

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
[முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

10 S I		
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2003 අප්‍රේල් கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2003 ஏப்பிரல் General Certificate of Education (Advanced Level) Examination, April 2003		
සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. $\lambda \in \mathbb{R}$ සහ $p(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$ යයි ගනිමු.

- සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $p(x)$ ධන වන සේ වූ λ හි අඩුතම නිඛිලමය අගය සොයන්න.
- $p(x) = 0$ සමීකරණයට ප්‍රතිත්ත තාත්ත්වික මූල දෙකක් තිබෙන්නේ λ හි කවර අගයයන් සඳහා ද?
- $p(x) = 0$ හි මූල තාත්ත්වික ද එම මූල දෙකෙහි වෙනස 3 ට සමාන ද නම් λ සොයන්න.

2. (a) එක්තරා පන්තියක ශිෂ්‍යයන් 8 දෙනෙක් සිටී. තරගයකට සහභාගී වීම සඳහා කණ්ඩායම් හතරකට එම ශිෂ්‍යයන් බෙදීමට පංතියේ ගුරුවරයාට අවශ්‍ය වේ. කණ්ඩායම්වල තරම එක හා සමාන වීම අවශ්‍ය ම නොවන අතර කණ්ඩායමක් එක් තැනැත්තකුගෙන් වුව ද සමන්විත විය හැකි ය.

අවශ්‍ය කණ්ඩායම් හතර 1701 ආකාරයකින් සෑදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$$0 \leq r \leq n-1 \text{ සඳහා } {}^nC_{r+1} + {}^nC_r = {}^{n+1}C_{r+1} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

තව ද, $0 \leq r \leq 2002$ සඳහා ${}^{2003}C_r + {}^{2004}C_r + \dots + {}^{2013}C_r = {}^{2014}C_{r+1} - {}^{2003}C_{r+1}$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. (a) ගණිත අනුක්‍රමය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම

$$8(n+1)! > 2^{n+1}(n+2)$$

බව සාධනය කරන්න.

$$\sum_{k=1}^n \frac{k!}{2^k} > \frac{1}{16}(n^2 + 3n + 4) \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

එ නමින්, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

(b) $|x+2| + |x-1| > 5$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය සොයන්න.

4. $\omega = \sqrt{3} + i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ වන අතර $0 \leq \theta < 2\pi$ පරිදි වූ θ , රේඩියන වලින් ඇත.

ඉහත ස්වරූපයෙන් $\omega^2, \omega^3, \omega^4$ සහ ω^5 ලබාගන්න.

$$6 < |z| < 30 \quad \text{සහ} \quad \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{5\pi}{6}$$

වන සේ වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ථි සටහනේ නිරූපනය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත R පෙදෙය අඳුරු කරන්න.

ω^n ($n = 1, 2, \dots, 5$) සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය අතරින් කුමන ලක්ෂ්‍ය R පෙදෙසේ පිහිටන්නේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

5. (a) $y = e^{\cos x}$ නම්,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_{x=0} \quad \text{සහ} \quad \left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)_{x=0}$$

සොයන්න.

- (b) $y = \frac{2x}{1+x^2}$ යයි දී ඇත්නම්, $\frac{dy}{dx} = 0$ වන සේ වූ x හි අගයයන් සොයන්න.

y හි එම ස්ථාවර අගයයන්ගේ ස්වභාවය, ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නයේ හැසිරීම පමණක් සලකා බැලීමෙන්, පරීක්ෂා කරන්න.

$$y = \frac{2x}{1+x^2} \quad \text{වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.}$$

6. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් $\int_1^8 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ අනුකලය අගයන්න.

- (b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^2 e^{2x+3} dx$ අනුකලය අගයන්න.

- (c) $\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$ සොයන්න.

7. සමාන්තරාස්‍රයක පාද දෙකක් $y = x - 2$ සහ $4y = x + 4$ සමීකරණවලින් දී ඇත. සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.

- (i) සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාදවල සමීකරණ ද.

- (ii) විකර්ණවල සමීකරණ ද

ලබාගන්න.

තව ද, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

[තුන්වන පිටුව බලන්න.

8. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය වේ නම්,
 $2gg' + 2ff' = c + c'$ බව පෙන්වන්න.

P සහ Q යනු, පිළිවෙළින් $(-a, 0)$ සහ $(a \cos \theta, a \sin \theta)$ ඛණ්ඩාංක සහිත $S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය යයි ගනිමු. $PQ = QR$ වන සේ PQ ජ්‍යාය R ලක්ෂ්‍යයකට විස්තීරණය කර ඇත. R හි ඛණ්ඩාංක සොයා, θ විචලනය වන විට S' වෘත්තයක් මත R පිහිටන බව පෙන්වන්න. S' හි සමීකරණය ලබාගන්න.

S'' තෙවන වෘත්තයක්, y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර S සහ S' වෘත්ත දෙක ම ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලැබේ. එවැනි S'' වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලබාගන්න.

9. (a) θ යනු $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයකට සමාන නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වීම,
 $x = \sin \theta - \cos \theta$ සහ $y = \tan \theta + \cot \theta$ නම්, $\sin 2\theta$

(i) x ඇසුරෙන් පමණක්,

(ii) y ඇසුරෙන් පමණක්

ලබාගන්න.

ඒ නයින් x සහ y අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබාගන්න.

- (b) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2 \cos 2x) \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sin x (\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

- (c) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a = b + \lambda c$ වේ. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\lambda \cos \frac{C}{2} = \cos \left(B + \frac{C}{2} \right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$
