

16074

ප්‍රතිරෝධී
(ප්‍රතිරෝධී)
[Not Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ව්‍යවහාරික ගණිතය I

பிரயோக கணிதம் I

Applied Mathematics I

02

S

I

පැය තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C යන ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් a, b හා $\alpha + \beta b$ වෙයි. මෙහි α, β යනු අදිශ ය. $\alpha + \beta = 1$ ම නම් පමණක් A, B හා C එකරේඛීය බව සාධනය කරන්න.

PQR සහ LMN ත්‍රිකෝණ දෙක කෙළේ ද යත් PL, QM හා RN රේඛා O ලක්ෂ්‍යයක දී එකලක්ෂ්‍ය වන පරිදි ය. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q හා R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් p, q හා r වෙයි. QR රේඛාවක් MN රේඛාවක් A හි දී ද RP රේඛාවක් NL රේඛාවක් B හි දී ද PQ රේඛාවක් LM රේඛාවක් C හි දී ද හමුවෙයි.

$$\vec{OA} = \frac{\mu q - \nu r}{\mu - \nu}, \quad \vec{OB} = \frac{\nu r - \lambda p}{\nu - \lambda}, \quad \vec{OC} = \frac{\lambda p - \mu q}{\lambda - \mu}$$

එන පරිදි λ, μ හා ν යන ප්‍රතින්ත අදිශ තුනක් පවතින බව පෙන්වන්න.

A, B හා C එකරේඛීය බව අපෝහනය කරන්න.

a හා b නිශ්-ශුන්‍ය දෛශික දෙකක $a \cdot b$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(අ) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී a හා b අතර කෝණය සොයන්න :

(i) $a \cdot (a + 2b) = 0$ සහ $|b| = |a|$

(ii) $|a + b| = |a - b|$

(ආ) A, B, C, D යනු චතුස්කලයක ශීර්ෂ ද O යනු BCD ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ කේන්ද්‍රය ද වෙයි. $BC \cap AD$ ලම්බ ද $CD \cap AB$ ලම්බ ද නම් මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස O ගැනීමෙන් හා අදිශ ගුණිත භාවිත කර

(i) BCD මූලාශ්‍රයට OA ලම්බ බවත්

(ii) $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$ බවත්

පෙන්වන්න.

a හා b නිශ්-ශුන්‍ය දෛශික දෙකක $a \times b$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(අ) පහත සඳහන් ඒවා අගයන්න :

(i)
$$\frac{|a \times b|^2 + |a \cdot b|^2}{|a|^2 |b|^2}$$

(ii) $a \cdot [b \times (a - b)]$

(ආ) O, x, y, z යනු සූර්‍ය සාප්‍රකෝණාස්‍ර භාවිතීය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියකි; i, j, k යනු පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා මිශ්‍රණ දෛශික ය. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $p = 2i - 3j + k, q = i - j + 2k, r = xi + yj + zk$ වෙයි.

$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \vec{OR}$ නම් $|r|$ සොයන්න. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි S ලක්ෂ්‍යයේ s පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය අපෝහනය කරන්න.

4. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකාකාර සමාන්තර තොටන බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවෙන් තබා ගනියි නම් ඒ බල ලක්ෂ්‍යයෙකු දී හමු විය යුතු බව පෙන්වන්න.

W බරින් යුත් AB දණ්ඩක් C ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙන් දණ්ඩ බෙදා ලත්තේ පිළිවෙළින් a හා b දිග ඇති AC හා CB කොටස් දෙකට ය. දණ්ඩ නියලව සමතුලිතතාවෙන් තිබෙන්නේ B කෙළවර සුමට පිරස් බිත්තියකට හේත්තු කර B ව පිරස් ලෙස ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳි $l (> a+b)$ දිගින් යුත් යුගු අවිනතා තන්තුවක් A කෙළවරකට සම්බන්ධ කිරීමෙනි.

$$(අ) \cos^2 \widehat{ABD} = \frac{a^2}{b(b+2a)} \left[\frac{l^2}{(a+b)^2} - 1 \right] \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(ආ) තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි; ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ද අරය R ද වෙයි. පිළිවෙළින් BC, OA, CA, OB, AB හා OC දිගා ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වන අතර ක්‍රියා කරන L, L; M, M; N, N විශාලත්වයෙන් යුත් බල හයකින් ද ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ACB අතර ක්‍රියා කරන පූර්ණය $\lambda R (L+M+N)$ වූ නිශ්-ශුන්‍ය යුග්මයකින් ද පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි.

පද්ධතිය උනන්දු වන්නේ

$$(අ) \text{ තනි බලයකට නම්, } L^2 + M^2 + N^2 > LM + MN + NL \text{ බවත්}$$

$$(ආ) \text{ තනි යුග්මයකට නම්, } L = M = N, \lambda \neq \frac{1}{2} \text{ බවත්}$$

පෙන්වන්න.

මේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පැවතීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කාණ්ඩයක් සඳහන් කරන්න.

6. එක එකක් $2a$ දිගින් හා W බරින් යුත් සමාන ඒකාකාර AB, AC දඩු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබෙයි. a දිගින් යුත් බර රහිත BD දණ්ඩ, B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර AC මත සරපණය විය හැකි ලෙස සුමට කුඩා මුදුවකට D හි දී යවී කර ඇත. B සහ C දෙකෙළවර සුමට තිරස් තලයක නිශ්චලතාවේ පිහිටා පරිදි පද්ධතිය පිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. BD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය

$$\frac{W}{12} (3\sqrt{2} - \sqrt{6})$$

බව පෙන්වන්න.

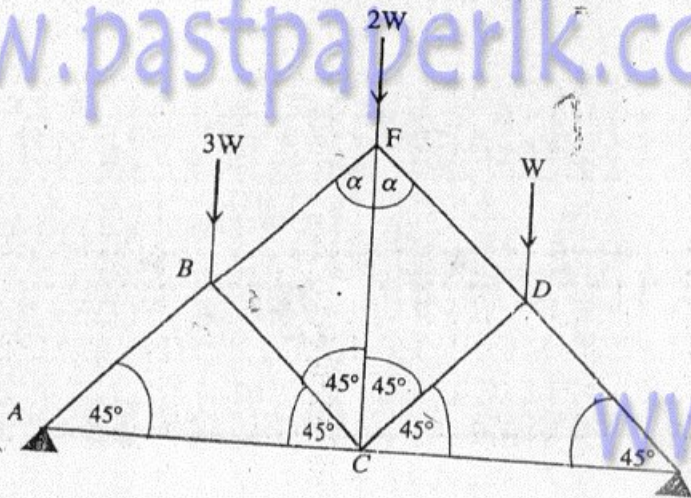
A සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට CB හමුවන ලක්ෂ්‍ය ද සොයන්න.

7. (i) උස h වූ ඒකාකාර සහ සෘජුවක්ක කේතුවක,

(ii) අරය a වූ ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලයක

ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

සහත්වය p ද ආධාරක අරය a ද උස 4a ද වූ ඒකාකාර සහ සෘජුවක්ක කේතුවක් සහ සහත් ද ආධාරක අරය a ද වූ ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලයක්, ඒවායේ ආධාරක සම්පාත වන පරිදි එකට සකස් කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක ආකාරයේ කෙළි බවුවක් තනා තිබෙයි. පොදු ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට කෙළි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර සොයන්න. කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් තලයක් සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් කෝස්ටාඩි සමතුලිතතාවේ පැවතිය නොහැකි නම් $\lambda > 20$ බව පෙන්වන්න.



ඉහත රූපයෙන් දක්වන්නේ, පෙන්වා ඇති පරිදි B, F හා D සන්ධිවල දී බර යොදා ඇති අවස්ථාවක දී ස්ථ වීමේදී ලෙස සන්ධි කළ හැකි වනු ඇති නම් ස්ථ වීමේදී AC හා CE තිරස් වේ. $AB = BC = CD = DE = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{CE}{\sqrt{2}}$; $BF = FD$. A හා E ආධාරකවල ප්‍රතික්‍රියා පිරිස යැයි උපකල්පනය කර වටා සොයන්න.

$\alpha < \tan^{-1} \left(\frac{5}{3} \right)$ වීම, බර අංකනය යොදා ගෙන ඉහත රාමු සැකිලි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ගුණය නම් α සොයන්න. ඒ නමින් ඉතිරි දළ අවේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර වටා ආකෘති ද තේරුම් ද යන්න වෙන් වෙන් ව - දක්වන්න.

අ) ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලයක් නිසලව ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය, එම නිරස් කලයක් ද ඒ හා සමාන ලෙස රළු පිරිස බිත්තියක් ද ස්පර්ශ වන පරිද්දෙනි. පිරිස සමඟ අර්ධගෝලයේ ආධාරකයට සෑදිය හැකි අඩුතම කෝණය $\tan^{-1} (2\sqrt{2})$ නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දීම සර්ඝණ කෝණය

$$\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{23} - 4}{7} \right)$$

බව පෙන්වන්න.

ආ) W බරින් යුත් අංශුවක්, තිරයට ආකෘති $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ වූ රළු කලයක් මත තිබෙයි. අංශුව යුතු අවිනාශ කන්තුවක් මගින් කලයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. θ යනු කන්තුවක් වැඩිතම බැවුම් රේඛාවක් අතර සූර කෝණය නම්,

$$\theta \leq \sin^{-1} \left(\frac{\tan \lambda}{\tan \alpha} \right)$$

බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda (< \alpha)$ යනු සර්ඝණ කෝණයයි.

θ හි විවිධ අගයන් සඳහා කන්තුවේ ආකෘතියේ අඩුතම අගය ද සොයන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණික ආස්තරයක් ඒකාකාර ඝනත්වයක් ඇති ද්‍රව්‍යක ගිල්වා ඇත්තේ එහි තලය පිරවීයා ද BC පාදය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ ද A ශීර්ෂය BC ට පහළින් ද පිහිටන පරිදි ය. එහි පීඩන කේන්ද්‍රය නිදහස් පෘෂ්ඨයට පහළින් $\frac{h}{2}$ ගැඹුරකින් වන බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු BC හි සිට A ට ඇති දුරයි.

වැංකියක එක් බිත්තියක් පතුළේ සිට ඇතුළතට බැවුම් වන්නේ පිරවීම $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකිනි. බර W වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක ආකාරයෙන් වන ඒකාකාර උගුල් දොරක් එම බිත්තියේ ඇත. BC තිරස් පාදය වටා සුවල ලෙස අසවු කළ එම දොරේ A ශීර්ෂය BC ට පහළින් පිහිටා ඇති අතර දොර පිටතට විවෘත කළ හැකි ය. වැංකියේ පතුළට ඉහළින් A, B හා C ශීර්ෂවල සිරස් උස පිළිවෙළින් a, b හා b වෙයි. උගුල් දොර, නිදහස් පෘෂ්ඨයට මුළුමනින් ම පහළින් තිබෙන සේ d උසකට වැංකියට ජලය වත් කරනු ලැබෙයි. දොර වැඩි වුවකිනම්

$$d \leq \frac{1}{2} \left[a + b + \frac{3W}{4s(b-a)^2} \right]$$

බව සාධනය කරන්න.

මෙහි s යනු ජලය ඒකක පරිමාවක බර යි.

11. දිග h ද පරය a ද වූ ඝන සෘජුවෘත්ත පිලිත්ථරයක්, අක්ෂය හරහා යන තලයක් මස්සේ කපා තිබෙයි. පිලිත්ථරයේ එක් අර්ධයක් p ඝනත්වයෙන් යුත් ද්‍රව්‍යක යන්තම් ගිල්වා ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය යටිකුරුව ද එහි ABC සෘජුකෝණාස්‍ර තල ආධාරකය තිරයට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනතව ද තිබෙන පරිදි ය.

(අ) h දිගින් යුත් BC දරය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ පිහිටන විට වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් ha^2pg හා $\left(1 + \frac{\pi}{2}\right) ha^2pg$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $2a$ දිගින් යුත් AB දරය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ පිහිටන විට වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම

$$\left(\frac{\pi a^2}{4} + \frac{ah}{2}\right) hpg \sqrt{2}$$

බව පෙන්වා, එහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

12. ද්‍රවස්ථිතිකයේ එන “ආතිම්භීය මූලධර්මය” ප්‍රකාශ කර එය සාධනය කරන්න.

බර W වූ කුඩා අංශුවක් තොගිණිය ඇති තරම් බරින් යුත් කුහර සෘජුවෘත්ත කේතුවක ශීර්ෂයට ඇද තිබේ. කේතුව ජලයේ ඉපිලෙන්නේ ශීර්ෂය යටි පතට ද අක්ෂය පිරවීයා ද නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට h ගැඹුරකින් යි. තිබෙන සේ ද පිහිටන පරිද්දෙනි. නිදහස් පෘෂ්ඨයක් කේතුව තුළ ද්‍රව පෘෂ්ඨයත් එකම මට්ටමකට එන ම ට විශිෂ්ට ගුරුත්වය වූ ද්‍රවයක් කේතුව තුළට වත් කරනු ලැබේ. අවිට ශීර්ෂය, නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $2h$ ගැඹුර පිහිටයි නම් $\sigma = \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇදිරිණි
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது
All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் துணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ශුද්ධ ගණිතය I
தூய கணிதம் I
Pure Mathematics I

01
S I

පැය තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) $V_r - V_{r-1} = 2r$ ($r \geq 2$) සහ $V_1 = 1$ නම්, $\sum_{r=1}^n r = \frac{n}{2}(n+1)$ භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $V_n = n^2 + n - 1$ බව පෙන්වන්න.

$U_r = \frac{V_r}{(r+2)!}$ යැයි දී ඇත් නම්, $f(r) - f(r+1) = U_r$ වන සේ $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයා, ඒ නයින්

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{2} - \frac{n+1}{(n+2)!}$$

බව පෙන්වන්න.

$\sum U_r$ අගයය වේ ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

- (ii) n යනු ධන නිඛිලයක් නම්, $4 \cdot 6^n + 5^{n+1}$ යන්න, 20 න් බෙදූ විට ශේෂය 9 බව ගණිත අනුක්‍රමනය මගින් සාධනය කරන්න.
2. (i) $(b+c)^3(b-c) + (c+a)^3(c-a) + (a+b)^3(a-b)$ හි සාධක සොයන්න.
- (ii) a, b, z, x පියල්ල ධන ද $z \geq x$ ද විට, $x^2y = az + bz^3$ නම්, එවිට $y \geq 2\sqrt{ab}$ බව සාධනය කරන්න.
- (iii) $|3x - 4| > 2 - 5x$
වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.
3. (i) a, b, c යනු $a \neq 0$ වන සේ වූ නාත්තවික නියත විට, $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයෙහි α, β මූල නාත්තවික විට සඳහා අවශ්‍යතාවන් සොයන්න.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ සහ } \alpha\beta = \frac{c}{a} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

තවද, $(4\alpha - 3\beta)(4\beta - 3\alpha) = \frac{49ac - 12b^2}{a^2}$ බව ද පෙන්වා, $12b^2 < 49ac < \frac{49}{4}b^2$ නම්, $\frac{3\alpha}{4}$ සහ $\frac{4\alpha}{3}$ අතර β පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.

- (ii) p, q, r ($p \neq 0$) යනු නාත්තවික නියත විට, $px^4 + qx^3 + rx^2 - qx + p = 0$ සමීකරණය y හි වර්ගජ සමීකරණයකට උණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $y = x - \frac{1}{x}$.

ඒ නයින්, ඉහත දක්වා ඇති x හි සමීකරණයට නාත්තවික මූල තිබීම සඳහා p, q, r එහිත් සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතාවන් සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද භ්‍රමාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර පාඨනය කරන්න.
සෑණ නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ප්‍රතිඵලය අපෝහනය කරන්න.

$(\cos \theta + i \sin \theta)^n$ සැලකීමෙන්, n ඔත්තේ වීම

$$\sin n\theta = {}^nC_1 \sin \theta \cos^{n-1} \theta - {}^nC_3 \sin^3 \theta \cos^{n-3} \theta + \dots + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin^n \theta$$
 බව පෙන්වන්න.

n ඉරට්ටේ වීම, $\sin n\theta$ සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශනය සොයන්න.

$\sin \theta \neq 0$ නම්,

$$\frac{\sin 4\theta - \sin 3\theta}{\sin \theta} = 8 \cos^3 \theta - 4 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 1$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින් හෝ ඒ...න් ක්‍රමයකින් හෝ, $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල

$$2 \cos \frac{\pi}{7}, 2 \cos \frac{3\pi}{7} \text{ සහ } 2 \cos \frac{5\pi}{7}$$

බව පෙන්වන්න.

5. $z = x + iy$, $x > 0$, $y > 0$ යන්නෙන් දෙනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව, ආගන්ථි සටහනක P ලක්ෂ්‍යයෙන් නිරූපණය වේ. එම රූප සටහනෙහිම Q ලක්ෂ්‍යයෙන් $i\sqrt{3}z$ සංඛ්‍යාව නිරූපණය වේ නම්, Q නිරූණය කළ හැක්කේ කෙසේ දැයි පෙන්වන්න. තවද, පිළිවෙලින් $z + i\sqrt{3}z$ සහ $z - i\sqrt{3}z$ නිරූපණය කරන R සහ R' ලක්ෂ්‍යයන් ද සටහන් කරන්න.

z හි විස්තාරය θ වේ.

(i) R ආනන්තවික අක්ෂය මත පිහිටයි නම් θ සොයන්න.

(ii) z^2 නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය, මූල ලක්ෂ්‍යය සහ R ඒකරේඛීය නම්, $\theta = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ආගන්ථි සටහන භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$$|z + i\sqrt{3}z|^2 + |z - i\sqrt{3}z|^2 = 8|z|^2$$

බව පෙන්වන්න.

6. (i) ප්‍රමුඛයර්ෂ් මගින්, වරකට r බැගින් ගත්විට ද්‍රව්‍ය n වල සංයෝජන සංඛ්‍යාව සොයන්න.
 (ii) මතු දක්වන අවශ්‍යතා දෙකම සපුරාලන්නා වූ, 75 000 ට වඩා විශාල නිඛිල කොපමණ කීයක් ද?

(a) නිඛිලයෙහි සංඛ්‍යාංක සියල්ල ප්‍රතිත්ත වේ.

(b) 0 සහ 1 සංඛ්‍යාංක, නිඛිලයෙහි කොපමණ.

(iii) නිඛිලයක සංඛ්‍යාංක විය හැක්කේ 1 හෝ 2 පමණක් වන අතර ඒවායේ ඵලය සෑදිය යුතුය. එවැනි නිඛිල කොපමණ කීයක් ද?

ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර පාඨනය කරන්න.

(i) $(3x + 2y)^{20}$ හි ප්‍රසාරණය

(a) විශාලතම සංඛ්‍යාත්මක සංගුණකය ද, (b) $x = \frac{1}{3}$ සහ $y = \frac{3}{2}$ විට, විශාලතම පදය ද, සොයන්න.

(ii) $(1+x)^n (1+x)^n \equiv (1+x)^{2n}$

සර්වසාම්‍යයෙහි දෙපැත්තේම x හි සංගුණක සෑදූදීමෙන්

$$\sum_{s=0}^r {}^nC_s {}^nC_{r-s} = 2^n C_r$$

බව පෙන්වන්න.

එ නමින්, $\sum_{s=0}^n ({}^nC_s)^2$ රේඛකය සොයන්න.

(iii) $(a+bx)^n$ හි ප්‍රසාරණය

(a) x හි මින්තේ බලවල, සංගුණකයන්ගේ රේඛකය සොයන්න.

(b) x හි ශුර්ථවේ බලවල

(i) (a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 25}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - x}{\tan 3x - 2x}$

සොයන්න.

(ii) $\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$

බව ප්‍රමුඛධර්ම මගින් පාඨනය කර,

$$\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}}, \quad |x| > 1$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) (a) $y = \sin(\sin x)$ නම්,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(b) k යනු නියතයක් ද, $\theta \neq 0$, $\cos \theta \neq 0$ ද විට,
 $x = k(\cos \theta + \theta \sin \theta)$, $y = k(\sin \theta - \theta \cos \theta)$ නම්,

θ හි ශ්‍රිත ලෙස $\frac{dy}{dx}$ සහ $\frac{d^2 y}{dx^2}$ සොයන්න.

9. (i) ආදේශ කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+3x+1}} \text{ සොයන්න.}$$

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ,

$$\int x^3 \tan^{-1} x \, dx \text{ ලබා ගන්න.}$$

(iii) $\int_0^{\pi/4} \cos 2x \tan^3 x \, dx$ අගයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. (i) ආසන්න අනුකූලතා සඳහා පිම්පන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

(1, 2.00), (1.5, 2.60), (2, 2.97), (2.5, 3.10), (3, 3.00), (3.5, 2.67) සහ (4, 2.10), ලක්ෂ්‍ය හරහා වක්‍රයක් ඇඳ ඇත. ඉහත නීතිය භාවිත කිරීමෙන්, එම වක්‍රයක් x අක්ෂයේ $x=1, x=4$ කොටස් දෙක වූ ආසන්න වර්ගඵලය, දශමස්ථාන එකකට නිවැරදිව සොයන්න.

- (ii) $\log y = \tan^{-1} x$ නම්

(a) $(1+x^2)y^{(1)} - y = 0$

(b) $(1+x^2)y^{(2)} + (2x-1)y^{(1)} = 0$

(c) $(1+x^2)y^{(3)} + (4x-1)y^{(2)} + 2y^{(1)} = 0$

බව පෙන්වන්න : මෙහි $y^{(r)} = \frac{d^r y}{dx^r}$.

ගණිත අනුක්‍රමයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $r \geq 2$ සඳහා,

$$(1+x^2)y^{(r+1)} + (2rx-1)y^{(r)} + r(r-1)y^{(r-1)} = 0$$

බව සාධනය කරන්න.

$e^{\tan^{-1} x}$ සඳහා මැක්ලෝරීන් ප්‍රසාරණය

$$1 + x + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 - \frac{7}{4!}x^4 + \frac{1}{4!}x^5 + \dots$$

බව පෙන්වන්න.

- (iii) $\frac{1}{(1-x)^2(1-2x)}$ හි නිත්‍ය භාග වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

එ නිසින්, $\frac{1}{(1-x)^2(1-2x)}$ හි ප්‍රසාරණයේ x^n හි සංගුණකය සොයන්න; මෙහි $|x| < \frac{1}{2}$.

11. t පරාමිතිය ඇසුරෙන්,

$$\frac{dx}{dt} = 2(t^2 + 1)(t - 1), \quad \frac{dy}{dt} = (t - 2)(t + 1),$$

යන්නෙන්, xy තලයෙහි වූ C වක්‍රයක් පරාමිතික ආකාරයෙන් දෙනු ලැබේ.

වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශක බාහිරාංකස්වලට සමාන්තර වන පරිදි, C මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ට අනුරූප t හි අගයන් සඳහා කරන්න.

$-\infty$ සිට ∞ තෙක් t විචලනය වන විට, $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ සහ $\frac{dy}{dx}$ හි ලකුණ වෙනස් වීම විදහා පාත වගුවක් සාදන

මඟින් වගුව භාවිතයෙන්, x හි ශ්‍රිතයක් ලෙස සැලකූ y හි උපරිම සහ අවම අගයන්ට අනුරූප t හි අගයන් සොයන

$(x, y) = \left(\frac{25}{6}, \frac{7}{6}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී උපරිමය පවතී යැයි දී ඇත්නම්, වක්‍රයේ පරාමිතික සමීකරණ සොයන්න;

වක්‍රයෙන් එයම කැපෙන බව පෙන්වන්න.

වැඩිවන t හි දිශාව දක්වමින්, වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

12. පිළිවෙලින් $y = x^3 + x^2 - x$ සහ $y = x^2$ යන්නෙන් දෙනු ලබන C_1 සහ C_2 වක්‍රවල දළ සටහන්, එකම රූප සටහනක අඳින

C_1 සහ C_2 වක්‍රවලින් අන්තර්ගත S පෙදෙසේ වර්ගඵලය ලබා ගන්න.

$y=1$ රේඛාව වටා, සෘජු කෝණ හතරකින් S ප්‍රමාණය කිරීමෙන් ලැබෙන පරිභ්‍රමණ ඝනකයේ පරිමාව $\frac{2}{3}\pi$ බව පෙන්වන්න