13751

AL/2008/10-S-I

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2008 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2008 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2008

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (*a*) α හා β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල වේ; මෙහි $c \neq 0$ වේ. α^4 හා β^4 මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{\alpha^4}{\beta^4}+1$ හා $\dfrac{\beta^4}{\alpha^4}+1$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

(*b*) $f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)(x-\beta)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $Ax+B$ ආකාරය ගනියි; මෙහි $\alpha \neq \beta$ වේ. $\alpha, \beta, f(\alpha)$ සහ $f(\beta)$ ඇසුරෙන් A සහ B නියත ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, x^3+kx^2+k යන්න $(x-1)(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂයේ නියත පදය අඩංගු **නොවන** ලෙස k නියතයේ අගය සොයන්න.

2. (*a*) ගැහැනු ළමයින් 7 දෙනකු සහ පිරිමි ළමයින් 8 දෙනකු අතුරෙන් විවාද කණ්ඩායමක් සැකසීම සඳහා සිසුන් 5 දෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත.

(i) කණ්ඩායම ගැහැනු ළමයින් දෙදෙනකුගෙන් සහ පිරිමි ළමයින් තිදෙනකුගෙන් සමන්විත විය යුතු නම්,

(ii) කණ්ඩායම වැඩි තරමින් පිරිමි ළමයින් තිදෙනකුගෙන් සමන්විත විය යුතු නම්,

(iii) එක්තරා පිරිමි ළමයකු සහ එක්තරා ගැහැනු ළමයකු එකම කණ්ඩායමට තෝරා ගත නොහැකි නම්,

තෝරා ගත හැකි කණ්ඩායම් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(*b*) $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයෙහි අනුගාමී සංගුණක තුනක් 45, 120 සහ 210 වේ; මෙහි n යනු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි. n හි අගය සොයන්න.

(*c*) $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයෙහි අනුගාමී සංගුණක තුනක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක පිහිටිය හැකි ද? මෙහි n යනු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

3. (*a*) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, ධන නිඛිලමය n සඳහා $5^{n+1}-2^{n+1}-3^{n+1}$ යන්න 6 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

(*b*) (i) $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} {}^nC_r$ සොයා, ධන නිඛිලමය n සඳහා $\dfrac{2^n}{n} > \dfrac{(n-1)}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වැනි පදය U_r යන්න $\dfrac{2^{r-1}r}{(r+1)(r+2)}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = S_n$ සොයන්න.

$\mathbb{R}$ තුළ $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ පවතී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

4. $z^3 - 1$ සාධකවලට බිඳීමෙන් $z^3 - 1 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

ඉහත සමීකරණයෙහි එක් සංකීර්ණ මූලයක් ω නම්, අනෙක ω^2 බව පෙන්වන්න.

$r = 1, 2, 3$ සඳහා $\text{Re}\left(\dfrac{1}{1+\omega^r}\right) = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වා, ප්‍රතිඵලය ජ්‍යාමිතිකව විවරණය කරන්න.

z_1, z_2 සහ z_3 යනු $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_1z_2 - z_2z_3 - z_3z_1 = 0$ සම්බන්ධය තෘප්ත කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා තුනකි.

z_1 යන්න $z_1 = -\omega z_2 - \omega^2 z_3$ හෝ $z_1 = -\omega^2 z_2 - \omega z_3$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

z_1, z_2 සහ z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා තුන සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ නිරූපණය කරන බව අපෝහනය කරන්න.

5. (*a*) ප්‍රමූලධර්ම භාවිතයෙන් $f(x) = \tan x$ ශ්‍රිතයෙහි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$0 < x < 1$ විට $\tan(\sin^{-1} x)$, x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(*b*) y යනු u හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් සහ $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ විට $u = \ln(\cos x)$ නම්,

$$\sin^3 x \, \frac{d^2y}{du^2} = \sin x \cos^2 x \, \frac{d^2y}{dx^2} - \cos x \, \frac{dy}{dx}$$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) C යනු $x = \dfrac{a}{2}\left(t + \dfrac{1}{t}\right)$ සහ $y = a\left(t - \dfrac{1}{t}\right)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු; මෙහි a යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් ද, t යනු නිශ්ශුන්‍ය පරාමිතියක් ද වේ. C වක්‍රයට t_0 පරාමිතික අගය ඇති ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$(-13a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට C වක්‍රයට අභිලම්බ හතරක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා, අභිලම්බ හතරෙහි අඩිවල පරාමිතික අගයන් සොයන්න.

6. (*a*) භින්න භාග උපයෝගි කර ගනිමින්, $\displaystyle\int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^2}$ සොයන්න; මෙහි $a \neq 0$ වේ.

(*b*) (i) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2^x}{\ln 2}\right) = 2^x$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\displaystyle\int 2^x \, dx$ සොයන්න.

(iii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_{-1}^{1} 2^{\sqrt{x+1}} \, dx$ අගයන්න.

7. (*a*) $y = m_1x + c_1$ හා $y = m_2x + c_2$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදක වන l_1 හි හා l_2 හි සමීකරණ ලබාගන්න; මෙහි $m_1 \neq m_2$ වේ.

ඒ නයින්, l_1 හා l_2 ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(*b*) ABC යනු x-අක්ෂයේ ධන දිශාව ඔස්සේ BC ආධාරකය චලනය වන පරිදි ද, $AB = AC$ ද, A ශීර්ෂය x-අක්ෂයට ඉහළින් ද වූ ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 9 ක් ද, BC පාදයේ දිග ඒකක 6 ක් ද වේ. $B \equiv (b, 0)$ යැයි ද ගනිමු.

(i) AB සහ AC පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

(ii) ඉහත (*a*) හි ලබාගත් කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ භාවිතයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයේ B සහ C කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

ඒ නයින්, $\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ හි අගය සොයන්න.

(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක තුන එක් ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවන බව සත්‍යාපනය කර, එම ලක්ෂ්‍යයේ පථය නිර්ණය කරන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

8. (*a*) $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ යැයි ගනිමු.

$S = 0$ යනු අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන විචල්‍ය වෘත්තයක් ද, $S' = 0$ යනු අචල වෘත්තයක් ද වේ.

$S = 0$ වෘත්තය, $S' = 0$ වෘත්තය විෂ්කම්භයක ප්‍රතිවිරුද්ධ අන්තවලදී කපයි. $S = 0$ හි කේන්ද්‍රය අචල සරල රේඛාවක් මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(*b*) A සහ B යනු පිළිවෙළින් (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) යන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙක වේ. AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

CD යනු AB ට ලම්බ විෂ්කම්භය වේ. C සහ D හි ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \lambda,\ \frac{1}{2}(y_1 + y_2) + \mu\right)$ සහ $\left(\frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \lambda,\ \frac{1}{2}(y_1 + y_2) - \mu\right)$ ආකාරය ගන්නා බව පෙන්වන්න; මෙහි λ සහ μ නිර්ණය කළ යුතු වේ.

9. (*a*) **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

P යනු $P\hat{A}B = P\hat{B}C = P\hat{C}A = \phi$ වන අයුරින් ABC ත්‍රිකෝණය ඇතුළත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. සුපුරුදු අංකනයෙන්

$$\frac{bc}{a}(\cot\phi - \cot A) = \frac{ac}{b}(\cot\phi - \cot B) = \frac{ab}{c}(\cot\phi - \cot C)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) x, y හා z යනු $x + y + z = \pi$, $\cos x + \cos y = 1$ සහ $t = \sin x + \sin y$ වන පරිදි වූ සෘණ නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තුනක් යැයි ගනිමු.

(i) $\tan^{-1}(t) = \frac{x + y}{2}$,

(ii) $0 \le t \le \sqrt{3}$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, t එහි උපරිම අගය ගන්නා විට x, y හා z හි අගයන් සොයන්න.

* * *

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2008 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2008 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2008

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் *Three hours*

※ ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

1. (a) දුම්රියක් සෘජු මාර්ගයක, ඒකාකාර V km h^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සාමාන්‍යයෙන් ගමන් කරයි. මාර්ගයෙහි ඉදිරි අලුත්වැඩියාවක් නිසා දුම්රිය d km දුරක් ඒකාකාර මන්දනයකින් ගොස් U km h^{-1} දක්වා ප්‍රවේගය අඩු කර ගනියි. ඊළඟට දුම්රිය ඒකාකාර U ප්‍රවේගයෙන්, මාර්ගයේ අලුත්වැඩියා කෙරෙන $2d$ km දුර චලනය වෙයි. අනතුරුව, $3d$ km දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වී, එය V ප්‍රවේගය නැවත ලබා ගනියි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

මාර්ගය අලුත්වැඩියාව නිසා අපතේ යන කාලය, දුම්රියේ සාමාන්‍ය චලිතය සමග සැසඳීමේ දී

පැය $\dfrac{2d(V-U)(V+3U)}{UV(U+V)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) පොළොවට සාපේක්ෂව වේගය v km h^{-1} වන හෙලිකොප්ටරයක්, පාදයක දිග a km වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍ර ගුවන් පෙතක අකුරු පිළිවෙළ මගින් දැක්වෙන අතට පියාසර කරයි. AB පාදය සමග θ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට ඒකාකාර $w\,(< v)$ km h^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. පෙතෙහි ශීර්ෂ වටා හැරීමේ දී කාලය අපතේ නොයන බව උපකල්පනය කර, ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ, A සිට B දක්වා ගතවන කාලයේත් C සිට D දක්වා ගතවන කාලයේත්

එකතුව පැය $\dfrac{2a\sqrt{v^2-w^2\sin^2\theta}}{(v^2-w^2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, පූර්ණ පෙත සඳහා ගන්නා මුළු කාලය T සොයා, T උපරිමයක් වන θ හි අගය සොයන්න.

2. (a) ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුඤ්ඤයේ තිරසට α ආනතියක් සහිත මුහුණතක් මත තබා, මුහුණතෙහි වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ ඉහළට V ප්‍රවේගයෙ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සහ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයෙ විශාලත්වය නියත අනුපාතයකින් යුක්ත වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව, $\dfrac{2V\left(M+m\sin^2\alpha\right)}{(M+m)g\sin\alpha}$ කාලයකට පසුව, කුඤ්ඤය මත අංශුවේ ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වෙත, ආපසු පැමිණෙ

බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) සමාන අරයන් සහිත, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් a, b, c වූ A, B, C කුඩා සුමට ගෝල තුනක්, එම පිළිවෙළට සුමට ති මේසයක් මත වෙන් වෙන්ව තබා ඇත්තේ, ඒවායේ කේන්ද්‍ර එකම සරල රේඛාවක පිහිටන ලෙස ය. කේන්ද්‍ර රේ දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ B හි ගැටෙන පරිදි ය. ඊළඟට B ගෝලය C ස ගැටෙයි. එක් එක් ගෝල යුගලය සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. C ඉවතට චලනය වන ප්‍රවේ

$\dfrac{(1+e)^2u}{\left(1+\dfrac{b}{a}\right)\left(1+\dfrac{c}{b}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

පිළිවෙළින් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම්වලින් පසු A සහ B නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව තවදුරටත් දී ඇත් $a : b : c$ අනුපාත සොයා, පද්ධතියෙහි ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය මුල් චාලක ශක්තියේ භාගයක් ලෙස ද ක්වන්න.

[දෙවැනි පිටුව බ

3. කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල සුමට ගෝලීය කබොලක $\frac{a}{4}$ දුරක් O ට ඉහළින් වූ තිරස් තලයෙන් කැපෙන උඩ කොටස ඉවත්කිරීමෙන් පාත්‍රයක් සාදා ඇත. P අංශුවක් පාත්‍රය ඇතුළත පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට u වේගයකින් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

(i) OP උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය සහ පාත්‍රයත් අංශුවත් අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

(ii) $u^2 > \frac{11ga}{4}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දාරය හැර යන බව පෙන්වන්න.

(iii) $u^2 > \frac{13ga}{2}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දාරය හැර ගිය පසුව ගුරුත්වය යටතේ සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී, අංශුව පාත්‍රය ඇතුළතට නොවැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

4. ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර, අනෙක් කෙළවරෙහි පිළිවෙළින් ස්කන්ධ m සහ $3m$ වූ P සහ Q අංශු දෙකක්, තන්තුව $l+4a$ දිගකට විස්තීරණය කරමින්, සමතුලිතතාවේ එකට එල්ලෙයි. Q අංශුව ක්ෂණිකව ඉවතට වැටෙයි. t කාලයකට පසුව තන්තුවේ දිග $l+x$ වෙයි නම්, $x>0$ සඳහා $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{a}(x-a)=0$ සමීකරණය ලබාගන්න.

ඉහත සමීකරණයෙහි විසඳුම $x=a+b\sin\omega t+c\cos\omega t$ බව දී ඇත්නම්, b සහ c නියතවල අගයන් [illegible]

මෙහි $\omega^2=\frac{g}{a}$ වෙයි.

P අංශුව, ආරම්භක පිහිටීමෙන් ඉහළට ළඟාවන උපරිම උස සොයා, එම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\pi-\alpha+2\sqrt{2}\right\}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ සුළු කෝණයයි.

5. (a) බර W වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක්, තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය පිහිටන සේ තබා ඇත. එහි තල මුහුණතේ පරිධියෙහි ලක්ෂ්‍යයක w කුඩා භාරයක් තැබූ විට, [illegible] තිරස්ව, අර්ධගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, $\mu=\frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}}=\tan\alpha$ වන බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a වූ H සුමට කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක්, එහි අක්ෂය තිරස්ව සවිකර ඇත. එක එකක අරය b $\left(<\frac{a}{2}\right)$ සහ බර W වූ A සහ B සමාන සුමට ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩර දෙකක් සමමිතිකව H ඇතුළත තබා ඇත්තේ, ඒවායේ අක්ෂ H හි අක්ෂයට සමාන්තරව, සමතුලිතව තිබෙන පරිදි ය. A සහ B අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{bW}{\sqrt{a(a-2b)}}$ බව පෙන්වන්න.

A සහ B එක එකකට සමාන C සිලින්ඩරයක්, සිය අක්ෂය H හි අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදි, ඒ දෙක මත පරෙස්සමෙන්, සමමිතිකව තබනු ලැබේ. $a<b\left(1+2\sqrt{7}\right)$ නම් පමණක් A සහ B ස්පර්ශව සමතුලිතතාව පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

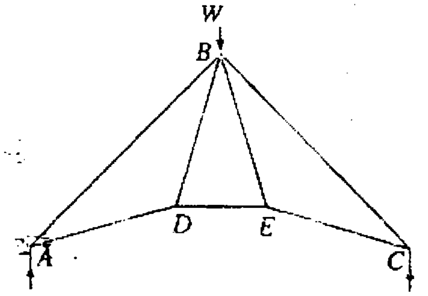
[අනෙක් පිටුව බලන්න.

6. (a) සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සැදි පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCD$ රොම්බසයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB දණ්ඩ සවිකර ඇත. BC සහ CD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර, තන්තුව ඇදී පවතින පරිදි, ඝූර්ණය M වූ බල යුග්මයක්, රොම්බසයේ තලයෙහි, DA දණ්ඩට දෙනු ලැබේ. $A\hat{B}C$ කෝණය 2θ වෙයි නම්

(i) C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තන්තුවට සමාන්තර වන බව සහ

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{M}{a\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

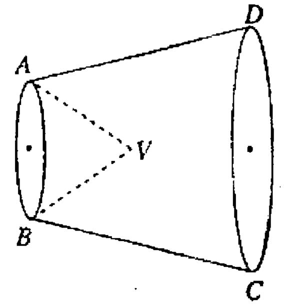
(b) පහත රූපයෙහි දක්වෙන්නේ නිදහස් ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬුවලින් සමන්විත B හි දී W භාරයක් දරන රාමු සැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A සහ C හි දී එය සිරස් ලෙස ආධාර කරනු ලැබ තිබේ. $A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයක් වන අතර එය BD සහ BE මගින් ත්‍රිච්ඡේද වෙයි. $B\hat{A}D$ සහ $B\hat{C}E$ කෝණ එක එකක් 30° ක් ද, $BA = BC$ ද වෙයි.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, AD, AB, DE සහ DB එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය, ආතතියක් ද තෙරපුමක්ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

7. පහත රූපයෙහි $ABCD$ මගින් නිරූපණය වන්නේ සෘජු වෘත්ත කේතුවක උස h වූ ඡින්නකයක ආකාරයේ, ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන වස්තුවකි. එහි වෘත්තාකාර තල මුහුණත්වල විෂ්කම්භ $AB = 2\lambda a$ සහ $CD = 2a$ වේ; මෙහි λ පරාමිතියක් සහ $0 < \lambda < 1$ වෙයි.



එහි ස්කන්ධය $\frac{1}{3}\rho\pi a^2 h\left(1+\lambda+\lambda^2\right)$ බවත්, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, G, කුඩා මුහුණතෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\dfrac{h}{4}\dfrac{\left(3+2\lambda+\lambda^2\right)}{\left(1+\lambda+\lambda^2\right)}$ දුරකින් පිහිටන බවත්, අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

ආධාරකයේ අරය a සහ උස h වූ ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත ඝන කේතුවක ස්කන්ධය සහ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම අපෝහනය කරන්න.

$ABCD$ ඡින්නකයෙන් ආධාරකයේ අරය λa සහ උස $\dfrac{h}{2}$ වූ VAB සෘජු වෘත්ත ඝන කේතුවක් හාරා ඉවත් කිරීමෙන් J ඝන වස්තුව ලැබෙයි. J වස්තුවෙහි G_1 ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටීම සොයා, එය V සමග සම්පාත විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

J වස්තුව, වඩා විශාල මුහුණතෙහි පරිධියේ ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ දී J හි සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග සාදන β සුළු කෝණය $\tan\beta = \dfrac{8a}{h}\dfrac{\left(2+2\lambda+\lambda^2\right)}{\left(4+8\lambda+5\lambda^2\right)}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

8. (*a*) A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශ එක එකක් අර්ථ දක්වන්න :

(i) A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි,

(ii) A සහ B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි,

(iii) A සහ B සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි.

A සහ B යන සිද්ධි දෙකෙහි අනුපූරක සිද්ධි පිළිවෙළින් A' සහ B' මගින් දක්වමු.

$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A)$ බව පෙන්වන්න.

$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ සහ $P(A \cap B') = \frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට, $P(A' \cap B)$ හි අගය සහ $P(A' \cap B')$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) A සහ B යනු $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකකි. $P(A|B)$ මගින් දැක්වෙන, B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව, $P(A \cap B)$ සහ $P(B)$ සමග ඇති සම්බන්ධය ප්‍රකාශ කරන්න.

ශිෂ්‍යයෙක් පාසැලට පාපැදියෙන් හෝ බසයෙන් හෝ යයි. ඔහු නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පාසැලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{19}{28}$ කි. ඔහු පාසැලට පාපැදියෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව, ඔහු බසයෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. ඔහු බසයෙන් පාසැලට පැමිණි ඕනෑම විටෙක නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{[illegible]}$ කි.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් දිනයෙක

(i) ඔහු පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීමේ,

(ii) ඔහු පමා වී පැමිණි බව දී ඇති විට ඔහු බසයෙන් ගමන් කර තිබීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ ද, සම්මත අපගමනය s_x ද වූ $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකය $i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = ax_i + b$ සූත්‍ර මගින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයට පරිණාමනය කරනු ලැබේ; මෙහි a සහ b නියත වේ.

$\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් $\bar{y}$ සහ s_y යැයි ගනිමු.

(i) $\bar{y} = a\bar{x} + b$ සහ

(ii) $s_y = |a|\, s_x$

බව පෙන්වන්න.

එක්තරා විභාගයක භූගෝල විද්‍යාව සහ ඉතිහාසය යන විෂයවලට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පහත වගුවෙහි දක්වේ:

	මධ්‍යන්‍යය	සම්මත අපගමනය
භූගෝල විද්‍යාව	m	12
ඉතිහාසය	53	s

එක් එක් විෂයයෙහි ලකුණු ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කරන ලද්දේ මධ්‍යන්‍යය 50 ක් ද සම්මත අපගමනය 15 ක් ද තිබෙන ලෙස යැයි සිතමු. එක්තරා අපේක්ෂකයකුගේ මුල් ලකුණු සහ පරිමාණගත ලකුණු පහත දක්වේ:

	මුල් ලකුණ	පරිමාණගත ලකුණ
භූගෝල විද්‍යාව	40	[illegible]
ඉතිහාසය	61	56

m හි අගය සහ s හි අගය සොයන්න.

අයදුම්කරුවන්ට ඔවුන්ගේ උත්තර පත්‍ර නැවත සමීක්ෂණය කර ගැනීම සඳහා ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ දෙන ලදී. නැවත සමීක්ෂණයෙන් පසුව ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන් ගණනින් 0.1% ක ගේ ඉතිහාසය ලකුණු වෙනස් විය. ලකුණු වෙනස් වූ අයදුම්කරුවන්ගේ ඉතිහාසය ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 65 සිට 68 තෙක් වැඩි වී තිබුණි. ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන්ගේ, නැවත සමීක්ෂණයට පසු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

* * *