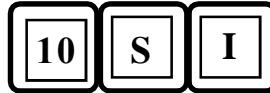


දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
 தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 13 ශ්‍රේණිය, දෙවන වාර පරීක්ෂණය, 2020 මාර්තු
General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 13, Second Term Test, March 2020

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics I



පැය 03 යි.
03 hours
 අමතර කියවීම් කාලය
 මිනිත්තු 10

විභාග අංකය:.....

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ❖ **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. ඒක වක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- ❖ **B කොටස:**
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙ යාමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කලේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කලේ	

(1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යෙදීමෙන් සියලු n සඳහා

$1 + 3 + 5 + \dots + n = \frac{1}{4}(n+1)^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි n ධන ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි.

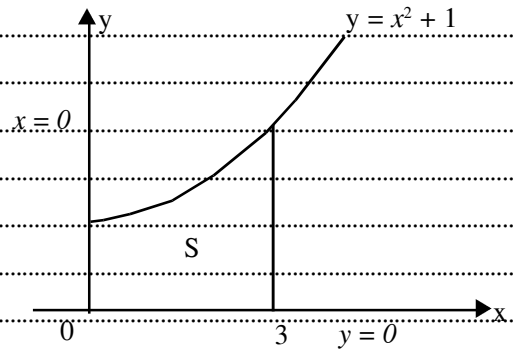
[illegible]

(2) ශුන්‍යයෙන් ආරම්භ නොවන, සංඛ්‍යාංක හතරකින් යුත් සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක් 0, 1, 2, ..., 9 යන සංඛ්‍යා 10 න්,

- (i) 7 අංකය සංඛ්‍යාවට ඇතුළත් නොවන පරිදි,
- (ii) 7 අංකය හරියට ම එක් වතාවක් ඇතුළත් වන පරිදි ලිවිය හැකි ද?

[illegible]

- (5) $y = x^2 + 1$ වක්‍රයක්, $x = 3$, $x = 0$ හා $y = 0$ රේඛා වලින් පරිවෘත්තය වර්ධනය වූ වර්ගය S වේ. මෙම S වර්ගය, x අක්ෂය වටා $2\pi \text{ rad}$ වලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව $\frac{348\pi}{5}$ බව පෙන්වන්න.



- (6) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x - \tan x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})}$ සොයන්න.

[illegible][illegible]

B කොටස

- (11) (a) $x^2 + 2020x + 10 = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ හි අගයන් ලියා දක්වන්න.
ඒ නයින්

(i) $\frac{\alpha^2}{\beta + 2020} + \frac{\beta^2}{\alpha + 2020}$

(ii) $(\alpha + 2020)^{-1} + (\beta + 2020)^{-1}$

(iii) $(\alpha + 2020)^{-2} + (\beta + 2020)^{-2}$

හි අගයන් සොයන්න.

- (b) $f(x) = x^5 + kx^2$ බහු පද ශ්‍රිතය, $(x-1)(x-2)(x-3)$ න් බෙදූ විට,

ශේෂය $A(x-1)(x-2) + B(x-2)(x-3) + C(x-3)(x-1)$ ආකාරයේ වේ.

A, B හා C හි අගයන් සොයන්න. ශේෂය ද ලබා ගන්න.

ඒ නයින් ශේෂයේ x^2 පද අඩංගු නොවන සේ k හි අගය ලබාගන්න.

- (c) $x^3 - 12x - 16$ හි සාධක සොයන්න.

ඒ නයින් $\frac{(x+1)^2}{x^3 - 12x - 16}$ හි හින්න භාග සොයන්න.

- (12) (a) $y = f(x) = |x-2| + 3$ හා $g(x) = 3|x-1| - 2$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න.

ඒ නයින්

$$|x-2| + 5 \geq 3|x-1| \text{ අසමානතාව විසඳන්න.}$$

- (b) පාසල් ක්‍රිකට් කණ්ඩායමක ක්‍රීඩකයින් 16 දෙනෙකු සිටිති. කඩුළු රකින්නන් දෙදෙනකු, පන්දු යවන්නන් පස් දෙනෙකු හා පිතිකරුවන් නව දෙනෙකු ඊට ඇතුළත් ය.

11 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගත යුත්තේ අවම වශයෙන් කඩුළු රකින්නෙක්, අවම වශයෙන් පන්දු යවන්නන් 4 ක් සහ අවම වශයෙන් පිතිකරුවන් 5 දෙනෙක් ඇතුළත් වන පරිදි ය. මෙම කණ්ඩායම තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද?

- (13) (a) (i) $(2r+1)^3 - (2r-1)^3 \equiv 24r^2 + 2$ සම්බන්ධ සත්‍යාපනය කරන්න.

ඒ නසින් $\sum_{r=1}^n r^2$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^n r = \frac{n}{2}(n+1)$ බව උපකල්පනය කිරීමෙන් හා ඉහත ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්,

$\sum_{r=n+1}^{2n} (2r+1)^2 = \frac{n}{3}(28n^2 + 36n + 11)$ බව පෙන්වන්න.

- (b) $\frac{4+4r-3r^2}{r^2(r+2)^2} \equiv \frac{1}{r^2} - \frac{k}{(r+2)^2}$; $r \in \mathbb{Z}^+$ වන පරිදි k නියතයේ අගය සොයන්න.

$U_r = \left[\frac{4+4r-3r^2}{r^2(r+2)^2} \right] 2^r$; $r \in \mathbb{Z}^+$ යැයි දී තිබේ.

$U_r = f(r) - f(r+2)$ වන පරිදි $r \in \mathbb{Z}^+$ $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නසින් $\sum_{r=1}^n U_r = 3 - \frac{2^{n+1}(3n^2 + 8n + 6)}{(n+1)^2(n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

- (14) (a) $y = f(x) = x^5 - 5x^4 + 1$, $x \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු. $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

$y = f(x)$ වක්‍රයේ හැරුම් ලක්ෂණ සොයන්න.

y අන්ත: බන්ධය, හැරුම් ලක්ෂණ හා තනිවර්තන ලක්ෂණ දක්වමින් $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ සටහන අඳින්න.

ඒ නසින් $x^5 - 5x^4 + 1 - x = 0$ සම්කරණයේ තාත්වික මූල සංඛ්‍යාව කොපමණදැයි සොයන්න.

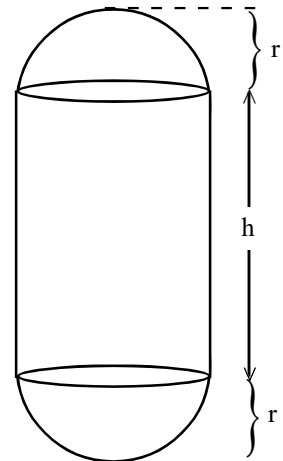
- (b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි භාජනයක්, කුහර අර්ධ ගෝල දෙකක් හා කුහර සිලින්ඩරක් එකට පැස්සීමෙන් තනා තිබේ. අර්ධගෝලවල හා සිලින්ඩරයේ අරයන් r වේ. සිලින්ඩරයේ උස h හා භාජනයේ පරිමාව සහ ඒකක 1600π නම්

$h = \frac{1600}{r^2} - \frac{4r}{3}$ බව පෙන්වන්න.

භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A නම්,

$A = 2\pi \left[\frac{1600}{r} + \frac{2r^2}{3} \right]$ බව පෙන්වන්න. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

A අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



(15) (a) $x = \frac{1}{2}(1 + \sin \theta)$ ආදේශයෙන් $\int_{1/4}^{3/4} \frac{xdx}{\sqrt{x-x^2}} = \frac{1}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} (1 + \sin \theta) d\theta$ බව පෙන්වා,

ඒ නයින් එම අනුකලනය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය යොදා ගනිමින් $\int \frac{\ln x}{(1+x)^3} dx$ අගයන්න.

(c) a නියතයක් විට $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ භාවිතා කරමින්,

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$$
 සොයන්න.

(16) (a) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD හා AB පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින්,

$$y + x + 2 = 0 \text{ හා } 4x + y - 4 = 0 \text{ වේ.}$$

සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්‍ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.

(i) AC විකර්ණයේ සමීකරණය

(ii) AC විකර්ණයේ දිග

(iii) සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාදවල සමීකරණ

සොයන්න.

(b) $r^2(1+m^2) = (b-ma-c)^2$ නම් $(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයට $y = mx + c$ සරල රේඛාව ස්පර්ශකයක් වන බව පෙන්වන්න.

$\lambda \in \mathbb{R}$, $x + y = \lambda$ සරල රේඛාව $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 13 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වනසේ,

λ හි අගයන් දෙක සොයන්න.

හි මෙම අගයන් සඳහා ස්පර්ශ ලක්‍ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(17) (a) $\frac{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta} \equiv \cot \theta$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්

$$1 + \sin 2\theta = 3 \cos 2\theta \text{ නම්, } \cos 2\theta \neq 0$$

ඉහත සමීකරණයේ θ සඳහා සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) $(2 \tan x - 1)^2 = 3(\sec^2 x - 2)$

සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, සයින් හා කෝසයින් නීති භාවිතා කරමින් ,

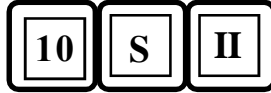
$$\sin \hat{A}X B = \frac{2b \sin C}{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}} \text{ හා}$$

$$\sin X \hat{A} C = \frac{a \sin C}{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
 தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) 13 ශ්‍රේණිය, දෙවන වාර පරීක්ෂණය, 2020 මාර්තු
General Certificate of Education (Adv. Level), Grade 13, Second Term Test, March 2020

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics II



පැය 03 යි.
03 hours
 අමතර කියවීමේ කාලය
 මිනිත්තු 10

විභාග අංකය:.....

උපදෙස්:

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ❖ **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. ඒක වක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- ❖ **B කොටස:**
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිවරයාට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙ යාමට අවසර ඇත.

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි. ($g = 10\text{ms}^{-2}$)

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

- (1) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m හා 3m වන P හා Q අංශු දෙකක්, අවල කුඩා සැහැල්ලු සුමට R කප්පියක් උඩින් යන දිග 3l වූ සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර තිබේ. අංශු දෙකම R හි සිට $\frac{3l}{2}$ ගැඹුරකින් තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරී. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් එක් - එක් අංශුව x ($< \frac{3l}{2}$) දුරක් චලනය වූ විට එක් - එක් අංශුවේ වේගය $\dot{x}$, $\dot{x}^2 = \frac{2}{5}gx$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. ඒනයින් පද්ධතියේ ත්වරණය අපෝහනය කරන්න.

[illegible]

- (2) $t = 0$ දී නිශ්චලතාවේ සිට $\frac{g}{3}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළට චලනය වන බැලුමක්, කුඩා බෝලයක් රැගෙන යයි. කාලය $t = t_0$ විට, බෝලය බැලුමෙන් සිරුවෙන් ඉවත් වී, ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. $t = 0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. බෝලය ළඟා වන උපරිම උස $\frac{2}{9}gt_0^2$ බව පෙන්වන්න.

[illegible]

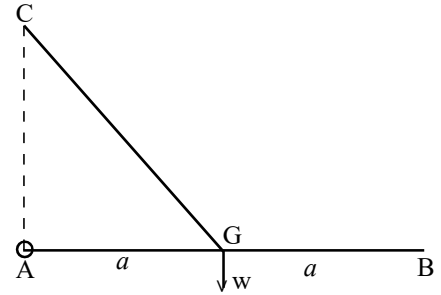
[illegible]

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of multiple sets of three horizontal dashed lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced across the entire page, which is otherwise blank.

- (9) දිග $2a$ හා බර w වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩ A අවල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර තිබේ. B කෙළවරට $2w$ භාරයක් එල්ලා රූපයේ දක්වෙන පරිදි දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය G හා A ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි C ලක්ෂ්‍යය යා කරන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක් මගින් දණ්ඩ තිරසර සමතුලිතතාවේ පවත්වා ගනී. තන්තුවේ දිග $2a$ වේ.

තන්තුවේ ආතතිය $\frac{10\sqrt{3}w}{3}$ හා අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{\frac{37}{3}}w$

බව පෙන්වන්න.



- (10) Ω නියැදි අවකාශයේ A හා B සිද්ධීන් දෙකකි. සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව $P(A) = p$, $P(B) = \frac{2}{5}p$ හා $P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4}p$ ($p > 0$) වේ. $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ හා $P(A \cap B')$ සඳහා අගයන් p ඇසුරෙන් ලබාගන්න

B කොටස

- (11) (a) තිරසර $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ ආනත සුමට තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයක A හා B අංශු දෙකක් තබා ඇත. A අංශුව O හි සිට ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ ඉහළට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන මොහොතේදී ම B අංශුව ආනත තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ පහළට $\frac{u}{2}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.

අංශු දෙක ආනත තලයෙන් ඉවත් නොවන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්ථාර භාවිතයෙන් A අංශුව නැවත O වෙත පැමිණෙන මොහොතේදී B අංශුව O හි සිට $\frac{5u^2}{g}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

B ට සාපේක්ෂව A ගේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

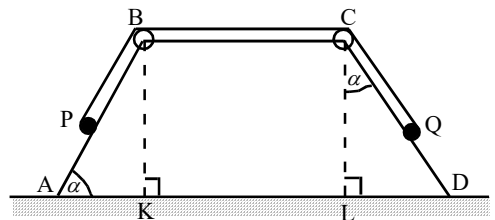
- (b) A නැවේ උපරිම වේගය 40 kmh^{-1} වේ. A නැව, B නැවට 20 km බටහිරින් පිහිටයි. B නැව 30 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරට ගමන් කරයි. B නැව වෙත හැකි ඉක්මනින් ළඟා වීම පිණිස A නැව සිය උපරිම වේගයෙන් ගමන් කළයුතු දිශාව සොයන්න.

තවද, A නැව, B නැව වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\frac{120\sqrt{7}}{7} \text{ min}$ බව පෙන්වන්න.

A නැව නැගෙනහිර දිශාවට උපරිම වේගයෙන් ගමන් කරන ලද්දේ නම්, A හා B නැව් අතර කෙටිතම දුර සොයන්න.

- (12) (a) රූපයේ දැක්වෙන ABCD ත්‍රැපීසියම ස්කන්ධය 5 m වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB හා CD රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත් වල උපරිම බෑවුම් රේඛාවන් වේ.

$$\hat{BAK} = \hat{LCD} = \alpha = \cos^{-1} \frac{3}{5} \text{ වේ.}$$



AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙඩිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලැබේ. B හා C හි කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් තබා ඇත. සැහැල්ලු අවිනාශ PQ තන්තුව B හා C හි ඇති කප්පි උඩින් යන අතර, එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය 2 m වන P අංශුවක් ද, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය 3 m වන Q අංශුවක් ද, අමුණා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB මත ලක්ෂ්‍යයක ද, Q අංශුව CD මත ලක්ෂ්‍යයක ද තබා තන්තුව තදව ඇති ව පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ගෙඩිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණයේ

විශාලත්වය $\frac{9g}{463}$ බව පෙන්වා කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හා Q අංශුවල ත්වරණ සොයන්න.

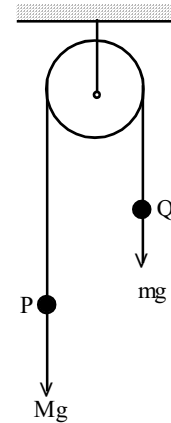
- (b) එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් සමාන අංශු දෙකක් එකම මොහොතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පළමු අංශුව A හි සිට B දෙසට තිරසරව 45° කින් AB ට ඉහළින් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. දෙවැනි අංශුව B හි සිට A දෙසට තිරසරව 60° කින් AB ට ඉහළින් v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි.

අංශු ඒවා ළඟාවන ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ දී සරලව ගැටේ. $v:u$ අනුපාතය සොයන්න. $u^2 = ga(3 - \sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න. a යනු A හා B අතර දුර වේ.

ගැටුමෙන් පසු පළමු අංශුව සිරස්ව පහළට වැටේ. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \right)$ බව පෙන්වන්න.

- (13) (a) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් අරය a වන සුමට අවල ගෝලයක පෘෂ්ඨයේ A ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ගෝලයේ කේන්ද්‍රය O වන අතර OA උඩු අත් සිරස සමඟ සෘජු කෝණය $\cos^{-1} \frac{3}{4}$ වේ. P අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨයේ තිබෙන පරිදි A හි සිට නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. OP උඩු අත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සෘජු වීමට අංශුවේ ප්‍රවේගය v , $v^2 = \frac{1}{2}ga(3 - 4\cos\theta)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
- අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨය මත තිබෙන විට, අංශුව මත ගෝලයෙන් යෙදෙන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
- OP උඩු අත් සිරස සමඟ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සෘජු වීමට අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨය හැර යන බව පෙන්වන්න.

- (b) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M හා $m(< M)$ වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට අමුණා තන්තුව සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් හරහා යන පරිදි තබා ඇත. තන්තුවේ කොටස් දෙකම තදව සිරස්ව තිබෙන විට, පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරී.
- t_0 කාලයකට පසු P අංශුව පොළොව මත වැදී පොලා නොපතී. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේදී Q අංශුව කප්පියේ නොවැදීන්ද යැයි උපකල්පනය කරමින්, නැවත තන්තුව තදවීමට ගතවන අමතර කාලය සොයන්න. P අංශුව පොළොවෙන් ඉවත්වන ප්‍රවේගය සොයන්න.



- (14) ස්වාභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $6mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $3m$ වූ P අංශුවකට ද ගැට ගසා ඇත. P අංශුව O හිදී නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව Q පසුකර යන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙහි $OQ = 2a$ වේ.

තන්තුවේ දිග $x(\geq 2a)$ යන්න $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 3a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

$X = x - 3a$ ලෙස ගෙන ඉහත සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $\omega(>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි.

$\dot{X}^2 = \omega^2(A^2 - X^2)$ බව උපකල්පනය කරමින්, මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය වන A සොයන්න.

P අංශුව ළඟා වන පහළම ලක්ෂ්‍යය L යයි ගනිමු. Q සිට L දක්වා චලිතයට P මගින් ගනු ලැබූ කාලය

$\sqrt{\frac{a}{g}} \left(\pi - \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව L හි තිබෙන මොහොතේදී ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් සිරුවෙන් P ට ඇඳෙනු ලැබේ.

ස්කන්ධය $4m$ වූ සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය

$$\ddot{x} + \frac{3g}{4a} \left(x - \frac{10a}{3} \right) = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

සංයුක්ත අංශුවේ, සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $(3\sqrt{5} - 1)\frac{a}{3}$ බව පෙන්වන්න.

- (15) (a) x, y තලයේ O මූලයට අනුබද්ධව A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුමේ දෛශික සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙලින් $3i + 2j, 4i + 3j$ හා $6i + 8j$ වේ. $\overline{BK} = \frac{3}{5}\overline{BC}$ වන සේ BC මත පිහිටන K ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $ABCD$ ත්‍රැපීසියමක් වන පරිදි D ශීර්ෂය පිහිටා ඇත්තේ AB, DC ට සමාන්තරවන සේත්, AK, BD ට ලම්භ වන සේත් ය. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{64}{31}i + \frac{126}{31}j$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටර් වලින් ද, බලය නිව්ටන් වලින් ද මනින ලද xy තලයේ බල හතරකින් යුත් බල පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන ආකාරයට පිහිටයි.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක	බලයේ ox, oy දිශාවට සංරචක
$A(3, 2)$	$F_1 = (-18/5, 2)$
$B(4, 3)$	$F_2 = (6, 5/5)$
$L(0, 10)$	$F_3 = (2, 4/5)$
$M(4, 0)$	$F_4 = (13/5, 8)$

- (i) F_1 හා F_2 බල වල O මූලය හා $C(6, 8)$ ලක්ෂ්‍යය වටා සුර්ණ ශුන්‍ය වන බව පෙන්වා ඒ නයින් F_1, F_2, F_3, F_4 බල හතරකින් සමන්විත පද්ධතියේ O මූලය වටා G සුර්ණය දක්ෂිණාවර්තව $18Nm$ විශාලත්වයෙන් යුතු බව පෙන්වන්න.
- (ii) පද්ධතියේ R සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. ඒ නයින් R හි ක්‍රියා රේඛාව y අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.
- (iii) බල පද්ධතිය $\left(O, \frac{246}{155}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා සුර්ණය G_1 යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය

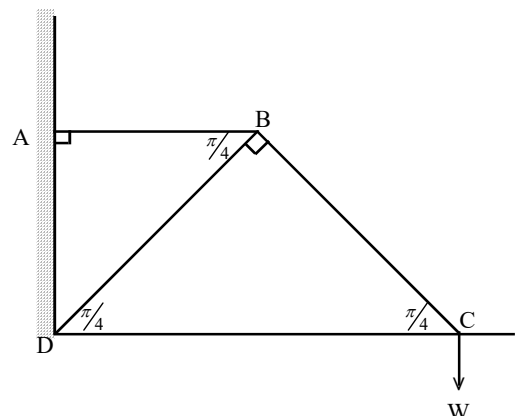
කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D = \left(\frac{64}{31}, \frac{126}{31}\right)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න.

- (16) (a) සුමට නා දත්තක්, සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර තිබේ. දිග $4a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර බිත්තිය සමඟ ස්පර්ශව නාදෘත්ත මත නිශ්චලතාවේ සමතුලිතතාවේ තිබේ. AB දණ්ඩ තිරස සමඟ සාදන කෝණය θ වේ. දණ්ඩ මත ක්‍රියාකරන බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

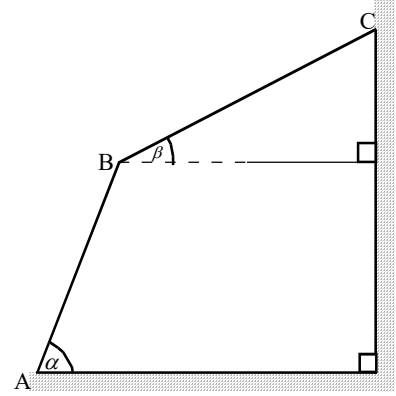
P නාදෘත්තේ ප්‍රතික්‍රියාව W හා θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$$2\cos^3 \theta = 1 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සමන්විත ය. මෙම දඬු B, C, D ලක්ෂ්‍යවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. රාමු සැකිල්ල A හා D හිදී සිරස් බිත්තියකට අසවි කර තිබේ. C හිදී W භාරයක් දරයි. මෙම රූපය ඔබේ පිළිතුරු පත්‍රයේ පිටපත් කර බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබලයන් ආතති හා තෙරපුම් ලෙස දක්වමින් සොයන්න. තවද A හා D හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.



- (17) සමාන AB හා BC ඒකාකාර දඬු W බරින් හා $2a$ දිගෙන් යුක්ත වේ. දඬු දෙක B හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. A කෙළවර රළු තිරස් පොළොවක් මත ද C කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක හා ස්පර්ශ වෙමින් සමතුලිතතාවේ තිබෙන්නේ බිත්තියට ලම්භක සිරස් තලයක දඬු තිබෙන පරිදි ය. AB හා BC දඬු තිරස සමඟ පිළිවෙලින් α හා β කෝණ සාදයි.



- (i) C හි ප්‍රතික්‍රියාව
- (ii) A හි අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව හා ඝර්ෂණ බලය සොයන්න.
- (iii) $\tan \alpha = 3 \tan \beta$ බව පෙන්වන්න.
- (iv) $\alpha = 60^\circ$ නම් හා AB දණ්ඩත්, පොළොවත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්,

$$\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{4}$$
 බව පෙන්වන්න.
- (v) AB දණ්ඩෙන් BC දණ්ඩ මත යෙදෙන බලය සොයන්න

පිළිගත් ප්‍රශ්න දිනපතා ප්‍රකාශනයන්

සාපේක්ෂ ගණිතය I

13 ප්‍රශ්න 11 වර්ග - 2020

ලකුණු දීමේ සටහන්.

(01) $1+3+5+\dots+n = \frac{1}{4}(n+1)^2$ බව?

$n=1$ වුව, $L.H.S = 1$, $R.H.S = \frac{1}{4}(1+1)^2 = 1 \therefore L.H.S = R.H.S$

$\therefore n=1$ ව ප්‍රතිපත්තිය සත්‍ය වේ. (5)

$n=p$ ව ප්‍රතිපත්තිය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු. (p වන්නේ සංඛ්‍යාංකයක්) එනම්,

$1+3+5+\dots+p = \frac{1}{4}(p+1)^2$ (5)

$n=p+2$ වුව,

$1+3+5+\dots+p+(p+2) = \frac{1}{4}(p+1)^2 + (p+2)$ (5)

$= \frac{1}{4}(p^2+2p+1+4p+8)$

$= \frac{1}{4}(p^2+6p+9)$

$= \frac{1}{4}(p+3)^2$

$= \frac{1}{4}[(p+2)+1]^2$ (5)

$\therefore n=p+2$ ව ද ප්‍රතිපත්තිය සත්‍ය වේ. $n=1$ ව ප්‍රතිපත්තිය සත්‍ය වන්නේ, $n=3,5,\dots$ යන සියලුම වන්නේ එක නිකල සංඛ්‍යා ප්‍රතිපත්තිය ගණිත දිනප්‍රකාශන මූලධර්මයන්ට අනුව වේ.

ඉ.-[25]

(02) සංඛ්‍යාංක 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 වේ.

(i) සංඛ්‍යාවේ පළමු දිනප්‍රකාශන කේතය නැති දිනප්‍රකාශන ගණන = 8

පළමු දිනප්‍රකාශන කේතය දැනට වුව, පළමු දිනප්‍රකාශන කේතය නැති දිනප්‍රකාශන ගණන } = $9 \times 9 \times 9$

$\therefore 7$ දිනප්‍රකාශන සංඛ්‍යාවක් දිනප්‍රකාශන කේතය නැති දිනප්‍රකාශන ගණන

$= 8 \times 9 \times 9 \times 9$ (5)

$= 5832$ (5)

(ii) $\left. \begin{array}{l} \text{පරිච්ඡේද 7 දිශාල මූලාසනයේ ස්කන්ධය} \\ \text{හැඩි දිශාලය} \end{array} \right\} = 9 \times 9 \times 9$

$\left. \begin{array}{l} \text{පරිච්ඡේද 7 දිශාල මූලාසනයේ ස්කන්ධය} \\ \text{හැඩි දිශාලය} \end{array} \right\} = 8 \times 9 \times 9 \times 3$

$\therefore 7$ දිශාල පරිච්ඡේදයේ ස්කන්ධය සොයා ගැනීම

$$= 9 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 \times 3 \quad (5) + (5)$$

$$= 81 (9 + 24)$$

$$= \underline{2673} \quad (5) \quad Q_2 - \boxed{25}$$

(03) දිශාල වක්‍රයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ යැයි ගනිමු.

$(0,0)$ දාර්ශනයෙන්, $c = 0 \quad (5)$

$(5/2, 1/2)$ දාර්ශනයෙන්, $\frac{25}{4} + \frac{1}{4} + 5g + f = 0$

$$10g + 2f = -13 \quad (1) \quad (5)$$

$2y - 3x = 0$ රේඛාව මත වක්‍රයේ විච්ඡේදනය සිදුවන බැවින්,

$(-g, -f)$ කේන්ද්‍රයේ විච්ඡේදනය දාර්ශනයෙන්,

$$-2f + 3g = 0 \quad (2) \quad (5)$$

$(1) + (2)$ න්, $13g = -13 \Rightarrow g = -1$

(2) න් $f = \frac{-3}{2}$

$\therefore$ වක්‍රයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0 \quad (5)$

වක්‍රයේ දිග $= \sqrt{(-1)^2 + (-3/2)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \quad (5)$

$Q_3 - \boxed{25}$

(04)

$$y = \sqrt{\frac{\sec x + \tan x}{\sec x - \tan x}} = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{(\sin x/2 + \cos x/2)^2}{(\cos x/2 - \sin x/2)^2}} \quad ; \quad 0 < x < \pi/4$$

$$= \frac{\cos x/2 + \sin x/2}{\cos x/2 - \sin x/2} \quad (5)$$

$$y = \frac{1 + \tan x/2}{1 - \tan x/2} = \frac{\tan \pi/4 + \tan x/2}{1 - \tan \pi/4 \tan x/2} \quad (5)$$

$$y = \tan(\pi/4 + x/2) \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \sec^2(\pi/4 + x/2) \quad (5)$$

Q4 — 25

(Q5)

જાગ્યાના ઘન અંકુશ

$$V = \pi \int_0^3 y^2 dx \quad (5)$$

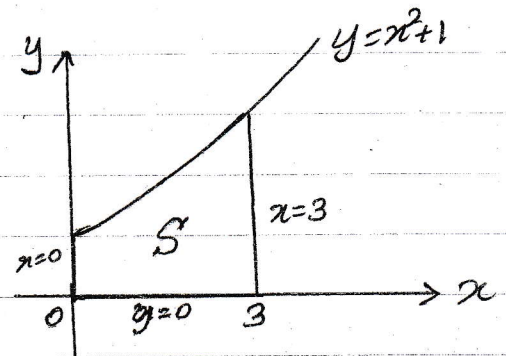
$$= \pi \int_0^3 (x^2 + 1)^2 dx \quad (5)$$

$$= \pi \int_0^3 (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right]_0^3 \quad (5)$$

$$= \pi \left[\frac{243}{5} + \frac{54}{3} + 3 \right] \quad (5)$$

$$= \frac{348\pi}{5} \text{ સમઘન} \quad (5)$$



Q5 — 25

$$(Q6) \quad x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{\tan^3 x - \tan x}{\cos(x + \pi/4)}$$

$$= x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{\tan x (\tan x + 1) (\tan x - 1)}{\cos(x + \pi/4)} \quad (5)$$

$$= x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{\tan x}{\cos x} \cdot \frac{(\tan x + 1)(\sec x - \cos x)}{\cos(x + \pi/4)} \quad (5)$$

$$= x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{\tan x (\tan x + 1)}{\cos x} \cdot x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{(-\sqrt{2}) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sec x \right)}{\cos(x + \pi/4)} \quad (5)$$

$$= \frac{(1)(1+1) \cdot (-\sqrt{2})}{1/\sqrt{2}} \cdot x \xrightarrow{\text{lim}} \pi/4 \quad \frac{\cos(x + \pi/4)}{\cos(x + \pi/4)} \quad (5)$$

$$= -4 \quad (5)$$

Q6 — 25

(07) AB රේඛාවේ සමීකරණය, $N(\bar{x}, \bar{y})$ දිශාදේශය.

$$\frac{\bar{y}}{b} + \frac{\bar{x}}{a} = 1 \quad \text{ලෙස ලියා ඇත.$$

$$\text{නව} \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \times \frac{b}{-a} = -1 \quad (5)$$

$$\therefore a = \frac{b\bar{y}}{\bar{x}}$$

$$\text{එවිට } \frac{\bar{y}}{b} + \frac{\bar{x}}{b\bar{y}/\bar{x}} = 1$$

$$\frac{\bar{y}^2 + \bar{x}^2}{\bar{y}} = b \quad (5) \quad \therefore a = \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}{\bar{x}} \quad (5)$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c^2} \quad \text{හි දිශාදේශය.$$

$$\frac{\bar{x}^2}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2} + \frac{\bar{y}^2}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2} = \frac{1}{c^2} \quad (5)$$

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 = c^2$$

$\therefore N$ හි අවම සමීකරණය $x^2 + y^2 = c^2$ වේ. (5)

Q7 - [25]

(08)

$m x^2 + 4(m+3)x + 5m + 19 = 0$ සමීකරණයට තාත්වික මූල දෙකක්

තිබීම $4^2(m+3)^2 - 4m(5m+19) > 0$ විය යුතුය. (5)

$$4(m^2 + 6m + 9) - 5m^2 - 19m > 0$$

$$4m^2 + 24m + 36 - 5m^2 - 19m > 0$$

$$-m^2 + 5m + 36 > 0$$

$$m^2 - 5m - 36 < 0 \quad (5)$$

$$(m - 9)(m + 4) < 0 \quad (5)$$

$$-4 < m < 9 \quad (5)$$

$\therefore 0 < m < 9$ වන සමීකරණයට තාත්වික මූල දෙකක් තිබේ.

(5)

Q8 - [25]

$$(09) \frac{1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$$

$$1 = Ax(x-1) + B(x-1) + Cx^2$$

$$\boxed{x^2} \Rightarrow A + C = 0 \Rightarrow A = -C$$

$$\boxed{x^1} \Rightarrow -A + B = 0 \Rightarrow A = B$$

$$\boxed{x^0} \Rightarrow -B = 1 \Rightarrow B = -1 \therefore A = -1, C = 1 \quad (5)$$

$$\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx = \int \frac{-1}{x} dx - \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{1}{x-1} dx \quad (5)$$

$$= -\ln|x| + \frac{1}{x} + \ln|x-1| + C \quad (\text{C constant}) \quad (15)$$

Q9 — 25

$$(10) \alpha = \tan^{-1} \frac{x\sqrt{3}}{2k-x}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{2x-k}{\sqrt{3}k}$$

$$\tan \alpha = \frac{x\sqrt{3}}{2k-x}$$

$$\tan \beta = \frac{2x-k}{\sqrt{3}k}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{2k-x} - \frac{2x-k}{\sqrt{3}k}}{1 + \frac{\sqrt{3}x(2x-k)}{\sqrt{3}k(2k-x)}} \quad (5)$$

$$= \frac{3kx - (2x-k)(2k-x)}{\sqrt{3}k(2k-x) + \sqrt{3}x(2x-k)}$$

$$= \frac{3kx - 4kx + 2k^2 + 2x^2 - kx}{\sqrt{3}(2k^2 - kx + 2x^2 - kx)}$$

$$= \frac{2(k^2 - kx + x^2)}{2\sqrt{3}(k^2 - kx + x^2)} \quad (5)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$\alpha - \beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\therefore \underline{\alpha - \beta \text{ की } \text{value} \text{ } 30^\circ \text{ है.}} \quad (5)$$

Q10 — 25

(11)

(a)

$$x^2 + 2020x + 10 = 0$$

$$\underline{\alpha + \beta = -2020} \text{ (5)}, \quad \underline{\alpha\beta = 10} \text{ (5)}$$

 $\triangle 10$

$$(i) \quad \alpha = -(\beta + 2020) ; \beta = -(\alpha + 2020) \text{ (5)}$$

$$\frac{\alpha^2}{\beta + 2020} + \frac{\beta^2}{\alpha + 2020}$$

$$= \frac{\alpha^2}{-\alpha} + \frac{\beta^2}{-\beta} \text{ (5)} = -(\alpha + \beta) = \underline{2020} \text{ (5)}$$

 $\triangle 15$

$$(ii) \quad (\alpha + 2020)^{-1} + (\beta + 2020)^{-1} = \frac{1}{\alpha + 2020} + \frac{1}{\beta + 2020}$$

$$= \frac{1}{-\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{-(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \text{ (5)}$$

$$= \frac{+2020}{10} = \underline{202} \text{ (5)} \quad \triangle 10$$

$$(iii) \quad (\alpha + 2020)^{-2} + (\beta + 2020)^{-2} = \frac{1}{(\alpha + 2020)^2} + \frac{1}{(\beta + 2020)^2}$$

$$= \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} \text{ (5)}$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} \text{ (5)} = \frac{(-2020)^2 - 20}{100}$$

$$= \underline{40803.8} \text{ (5)} \quad \triangle 15$$

$$(b) \quad f(x) = x^5 + kx^2$$

စနစ်ရှိ ပုံနှိပ်စာအုပ်များ

$$x^5 + kx^2 = Q(x)(x-1)(x-2)(x-3) + A(x-1)(x-2) + B(x-2)(x-3) + C(x-3)(x-1) \text{ (10)}$$

$$x=1 \text{ ဖြစ်, } 1+k = B(-1)(-2) \quad \therefore B = \frac{1+k}{2} \text{ (5)}$$

$$x=2 \text{ ဖြစ်, } 32+4k = C(-1)(1) \quad \therefore C = -(32+4k) \text{ (5)}$$

$$x=3 \text{ ဖြစ်, } 243+9k = A(2)(1) \quad \therefore A = \frac{243+9k}{2} \text{ (5)}$$

$$\text{ଉତ୍ତର} = \frac{(243+9K)(x-1)(x-2)}{2} + \frac{(1+K)(x-2)(x-3)}{2} - (32+4K)(x-3)(x-1) \quad (10)$$

$$\text{ଉତ୍ତର } x^2 \text{ ନି ସହଗୁଣକ} = \frac{243+9K}{2} + \frac{1+K}{2} - (32+4K) \quad (5) \quad \triangle 35$$

$$= K+90 \quad (5)$$

$$\therefore \text{ଉତ୍ତର } x^2 \text{ ପ୍ର ଶୂନ୍ୟ ଗର୍ଭରେ } K+90=0 \text{ ରୁ ଗୁଡ଼ିଏ } (5)$$

$$\therefore K = -90 \quad (5) \quad \triangle 20$$

$$(C) \quad f(x) = x^3 - 12x - 16$$

$$f(-2) = -8 + 24 - 16 = 0$$

$$\therefore (x+2), f(x) \text{ ନି ଶାସକାଂକ.} \quad (5)$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 12x - 16 = (x+2)(x^2 - 2x + 8) \text{ ଶ.}$$

$$= (x+2)(x+2)(x-4)$$

$$= \underline{(x+2)^2(x-4)} \quad (5) \quad \triangle 10$$

$$\frac{(x+1)^2}{x^3 - 12x - 16} = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^2(x-4)}$$

$$= \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{(x-4)}$$

$$(x+1)^2 = A(x+2)(x-4) + B(x-4) + C(x+2)^2$$

$$[x^2] \Rightarrow A + C = 1 \quad \text{--- ①} \quad (5)$$

$$[x] \Rightarrow -2A + B + 4C = 2 \quad \text{--- ②} \quad (5)$$

$$[x^0] \Rightarrow -8A - 4B + 4C = 1 \quad \text{--- ③} \quad (5)$$

$$-2A - B + C = \frac{1}{4} \quad \text{--- ③}$$

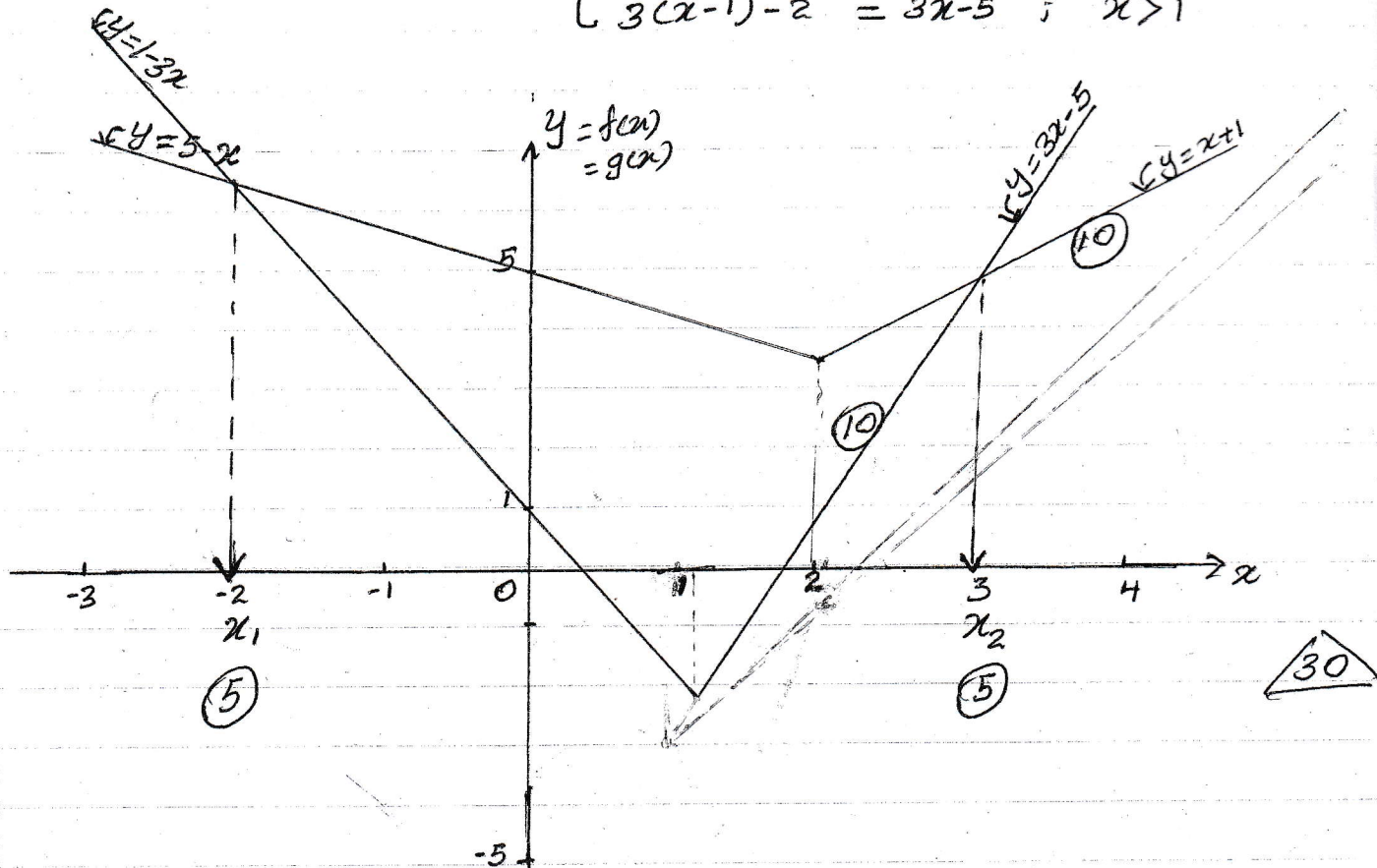
$$\text{①, ② in ③ ରୁ, } A = \frac{11}{36}, B = -\frac{1}{6}, C = \frac{25}{36} \quad (5 \times 3)$$

$$\therefore \frac{(x+1)^2}{x^3 - 12x - 16} = \frac{11}{36(x+2)} - \frac{1}{6(x+2)^2} + \frac{25}{36(x-4)} \quad (5) \quad \triangle 35$$

(12) (a)

$$y = f(x) = |x-2|+3 = \begin{cases} -(x-2)+3 = 5-x & ; x \leq 2 \\ (x-2)+3 = x+1 & ; x > 2 \end{cases} \quad (5)$$

$$y = g(x) = 3|x-1|-2 = \begin{cases} -3(x-1)-2 = 1-3x & ; x \leq 1 \\ 3(x-1)-2 = 3x-5 & ; x > 1 \end{cases} \quad (5)$$



$$|x-2|+5 \geq 3|x-1|$$

$$|x-2|+3 \geq 3|x-1|-2 \quad (5)$$

$$f(x) \geq g(x) \quad (5)$$

එළිපිහිටන්නේ $x_1 \leq x \leq x_2$ වන කොටසයි. (5)

$$\begin{cases} y = 5-x \\ y = 1-3x \end{cases} \quad \begin{cases} 5-x_1 = 1-3x_1 \\ x_1 = -2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} y = x+1 \\ y = 3x-5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2+1 = 3x_2-5 \\ x_2 = 3 \end{cases} \quad (5)$$

$\therefore -2 \leq x \leq 3$ වන $|x-2|+5 \geq 3|x-1|$ දිශානතව
(10) නිරූපණ කරයි.

$$U_r = f(r) - f(r+2)$$

$$r=1, U_1 = f(1) - f(3)$$

$$r=2, U_2 = f(2) - f(4)$$

$$r=3, U_3 = f(3) - f(5)$$

$$\vdots$$

$$r=n-2, U_{n-2} = f(n-2) - f(n) \quad (10)$$

$$r=n-1, U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$$

$$r=n, U_n = f(n) - f(n+2) \quad \downarrow$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2) \quad (10)$$

$$= \frac{2^1}{1^2} + \frac{2^2}{2^2} - \frac{2^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{2^{n+2}}{(n+2)^2} \quad (5)$$

$$= 3 - \frac{2^{n+1}((n+2)^2 + 2(n+1)^2)}{(n+1)^2(n+2)^2}$$

$$= 3 - \frac{2^{n+1}(3n^2 + 8n + 6)}{(n+1)^2(n+2)^2} \quad (5)$$

40

2/13

150

$$(14) \quad y = f(x) = x^5 - 5x^4 + 1$$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = 5x^4 - 20x^3 = \underline{5x^3(x-4)} \quad (5)$$

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = 20x^3 - 60x^2 = \underline{20x^2(x-3)} \quad (5)$$

10

$x=0$ හා $x=4$ වේ. $f'(x)=0$ කරන, $y=f(x)$ හි
 හැරුණු ලෙස $(0, 1)$ හා $(4, -255)$ වේ.

(5)

(5)

10

x	$x < 0$	$0 < x < 4$	$4 < x < \infty$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(+)	(-)	(+)

(15)

$(0, 1)$ ස්ථානීය ලක්ෂ්‍යය වන අතර $(4, -255)$ ස්ථානීය
 අවමයයි.

$$x=0 \text{ වේ, } y=1 \text{ අන්තර්ක්ෂේපය වේ.} \quad (5)$$

$x=0$ හා $x=3$ වන $f''(x) = 0$ වේ. (5)

x	$x < 0$	$0 < x < 3$	$3 < x < \infty$
$f''(x)$ හි ලකුණ	$(-)$	$(-)$	$(+)$
දිශාමනාව	යට දිශාව	යට දිශාව	ඊළු දිශාව.

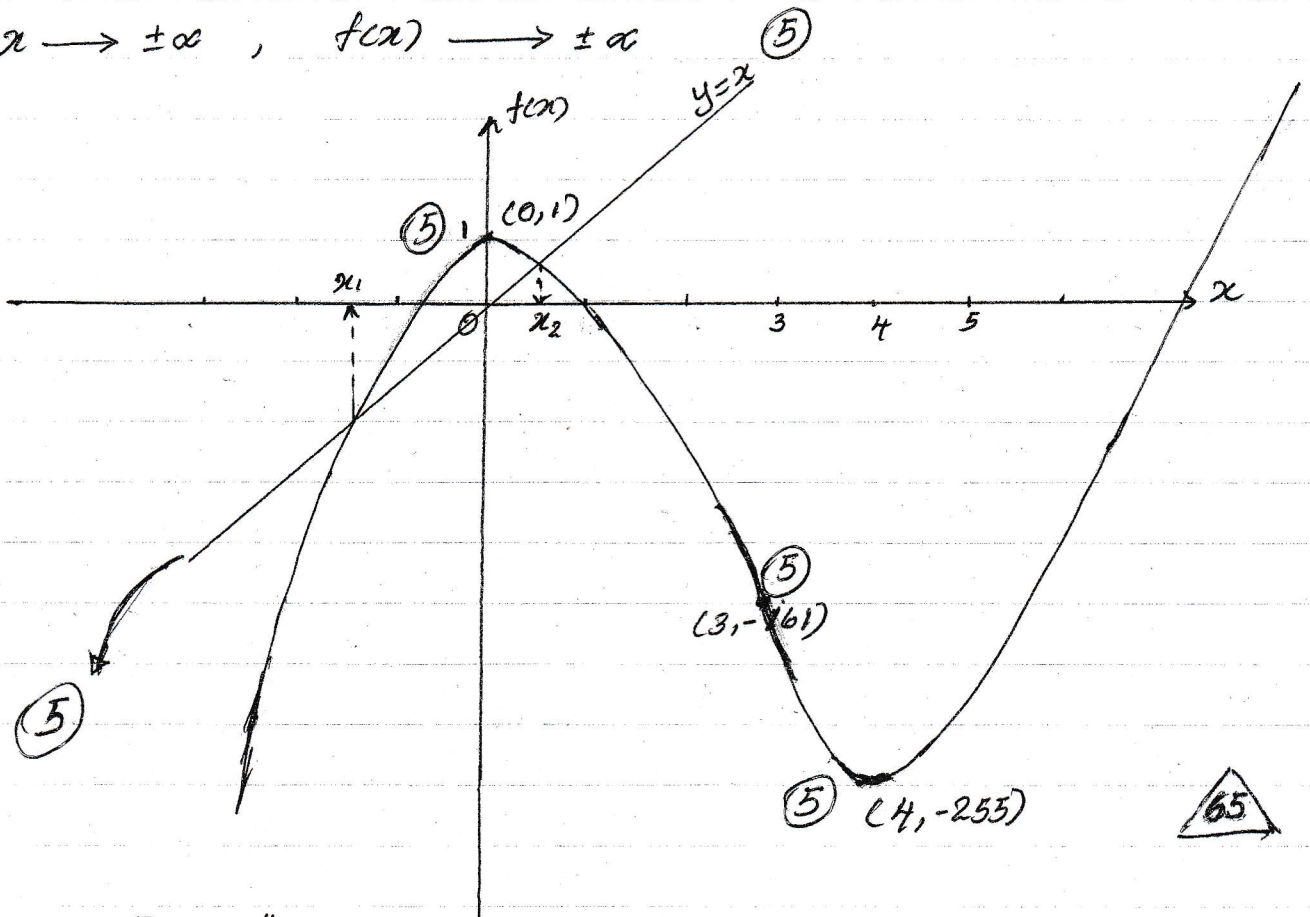
(15)

$\therefore x=3$ වන ප්‍රත්‍යාව නැතිවීමට හේතු වේ. (5)

$$f(3) = 3^5 - 5 \cdot 3^4 + 1 = -161$$

$\therefore$ නැතිවීමට හේතු $(3, -161)$ වේ

$$x \rightarrow \pm \infty, f(x) \rightarrow \pm \infty$$



$$x^5 - 5x^4 + 1 - x = 0$$

$$x^5 - 5x^4 + 1 = x \quad (5)$$

$\therefore y = x$ හා $y = f(x)$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය
මගින් $x^5 - 5x^4 + 1 - x = 0$ හි මූල ලබා.

එ දිගුව $x^5 - 5x^4 + 1 - x = 0$ සමීකරණයට නැතිවීම ප්‍රතික්ෂේප
මූල (x_1, x_2) ලෙසින් දැක්. (5)

15

(b) ឧបករណ៍ ខ្ទឹម = 1600π

$$1600\pi = \frac{4\pi r^3}{3} + \pi r^2 h \quad (5)$$

$$1600 = \frac{4}{3}r^3 + r^2 h$$

$$\therefore h = \frac{1600}{r^2} - \frac{4r}{3} \quad (5)$$

10

ឧបករណ៍ ផ្ទៃ បំប៉នបំបង់ = A

$$A = 2\pi r h + 4\pi r^2 \quad (5)$$

$$A = 2\pi r \left(\frac{1600}{r^2} - \frac{4r}{3} \right) + 4\pi r^2$$

$$A = 2\pi \left[\frac{1600}{r} - \frac{4r^2}{3} + 2r^2 \right]$$

$$\therefore A = 2\pi \left[\frac{1600}{r} + \frac{2r^2}{3} \right] \quad (5)$$

10

$$\frac{dA}{dr} = 2\pi \left[-\frac{1600}{r^2} + \frac{4r}{3} \right] \quad (5)$$

$$= \frac{8\pi}{3r^2} (r^3 - 1200)$$

$$= \frac{8\pi}{3r^2} [r - (1200)^{\frac{1}{3}}] [r^2 + (1200)^{\frac{1}{3}}r + (1200)^{\frac{2}{3}}] \quad (5)$$

$$r = (1200)^{\frac{1}{3}} \text{ នឹង, } \frac{dA}{dr} = 0 \text{ នៅ. } (5)$$

$$0 < r < (1200)^{\frac{1}{3}} \text{ នឹង, } \frac{dA}{dr} < 0 \quad (5)$$

$$(1200)^{\frac{1}{3}} < r \text{ នឹង, } \frac{dA}{dr} > 0 \quad (5)$$

$$\therefore \underline{r = (1200)^{\frac{1}{3}}} \text{ នឹង បំប៉នបំបង់ ធំបំផុត. } (5)$$

30

(15) (a)

$$I = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{x dx}{\sqrt{x-x^2}}; \quad x = \frac{1}{2} (1 + \sin \theta)$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{2} \cos \theta \quad (5)$$

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \pi/6 \quad (5)$$

$$x = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = -\pi/6 \quad (5)$$

$$\therefore I = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{\frac{1}{2}(1+\sin \theta) \cdot \frac{1}{2} \cos \theta d\theta}{\sqrt{\frac{1}{2}(1+\sin \theta) - \frac{1}{4}(1+\sin \theta)^2}} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{4} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{(1+\sin \theta) \cos \theta d\theta}{\frac{1}{2} \sqrt{2+2\sin \theta - 1 - 2\sin \theta - \sin^2 \theta}}$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{(1+\sin \theta) \cos \theta d\theta}{\sqrt{1-\sin^2 \theta}} \quad (5)$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} (1+\sin \theta) d\theta \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\theta - \cos \theta \right]_{-\pi/6}^{\pi/6} = \frac{1}{2} \left[\pi/6 - \cos \pi/6 + \pi/6 + \cos(-\pi/6) \right] \quad (5)$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

50

(b)

$$J = \int \frac{\ln x}{(1+x)^3} dx$$

$$u = \ln x \quad \frac{dv}{dx} = \frac{1}{(1+x)^3}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \quad v = \frac{-1}{2(1+x)^2}$$

$$J = \frac{-\ln x}{2(1+x)^2} + \int \frac{1}{2(1+x)^2} \cdot \frac{1}{x} dx \quad (10)$$

$$J' = \frac{1}{2} \int \frac{1}{(1+x)^2} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1}{x(1+x)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(1+x)} + \frac{C}{(1+x)^2} \quad (5)$$

$$1 = A(1+x)^2 + Bx(1+x) + Cx$$

$$A=1, B=-1, C=-1 \quad (15)$$

$$\therefore J' = \frac{1}{2} \left[\int \frac{1}{x} dx - \int \frac{1}{1+x} dx - \int \frac{1}{(1+x)^2} dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\ln|x| - \ln|1+x| + \frac{1}{(1+x)} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\ln|x| - \ln|1+x| + \frac{1}{(1+x)} \right)$$

$$\therefore J = \frac{1}{2} \left[\frac{-\ln|x|}{(1+x)^2} + \ln|x| - \ln|1+x| + \frac{1}{(1+x)} \right] + C \quad (20)$$



$$(C) \quad I = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}} = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x} \, dx}{(\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})} \quad (5)$$

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx \quad \text{उदाहरण के तौर पर,}$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos(\pi/2 - x)}}{\sqrt{\cos(\pi/2 - x)} + \sqrt{\sin(\pi/2 - x)}} dx \quad (10)$$

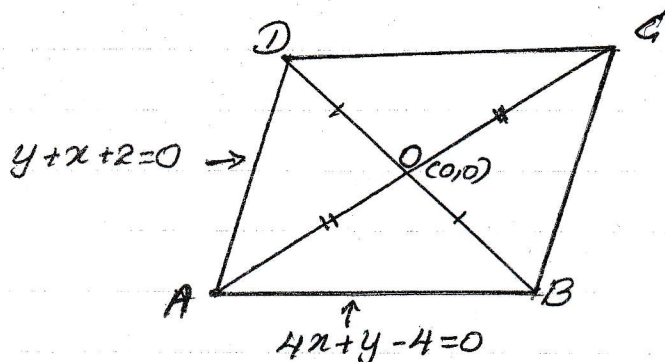
$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x} \, dx}{(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x})} \quad (5)$$

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{(\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})}{(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x})} dx \quad (10) = \int_0^{\pi/2} 1 dx \quad (5)$$

$$= [x]_0^{\pi/2} (5) = \pi/2 (5)$$

$$\therefore I = \pi/4 \quad (5)$$

(16) (a)



(i) A නරඹන යන ඒකාස්‍ර ඒකාස්‍ර සමීකරණය

$$y + x + 2 + \lambda(4x + y - 4) = 0 \quad (\lambda \text{ පරාමිති}) \quad (5)$$

අප AC විකර්ණය නම් $(0,0)$ ආවේණයෙන්,

$$2 - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \quad (5)$$

 $\therefore$ AC විකර්ණයේ සමීකරණය $y + x + 2 + \frac{1}{2}(4x + y - 4) = 0 \quad (5)$

$$3y + 6x = 0$$

$$y + 2x = 0 \quad (5)$$

20

(ii) $4x + y - 4 = 0$ — (1) (AB හි සමීකරණය) $x + y + 2 = 0$ — (2) (AD හි සමීකරණය)

$$(1)-(2) \text{ න් } 3x = 6$$

$$x = 2 \quad \therefore (2) \text{ න් } y = -4 \quad A \equiv (2, -4) \quad (5)$$

$$AO = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \quad (5)$$

$$\therefore \underline{AC \text{ විකර්ණයේ දිග} = 4\sqrt{5}} \quad (5)$$

15

$$(iii) C \equiv (x_c, y_c) \text{ නම්, } 0 = \frac{2 + x_c}{2} \Rightarrow x_c = -2$$

$$0 = \frac{-4 + y_c}{2} \Rightarrow y_c = 4$$

$$\therefore C \equiv (-2, 4) \quad (5)$$

$$\therefore DC \text{ හි සමීකරණය } 4x + y + k_1 = 0 \quad (AB \parallel DC \text{ නිසා})$$

$$(-2, 4) \text{ ආවේණයෙන්, } k_1 = 4 \quad (5)$$

$$\therefore \underline{DC \text{ හි සමීකරණය } 4x + y + 4 = 0} \quad (5)$$

$$BC \text{ හි සමීකරණය } y + x + k_2 = 0 \quad (AD \parallel BC \text{ නිසා})$$

$$(-2, 4) \text{ ආවේණයෙන්, } k_2 = -2 \quad (5)$$

$$\therefore \underline{BC \text{ හි සමීකරණය } y + x - 2 = 0} \quad (5)$$

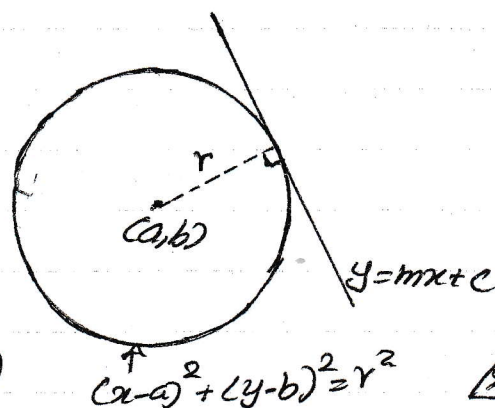
25

(b) රූපය නිසි.

මෙයින් $r = \frac{|b-ma-c|}{\sqrt{1+m^2}}$ (10)

$r^2 = \frac{(b-ma-c)^2}{1+m^2}$ (5)

$r^2(1+m^2) = (b-ma-c)^2$ (5)



$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (20)

වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 13 = 0$ යන්න.

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = (3\sqrt{2})^2$ ලෙස ලියමු. (10)

එනම්, $a = 2$, $b = 1$, $r = 3\sqrt{2}$ (5)

සරල රේඛාවේ සමීකරණය, $x + y - 7 = 0$

$m = -1$, $c = +7$ (5)

වෘත්තයේ සරල රේඛාවේ ස්පර්ශකයේ විෂ්ලේෂණය

$r^2(1+m^2) = (b-ma-c)^2$

$(3\sqrt{2})^2(1+(-1)^2) = (1-(-1)2-7)^2$ (10)

$36 = (3-7)^2$

$3-7 = \pm 6$

$7 = -3$, $7 = 9$ ලෙස. (10)

$7 = -3$ නම්, $x + y + 3 = 0$ හා $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 18$ විසඳීමෙන්,

$(x-2)^2 + (x+4)^2 = 18$ (5)

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x+1)^2 = 0 \therefore x = -1, y = -2$ (5)

$7 = 9$ නම්, $x + y - 9 = 0$ හා $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 18$ විසඳීමෙන්,

$(x-2)^2 + (8-x)^2 = 18$ (5)

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$(x-5)^2 = 0 \therefore x = 5, y = 4$ (5)

$\therefore$ ස්පර්ශක ලකෂ්‍ය වල නිශ්චයය $(-1, -2)$ හා $(5, 4)$

(10)

$$\begin{aligned}
 (17) (a) \quad & \frac{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \frac{2\cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta}{2\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta} \quad (5) \\
 & = \frac{\cos\theta (\cos\theta + \sin\theta)}{\sin\theta (\sin\theta + \cos\theta)} \quad (5) \\
 & = \underline{\underline{\cot\theta}} \quad (5) ; \cos\theta + \sin\theta \neq 0 \quad (5)
 \end{aligned}$$

20

$$1 + \sin 2\theta = 3 \cos 2\theta ; \cos 2\theta \neq 0$$

$$\frac{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \frac{3\cos 2\theta + \cos 2\theta}{3\cos 2\theta - \cos 2\theta} \quad (5)$$

$$= \frac{4\cos 2\theta}{2\cos 2\theta}$$

$$\therefore \cot\theta = 2 \quad (5)$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{\theta = n\pi + \tan^{-1}(\frac{1}{2})}} ; n \in \mathbb{Z} \quad (10)$$

20

$$(b) \quad (2\tan x - 1)^2 = 3(\sec^2 x - 2)$$

$$4\tan^2 x - 4\tan x + 1 = 3(1 + \tan^2 x - 2) \quad (5)$$

$$4\tan^2 x - 4\tan x + 1 = 3\tan^2 x - 3$$

$$\tan^2 x - 4\tan x + 4 = 0 \quad (5)$$

$$(\tan x - 2)^2 = 0 \quad (5)$$

$$\tan x = 2$$

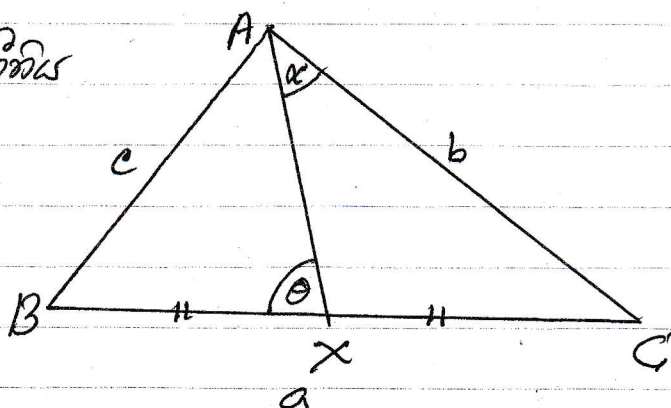
$$\underline{\underline{x = n\pi + \tan^{-1}(2)}} ; n \in \mathbb{Z} \quad (10)$$

25

(c) ABX ଗଠାଯାଇଛି sin ନୀତିରୁ

$$\frac{AX}{\sin B} = \frac{AB}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta = \frac{c \sin B}{AX} \quad (5)$$



ABAC ත්‍රිකෝණයේ Sin නීතිය යෙදවීම,

$$\sin(\pi - \theta) = \frac{b \sin C}{Ax}$$

$$\sin \theta = \frac{b \sin C}{Ax} \quad \text{--- ① ⑩}$$

AXB ත්‍රිකෝණයේ Cosine නීතිය යෙදවීම,

$$AB^2 = Ax^2 + Bx^2 - 2Ax \cdot Bx \cos \theta \quad \text{⑩}$$

$$C^2 = Ax^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right)Ax \cos \theta$$

$$C^2 = Ax^2 + \frac{a^2}{4} - a \cdot Ax \cos \theta \quad \text{--- ② ⑤}$$

AXC ත්‍රිකෝණයේ, $AC^2 = Ax^2 + x^2 - 2Ax \cdot x \cos(\pi - \theta)$ ⑩

$$b^2 = Ax^2 + \frac{a^2}{4} + a \cdot Ax \cos \theta \quad \text{--- ③ ⑤}$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ න්, } b^2 + C^2 = 2Ax^2 + \frac{a^2}{2} \quad \text{⑤}$$

$$Ax^2 = \frac{2b^2 + 2C^2 - a^2}{4}$$

$$Ax = \frac{\sqrt{2b^2 + 2C^2 - a^2}}{2} \quad \text{⑤}$$

$$\text{① න්, } \sin \theta = \frac{b \sin C}{\frac{\sqrt{2b^2 + 2C^2 - a^2}}{2}}$$

$$\therefore \sin \angle B = \frac{2b \sin C}{\sqrt{2b^2 + 2C^2 - a^2}} \quad \text{⑩}$$

AXC ත්‍රිකෝණයේ Sin නීතිය,

$$\frac{Ax}{\sin C} = \frac{Cx}{\sin \alpha} \quad \text{⑤} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a/2 \sin C}{Ax} \quad \text{⑤}$$

$$\sin \alpha = \frac{a \sin C}{2 \sqrt{2b^2 + 2C^2 - a^2}}$$

$$\therefore \sin \angle A = \frac{a \sin C}{\sqrt{2b^2 + 2C^2 - a^2}} \quad \text{⑩}$$

පිළිගත් පළමු දිව්‍යාපන දෙසැම්බර් 2020.

සංයුක්ත ගණිතය II.

13 ඔක්තෝබර් - දෙවැනි ඔරය - 2020

පිළිගත් පළමු පරීක්ෂණය.

A කොටස.

(01)

ගස්කි පොස්කි මූලධර්මයන්,

$$\frac{1}{2} \cdot 2m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot 3m \dot{x}^2 - 3mg \left(\frac{3L}{2} + x \right) - 2mg \left(\frac{3L}{2} - x \right) = - 3mg \cdot \frac{3L}{2} - 2mg \cdot \frac{3L}{2} \quad (10)$$

$$\frac{1.5m \dot{x}^2}{2} = mgx$$

$$\dot{x}^2 = \frac{2}{5} gx \quad (5)$$

$$\frac{d(\dot{x}^2)}{dt} = \frac{2g}{5} \frac{dx}{dt}$$

$$2\dot{x} \ddot{x} = \frac{2g}{5} \dot{x} \quad (5)$$

$$\dot{x} \neq 0, \quad \ddot{x} = \frac{1}{5} g \quad (5)$$

Q1 — 25

(02)

$$\tan \alpha = g/3$$

$$\therefore v = g/3 t_0$$

$$\tan \theta = g = \frac{g/3 t_0}{t'}$$

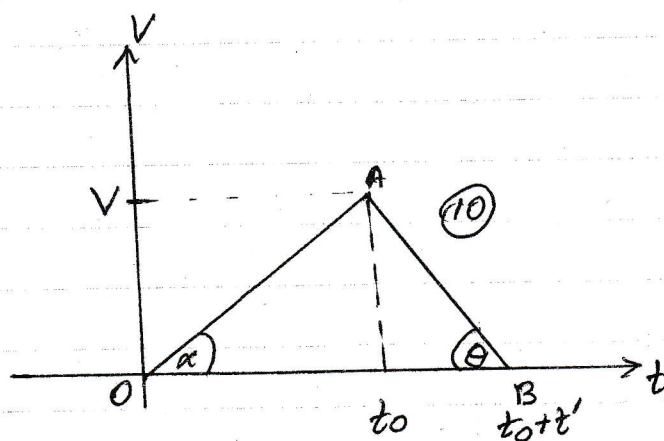
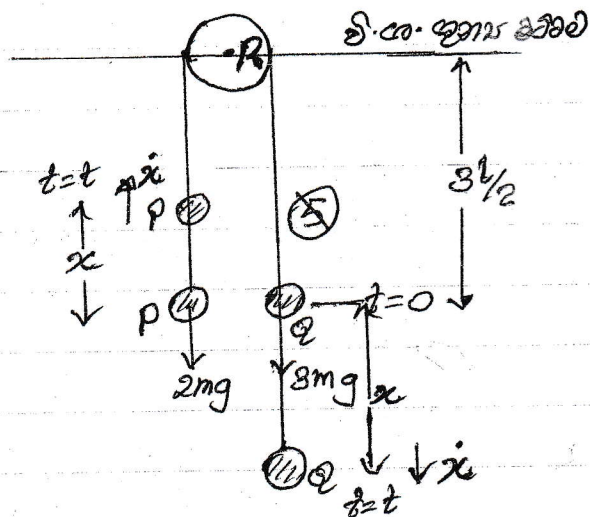
$$\therefore t' = \frac{t_0}{3} \quad (5)$$

පෞරුෂ ගණන් කරන උපරිම උපය =

$$\begin{aligned} OAB \text{ වර්ගය} &= \frac{1}{2} \cdot v \cdot (t_0 + t') \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{3} t_0 \left(t_0 + \frac{t_0}{3} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{9} g t_0^2 \quad (5)$$

Q2 — 25



(Q3)

ବସ୍ତୁର ବ୍ୟାସ, $\cos\theta = \frac{h}{a}$
 ଛିଣ୍ଡର ଉପରକୁ ଡ଼େଇ = $\sqrt{a^2 - h^2}$

$\uparrow F = ma$ ରହିଥାଉ

$$R \cos\theta - mg = 0 \quad (5)$$

$$\therefore R = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$R = \frac{mga}{h}$$

$\rightarrow$

$$F = ma$$

$$R \sin\theta = \frac{mv^2}{\sqrt{a^2 - h^2}} \quad (5)$$

$$\frac{mga}{h} \cdot \frac{\sqrt{a^2 - h^2}}{a} = \frac{mv^2}{\sqrt{a^2 - h^2}} \quad (5) \Rightarrow v^2 = \frac{g(a^2 - h^2)}{h}$$

$$v = \sqrt{\frac{g(a^2 - h^2)}{h}} \quad (5) \text{ (ସମସ୍ତ ଡ଼େଇର ଗୁଣାଏ)}$$

Q3 - [25]

(Q4) A $\rightarrow$ B ଉପରକୁ $v^2 = u^2 + 2as$ ରହିଥାଉ,

$$0 = v^2 - 2fa$$

$$\therefore f = \frac{v^2}{2a}$$

$F = ma$ ରହିଥାଉ,

$$-(mg \sin\alpha + F_0) = -m \frac{v^2}{2a} \quad (5)$$

$$F_0 = m \left(\frac{v^2}{2a} - g \sin\alpha \right) ; v^2 > 2ag \sin\alpha$$

କର୍ମକାରୀ ବଳର ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ = $F_0 \cdot a$

$$= m \left[\frac{v^2}{2a} - g \sin\alpha \right] a$$

$$= m \left[\frac{v^2}{2} - g a \sin\alpha \right] \quad (5)$$

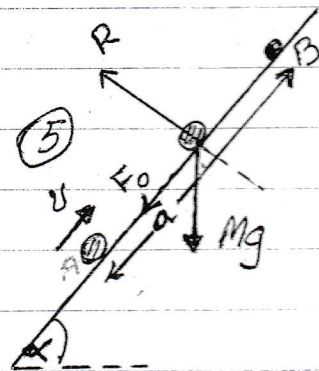
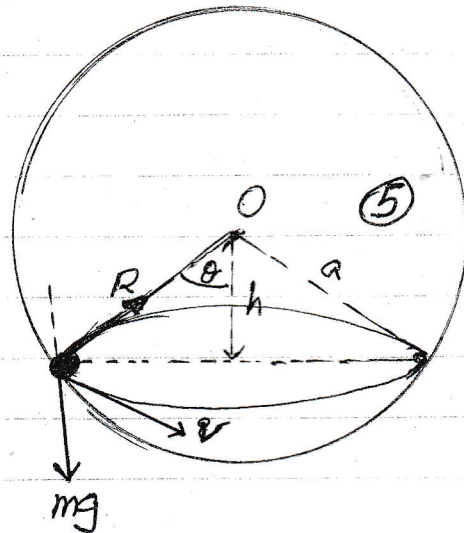
$\swarrow F = ma$ ରହିଥାଉ,

$$R - mg \cos\alpha = 0 \quad \therefore R = mg \cos\alpha \quad (5)$$

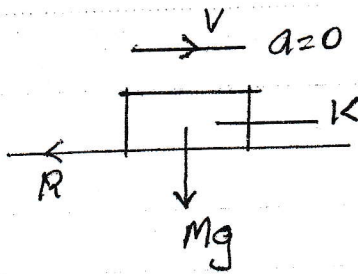
$$F_0 = \mu R \quad (\mu \text{ ଶକ୍ତିର ଗୁଣାଏ})$$

$$m \left(\frac{v^2}{2a} - g \sin\alpha \right) = \mu mg \cos\alpha \quad \therefore \mu = \left[\frac{v^2}{2ag} \sec\alpha - \tan\alpha \right] \quad (5)$$

Q4 - [25]



(05)



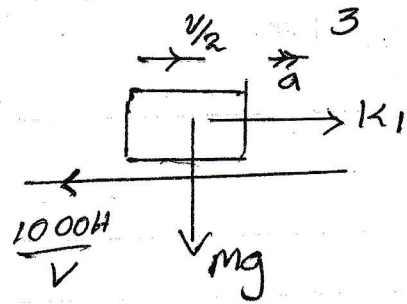
$$\rightarrow F = ma \text{ ලෙසින්,}$$

$$K - R = 0$$

$$K = R \quad (5)$$

$$1000H = KV$$

$$K = \frac{1000H}{V} \quad (5)$$



$$1000H = K_1 \frac{V}{2}$$

$$K_1 = \frac{2000H}{V} \quad (5)$$

$$\rightarrow F = ma \text{ ලෙසින්,}$$

$$K_1 - \frac{1000H}{V} = ma$$

$$\frac{2000H}{V} - \frac{1000H}{V} = ma \quad (5)$$

$$a = \frac{1000H}{mV} \quad (5)$$

Q5 - [25]

(06)

$$\vec{OA} = -4\hat{i} + 10\hat{j}, \quad \vec{OB} = 14\hat{i} - 2\hat{j}, \quad \vec{OC} = 2\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$$

$$= -(-4\hat{i} + 10\hat{j}) + 14\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$= 18\hat{i} - 12\hat{j} \quad (5)$$

$$\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC}$$

$$= -(-4\hat{i} + 10\hat{j}) + 2\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$= 6\hat{i} - 4\hat{j} \quad (5)$$

$$\vec{AB} = 3(6\hat{i} - 4\hat{j})$$

$$\vec{AB} = 3\vec{AC} \quad (5)$$

$\therefore A, B, C$ තුන එක රේඛයේ වේ. (5)

$$\frac{AB}{AC} = 3$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \quad (5)$$

Q6 - [25]

(07) දැන්වූ සමතුලිතතාව සලකා,

A ලක්ෂ්ණය ගැනීමෙන්,

$$R_c \cdot 4a - W \cdot 3a \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

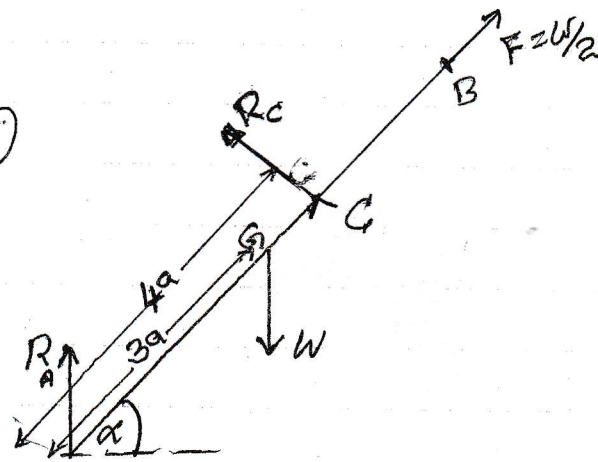
$$R_c = \frac{3W \cos \alpha}{4}$$

↖ මෙම විටත් ඉවත් කරමු.

$$R_c + R_A \cos \alpha = W \cos \alpha \quad (5)$$

$$\frac{3W \cos \alpha}{4} + R_A \cos \alpha = W \cos \alpha$$

$$R_A = \frac{W}{4} \quad (\text{A හිදී ඉතිරි කොට}) \quad (5)$$



$$\nearrow \frac{W}{2} + R_A \sin \alpha = W \sin \alpha \quad (5)$$

$$\frac{W}{2} + \frac{W}{4} \sin \alpha = W \sin \alpha$$

$$\frac{W}{2} = \frac{3}{4} W \sin \alpha$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{2}{3} \quad (5)$$

Q7 - [25]

(08)

මෙම ඉවත් කරමු,

$$\frac{T}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin(\alpha + 90^\circ - \theta)} = \frac{W}{\sin(90^\circ + \theta)} \quad (5)$$

$$\frac{T}{\sin \alpha} = \frac{W}{\cos \theta}$$

$$T = \frac{W \sin \alpha}{\cos \theta} = \frac{4W \sin \alpha}{\sqrt{15}} \quad (5) \quad (\text{නැවතත් දක්වමු})$$

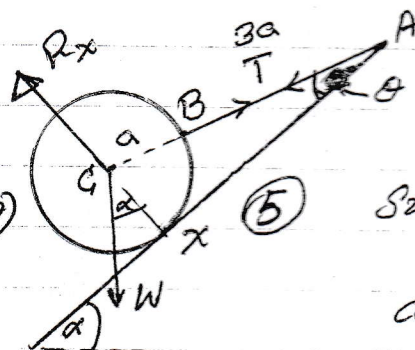
$$\frac{R}{\cos(\alpha - \theta)} = \frac{W}{\cos \theta} \Rightarrow R = \frac{W(\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta)}{\cos \theta}$$

$$R = W(\cos \alpha + \sin \alpha \tan \theta)$$

$$= W\left(\cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{15}} \sin \alpha\right)$$

$$(5) \quad R = \frac{W(\sqrt{15} \cos \alpha + \sin \alpha)}{\sqrt{15}} \quad (\text{අවසාන පිළිතුර})$$

Q8 - [25]



$$\sin \theta = \frac{a}{4a} = \frac{1}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(09) A බරක් ගන්නා

$$T \cdot a \sin \theta - W \cdot a - 2W \cdot 2a = 0 \quad (5)$$

$$T = \frac{5W}{\sin \theta}$$

$$T = \frac{10W}{\sqrt{3}}$$

$$T = \frac{10\sqrt{3}W}{3} \text{ (නාස්තර දායක) } (5)$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

දැව්ගේ ප්‍රතික්‍රියා නිසේ නා දිවේ සර්වත්‍ර x හා y නම්,
 $\rightarrow x = T \cos \theta = \frac{10\sqrt{3}W}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3}W}{3} \quad (5)$

$$\uparrow y = 3W - T \sin \theta = 3W - \frac{10\sqrt{3}W}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= -2W \quad (5)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}W}{3}\right)^2 + (-2W)^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{37}{3}} W \quad \text{(දැව්ගේ ප්‍රතික්‍රියා) } (5)$$

Q9 - 25

$$(10) P(A) = P, \quad P(B) = \frac{2}{5}P$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (5)$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{3}{4}P \quad (5)$$

$$P(A) + P(B) - \frac{3}{4}P = 2P(A \cap B)$$

$$P + \frac{2}{5}P - \frac{3}{4}P = 2P(A \cap B)$$

$$(A \cap B) = \frac{13P}{40} \quad (5)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

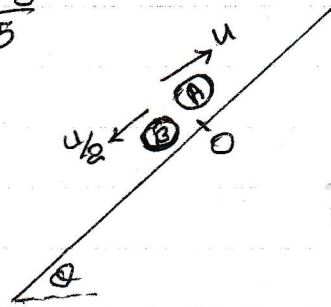
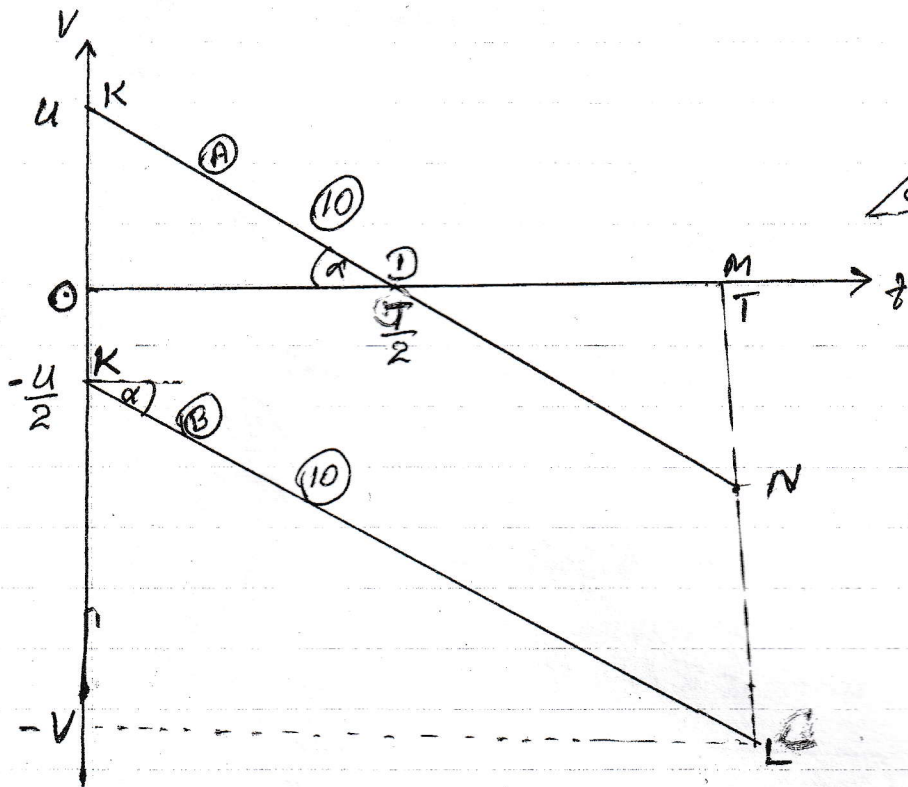
$$= P + \frac{2}{5}P - \frac{13P}{40} = \frac{43P}{40} \quad (5)$$

$$P(A \cup B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= P - \frac{13P}{40} = \frac{27P}{40} \quad (5)$$

Q10 - 25

(1)(a) දොළ වලට එන කැපයුම $\downarrow g \sin \theta = \frac{3g}{5}$



$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

20

A දොළ ඉහළට ගමන් කළ දුර
= ODK චයිජ්ලය

A දොළට ඇති 0 මගින්
වක්‍රීයව ගමන් කරන දුර T

$$\tan \alpha = \frac{u}{T/2} \quad (5)$$

$$\frac{3g}{5} = \frac{2u}{T} \Rightarrow T = \frac{10u}{3g} \quad (5)$$

B දොළට $\rightarrow \tan \alpha = \frac{v - u/2}{\frac{10u}{3g}} \quad (5)$

$$\frac{3g}{5} = \frac{3g(2v - u)}{20u} \quad (5)$$

$$v = \frac{5u}{2} \quad (5)$$

මෙම කාලයේදී B ගමන් කර තිබෙන දුර = OKLM භූමිකාව
චයිජ්ලය.

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{u}{2} + \frac{5u}{2} \right] \cdot \frac{10u}{3g} \quad (10)$$

$$= \frac{5u^2}{g} \quad (5)$$

40

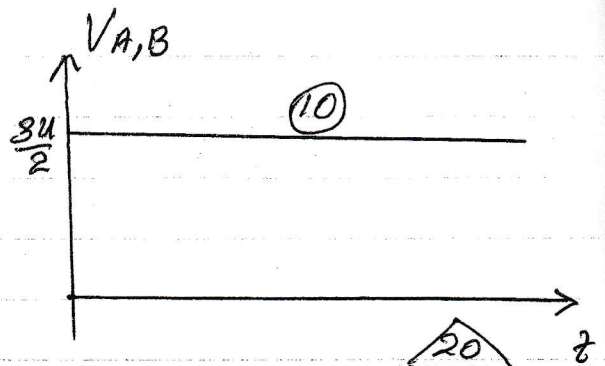
$t = 0$ දී, $V_{A,E} = u$, $V_{B,E} = -\frac{u}{2}$

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= u + \frac{u}{2}$$

$$= \frac{3u}{2} \quad (5)$$

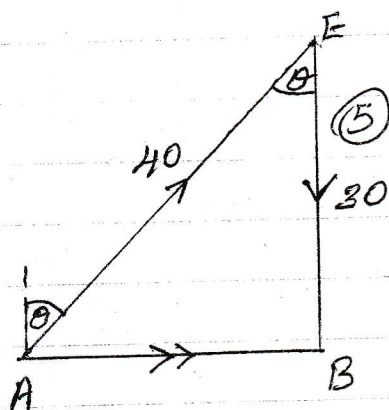
$$a_{A,B} = 0 \quad (5)$$



20

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$\rightarrow = 40 + \downarrow 30 \text{ (5)}$



$$\cos \theta = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \quad (5)$$

$$\theta = \cos^{-1}(3/4)$$

$\therefore A$ චක්‍රයේ න්‍යායාන තිරය $\cos^{-1}(3/4)$ දි
දිශාවට ගමන් කළ යුතු ය. (3)

$$V_{A,B} = \sqrt{40^2 - 30^2}$$
$$= 10\sqrt{7} \text{ km h}^{-1} \text{ (5)}$$

A and B are two particles moving with same speed $= \frac{20}{10\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \text{ h}$ (5)

$$= \frac{120 \text{ msn}}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{1207}{7} \text{ min} \text{ (5)}$$

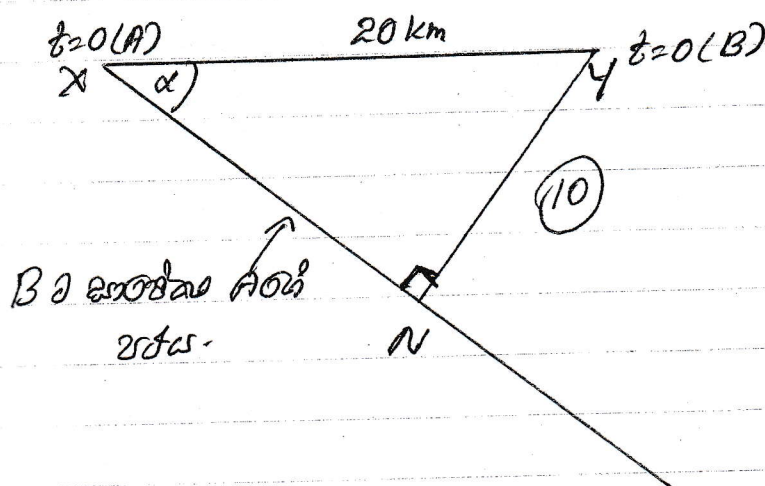
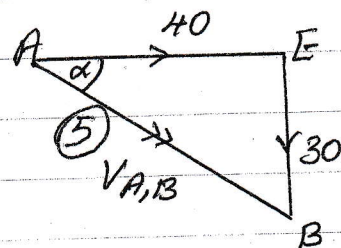
$$V_{A,E} = \overrightarrow{40}, \quad V_{B,E} = \uparrow 30$$

$$V_{AB} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= \rightarrow 40 + \downarrow 30 \text{ (5)}$$

$$\sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ km h}^{-1} \text{ (5)}$$

$$\text{Pang} = \frac{3}{4}, \quad \text{Seng} = \frac{3}{5}$$



Answer 13. $4N$

$$= 20 \sin \alpha \quad (5)$$

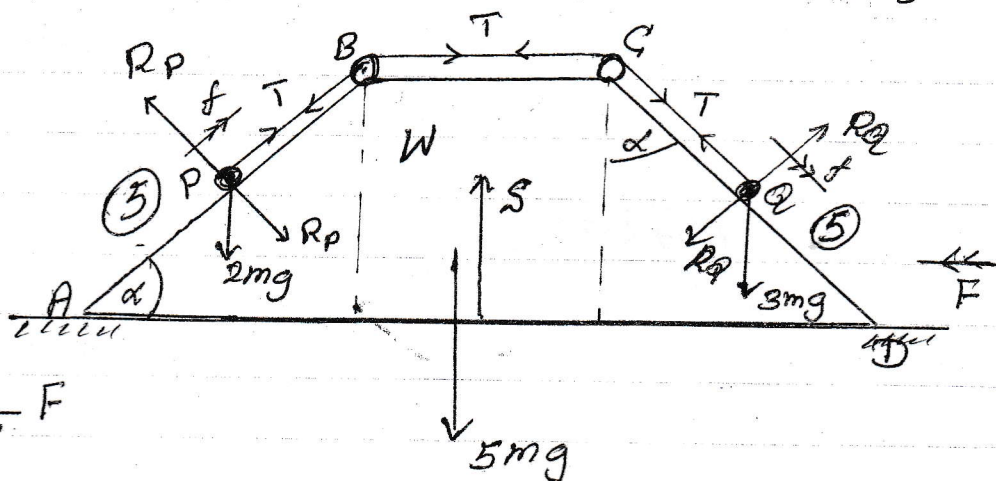
$$= 20 \times \frac{3}{5}$$

$= 12 \text{ km}$ (5)

(12) (a)

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$f \cdot \sin \alpha = \frac{4}{5}$$



$$a_{W,E} = \leftarrow F$$

$$a_{P,W} = f \nearrow$$

$$a_{Q,W} = f \searrow$$

$$a_{P,E} = \leftarrow F$$

$$a_{Q,E} = \leftarrow F$$

ସମସ୍ତଙ୍କର $\leftarrow F = ma$ ବ୍ୟବହାର,

$$0 = 5mF + 2m(F - f \cos \alpha) + 3m(F - f \sin \alpha) \quad (10)$$

$$10F = 2f \times \frac{3}{5} + 3f \times \frac{4}{5}$$

$$25F - 9f = 0 \quad (1) \quad (5)$$

P ବ୍ଲକ୍‌ର $\nearrow F = ma$ ବ୍ୟବହାର,

$$T - 2mg \sin \alpha = 2m(f - F \cos \alpha) \quad (2) \quad (10)$$

Q ବ୍ଲକ୍‌ର $\searrow F = ma$ ବ୍ୟବହାର,

$$3mg \cos \alpha - T = 3m(f - F \sin \alpha) \quad (3) \quad (10)$$

$$(2) + (3) \text{ ଥି. } 3mg \times \frac{3}{5} - 2mg \times \frac{4}{5} = 5mf - 3mF \times \frac{4}{5} - 2mF \times \frac{3}{5} \quad (5) \quad (5)$$

$$mg = 25mf - 18mF$$

$$18F - 25f = -g \quad (4) \quad (5)$$

$$(1) \times 25 + (4) \times 9$$

$$(25^2 - 18 \times 9)F = 9g \quad (5)$$

$$(625 - 162)F = 9g$$

$$F = \frac{9g}{463} \quad (\text{ପ୍ରାୟ 0.0194g}) \quad (5)$$

$$\therefore (1) \text{ ଥି. } f = \frac{25 \times 9g}{9 \times 463}$$

$$f = \frac{25g}{463} \quad (5) \quad (\text{ପ୍ରାୟ 0.054g})$$

60

(b)

දිගු ගැටලුවක් සඳහා අවස්ථා
වාර්තාවල ඉහළම ලකුණක්
කිය.

A → M චලිතය ① ව

↑ $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$$0 = u \sin 45^\circ - gt$$

$$t = \frac{u}{\sqrt{2}g} \quad (5)$$

B → M චලිතය ② ව ↑ $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$$0 = v \sin 60^\circ - gt$$

$$t = \frac{\sqrt{3}v}{2g} \quad (5)$$

$$\therefore \frac{u}{\sqrt{2}g} = \frac{\sqrt{3}v}{2g} \quad (5)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{v}{u}$$

$$\therefore \underline{v : u = \sqrt{2} : \sqrt{3}} \quad (5)$$

20

A → M චලිතය ① ව → $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$x = u \cos 45^\circ \cdot \frac{u}{\sqrt{2}g}$$

$$= \frac{u^2}{2g} \quad (5)$$

B → M චලිතය ② ව ← $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්.

$$y = v \cos 60^\circ \cdot \frac{\sqrt{3}v}{2g}$$

$$= \frac{\sqrt{3}v^2}{4g} \quad (5)$$

$$x + y = a \quad (5)$$

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{\sqrt{3}v^2}{4g} = a$$

$$2u^2 + \sqrt{3}v^2 = 4ga$$

$$2u^2 + \sqrt{3} \cdot \frac{2u^2}{3} = 4ga$$

$$u^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2ga$$

$$u^2(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3}ga$$

$$u^2 = \frac{2\sqrt{3}ga}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \quad (5)$$

$$\underline{u^2 = ga(3-\sqrt{3})} \quad (5)$$

25



ගමනය සංයුතී මුද්ධර්මයෙන්, $\rightarrow mv_1 = m u/\sqrt{2} - m \cdot \frac{u}{2}$ (5)

$$v_1 = \frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{u}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$v_1 = \frac{u}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} - 1)$$
 (5)

නිව්වන් මේ ප්‍රත්‍යායන නිසාවෙන්, $\frac{v_1 - 0}{-\frac{v}{2} - \frac{u}{\sqrt{2}}} = -e$ (5)

$$e = \left[\frac{u}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} - 1) \right] \div \left[\frac{\sqrt{2}u}{2\sqrt{3}} + \frac{u}{\sqrt{2}} \right]$$
 (5)

$$= \frac{u}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} (\sqrt{3} - 1) \times \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{u(1 + \sqrt{3})}$$

$$\therefore e = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$
 (5)

25

Q12 — 150

Q13 (a)

$$\cos \alpha = 3/4$$

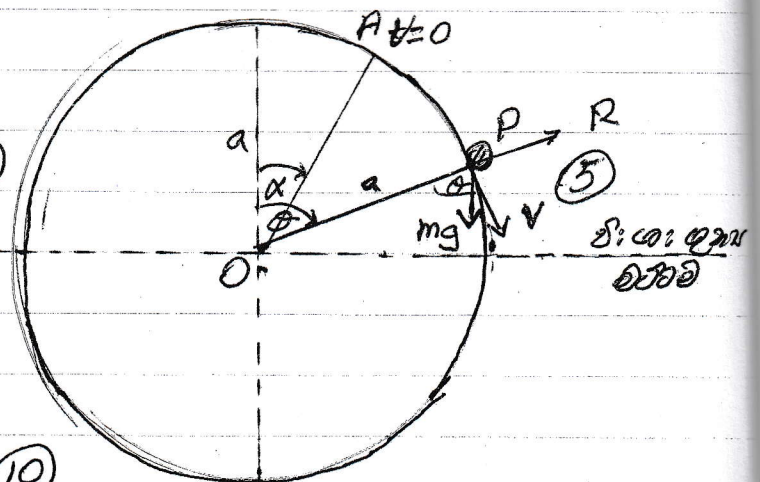
ගමන සංයුතී මුද්ධර්මයෙන්,

$$\frac{1}{2} m v^2 + m g a \cos \theta = m g a \cos \alpha$$
 (10)

$$v^2 = 2 g a (\cos \alpha - \cos \theta)$$

$$v^2 = 2 g a \left(\frac{3}{4} - \cos \theta \right)$$

$$v^2 = \frac{g a}{2} (3 - 4 \cos \theta)$$
 (10)



25

✓ $F = ma$ යෙදීමෙන්

$$mg \cos \theta - R = \frac{mv^2}{a} \quad (10)$$

$$= \frac{m \cdot \frac{9a}{2} (3 - 4 \cos \theta)}{2}$$

$$R = mg \left(\cos \theta - \frac{1}{2} (3 - 4 \cos \theta) \right)$$

$$= \frac{mg}{2} (6 \cos \theta - 3)$$

$$\underline{R = \frac{3mg}{2} (2 \cos \theta - 1)} \quad (10)$$

20

P දිගුව ධාරිතා පරීක්ෂණ කළයුතු වන විට, $R = 0$ වේ. (5)

$$\therefore \frac{3mg}{2} (2 \cos \theta - 1) = 0 \quad (5)$$

$$2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ P දිගුව ධාරිතා පරීක්ෂණ කළයුතු වන විට, $\theta = \pi/3$ (5)

15

(b) M ට, $F = ma$ යෙදීමෙන්,

$$mg - T = ma \quad (5)$$

m ට $\uparrow F = ma$ යෙදීමෙන්,

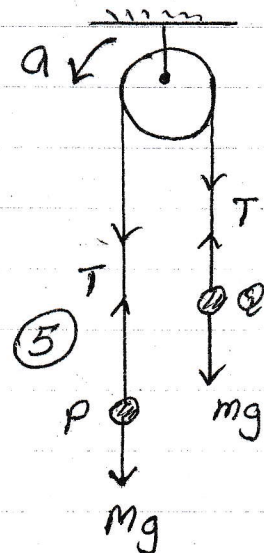
$$T - mg = ma \quad (5)$$

$$\therefore a = \frac{(M - m)g}{(M + m)} \quad (5)$$

එම නිසා පද්ධතියේ ප්‍රවේගය V_0 වේ,

m ට $\downarrow V = u + at$ යෙදීමෙන්,

$$V_0 = \frac{(M + m)g t_0}{(M + m)} \quad (10)$$



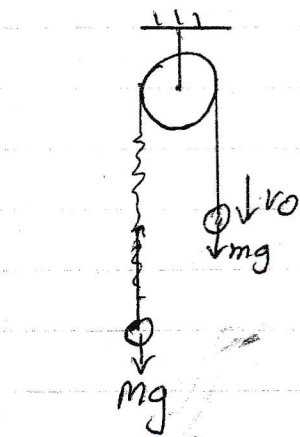
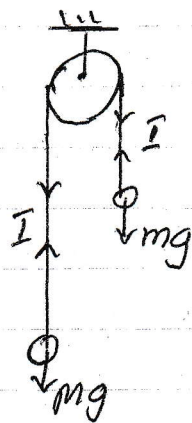
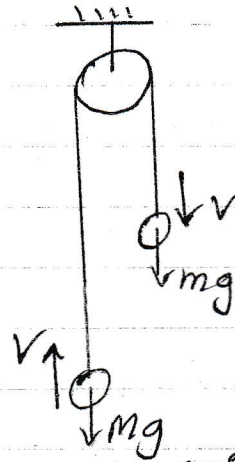
පින් නිශ්චය කළ විට මෙම V_0 ප්‍රවේගයෙන් ම දිගුව ඉහළට ගමන් කරන අතර අනෙක් අතට පහළට ගමන් කරන අතර අනෙක් අතට පහළට ගමන් කරයි. (5)

Q2 $\uparrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$ සෙදිලික
 $0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ (5); $t \neq 0$

$$t = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(M-m)gt_0}{(M+m)g} \text{ (5)}$$

$\therefore$ නැත්තා නැවත ගමන දිගේ කාලය $= \frac{2(M-m)t_0}{(M+m)}$ (5)

50

නැත්තා නැවත
මොහොතකට පත්නැත්තා නැවත
මොහොතනැත්තා නැවත
මොහොතකට පත්

M $\uparrow$ $I = \Delta mu$ සෙදිලික,
 $I = MV$ (10)

m $\downarrow$ $-I = mv - mv_0$ (10)

$\therefore 0 = (M+m)V - mv_0$ (5)

$$V = \frac{mv_0}{(M+m)} \text{ (5)}$$

$$V = \frac{m(M-m)}{(M+m)^2} gt_0$$

$\therefore$ p දිගේ නැත්තා නැවත වී නැවත එමග දිගේ කාලය
 $= \frac{m(M-m)}{(M+m)^2} gt_0$ (10)

40

(14) O හි සිට නික්මෙන P ඉටුව

ඉටු හරහා ලෑස්සා පත්ත තරණ
මොහොත් භූමිය ව තරණ,

$$\downarrow v^2 = u^2 + 2as \text{ යෙදීමෙන්,}$$

$$= 2 \cdot g \cdot 2a = 4ag$$

$$v = \sqrt{4ga} = 2\sqrt{ga} = \dot{x} \quad (5)$$

$$OP = x, \quad x \geq 2a \text{ වන විට,}$$

$$T = \frac{6mg(x-2a)}{2a}$$

$$= \frac{3mg}{a}(x-2a) \quad (5)$$

පටු $\downarrow F = ma$ යෙදීමෙන්,

$$3mg - T = 3m\ddot{x} \quad (10)$$

$$3mg - \frac{3mg}{a}(x-2a) = 3m\ddot{x} \quad (5)$$

$$\ddot{x} = g - \frac{g}{a}(x-2a)$$

$$\ddot{x} = \frac{g}{a}(x-3a) \quad (5)$$

30

$$x = x - 3a \quad \text{—————} (1)$$

$$\frac{d(1)}{dt} \quad \dot{x} = \dot{x}$$

$$\frac{d^2(1)}{dt^2} \quad \ddot{x} = \ddot{x} \quad (5) \quad \therefore \ddot{x} = -\frac{g}{a}x \quad (5)$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{a}x = 0$$

$$\omega^2 = \frac{g}{a} \text{ වන විට, } (5)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (10) \text{ ආකාරයට වේ.}$$

25

ඉටුව P හි සිට නික්මෙන විට, $x = 2a$ වන විට, $x = -a$ වන

$$\dot{x} = 2\sqrt{ga} \text{ වේ. } (5)$$

$$\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(A^2 - x^2)$$

$$4ga = \frac{g}{a}(A^2 - (-a)^2) = \frac{g}{a}(A^2 - a^2) \quad (5)$$

$$A^2 = 5a^2$$

$$A = \sqrt{5}a \quad (\text{විශ්ලේෂණය}) \quad (5)$$

$$\therefore \dot{x}^2 = \frac{g}{a} (5a^2 - x^2) \quad \text{හේ.} \quad (5)$$

P දිගුවල සඳහා වන තත්ත්වය වෙනස්වී $\dot{x} = 0 \quad (5)$

$$\text{එවිට, } x = \sqrt{5}a \quad (5)$$

$$x = x - 3a \quad \text{මගින්,}$$

$$OL = x = (\sqrt{5} + 3)a \quad (5)$$

$$\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{5}a} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) \quad (5)$$

A-L දිශාව වක්‍රයෙහි ආසන්න කාලය

$$= \frac{(\pi - \theta)}{\omega} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{a}{g}} \left[\pi - \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \right] \quad (5)$$

L හිදී සමතුලිත දිගුවේ තත්ත්වය ආශ්‍රීතව.

$$OP = x \quad \text{විට, } \downarrow \quad F = ma \quad \text{යෙදීමෙන්,}$$

$$4mg - \frac{3mg}{a} (x - 2a) = 4m\ddot{x} \quad (10)$$

$$\frac{g}{a} (4a - 3x + 6a) = 4\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{3g}{4a} \left(x - \frac{10a}{3} \right)$$

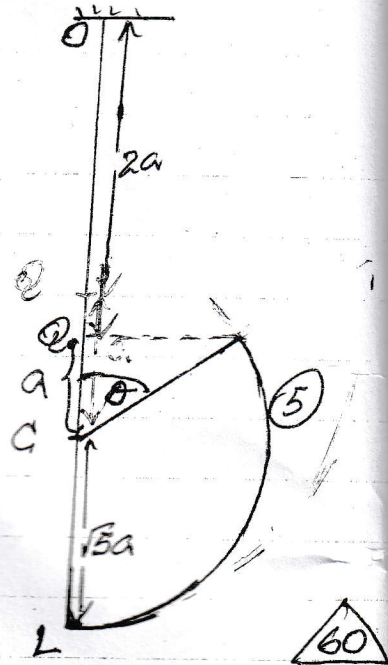
$$\ddot{x} + \frac{3g}{4a} \left(x - \frac{10a}{3} \right) = 0 \quad (5)$$

මෙම වක්‍රයේ ඉන්ද්‍රජන කේන්ද්‍රය C' නම් $OC' = \frac{10a}{3} \quad (5)$

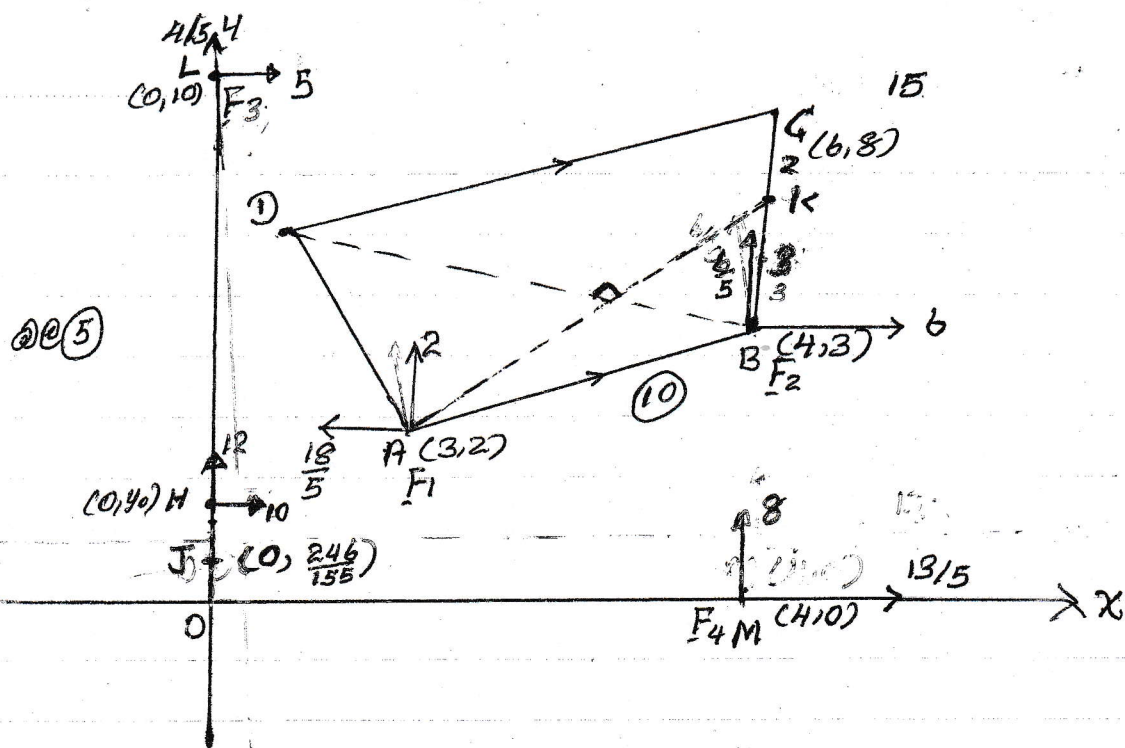
$$OL = (3 + \sqrt{5})a \quad (5)$$

$$C'L = (3 + \sqrt{5})a - \frac{10a}{3} \quad (5)$$

මෙම වක්‍රයේ විස්තාරය = $\frac{a}{3} (3\sqrt{5} - 1) \quad (5)$



(15)



$$\vec{OA} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{OB} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{OC} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$$

$$\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC}$$

$$\vec{BC} = -4\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{i} + 8\hat{j} = 2\hat{i} + 5\hat{j} \quad (5)$$

$$\vec{BK} = \vec{BO} + \vec{OK} = \frac{3}{5} \vec{BC} \quad (5)$$

$$\vec{OK} = +4\hat{i} + 3\hat{j} + \frac{3}{5} (2\hat{i} + 5\hat{j})$$

$$\vec{OK} = \frac{26\hat{i}}{5} + 6\hat{j} \quad (5) \quad (K \text{ is the midpoint of } BC)$$

$$AB \parallel DC \quad \therefore \vec{DC} = \lambda \vec{AB} \quad (5)$$

$$\vec{DO} + \vec{OC} = \lambda \vec{AB}$$

$$\vec{DO} = \vec{OC} - \lambda \vec{AB}$$

$$= 6\hat{i} + 8\hat{j} - \lambda (4\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{i} - 2\hat{j})$$

$$\vec{DO} = (6 - \lambda)\hat{i} + (8 - \lambda)\hat{j} \quad (1) \quad (10)$$

$$\vec{AK} = \vec{AO} + \vec{OK} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \frac{26\hat{i}}{5} + 6\hat{j}$$

$$\vec{AK} = \frac{11\hat{i}}{5} + 4\hat{j}$$

$$\vec{BO} = \vec{BO} + \vec{OD} = (6 - \lambda)\hat{i} + (8 - \lambda)\hat{j} - 4\hat{i} - 3\hat{j}$$

$$\vec{BO} = (2 - \lambda)\hat{i} + (5 - \lambda)\hat{j} \quad (10)$$

$$AK \perp BO \quad \therefore \vec{AK} \cdot \vec{BO} = 0 \quad (5)$$

$$\left(\frac{11\hat{i}}{5} + 4\hat{j}\right) \cdot [(2 - \lambda)\hat{i} + (5 - \lambda)\hat{j}] = 0 \quad (10)$$

$$\frac{11}{5} (2 - \lambda) + 4(5 - \lambda) = 0$$

$$122 - 31\lambda = 0$$

$$\lambda = 122/31 \quad (5)$$

J. ဇော့ဇ်နီ ဗိုဟဇာက ဘက်စုံရည် ဗိုဟဇ်နာဗ

$$\frac{y - \frac{246}{155}}{x - 0} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \quad (5)$$

(17) පද්ධතියේ A ස්ථරයේ ගැනීමක්,

$$(i) R_C (2a \sin \alpha + 2a \sin \beta) = W a \cos \alpha + W (2a \cos \alpha + a \cos \beta) \quad (10)$$

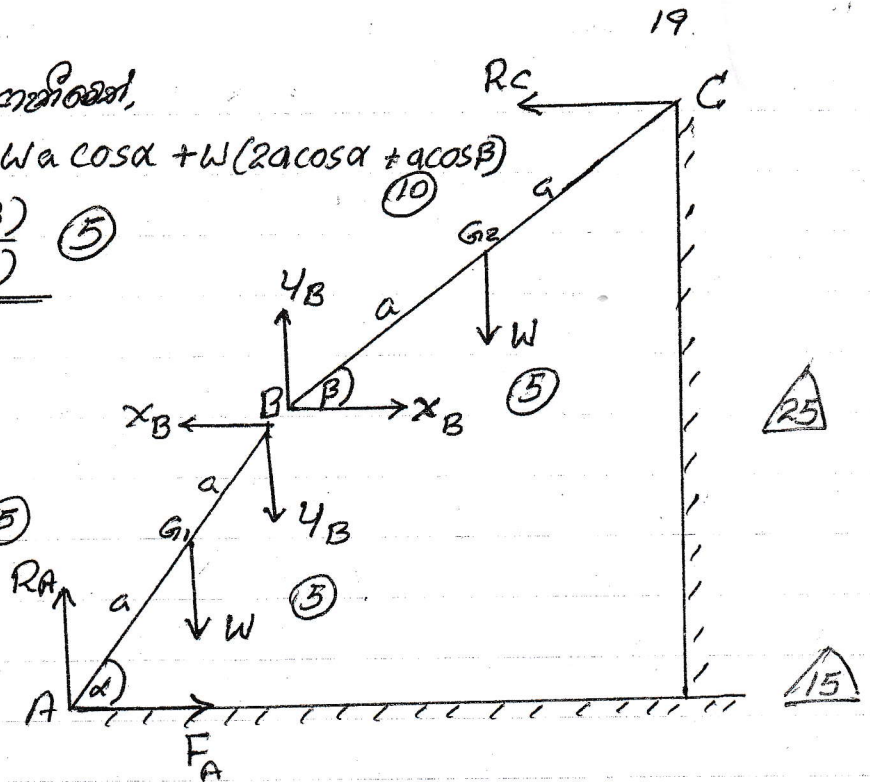
$$R_C = \frac{W}{2} \frac{(3 \cos \alpha + \cos \beta)}{(\sin \alpha + \sin \beta)} \quad (5)$$

(ii) පද්ධතියේ බල වර්තනයෙන්,

$$F_A = R_C \quad (5)$$

$$F_A = \frac{W}{2} \frac{(3 \cos \alpha + \cos \beta)}{(\sin \alpha + \sin \beta)} \quad (5)$$

$$\uparrow R_A = 2W \quad (5)$$



(iii) B, BC ට වන්නේ ස්ථරයේ ගැනීමක්,

$$R_C \cdot 2a \sin \beta - W a \cos \beta = 0 \quad (10)$$

$$R_C = \frac{W}{2} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \quad (5)$$

$$\frac{W}{2} \frac{(3 \cos \alpha + \cos \beta)}{(\sin \alpha + \sin \beta)} = \frac{W}{2} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \quad (5)$$

$$3 \cos \alpha \sin \beta + \cos \beta \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \beta$$

$$3 \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta \quad (5)$$

$$\therefore 3 \tan \beta = \tan \alpha \quad (5)$$

(iv) $\alpha = 60^\circ$ නම්,

$$3 \tan \beta = \tan 60^\circ \quad (5)$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta = 30^\circ \quad (5)$$

$$\therefore F_A = \frac{W}{2} \frac{(3 \cos 60^\circ + \cos 30^\circ)}{(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)} \quad (5)$$

$$= \frac{W}{2} \left(\frac{3/2 + \sqrt{3}/2}{\sqrt{3}/2 + 1/2} \right) \quad (5)$$

$$= \frac{\sqrt{3}W}{2} \quad (5)$$

සමතුලිතතාවයේදී

$$F_A \leq \mu R_A \Rightarrow \frac{\sqrt{3}W}{2} \leq \mu \cdot 2W \quad (5)$$

(5)

$$\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (5)$$

40

AB දිශාවට චලනය

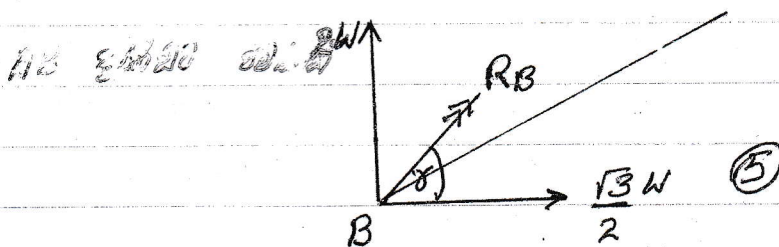
→ බල විච්ඡේදනයෙන්, $F_A = X_B = \frac{\sqrt{3}W}{2}$ (5)

↑ බල විච්ඡේදනයෙන්, $R_A = Y_B + W$ (5)

$$Y_B = R_A - W$$

$$= 2W - W = W \quad (5)$$

BC මත AB මගින් දක්වන බලය R_B නම්,



$$R_B = \sqrt{W^2 + \left(\frac{\sqrt{3}W}{2}\right)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{\sqrt{7}W}{2} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{W}{\frac{\sqrt{3}W}{2}} \quad (5) = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

40

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \quad (5)$$

Q17 — 150



LOL.Lk
Learn Ordinary Level

විභාග ඉලක්ක පහසුවෙන් ජයගන්න පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න පත්‍ර



- Past Papers
 - Model Papers
 - Resource Books
- for G.C.E O/L and A/L Exams



විභාග ඉලක්ක ජයගන්න
Knowledge Bank



Master Guide

WWW.LOL.LK



**CASH
ON**

DELIVERY



Whatsapp contact
+94 71 777 4440

Website
www.lol.lk



**Order via
WhatsApp**

071 777 4440