g(x)$ වූ කළ $3x^2 + x - 2$ න් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $2x + 1$ ද $x^2 - 1$ න් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $x + 2$ ද වන පරිදි බහුපද දෙකකි.

$f(x) + g(x)$ බහුපදයේ ඒකජ සාධකයක් සොයා එම ඒකජ සාධකයෙන් $f(x)g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -1 බව සාධනය කරන්න.

(ii) $(x + y + z)^5 - x^5 - y^5 - z^5$ හි සාධක සොයන්න.

4. n ධන නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාංග ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$z = \cos \theta + i \sin \theta \text{ නම්,}$$

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින් හෝ අන්ත්‍රමයකින් හෝ

$$\cos 5\theta = 16 \cos^5 \theta - 20 \cos^3 \theta + 5 \cos \theta$$

බව පෙන්වන්න.

(a) $\cos 5\theta = 0$ සමීකරණයේ මූල සලකා, $4 \cos \frac{\pi}{10} \cos \frac{3\pi}{10} = \sqrt{5}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්

$$\cos \frac{\pi}{10} = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}$$

බව පෙන්වන්න.

(b) $\cos 5\theta = 5 \cos \theta$ සමීකරණය සපුරාලන θ හි තාත්ත්වික අගයන් සියල්ල සොයන්න.

5. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් සඳහා 'මාංසාංකය' සහ 'විස්තාරය' යන පද අර්ථ දක්වන්න.

z_1, z_2 සහ $\left(\frac{3 + \sqrt{3}i}{2}\right) z_2 - \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right) z_1$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවන් ආභන්ධ සටහනෙහි (වෘතාචර්තව නම් කරන ලද) A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවලින් පිළිවෙලින් නිරූපණය කරයි. ABC කෝණය 120° බව ද $AB = BC$ බව ද පෙන්වන්න.

$ABCDEF$ සවිධි සඬුයක් ද U එහි කේන්ද්‍රය ද නම් z_1 සහ z_2 මගින් E සහ U නිරූපණය කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

තම U කේන්ද්‍රය වටා සඬුය දක්ෂිණාවර්තව 45° කින් භ්‍රමණය කරනු ලබන්නේ නම් E හි නව පිහිටීම මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව z_1 සහ z_2 ඇසුරෙන් සොයන්න.

6. (i) "RELATIVISTIC" යන වචනයෙහි අකුරුවල පිළියෙළකිරීම් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

මින් කවර සංඛ්‍යාවක "I" අක්ෂර තුන ම එකට ලැමිණෙයි ද?

1 අක්ෂර 2 ක් එකට ද නෙවැනි 1 අකුරක් 2 ට යාබදව නොවී ද ඇත්තේ, පිළියෙළ කිරීම් කවර සංඛ්‍යාවක ද?

- (ii) ඊදි කායි 8 ක් ද තම කායි 4 ක් ද බැගයක ඇත. මේවා සියල්ල එකිනෙකට වෙනස් වේ. වරකට 7 බැගින් කී ආකාරයකට කායි තෝරා ගත හැකි ද? මේවායින් කවර සංඛ්‍යාවක අවම වශයෙන් එක් ඊදි කායික් වත් ඇත් ද?

7. n ධන නිඛිලයක් වන, $(a + x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා එය සාධනය කරන්න.

$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{12x^2}\right)^{15}$ හි ප්‍රසාරණයේ x හෙන් ස්වායත්ත පදය ද $x = \frac{1}{4}$ වන විට විශාලතම පදය ද සොයන්න.

$$(1+x)^4 (1-x^2)^n \text{ සහ } (1-x)^n (1+x)^{n+4}$$

ප්‍රසාරණවල x^{2r} ($n \geq 2r$) හි සංගුණක සොයා

$$(-1)^r [nC_r - {}^{6n}C_{r-1} + {}^{nC}_{r-2}] = {}^{nC}_0 {}^{n+4}C_{2r} - {}^{nC}_1 {}^{n+4}C_{2r-1} + \dots + {}^{nC}_{2r} {}^{n+4}C_0.$$

බව පෙන්වන්න.

8. (i) ප්‍රමුලධර්ම මගින් $\sqrt{1-x^2}$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

(ii) $y = \tan^{-1} \frac{1}{1-x^2}$ සහ $z = \sin^{-1} x$ නම් $\frac{dy}{dz}$ සොයන්න.

(iii) $x = \sqrt{1-x^2}$ ද x හි ශ්‍රිතයක් y ද වේ.

$\frac{dy}{dz}$ සහ $\frac{d^2y}{dz^2}$ මගින් $\frac{d^2y}{dx^2}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dz^2} - \frac{1}{z} \frac{dy}{dz} + z^2y = 0 \text{ නම්}$$

$$x \neq 0 \text{ සඳහා } \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \text{ බව සාධනය කරන්න.}$$

9. (i) $x = \pi - y$ අදේශ කිරීමෙන් $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ අනුකලය 0 සහ $\frac{\pi}{2}$ සිමා අතර අනුකලයකට පරිණාමනය කරන්න.

ඒ නසින්,
$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (ii) m සහ n ධන නිඵල වන විට,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin (2m + 1) x dx = (-1)^m \frac{n}{(2m + 1)^2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$$

$$- \frac{n(n-1)}{(2m+1)^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{n-2} \sin (2m+1)x dx$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නසින්

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4 \sin 3x dx$$

අගයන්න.

10. (i) කෝටික අගයන් සහස්ථානීකර (අ) ක්‍රමයෙන් නිකිය (ආ) සීමාසන් නිකිය යොදමින්

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

දශමස්ථාන 4 කට නිමානය කරන්න.

$x = \tan \theta$ ආදේශයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ අගයන්න. ඒ නසින් ඔබේ නිමාන අගයෙහි නිරවද්‍යතාව නිර්ණය කරන්න. ($\pi = 3.1416$ ලෙස ගන්න.)

- (ii) මැක්ලෝරින් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර $|x| < 1$ විට $\ln(1+x)$ සඳහා ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණයක් ලබා ගන්න. (සැ. යු. $\ln = \log_e$)

y^{-4} පදය දක්වා y හි අවරෝහණ බලවල ශ්‍රේණියක් ලෙස $\ln \frac{y}{y-1}$ ප්‍රසාරණය කර දශමස්ථාන හතරකට නිවැරදි ව $\ln 1.25$ සෙවීමට එම ප්‍රසාරණය භාවිත කරන්න.

11.
$$\begin{aligned} x &= 3t^2 + 1 \\ y &= 2t^3 - 1 \end{aligned}$$

පරාමිතික සමීකරණවලින් නිරූපණය කෙරෙන වක්‍රයට $t = \tan \alpha$ ධ්‍රැ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය

$$y = x \tan \alpha - \tan^3 \alpha - \tan \alpha - 1$$

බව පෙන්වා වක්‍රය අනුරේඛනය කරන්න.

$t = 1$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ස්පර්ශකයක් වන රේඛාව ද අනුරේඛනය කරන්න.

12. $y^2 = 16x$ සහ $3y = 4(4 - x^2)$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර එක ම සටහනෙහි අනුරේඛනය කර පළමුවැනි වෘත්ත පාදය තුළ ඒවායේ පේදන ලක්ෂ්‍යය (1, 4) බව සත්‍යාපනය කරන්න. පළමුවැනි වෘත්ත පාදය තුළ මෙම වක්‍ර දෙකෙන් හා x -අක්ෂයෙන් සපර්යන්ත වර්ගඵලය සොයන්න. මෙම වර්ගඵලය (i) x -අක්ෂය වටා ද (ii) y -අක්ෂය වටා ද භ්‍රමණය කළහොත් ජනනය කැරෙන පරිමාව සොයන්න.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ — 1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special — 1991)

(01) ශුද්ධ ගණිතය II
(01) Pure Mathematics II

01

S

II

පැ තුනයි / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ලක්ෂ්‍යයක් O වේ. AO, BO, CO රේඛා BC, CA, AB පිළිවෙළින් D, E, F හි දී හමු වේ.

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$$

බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලයේ විලෝමය ප්‍රකාශ කර එය භාවිත කර ත්‍රිකෝණයක උඩට ඒකලක්ෂ්‍ය බව පෙන්වන්න.

- (ii) A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය චාත්තයක් මත වේ. AB, BC, CA පාදවලට D සිට අඳින ලද ලම්බවල L, M, N අඩි සරල රේඛාවක් මත වන බව පෙන්වන්න.

2. $OABC$ චතුස්තලයක OA, OB, OC දර අනන්‍යතා වශයෙන් ලම්බ වේ. $OA = a, OB = b$ සහ $OC = c$ නම්

$$\cos \hat{BAC} \cos \hat{CBA} \cos \hat{ABC} = \frac{a^2 b^2 c^2}{(b^2 + c^2)(c^2 + a^2)(a^2 + b^2)} \quad \text{බව සාධනය කරන්න.}$$

චතුස්තලයේ OBC සහ ABC ත්‍රිකෝණ අතර කෝණය θ නම්

$$\cos \theta = \frac{bc}{\sqrt{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}}$$

බව පෙන්වන්න.

3. $ax + by + c = 0$ රේඛාව මත (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.

ශ්‍රේණිබද්ධතා එක කෝණයක් 2α වන අතර මෙම කෝණය සමච්ඡේද කරන විකර්ණය $ax + by + c = 0$ ($c \neq 0$) රේඛාව මත වේ. $(0, 0)$ මූල ලක්ෂ්‍යය එක් ශීර්ෂයක් නම් අනෙක් ශීර්ෂ තුනෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

4. $A(3a, 0), B(0, 2b)$ සහ $C(a + b, a + b)$ ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය හරහා යන චාත්තය S වේ; මෙහි a සහ b ධන සංඛ්‍යා වේ. $P(2a, 2b)$ හරහා S යන බව පෙන්වන්න. B හි දී P හි ද චාත්තයට ස්පර්ශක

Q හි දී හමුවේ නම් $PQ = \frac{a}{b} \sqrt{a^2 + b^2}$ බව පෙන්වන්න.

S චාත්තය ආශ්‍රිතව ස්පර්ශ කරමින් $ax + by + c = 0$ ($c > 0$) සරල රේඛාව ද ස්පර්ශ කරන චාත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ පරිමි පරාවලයක් $\sqrt{a^2 + b^2}$ එහි නාභිය (a, b) ද නියමය $ax + by + c + a^2 + b^2 = 0$ ද බවත් පෙන්වන්න.

5. (i) ධ්‍රැවක සමීකරණ පිළිවෙළින් $r = 2a \cos \theta, \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ සහ $r = a(1 + \cos \theta), -\pi \leq \theta \leq \pi$ වන C_1 සහ C_2 වක්‍ර අනුපූර්වතය කරන්න.

C_1 සහ C_2 ට පොදු වූ ලක්ෂ්‍යවල ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

- (ii) එකට දෑප සමහරෙහි, $x^2 + y^2 - 8 = 0, y^2 - 7 = 0$ සහ $y^2 - 7x = 0$ වක්‍ර ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය අන්වර්ත වක්‍රපරිච්ඡේදය කරන්න.

xy තලයේ $(x^2 + y^2 - 8)(y^2 - 7x)(y^2 - 7) \leq 0$ වන R පෙදෙස අඳුරු කරන්න. R පෙදෙස තුළ, $x^2 + y^2 - 8$ හි, අඩුතම අගය සොයන්න. R හි දී $x^2 + y^2 - 8$ හි වැඩිතම අගය ගැන සිතීම තුළින් කිව හැකි ද?

6. $y^2 = 4ax$ පරාවලයේ $A_1(at_1^2, 2at_1)$ සහ $A_j(at_j^2, 2at_j)$ ලක්ෂ්‍යයන්හි දී ස්පර්ශකයන්ගේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයක් වන A_k හි බන්ධාංක

$$at(t), a(t_i + t_j) \quad (i, j, k = 1, 2, 3 \quad i + j \neq k) \text{ වන බව පෙන්වන්න.}$$

$A_2' A_3', A_3' A_1'$ සහ $A_1' A_2'$ සමපාද ත්‍රිකෝණයක පාද නම් $A_1 A_1', A_2 A_2', A_3 A_3'$, අවල ලක්ෂ්‍යයක දී ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

7. ඉලිප්සයක ලක්ෂ්‍ය $(a \cos \theta, b \sin \theta)$ මගින් පරාමිතික ව නිරූපණය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.
ඉලිප්සයක අන්තර්ගත චතුරස්‍රයක $P_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ශීර්ෂවලට පිළිවෙලින් $\theta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ පරාමිති නිශේ. $P_1 P_2$ සහ $P_3 P_4$ සමාන්තර නම් $\theta_1 + \theta_2$ සහ $\theta_3 + \theta_4$ එක්කෝ සමාන වන බව නැගෙනහන් 2π වලින් වෙනස් වන බව පෙන්වන්න. $P_1 P_4$ හා $P_2 P_3$ යන එක් එක් රේඛාවට සමාන්තර ලෙස ඉලිප්සයට ස්පර්ශක යුගල ඇඳ තිබේ. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය හතර සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන බවත් ප්‍රතිඵල පාද යුගලයක් $P_1 P_2$ රේඛාවට හෝ $P_3 P_4$ රේඛාවට හෝ සමාන්තර වන බවත් පෙන්වන්න.

8. $xy = c^2$ සෘජුකෝණාස්‍ර බහුවලයට $P(ct, \frac{c}{t})$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී අඳින ලද අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.
 P හි අභිලම්භය බහුවලය නැවත හමුවන Q ලක්ෂ්‍යයේ බන්ධාංක සොයන්න. PQ විෂ්කම්භයක් වන වෘත්තය C හි දී නැවත බහුවලය හමුවේ. PC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ළිය බව පෙන්වන්න.

9. ඔහු දක්වෙන සමීකරණ විසඳා සාධාරණ ආකෘතියෙන් විසඳුම් දෙන්න.

- (i) $39 \cos x + 52 \sin x = 60$
(ii) $\sin 3x - 2 \sin x = 4 \cos^2 x - 3$
(iii) $\cos x - \cos 2x = \frac{1}{2}$

10. සුපුරුදු අංකනය භාවිත කර ABC ත්‍රිකෝණයක $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ බව සාධනය කරන්න.

- (i) ABC ත්‍රිකෝණයෙහි C ගෙත් ඇතිත් ඇති පැත්තේ AB මත ABC_1 සමපාද ත්‍රිකෝණය ඇඳ ඇත.

$$CC_1^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + 2\sqrt{3} \Delta$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය Δ වලින් දක්වා ඇත.

- (ii) ABC ත්‍රිකෝණයක $a = 4$, $b = 3$ ද A සහ B හරහා මධ්‍යස්ථ අනන්‍යානා වශයෙන් ලම්භ ද වේ. $\cos C = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

11. (i) A සහ B නම් ගම් දෙකක ආදායම් පිළිබඳ විස්තර පහත දක්වේ.

	A ගම්	B ගම්
මිනිසුන් සංඛ්‍යාව	600	500
මධ්‍යන්‍ය ආදායම	175	186
විචලතාව	100	81

(අ) ගම් දෙකම එකට ගත් කල ශ්‍රීර් ආදායම සොයන්න.

(ආ) ගම් දෙකම එකට ගත් කල මධ්‍යන්‍ය ආදායම සොයන්න.

(ඇ) සංයෝජිත සම්මිත අපගමනය සොයන්න.

(ඈ) ආදායමෙහි විචලනය වඩා වැඩි වන්නේ කවර ගමෙහි ද?

- (ii) විචලනයක පාඨාංක 50 ක මධ්‍යන්‍යය 7.43 ද සම්මත අපගමනය 0.28 ද විය. 6.80, 7.81, 7.58, 7.70, 8.05, 6.98, 7.78, 7.85, 7.21 සහ 7.40 අභිමත පාඨාංක 10 ක් භාවිතා කිරීමට ලැබුණේ ය. ශ්‍රීර් පාඨාංකවලට මෙවැනි ඇතුළත් කරන ලද්දේ නම්, පාඨාංක 60 සහිත සම්පූර්ණ කුලකයේ

(අ) මධ්‍යන්‍යය,

(ආ) සම්මත අපගමනය

සොයන්න.

12. (i) සර්වසම් නොනැඳුරු ශාඛි පහක් උඩ දමනු ලැබේ.

(අ) හරියට ම මුහුණු කුනක්

(ආ) අවම වශයෙන් මුහුණු කුනක්

උඩ අතට වැටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (ii) නොනැඳුරු කැට දෙකක මුහුණතවල එකක එක බැගින් 2, 3, 4, 6, 8, 12 අංක ලකුණු කර ඇත. ඒවා එකවරම උඩ දමනු ලැබුවහොත් උඩ අතට වැටෙන මුහුණතවල දක්නට ලැබෙන සංඛ්‍යාවල ඉතිරිය 24 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (iii) කුරුමානම්කරුවෙකු ඉලක්කයකට වෙඩි තැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{6}$ වේ. ඔහු 20 වරක් වෙඩි තැබුවහොත් ඉලක්කයට වැදීමට සම්භාවිතාව වැඩිම වන වාර ගණන සොයන්න.