

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
 முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
 All Rights Reserved]

10 S I	
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2005 අප්‍රේල් கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2005 ஏப்பிரல் General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2005	
සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

- $f(x) = x^2 + bx + c$ හා $g(x) = x^2 + qx + r$ යැයි ගනිමු; මෙහි $b, c, q, r \in \mathbb{R}$ හා $c \neq r$ වේ.
 α, β යනු $g(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු.
 $f(\alpha)f(\beta) = (c-r)^2 - (b-q)(cq-br)$ බව පෙන්වන්න.
 ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $f(x) = 0$ ව හා $g(x) = 0$ ව පොදු මූලයක් ඇත්නම්, එවිට $b-q, c-r$ හා $cq-br$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව සාධනය කරන්න.
 α, γ යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම්, β, γ මූල වන වර්ගය සමීකරණය

$$x^2 - \frac{(c+r)(q-b)}{(c-r)}x + \frac{cr(q-b)^2}{(c-r)^2} = 0$$
 බව පෙන්වන්න.
 - $p(x) = ax^3 + bx + c$ යන්න $x+1$ න්, $x-1$ න් හා $x-2$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂ පිළිවෙළින් 4, 0 හා 4 වේ.
 a, b, c හි අගයන් සොයා, $p(x)$ හි එකඟ සාධක සියල්ල නිර්ණය කරන්න.
- පිරිමි ළමයින් 7 කින් හා ගැහැනු ළමයින් 5 කින් යුත් සමූහයකින්, පුද්ගලයින් 5 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත විවාද කණ්ඩායමක් තෝරාගත යුතු ව ඇත.
 - සමූහයේ මිනු ම 5 දෙනෙකු,
 - යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු,
 - යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු හා එක් පිරිමි ළමයෙකු,
 අඩංගු වන සේ මෙම කණ්ඩායම ආකාර කොපමණ ගණනකට සකස් කළ හැකි වේ ද?
 - $(1+2x+kx^2)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^3 හි සංගුණකය k ඇසුරෙන් සොයන්න.
 මෙම සංගුණකය ශුන්‍ය වේ නම් k හි අගය සොයන්න.
 k හි මෙම අගය සඳහා $(1+2x+kx^2)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^1 හි සංගුණකය a_n මගින් අංකනය කෙරේ.
 - $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = -121$ බවත්,
 - $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 122$ බවත්,
 පෙන්වන්න.

3. (a) ගණිත අනුක්‍රමය මූලධර්මය යොදනමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)} + \frac{1}{2(n+2)}$$
 බව සාධනය කරන්න.

$$\frac{1}{4} - \sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)} < \frac{1}{100}$$
 වන කුඩාතම n නිඛිලය සොයන්න.

- (b) $\frac{1}{2}|x-1| > |x-4|$ වන x හි තෘත්තවික අගය කුලකය සොයන්න.

4. (a) z_1 හා z_2 යනු මිනුම් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ගනිමු. ආගන්තික සටහනෙහි $z_1 + z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපනය කෙරෙන ලක්ෂ්‍යය නිර්මාණය කරන්න.

$$|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$$
 වන අවස්ථාව විදහා දක්වන රූප සටහනක් අඳින්න.

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$
 වන්නේ ඇයි දැයි ජ්‍යාමිතික ව පැහැදිලි කරන්න.

$$z_1 = -12 + 5i$$
 හා $|z_2| = 5$ නම්, $|z_1 + z_2|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.

$$|z_1 + z_2|$$
 ව ස්වකීය වැඩිතම අගය ඇත්නම් හා $\frac{\pi}{2} < \arg z_2 < \pi$ නම්, $p + iq$ ආකාරයෙන් z_2 ප්‍රකාශ කරන්න.

- (b) ආගන්තික සටහනෙහි A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් z_1, z_2, z_3 හා z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය කරයි.

$$AB$$
 හා CD ලම්බ ව ඡේදනය වේ නම්, එවිට $\left(\frac{z_1 - z_2}{z_3 - z_4} \right)$ හුදෙක් අතෘත්තවික බව පෙන්වන්න.

5. (a) $y = \frac{1}{2}(\sin^{-1} x)^2$ නම්, $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 1 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$$\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=0}, \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} \text{ හා } \left(\frac{d^4 y}{dx^4} \right)_{x=0}$$
 සොයන්න.

- (b) සම්වතුරු පතුළක් සහිත එහෙත් පියනක් රහිත, ධාරිතාව 256 cm^3 කින් යුත් සෘජුකෝණාස්‍ර පෙට්ටියක් සෑදිය යුතු ව ඇත. පතුළ සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගපෘත්තිවරයකට මෙන් 8 කුණයක් සෘජුකෝණාස්‍ර පැති සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගපෘත්තිවරයකට වැඩ වේ නම්, වඩාත් ම ලාභදායී පෙට්ටියේ මාන සොයන්න.

6. (a) $\tan \frac{x}{2} = t$ ආදේශය යොදනමින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{5+4 \sin x}$ අනුකලය අගයන්න.

- (b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදනමින්, $\int_0^1 15x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ අනුකලය අගයන්න.

- (c) $\int \frac{x^2 - 10x + 13}{(x-2)(x^2 - 5x + 6)} dx$ සොයන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයක B හා C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $4x - 3y = 0$ රේඛාව මත හා x -අක්ෂය මත පිහිටයි.

BC පාදය $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ හරහා යන අතර එයට m බෑවුමක් ඇත.

(i) m ඇසුරෙන් B හා C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $OB = \left| \frac{10(m-1)}{3(3m-4)} \right|$ බවත්, $OC = \left| \frac{2(m-1)}{3m} \right|$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

(iii) $ABOC$ රෝම්බසයක් නම්, m ට තිබිය හැකි අගය දෙක හා A හි අනුරූප ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

8. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$ හා $x^2 + y^2 - 4r^2 = 0$ සමීකරණ සහිත වෘත්ත දෙක එකිනෙකට බාහිර ලෙස කොහෙන් ම ස්පර්ශනොවන නමුත් $g^2 + f^2 = r^2$ නම් අභ්‍යන්තර ලෙස එකිනෙකට ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.

පසුව සඳහන් කළ අවස්ථාවේ දී ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යයන්, $0 < a < 1$ වන $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයන් හරහා යන්නා වූ ද, සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වන වෘත්තය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

මෙම ලක්ෂ්‍ය, විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

9. (a) (i) සෑම θ සඳහා ම, $8 \cos^4 \theta - 4 \cos^3 \theta - 8 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta + 1 = \cos 4\theta - \cos 3\theta$ බවත්,

(ii) 7θ යන්න 2π හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් නම්, $\cos 4\theta = \cos 3\theta$ බවත්, පෙන්වන්න.

$\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

O යනු $O\hat{A}B = O\hat{B}C = O\hat{C}A = \theta$ වන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණයක් තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

OBC හා OAB ත්‍රිකෝණවලට සයින් නීතිය භාවිත කරමින්, සම්මත අංකනයෙන්,

$OB = \frac{a \sin(C - \theta)}{\sin C} = \frac{c \sin \theta}{\sin B}$ බව සාධනය කර,

$\cot \theta = \cot A + \cot B + \cot C$ බව අපෝහනය කරන්න.
