සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස**, **B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ :		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

2. $\dfrac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

3. සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6 - \dfrac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියෙහි n වෙනි පදය සොයා, ශ්‍රේණිය, අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.

4. $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\left(x + \dfrac{a}{x^3}\right)^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙහි x වලින් ස්වායත්ත පදය $\dfrac{969}{2}$ වේ. a හි අගය සොයන්න.

5. $\lim_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

6. $\dfrac{d}{dx}\left\{x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right\} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) dx$ සොයන්න.

7. (3,1) ලක්ෂ්‍යයෙහි $x+2y+a=0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍යය වේ; මෙහි a හා b නියත වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

8. $x=2\cos\theta$, $y=\sin\theta$, මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යැයි ගනිමු; මෙහි θ යනු පරාමිතියකි. C වක්‍රයට $\theta=\frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයට, C වක්‍රය නැවත $\theta=\alpha$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවේ. $2\sin\alpha-8\cos\alpha+3\sqrt{2}=0$ බව පෙන්වන්න.

[හයවෙනි පිටුව බලන්න.

9. අරය 1 ක් වූ ද, කේන්ද්‍රය $x+y=0$ සරල රේඛාව මත වූ ද, C වෘත්තයක්, $x^2+y^2+4y+3=0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ හා $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ නම්, $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ හා $\tan 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 6$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-4)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය -6 නම්, a හා b වල අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි අනෙක් ඒකජ සාධක දෙකත් සොයන්න.

(b) α හා β යනු $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද, γ හා δ යනු $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි ද ගනිමු; මෙහි $b, c, m, n \in \mathbb{R}$ වේ.

(i) b හා c ඇසුරෙන් $(\alpha - \beta)^2$ සොයා, **ඒ නයින්**, m හා n ඇසුරෙන් $(\gamma - \delta)^2$ ලියා දක්වන්න.

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ නම් $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c-n)^2 + (b-m)(bn - cm)$ බව පෙන්වන්න.

$x^2 + bx + c = 0$ හා $x^2 + mx + n = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත්තේ $(c-n)^2 = (m-b)(bn-cm)$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$x^2 + 10x + k = 0$ හා $x^2 + kx + 10 = 0$ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් ඇත; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. k හි අගයන් සොයන්න.

12. (a) සිසුන් 15 ක ශිෂ්‍ය සභාවක් විද්‍යා සිසුන් 3 දෙනකුගෙන්, කලා සිසුන් 5 දෙනකුගෙන් හා වාණිජ සිසුන් 7 දෙනකුගෙන් සමන්විත ය. ව්‍යාපෘතියක වැඩ කිරීම සඳහා මෙම ශිෂ්‍ය සභාවෙන් සිසුන් 6 දෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

(i) සිසුන් 15 දෙනාම තෝරා ගැනීම සඳහා සුදුසු නම්,

(ii) කිසියම් සිසුන් දෙදෙනකුට එකට වැඩ කිරීම සඳහා අවසර නොමැති නම්,

(iii) එක් එක් විෂය ධාරාවෙන් සිසුන් දෙදෙනකු බැගින් තේරීමට අවශ්‍ය නම්,

මෙය සිදු කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

ඉහත (iii) යටතේ තෝරා ගත් කණ්ඩායමක්, එම කණ්ඩායමෙහි විද්‍යා විෂය ධාරාවෙන් වූ සිසුන් දෙදෙනාට එක ළඟ වාඩි වීමට අවසර නොමැති නම්, වෘත්තාකාර මේසයක් වටේට වාඩි කළ හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \sum\limits_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{A}{(3r-1)^2} + \dfrac{B}{(3r+2)^2}$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum\limits_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$\left| S_n - \dfrac{1}{4} \right| < 10^{-6}$ වන පරිදි වූ $n \in \mathbb{Z}^+$ හි කුඩාතම අගය සොයන්න.

[අටවෙනි පිටුව බලන්න.

13. (*a*) $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} = \lambda\mathbf{I}$ වන පරිදි වූ $\lambda \in \mathbb{R}$ හි අගය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}$ යනු $\mathbf{Q}$ න්‍යාසයෙහි පෙරළුම වන අතර $\mathbf{I}$ යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

$\mathbf{A}$ යනු $\mathbf{AP} = \mathbf{PD}$ වන පරිදි වූ 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු; මෙහි $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ වේ.

$\mathbf{A}$ සොයන්න.

(*b*) $z = x + iy$ යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි මාපාංකය $|z|$ හා z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$|z|^2 = z\bar{z}$ හා $z - \bar{z} = 2i\,\mathrm{Im}\,z$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $|z - 3i|^2 = |z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 9$ හා $|1 + 3iz|^2 = 9|z|^2 - 6\,\mathrm{Im}\,z + 1$ බව පෙන්වන්න.

$|z - 3i| > |1 + 3iz|$ වන්නේ $|z| < 1$ ම නම් පමණක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

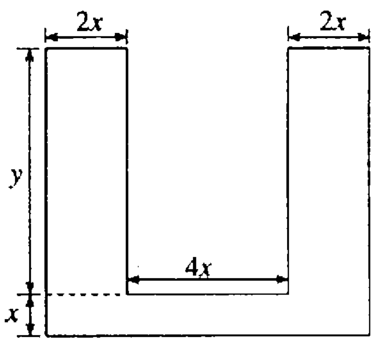
$|z - 3i| > |1 + 3iz|$ හා $\mathrm{Arg}\,z = \frac{\pi}{4}$ අවශ්‍යතා සපුරාලන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන **ලක්ෂ්‍ය** ආගන්ඩ් සටහනක අඳින්න.

14. (*a*) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 1}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = -\dfrac{x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$ බව පෙන්වා, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට $(0, 0)$ හා $\left(-2^{1/3}, -\dfrac{4^{1/3}}{3}\right)$ හි දී හැරුම් ලක්ෂ්‍ය පවතින බව **අපෝහනය** කරන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින්, $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) මායිම සෘජුකෝණික ලෙස හමු වන සරල රේඛා ඛණ්ඩ අටකින් සමන්විත ගෙවත්තක් රූපසටහනෙහි දක්වේ. ගෙවත්තේ මාන මීටරවලින් එහි දක්වා ඇත. ගෙවත්තේ වර්ගඵලය $800\ \mathrm{m}^2$ බව දී ඇත. x ඇසුරෙන් y ප්‍රකාශ කර, මීටරවලින් මනින ලද ගෙවත්තේ පරිමිතිය P යන්න $P = \dfrac{800}{x} + 10x$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, පරිමිතිය සඳහා වන මෙම සූත්‍රය වලංගු වන්නේ $0 < x < 10$ සඳහා පමණක් බව ද පෙන්වන්න.



ඒ නයින්, ගෙවත්තේ පරිමිතියෙහි අවම අගය සොයන්න.

15. (*a*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන් $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$ සොයන්න.

(*b*) **භින්න භාග** භාවිතයෙන් $\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} dx$ සොයන්න.

(*c*) $a^2+b^2>1$ වන පරිදි $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද,

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{a+\cos x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x} dx \text{ හා } J = \int_0^{\pi/2} \frac{b+\sin x}{a^2+b^2+a\cos x+b\sin x} dx$$ යැයි ද ගනිමු.

$aI + bJ = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$bI - aJ$ සැලකීමෙන් I හා J හි අගයන් සොයන්න.

16. $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක හා අරය සොයා, xy-තලය මත S වෘත්තයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

P යනු S වෘත්තය මත O මූලයෙහි සිට ඈතින් ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වා S වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ ස්පර්ශක රේඛාව වන l හි සමීකරණය $x+y=2+\sqrt{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

l රේඛාව ස්පර්ශ කරන S' වෘත්තයක්, S වෘත්තය P ගෙන් ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යයක දී බාහිර ව ස්පර්ශ කරයි. (h, k) යනු S' වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක යැයි ගනිමු. l රේඛාව අනුබද්ධයෙන් O හි හා S' හි කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සලකා බැලීමෙන්, $h+k<2+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

S' හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක $h^2-2hk+k^2+4\sqrt{2}(h+k)=8(\sqrt{2}+1)$ සමීකරණය සපුරාලන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

17. (*a*) $\cos\alpha+\cos\beta-\cos\gamma-\cos(\alpha+\beta+\gamma) \equiv 4\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)\sin\frac{1}{2}(\gamma+\alpha)$

සර්වසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(*b*) $f(x) = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + 4\cos^2\frac{x}{2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $a\sin(x+\theta)+b$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $a(>0), b$ හා θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$1 \le f(x) \le 5$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$-\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{11\pi}{6}$ සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*c*) $p > 2q > 0$ යැයි ගනිමු.

ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA හා AB පාදවල දිග පිළිවෙළින් $p+q, p$ හා $p-q$ වේ.

$\sin A - 2\sin B + \sin C = 0$ බව පෙන්වා $\cos\frac{A-C}{2} = 2\cos\frac{A+C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

***

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved,

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස, B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ :		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

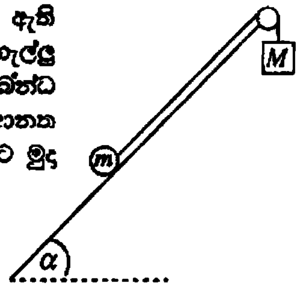
1. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් u වේගයකින් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව k දුරක් තිරස් ව ගමන් කළවිට O හි මට්ටමට ඉහළින් එහි සිරස් දුර h යැයි ගනිමු.
$\sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2}$ බව පෙන්වන්න.

2. පළල b වූ වෑන් රථයක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවට සමාන්තරව එහි ගෑවී නොගෑවී ගමන් කරයි. පිරිමි ළමයෙක් වෑන් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ සිට පාරට බැස, වෑන් රථයේ චලිත දිශාව සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට $v\ (< u \sec \alpha)$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. ළමයා, වෑන් රථයෙහි නො හැපී, යන්තමින් බේරෙයි නම්, $bu = (b\cos\alpha + d\sin\alpha)v$ බව පෙන්වන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසල ව ඇත. එක එකක ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා $2u$ වේගවලින්, නිසල ව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමග එකවිට ගැටී 'හා වේ. ගැටුම්වලට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා, ගැටුම් නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{23}{5}mu^2$ බව පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත නිසල ව ඇති අතර එය, තලයේ ඉහළ ම කෙළවරෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින්, නිදහසේ එල්ලෙන M ($M > m\sin\alpha$) ස්කන්ධයකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි, M ස්කන්ධය කප්පිය ආසන්නයේ තබා ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ තන්තුව තදව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුව තලය දිගේ ඉහළට d දුරක් චලනය වූ විට එහි වේගය v යන්න $(M+m)v^2 = 2gd(M - m\sin\alpha)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු, A හරහා OB ට සමාන්තර සරල රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = (1 + \lambda)\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වේ.

OB ට BC ලම්බ වන පරිදි වූ λ හි අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

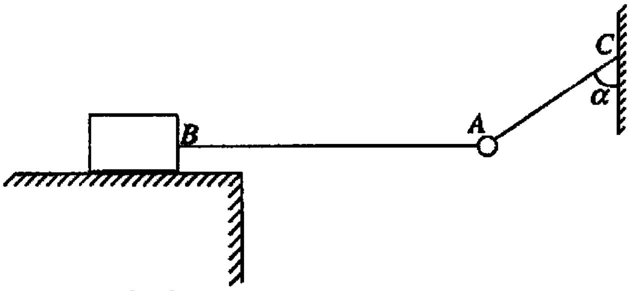
....

....

....

....

6. රළු තිරස් මේසයක් මත නිසල ව ඇති බර w_1 වූ ලී කුට්ටියක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය BC තන්තුවකින් සිරස් බිත්තියක් මත පිහිටි කුඩා අචල ඇණයකට රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ A ලක්ෂ්‍යයක දී බර w_2 වූ අංශුවක් ගැටගසා ඇත්තේ CA යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන පරිදි ය. AB කොටස තිරස් නම් සහ කුට්ටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම්, $\mu w_1 = w_2 \tan \alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු කුට්ටිය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(B \cup C) = \frac{1}{2}$ හා $P(C \cup A) = \frac{2}{3}$ යන සම්භාවිතාවන් එකවිට තිබිය හැකි ද?
ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

8. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A|B) = P(A|B')$ නම්, A හා B ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න; මෙහි B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

9. පහත දක්වෙන නිරීක්ෂණ අටෙහි මධ්‍යන්‍යය හා මාතය පිළිවෙළින් 4 හා 6 වේ :

$$2,\ 3,\ 6,\ 2,\ 1,\ x,\ y,\ z.$$

මෙහි x, y හා z තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. x, y හා z හි අගයන් සොයා, නිරීක්ෂණ අටෙහි සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

10. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පළලින් සමාන පන්ති ප්‍රාන්තර පහක් ඇත. තෙවන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය 22.5 වේ. පස්වන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ උඩත් පන්ති මායිම 40 වේ. පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිට අනුපිළිවෙළින් පන්ති ප්‍රාන්තරවල සංඛ්‍යාතයන් 7, 19, 27, 15 හා 2 වේ. ව්‍යාප්තියේ මාතය ගණනය කරන්න.

* *

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2013 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2013 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2013

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

11. (*a*) අංශුවක්, අචල දෘඪ තිරස් ගෙබිමක වූ ලක්ෂ්‍යයකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්වය යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(0<e<1)$ වේ.

(i) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1+e+e^2)$ බව පෙන්වන්න.

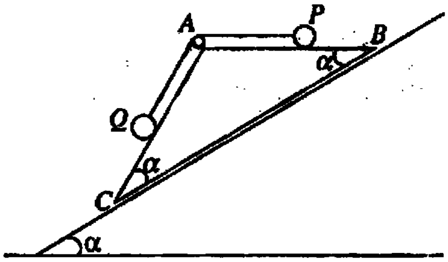
(iii) නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1-e)}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(*b*) මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 300 ක් වූ දුම්රියක්, එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර, තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ ආනතියක් ඇති සෘජු දුම්රිය මාර්ගයක් දිගේ පහළට නියත වේගයෙන් චලනය වේ. දුම්රියේ ඉහළට චලිතය කෙරෙහි ඝර්ෂණ ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය, පහළට චලිතයේ දී වූ නියත අගයේම පවතියි නම්, දුම්රිය නියත 54 km h^{-1} වේගයකින් එම දුම්රිය මාර්ගයේ ම ඉහළට ඇදගෙන යාම සඳහා අවශ්‍ය ජවය 900 kW බව පෙන්වන්න.

දුම්රිය සෘජු තිරස් මාර්ගයක, කලින් තිබුණු විශාලත්වය ම ඇති ප්‍රතිරෝධයක් සහිත ව 18 km h^{-1} ක වේගයකින් ගමන් කරන විට එන්ජිම මෙම ජවය සහිත ව ක්‍රියා කරන බව උපකල්පනය කරමින් දුම්රියෙහි ත්වරණය සොයන්න.

[ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.]

12. (*a*) ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ සිරස් හරස්කඩකි. AC හා BC රේඛා අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා වන අතර BA හා AC රේඛා BC සමග සමාන $\alpha \left(0<\alpha<\frac{\pi}{4}\right)$ කෝණ සාදයි. තිරසට α කෝණයක ආනතියකින් යුතු අචල සුමට තලයක් මත BC අන්තර්ගත මුහුණත ඇතිව ද, AB තිරස්ව ද කුඤ්ඤය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m_1 හා m_2 වන P හා Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙළින් AB හා AC මත තබා, A ශීර්ෂයෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙහි සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



එක් එක් අංශුවේ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව ත්වරණයක්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් නිර්ණය කිරීම සඳහා P අංශුවට BA දිගේ ද, Q අංශුවට AC දිගේ ද, මුළු පද්ධතියට BC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

$m_1 = m_2$ නම්, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය ශුන්‍ය වන බව ද, කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $g\sin\alpha$ බව ද පෙන්වන්න.

[අටවන පිටුව බලන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අචල ගෝලයක සුමට බාහිර පෘෂ්ඨයේ ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ඇත. ස්කන්ධය $2m$ වූ වෙනත් Q අංශුවක් තිරස්ව u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් P සමග සරල ලෙස ගැටෙයි. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

OP අරය θ කෝණයකින් හැරී ඇති විට තවමත් P අංශුව ගෝලය සමග ස්පර්ශව ඇතැයි උපකල්පනය කරමින්, P අංශුව මත ගෝලය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{m}{a}\left[ga(3\cos\theta-2)-u^2\right]$ බව පෙන්වන්න.

$u=\sqrt{ga}$ නම්, Q සමග ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුව ගෝලීය පෘෂ්ඨය හැර යන බව ද පෙන්වන්න.

13. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට ඈඳා ඇති අතර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලෙන විට තන්තුවේ **විතතිය** $\frac{l}{3}$ වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, O ට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. O සිට l දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යය වෙත අංශුව ප්‍රථම වතාවට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B යනු අංශුව ළඟා වන පහළම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා තන්තුවේ **විතතිය** x යන්න $\ddot{x}+\frac{3g}{l}\left(x-\frac{l}{3}\right)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x=\frac{l}{3}+\alpha\cos\omega t+\beta\sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින්, α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, අංශුව A සිට B දක්වා යෙදෙන සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න.

මුදා හල මොහොතේ සිට $\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1+\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right\}$ කාලයකට පසුව අංශුව B වෙත ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව, B හි ඇතිවිට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

14. (a) $OABC$ යනු චතුරශ්‍රයක් යැයි ද, D හා E යනු පිළිවෙළින් OB හා AC විකර්ණවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. තව ද, DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F යැයි ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ යැයි ගනිමින්, $\overrightarrow{OF}=\frac{1}{4}(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})$ බව පෙන්වන්න.

P හා Q යනු පිළිවෙළින් OA හා BC පැතිවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. P, F හා Q ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය බව පෙන්වා $PF:FQ$ අනුපාතය සොයන්න.

(b) $ABCD$ යනු, පැත්තක දිග $2l$ හා $BD=2l$ වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. රොම්බසයේ විකර්ණ O ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමු වේ. විශාලත්ව නිව්ටන $2P$, $6P$, $4P$, $8P$ හා $6P$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, BC, DC, DA හා BD දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{OC}$ හා $\overrightarrow{OD}$ දිශාවලට බල පද්ධතිය විභේදනය කර, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC ට සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.

පද්ධතියේ O වටා ඝූර්ණය සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව E ලක්ෂ්‍යයේ දී දික් කරන ලද AB හමු වේ නම්, $BE=2l$ බව පෙන්වන්න.

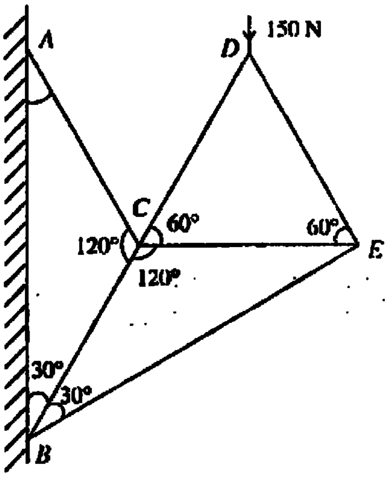
දැන්, නිව්ටන αP, βP, γP හා αP විශාලත්ව සහිත අතිරේක බල පිළිවෙළින් EB, CE, CA හා DC දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මුළු පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

[නවවන පිටුව බලන්න.

15. (a) එක එකක දිග $2a$ හා බර w වූ AB, BC හා CA ඒකාකාර දඬු තුනක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A ශීර්ෂය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත්තේ ත්‍රිකෝණයට සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකි වන පරිදි ය. ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි, BC ට ලම්බව B හි දී යෙදූ P බලයකින් ත්‍රිකෝණය, AB සිරස්ව හා AB ට පහළින් C තිබෙන පරිදි, අල්ලා තබා ඇත. P හි අගය සොයන්න.

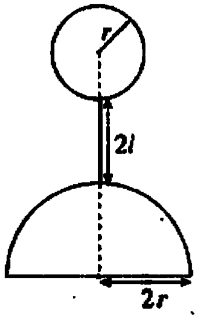
C හි දී AC මගින් BC මත යෙදෙන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචකත් සොයන්න.

(b) යාබද රූප සටහනින් අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. එය සිරස් බිත්තියකට A හා B හි දී සුමට ව අසව් කර ඇති අතර, D හි දී 150 N භාරයක් දරයි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.



16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එකම ඒකාකාර ද්‍රව්‍යයකින් සෑදි ඝන අර්ධ ගෝලයක් හා ඝන ගෝලයක්, දිග $2l$ සහ ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර දණ්ඩක දෙකෙළවරට, රූපයේ දැක්වන ආකාරයට අර්ධ ගෝලයේ සමමිතික අක්ෂය, දණ්ඩ හා ගෝලයේ කේන්ද්‍රය එකම සරල රේඛාවක් මත පිහිටන පරිදි දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන්, සංයුක්ත වස්තුවක් සාද ඇත. ගෝලයේ අරය r ද, ස්කන්ධය m ද වන අතර, අර්ධ ගෝලයේ අරය $2r$ වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{6}(8r+3l)$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



මෙම සංයුක්ත වස්තුව තිරසට θ කෝණයකින් ආනත අචල තලයක් මත, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකය තලය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් තලය රළු යැයි උපකල්පනය කරමින්, $\tan\theta < \frac{12r}{8r+3l}$ නම් සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙන බව පෙන්වන්න.

$l = \frac{4r}{3}$ හා $\theta = \frac{\pi}{6}$ නම්, සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙන බව පෙන්වා සංයුක්ත වස්තුව මත ආනත තලය මගින් යොදන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

17. (*a*) පාසලක එක්තරා විභාගයකට පෙනී සිටි සිසුන් 100 දෙනකු පිළිබඳ සමීක්ෂණයකට අනුව, එම සිසුන්ගෙන් 48 දෙනකු විභාගය සමත් වී ඇති බව අනාවරණය විය. තව ද, මෙම සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් 50 දෙනකු පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වී ඇති බව ද, 30 දෙනකු පාසලේ දී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි වී ඇති බව ද, කිසිම සිසුවකු ක්‍රීඩා කටයුතු හා සංගීත කටයුතු යන දෙකට ම සහභාගි වී නොමැති බව ද අනාවරණය විය. තව ද, පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ සිසුන්ගෙන් 60% ක් විභාගය සමත් වී ඇති අතර පාසලේ දී ක්‍රීඩා කටයුතු හෝ සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි නොවූ සිසුන්ගෙන් 30% ක් විභාගය සමත් වී ඇත.

ඉහත සිසුන් 100 දෙනාගෙන් එක් සිසුවකු සසම්භාවී ව තෝරා ගනු ලැබේ. මෙම සිසුවා

(i) පාසලේ දී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ අයකු බව දී ඇති විට, ඔහු විභාගය සමත් අයකු වීමේ,

(ii) විභාගය සමත් වූ අයකු බව දී ඇති විට, පාසලේ දී ඔහු ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගි වූ අයකු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) කුඩා ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයක විෂ්කම්භවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇත:

විෂ්කම්භය (cm)	කුඩා බෝල සංඛ්‍යාව
0.80 – 0.81	1
0.81 – 0.82	3
0.82 – 0.83	9
0.83 – 0.84	20
0.84 – 0.85	14
0.85 – 0.86	2
0.86 – 0.87	1

විෂ්කම්භවල ව්‍යාප්තියේ පළමු චතුර්ථකය ගණනය කරන්න.

මෙම ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය 0.835 cm හා 0.01 cm බව දී ඇත. කුඩා ලෝහ බෝල 100 ක තවත් කුලකයක් සඳහා විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය පළමු ලෝහ බෝල 50 හි කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය ම බව ද සම්මත අපගමනය 0.015 cm බව ද දී ඇත.

ලෝහ බෝල 150 හි සංයුක්ත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

දෙවන ලෝහ බෝල 100 ක කුලකය සඳහා මිනුම් ගැනීමේ දී භාවිත කරනු ලැබූ උපකරණය දෝෂ සහිත බව ද එමගින් එක් එක් බෝලයක විෂ්කම්භය 0.015 cm ප්‍රමාණයකින් අවතක්සේරු වී ඇති බව ද පසු ව සොයා ගනු ලැබිණ. මෙම ලෝහ බෝල 100 හි විෂ්කම්භයන්හි සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය සොයන්න.

* * *