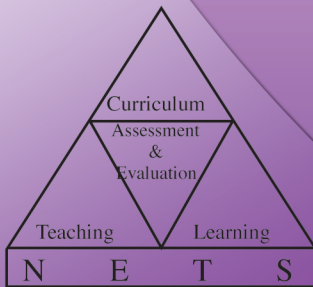




க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2015

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்

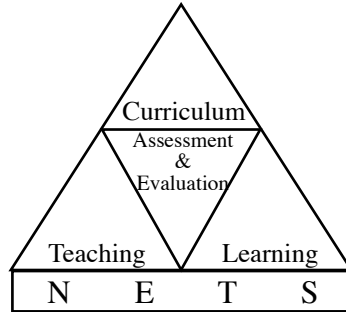


ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2015

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்



ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

முழுப்பதிப்புரிமையுடையது.

இணைந்த கணிதம்

மதிப்பீட்டு அறிக்கை - க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2015

நிதி அனுசரணை

எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலை
கல்விமுறைமையை மாற்றியமைக்கும் செயற்றிட்டம்
(TSEP - WB)

அறிமுகம்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர உயர் தரப் பரீட்சையானது இலங்கையின் உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதிச் சான்றிதழ்ப் பரீட்சையாகும். உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதியில் மாணவர்களின் அடைவு மட்டத்தைச் சான்றுப்படுத்தல் இப் பரீட்சையின் முக்கிய நோக்காக இருந்த போதும் தேசிய பல்கலைக்கழகங்கள், வேறு கல்வி மற்றும் தொழில் பயிற்சி நிறுவனங்கள், தேசிய கல்வியியல் கல்லூரிகள் என்பவற்றுக்குத் தகைமையானோரைத் தெரிவு செய்தலும் இப்பரீட்சையின் பெறுபேறுகளின் அடிப்படையில் இடம்பெறுவதால் அடைவுப் பரீட்சையாகவும் தேர்வுப் பரீட்சையாகவும் க.பொ.த (உ.தர)ப் பரீட்சை மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த தன்மையைப் பெறுகிறது. மேலும் மூன்றாம் நிலையில் தொழிலில் பிரவேசிப்பதற்கான தகைமையை சான்றுப்படுத்தும் பரீட்சையாகவும் இது ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றது. இப்போது இப்பரீட்சைக்காக 2015 ஆம் ஆண்டில் 210, 340 வரையிலான பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளும் 44, 851 வரையிலான தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளும் தோற்றியிருந்தனர்.

இப்பரீட்சையில் உயர் அடைவு மட்டத்தைப் பெறுவதற்காக மாணவர்களும் அவர்களின் எதிர்பார்ப்புகளை நிறைவு செய்வதற்காக ஆசிரியர்களும் பெற்றோரும் பெரிதும் முயற்சி செய்கின்றனர். இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையை அவர்களின் அந்த எதிர்பார்ப்புக்களை நிறைவேற்றுவதற்கு உதவும் பொருட்டே இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் தயாரித்துள்ளது. இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையில் உள்ளடக்கப்பட்ட தகவல்கள் பரீட்சையை எதிர்பார்த்திருப்போர், ஆசிரியர்கள், அதிபர்கள், ஆசிரிய ஆலோசகர்கள், பாடப் பொறுப்புக் கல்விப் பணிப்பாளர்கள், பெற்றோர், கல்வி ஆய்வாளர்கள் அனைவருக்கும் பயன்படும் என்பதில் ஐயமில்லை.

இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கை I, II, III என மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

க.பொ.த (உ.தர) இணைந்த கணித பாடத்தின் நோக்கம், பாட அடைவு பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி I இல் அடங்கியுள்ளது. இப்பகுதியில் பாடத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை, அவர்கள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், மாவட்ட மட்டத்தில் பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், வகுப்பாயிடைக்கேற்ப புள்ளிகளின் பரம்பல் ஆகிய பாட அடைவு பற்றிய புள்ளிவிபரத் தகவல்களும் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றில் வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்பட்ட விதம், அவ்வினாக்களுக்கும் அவ்வினாக்களின் பகுதிகளுக்கும் புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம் என்பன பற்றி விரிவாகக் குறிப்பிடும் பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. க.பொ.த (உ.தர)ம் - 2015 பரீட்சையில் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றுக்கான வினாக்கள் அவ்வினாக்களுக்கு பரீட்சார்த்திகள் விடைகள் அளித்திருந்தமை பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி II இல் அடங்கியுள்ளன. அதில் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றின் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடைகள் அளித்தமை பற்றிய அவதானிப்புக்கள், முடிவுகள், பாட அடைவை மேம்படுத்துவதற்கான ஆலோசனைகள் என்பனவும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களத்தின் ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை மூலம் விடைத்தாள் மதிப்பீட்டில் ஈடுபட்ட பிரதம பரீட்சகர், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர், உதவிப் பரீட்சகர்கள் ஆகியோரால் முன்வைக்கப்பட்ட தகவல்கள், அவதானிப்புகள், கருத்துகள், ஆலோசனைகள், மரபு ரீதியான சோதனைக் கோட்பாடு (Classical Testing Theory) மற்றும் உருப்படித் துலங்கல் கோட்பாடு (Item Response Theory) என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்தலினூடாகப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் என்பன இந்த அறிக்கையை தயாரிப்பதற்கு ஆதாரமாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

வினாப்பத்திரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கும்போது பரீட்சார்த்திகள் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய விடயங்கள், கற்றல்-கற்பித்தல் பணிகள் பற்றிய கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பனவும் இந்த அறிக்கையில் பகுதி III இல் அடங்கியுள்ளன. பல்வேறு தேர்ச்சிகள், அத்தேர்ச்சி மட்டங்களை அணுகுவதற்கான கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையை ஒழுங்கமைக்கும் விதம் என்பன தொடர்பாக இந்த அறிக்கையானது பெரிதும் துணை புரியும் என நம்புகின்றேன்.

எதிர்காலத்தில் தொகுக்கப்படும் மதிப்பீட்டு அறிக்கைகளின் பண்புத்தரத்தை மேம்படுத்தக் கூடிய பயன்தரும் கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பவற்றை எங்களுக்குச் சமர்ப்பிக்குமாறு அன்புடன் கேட்டுக் கொள்கிறேன்.

இந்த அறிக்கையைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான தகவல்களை வழங்கிய பிரதம பரீட்சகர்கள், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர்கள், உதவிப் பரீட்சகர்கள், ஆர்வத்துடன் பங்களிப்பு வழங்கிய குழு உறுப்பினர்கள், பொறுப்புடன் கடமையாற்றிய இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்கள அலுவலர்கள், பணிக்குழுவினர் ஆகியோருக்கும் இத்தொகுப்புக்கான நிதி அனுசரணை வழங்கிய எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலைக் கல்விமுறைமையை மீளமைக்கும் செயற்றிட்டத்துக்கும் (TSEP - WB) எனது மனமார்ந்த நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

டபிள்யூ.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார

பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்

2016 யூன் 29

ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை

தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

பெலவத்தை, பத்தரமுல்ல.

வழிகாட்டல்	- டபிள்யு.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்
ஒழுங்கமைப்பும் நெறிப்படுத்தலும்	- கயாத்திரி அபேகுணசேகர பரீட்சை ஆணையாளர் (ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை)
இணைப்பு	- எல்.ஜி.எஸ். சமரகோன் உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
தொகுப்பு	- பேராசிரியர் ஜி.எஸ். விஜேசிநி சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு களனிப் பல்கலைக்கழகம் - பேராசிரியர் சாணக்ய ஜே. விஜேரத்ன சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு கொழும்பு பல்கலைக்கழகம் - ஈ. குலசேகர பரீட்சை ஆணையாளர் (சான்றிதழ் கிளை)
ஆக்கக் குழு	- சீ. பமுணுகே ஆசிரியர் சேவை I டீ. எஸ் சேனாநாயக்கா கல்லூரி கொழும்பு 07 ஆர்.ஏ. செனெஹலதா ஆசிரியர் சேவை I குரு/கிரி/ சந்தலங்கா தேசிய பாடசாலை சந்தலங்கா என்.எம் மிஸ்பாஹ் ஆசிரியர் சேவை I க/ உயர் பெண்கள் பாடசாலை கண்டி என்.ஆர். ஸஹபந்து ஆசிரியர் சேவை I சாந்த தோமஸ் மகளிர் கல்லூரி மாதறை
மொழிபெயர்ப்பு	- செ. பிரணவதாசன் உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
கணினி பக்க வடிவமைப்பு	- எஸ். றஹீனா ஹாசிம் கணினி தரவுப் பதிவாளர்
முகப்பு அட்டை வடிவமைப்பு	- வை. எஸ். அனுராதி அபிவிருத்தி அதிகாரி

உள்ளடக்கம்

பகுதி I

பக்க எண்

1.	பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவும் தொடர்பான தகவல்கள்	
1.1	பாடக் குறிக்கோள்கள்	1
1.2	பாட அடைவுகள் தொடர்பான புள்ளிவிபரவியலான தகவல்கள்	
1.2.1	இப்பாடத்துக்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை	2
1.2.2	பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம்	2
1.2.3	முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம் - மாவட்ட ரீதியாக	3
1.2.4	வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்	4
1.3.	பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு	
1.3.1	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	5
1.3.2	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யிற்கான அடைவு	6
1.3.3	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்காக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட விதம்	6
1.3.4	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	7
1.3.5	வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிகளில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	9
1.3.6	வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிக்கான அடைவு	10
1.3.7	வினாத்தாள் II இன் B பகுதிக்காக புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்	10
1.3.8	வினாத்தாள் II இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	12

பகுதி II

2.	வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.1	வினாத்தாள் I உம் விடை எழுதியமை தொடர்பான தகவல்களும்	
2.1.1	வினாத்தாள் I இன் கட்டமைப்பு	13
2.1.2	இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	14
2.1.3	I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	17
2.2	வினாத்தாள் II உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.2.1	வினாத்தாள் II இன் கட்டமைப்பு	54
2.2.1	இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	55
2.2.3	II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	57

பகுதி III

3.	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்	
3.1	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்கள்	95
3.2	கற்றல் கற்பித்தல் தொடர்பான கருத்துகளும் ஆலோசனைகளும்	97

பகுதி I

1.0 பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவு தொடர்பான தகவல்களும்

1.1 பாடக் குறிக்கோள்கள்

- ★ கணிதத்தினை கூடியளவு விளங்கிக் கொள்வதற்காக மாணவர்களுக்கு கணித ரீதியான ஆரம்ப எண்ணக்கருவைப் பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணித ரீதியான பிரச்சினம் தீர்த்தல்களுக்கு முறையான விளக்கத்தையும் தெளிவையும் மாணவர்களுக்கு பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணிதம் தொடர்பான தர்க்கரீதியான சிந்தனை தொடர்பாக மாணவர்களின் உட்பாங்கை அதிகரித்தல்
- ★ கணிதம் கற்றலுக்காக மாணவர்களை உற்சாகப்படுத்தல்

குறிப்பு :

இந்த புதிய பாடத்திட்டத்தின் படி கணிதம் சார் அறிவை அதிகரிப்பது மட்டும் அல்லாது அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதஞ்சார் அறிவைப் பயன்படுத்தும் திறனை அதிகரிப்பதன் மூலம் உள்ளார்ந்த அபிவிருத்தி ஏற்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

1.2. பரீட்சார்த்திகளின் பாட அடைவு தொடர்பான புள்ளிவிபர ரீதியான தகவல்கள்

1.2.1 பாடத்திற்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை

மொழிமூலம்	பாடசாலை	தனிப்பட்ட	மொத்தம்
சிங்களம்	23260	5231	28491
தமிழ்	3618	547	4165
ஆங்கிலம்	1300	245	1545
மொத்தம்	28178	6023	34201

அட்டவணை 1

1.2.2 பரீட்சார்த்திகளினால் தரங்கள் பெற்றுக்கொள்ளப்பட்ட விதம்

தரம்	பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளின்		தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளின்		மொத்தம்	சதவீதம்
	எண்ணிக்கை	சதவீதம்	எண்ணிக்கை	சதவீதம்		
A	1421	5.04	223	3.70	1644	4.81
B	2026	7.19	403	6.69	2429	7.10
C	4772	16.94	1126	18.70	5898	17.25
S	6595	23.40	1615	26.81	8210	24.01
F	13364	47.43	2656	44.10	16020	46.84
மொத்தம்	28178	100.00	6023	100.00	34201	100.00

அட்டவணை 2

1.2.3 முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்றுள்ள முறை (மாவட்டங்களின் அடிப்படையில்)

மாவட்டம்	தோற்றியவர் எண்ணிக்கை	மிகச் சிறந்த சித்தி (A) பெற்றவர்		விசேட திறமைச் சித்தி (B) பெற்றவர்		திறமைச் சித்தி (C) பெற்றவர்		சாதாரண சித்தி (S) பெற்றவர்		சித்தி (A+B+C+S) பெற்றவர்		சித்தி யடையாதவர் (F)	
		எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%
1. கொழும்பு	3342	186	5.57	222	6.64	540	16.16	753	22.53	1701	50.90	1641	49.10
2. கம்பஹா	1886	50	2.65	87	4.61	244	12.94	435	23.06	816	43.27	1070	56.73
2. களுத்துறை	1016	21	2.07	36	3.54	118	11.61	233	22.93	408	40.16	608	59.84
4. கண்டி	1158	45	3.89	63	5.44	169	14.59	242	20.90	519	44.82	639	55.18
5. மாத்தளை	270	2	0.74	9	3.33	28	10.37	65	24.07	104	38.52	166	61.48
6. நுவரெலியா	298	15	5.03	13	4.36	31	10.40	66	22.15	125	41.95	173	58.05
7. காலி	1190	62	5.21	67	5.63	166	13.95	249	20.92	544	45.71	646	54.29
8. மாத்தறை	1007	47	4.67	59	5.86	172	17.08	235	23.34	513	50.94	494	49.06
9. அம்பாந்தோட்டை	642	20	3.12	29	4.52	86	13.40	166	25.86	301	46.88	341	53.12
10. யாழ்ப்பாணம்	668	83	12.43	65	9.73	140	20.96	158	23.65	446	66.77	222	33.23
11. கிளிநொச்சி	66	3	4.55	12	18.18	10	15.15	11	16.67	36	54.55	30	45.45
12. மன்னார்	58	0	0.00	4	6.90	12	20.69	15	25.86	31	53.45	27	46.55
13. வவுனியா	114	4	3.51	7	6.14	23	20.18	26	22.81	60	52.63	54	47.37
14. முல்லைத்தீவு	78	0	0.00	2	2.56	12	15.38	16	20.51	30	38.46	48	61.54
15. மட்டக்களப்பு	252	22	8.73	19	7.54	56	22.22	63	25.00	160	63.49	92	36.51
16. அம்பாறை	409	7	1.71	20	4.89	51	12.47	97	23.72	175	42.79	234	57.21
17. திருகோணமலை	167	8	4.79	15	8.98	36	21.56	32	19.16	91	54.49	76	45.51
18. குருநாகல்	1295	36	2.78	39	3.01	123	9.50	224	17.30	422	32.59	873	67.41
19. புத்தளம்	419	11	2.63	16	3.82	52	12.41	96	22.91	175	41.77	244	58.23
20. அனுராதபுரம்	508	14	2.76	26	5.12	55	10.83	95	18.70	190	37.40	318	62.60
21. பொலன்னறுவை	182	2	1.10	1	0.55	13	7.14	26	14.29	42	23.08	140	76.92
22. பதுளை	647	16	2.47	29	4.48	98	15.15	143	22.10	286	44.20	361	55.80
23. மொனராகலை	217	5	2.30	10	4.61	22	10.14	54	24.88	91	41.94	126	58.06
24. இரத்தினபுரி	614	20	3.26	27	4.40	74	12.05	151	24.59	272	44.30	342	55.70
25. கேகாலை	602	12	1.99	18	2.99	58	9.63	119	19.77	207	34.39	395	65.61
மொத்தம்	17105	691	4.04	895	5.23	2389	13.97	3770	22.04	7745	45.28	9360	54.72

அட்டவணை 3

1.2.4 வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்

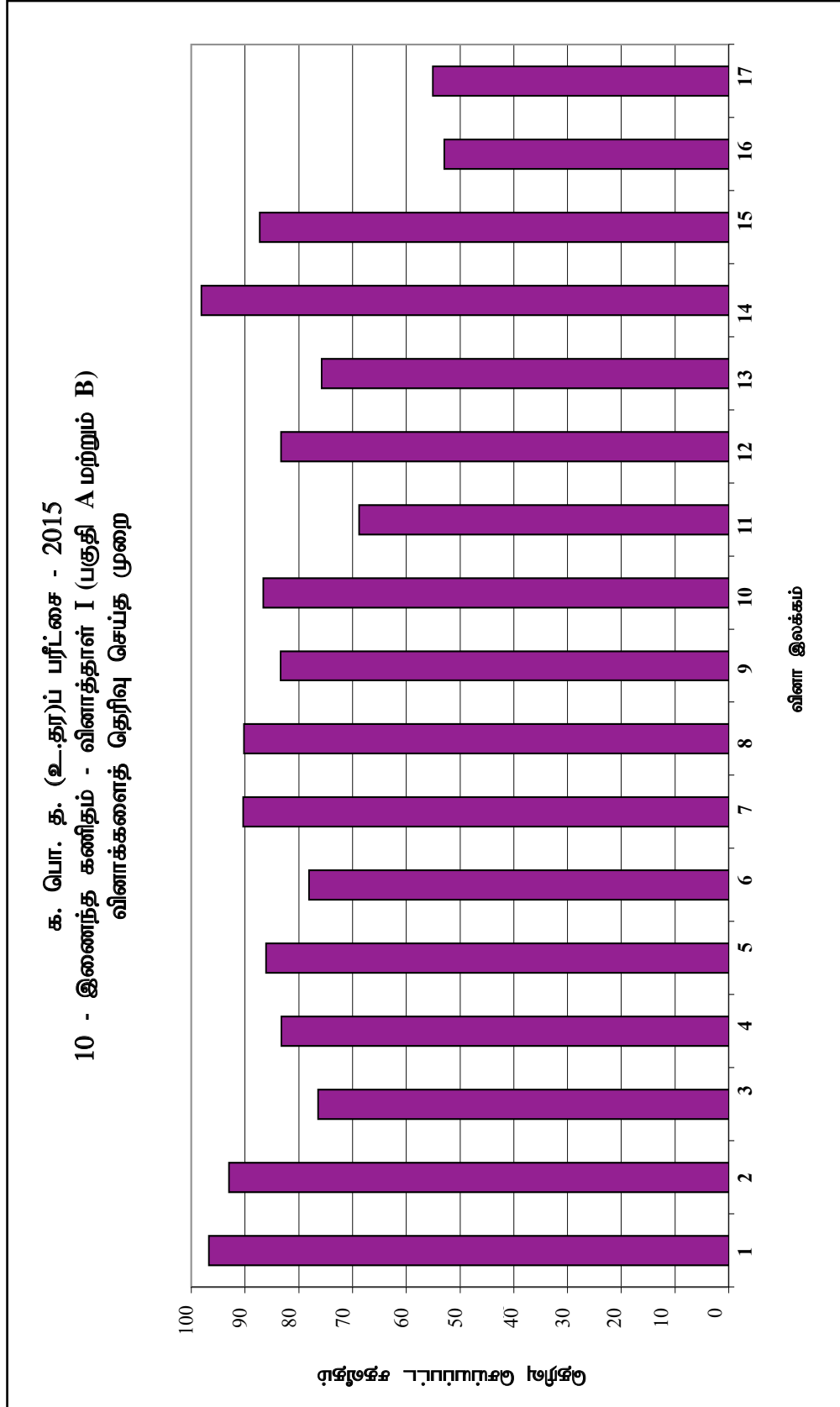
வகுப்பாயிடை	மீறன்	சதவீத மீறன்	திரள் மீறன்	சதவீத திரள் மீறன்
91 - 100	29	0.08	34201	100.00
81 - 90	318	0.93	34172	99.92
71 - 80	1102	3.22	33854	98.99
61 - 70	2335	6.83	32752	95.76
51 - 60	3490	10.20	30417	88.94
41 - 50	4723	13.81	26927	78.73
31 - 40	5607	16.39	22204	64.92
21 - 30	5636	16.48	16597	48.53
11 - 20	5252	15.36	10961	32.05
01 - 10	5071	14.83	5709	16.69
00 - 00	638	1.87	638	1.87

அட்டவணை 4

மேலே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப இந்த பாடத்திற்காக 31 - 40 என்ற வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5607 ஆகும். அதனை சதவீதமாக எடுக்கும்போது 16.39% ஆகும். 40 புள்ளியைவிடக் குறைவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை 22204 ஆவதோடு அது 64.92% ஆகும்.

1.3 பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு

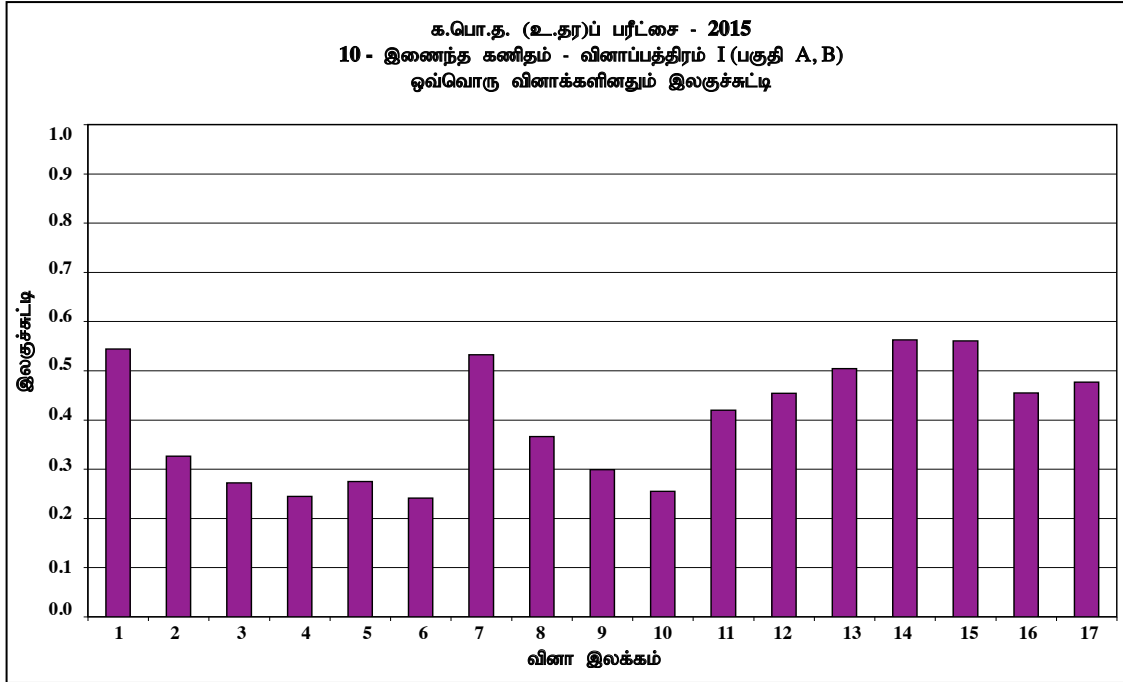
1.3.1 வினாத்தாள் 1 இலே வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



வரைபடம் 1 (RD/16/02/AL) படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

வினாத்தாள் I இன் 17 வினாக்களுள் A பகுதிக்கு உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B யிற்குரிய 11 தொடக்கம் 17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும். இவ்வரையிற்கு ஏற்ப பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் 1ஆம் வினாவிற்கு விடை எழுதி உள்ளதுடன் அது அவ்விண்ணப்பதாரிகள் 97% ஆகும். அதிகளவிலானோர் அதாவது 99% இனர் விடை அளிப்பதற்கான 14 ஆவது வினாவைத் தெரிவு செய்துள்ளனர். குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டுப்பது 16 ஆவது வினாவாவதோடு அதனைத் தெரிவு செய்தவர்களின் சதவீதம் 53% ஆகும்.

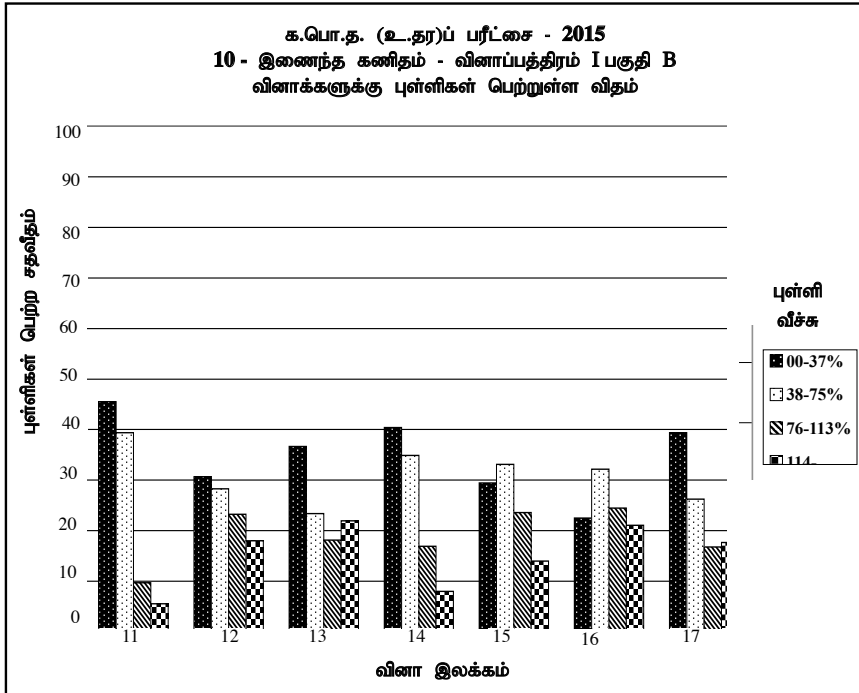
1.3.2 வினாத்தாள் I இல் - பகுதி A,B இற்குரிய வினாக்களுக்கான இலகுச்சுட்டி



வரைபு 2 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபின் மூலம் இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 14ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 58% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 06 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 24% மட்டுமேயாகும்.

1.3.3 வினாத்தாள் Iஇல் பகுதி B இற்கு புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்

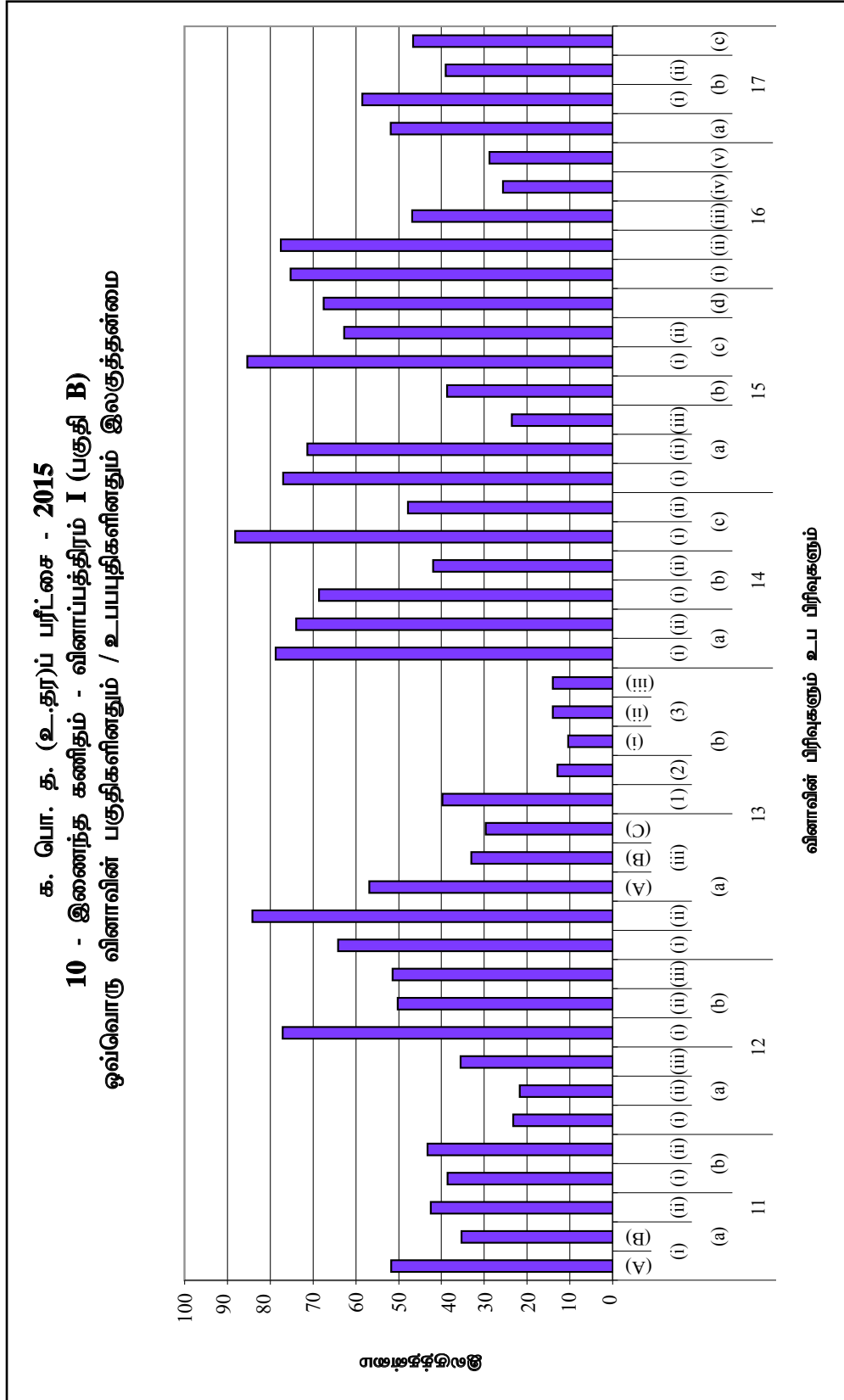


வரைபு 3 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

இங்கு 11 ஆம் வினாவிற்கு வழங்கப்பட்ட மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். வரைபிற்கேற்ப அந்தப் புள்ளிகளில் 76-100% என்ற வீச்சில் அதாவது 114-150 என்ற வீச்சினுள் பரீட்சார்த்திகளுள் 04% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர். இந்த வினாவிற்காக உரிய புள்ளிகளுள் 51-75% என்ற வீச்சில் அதாவது 76-113 என்ற வீச்சினுள் 09% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.

26-50% என்ற வீச்சில் அதாவது 38 - 75 என்ற வீச்சினுள் 22% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளதோடு 0-25% என்ற வீச்சில் அதாவது 0-37வரையான வீச்சிற்குரிய புள்ளிகளை 65% இனர் பெற்றுள்ளனர்.

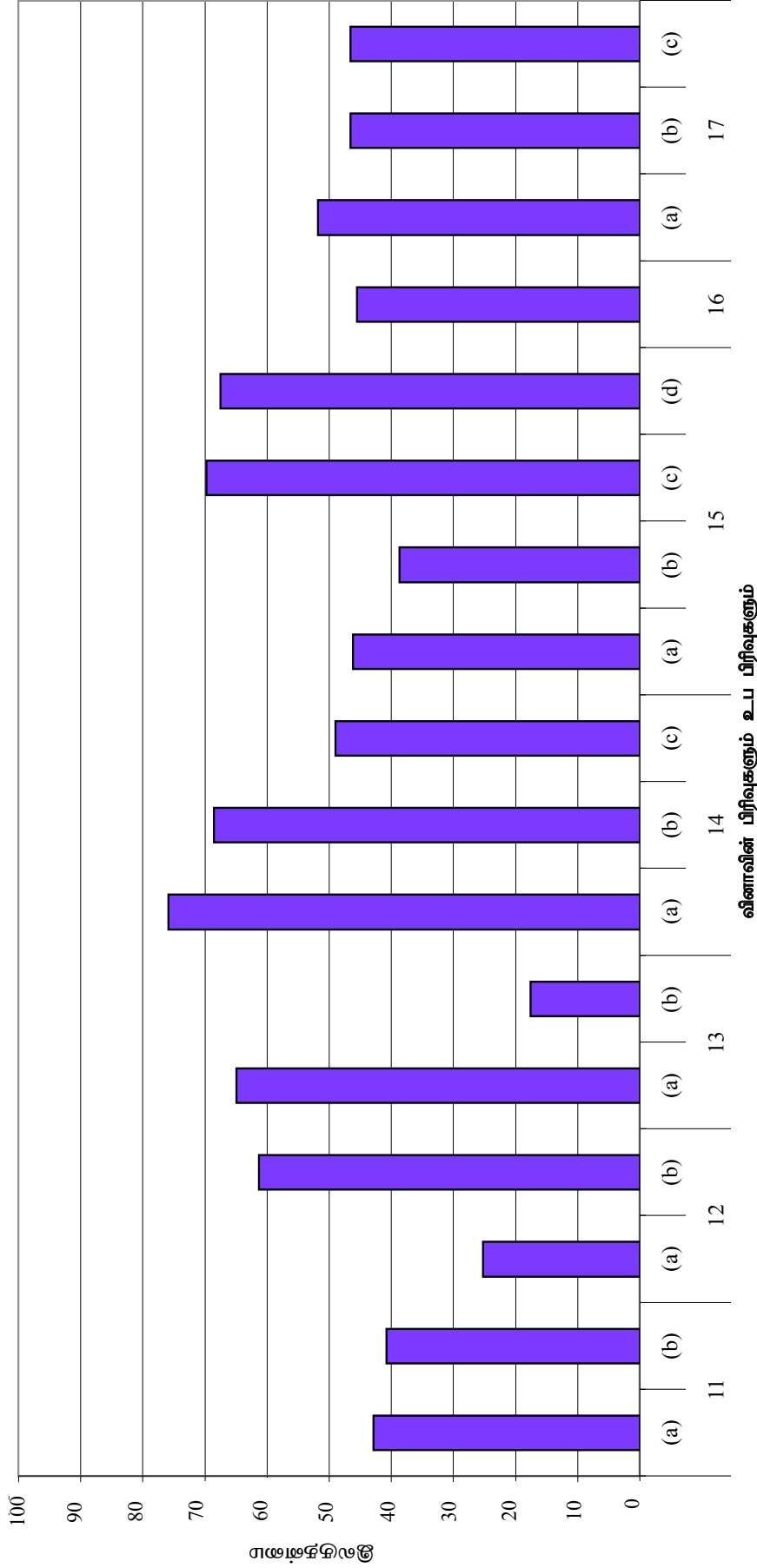
1.3.4 வினாத்தாள் I இனது B பகுதி வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உப பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்



வரைபு 4. (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)

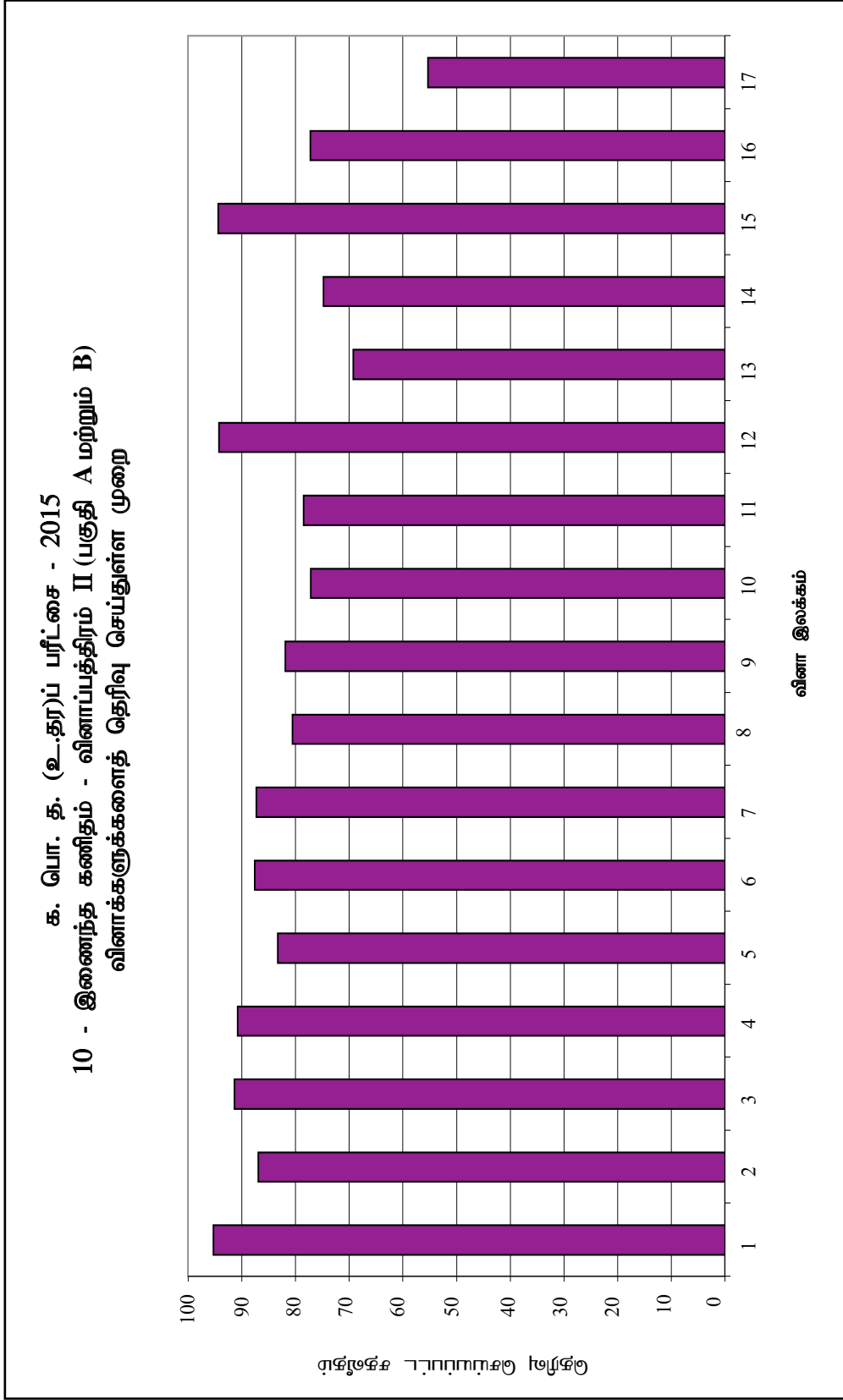
இவ்வரைபிற்கேற்ப 11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் முதலாம் உபபகுதி (A) இன் இலக்குத்தன்மை 52% ஆகும். அவ்வினாவின் பகுதி (a) யின் உபபகுதி (i) B இன் இலக்குத்தன்மை 35% ஆகும்

க. பொ. த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2015
10 - இணைந்த கணிதம் - வினாப்பத்திரம் I (பகுதி B)
ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினதும் உபபகுதிகளினதும் இலக்குதன்மை



வரையு 5. (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)
 மேற்படி வரைபடத்தில் தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறை கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உதாரணத்தின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது,
 உதாரணம் : 11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் இலக்குதன்மை 43% ஆகும். அவ்வினாவின் பகுதி (b) யின் இலக்குதன்மை 41% ஆகும்

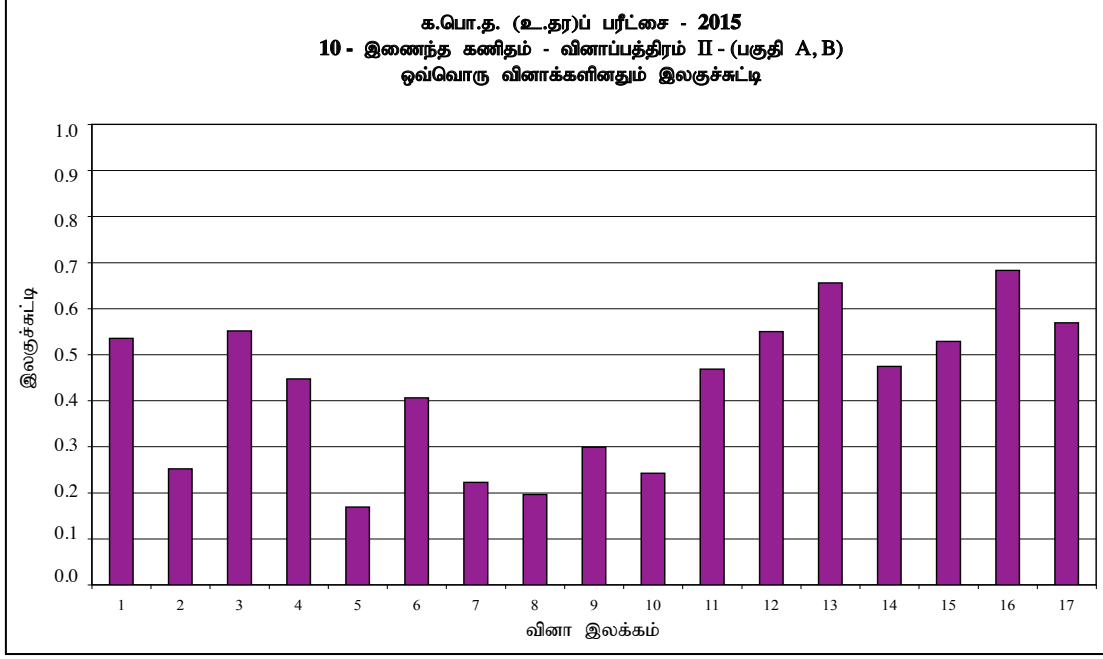
1.3.5 வினாத்தாள் II இற்கு வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



வரைபு 6 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

வினாத்தாள் II A பகுதிக்கு உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B இற்குரிய 11 தொடக்கம் 17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும். பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் 1ஆம் வினாவைத் தெரிவு செய்துள்ளதுடன் அது விண்ணப்பதாரிகள் 96% சதவீதம் மட்டுமாகும். குறைவாக தெரிவுசெய்யப்பட்டிருப்பது 17 ஆவது வினாவாவதோடு அதனைத் தெரிவுசெய்தவர்களின் சதவீதம் 56% ஆகும்.

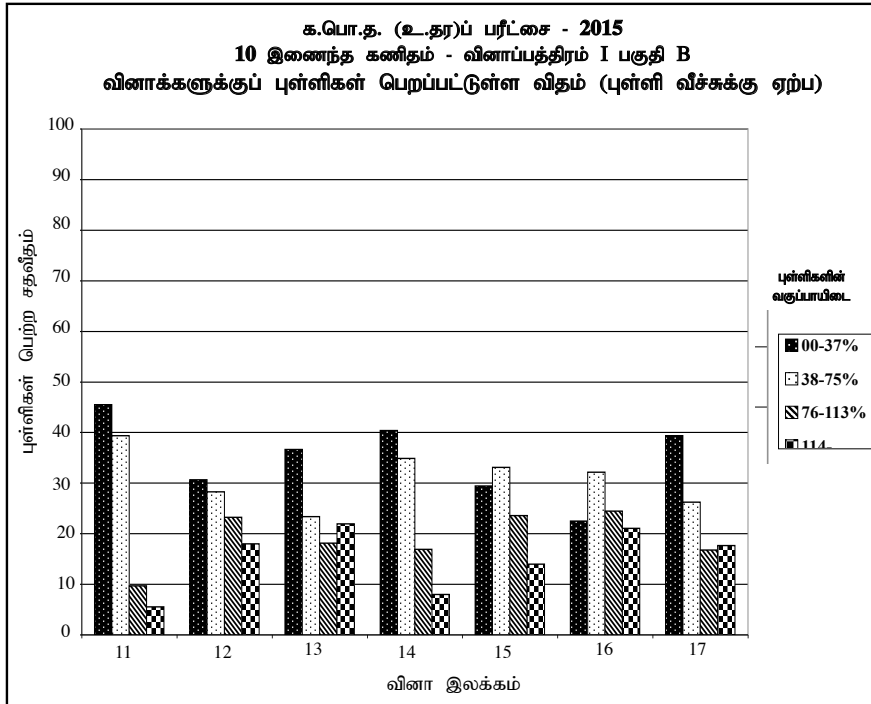
1.3.6 வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிகளிற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி



வரைபு 7 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 16வது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 69% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 5 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 18% மட்டுமேயாகும்.

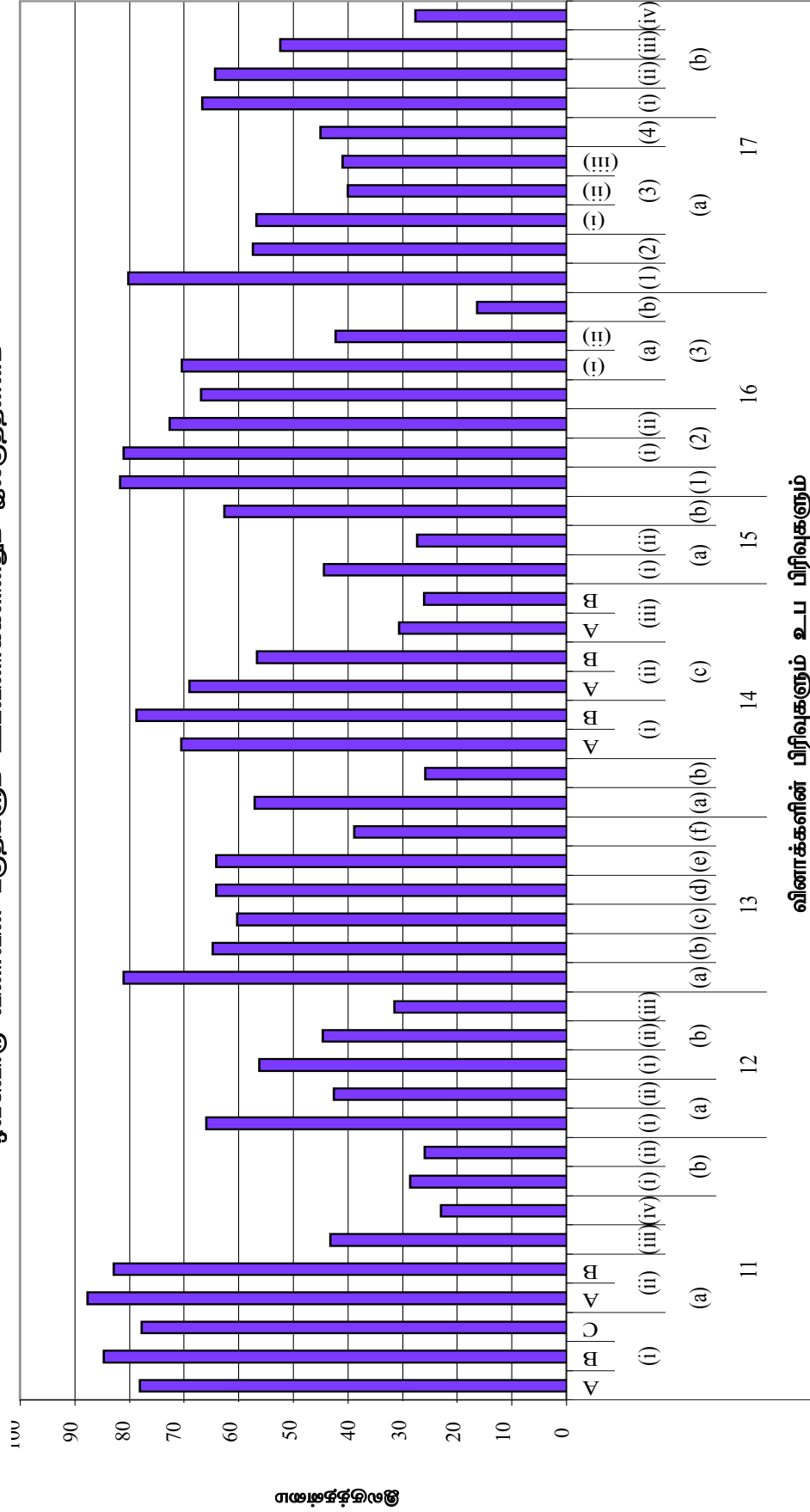
1.3.7 வினாத்தாள் II இன் B பகுதிக்காக புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்



இங்கு, வினாப்பத்திரம் 11 இற்கு 150 புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்தப் புள்ளிகள் 76 - 100% ஆயிடைவில் அதாவது, 114 - 150 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றுக் கொண்டவர்கள் விடையளித்த மாணவர்களுள் 6% ஆனோர் மட்டுமேயாகும். இந்த முறைக்கு ஏற்ப அந்த வினாக்களுக்காக உரிய புள்ளிகளுள் 51 - 75% வீதமான ஆயிடைவில் அதாவது 76-113 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றவர்கள் 10% ஆவதோடு புள்ளிகள் 26 - 50% மான ஆயிடைவில் அதாவது 38 -75 இற்கிடையில் 39% ஆனோர் மட்டும் 0 - 25% மான ஆயிடைவில் அதாவது 0 - 37 என்ற வீச்சின் இடையே 45% ஆனோர் மட்டுமே ஆகும்.

வரைபு 8 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

க. பொ. த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2015
10 - இணைந்த கணிதம் - வினாப்பத்திரம் II (பகுதி B)
ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளும் உபவினாக்களினதும் இலக்குத்தன்மை



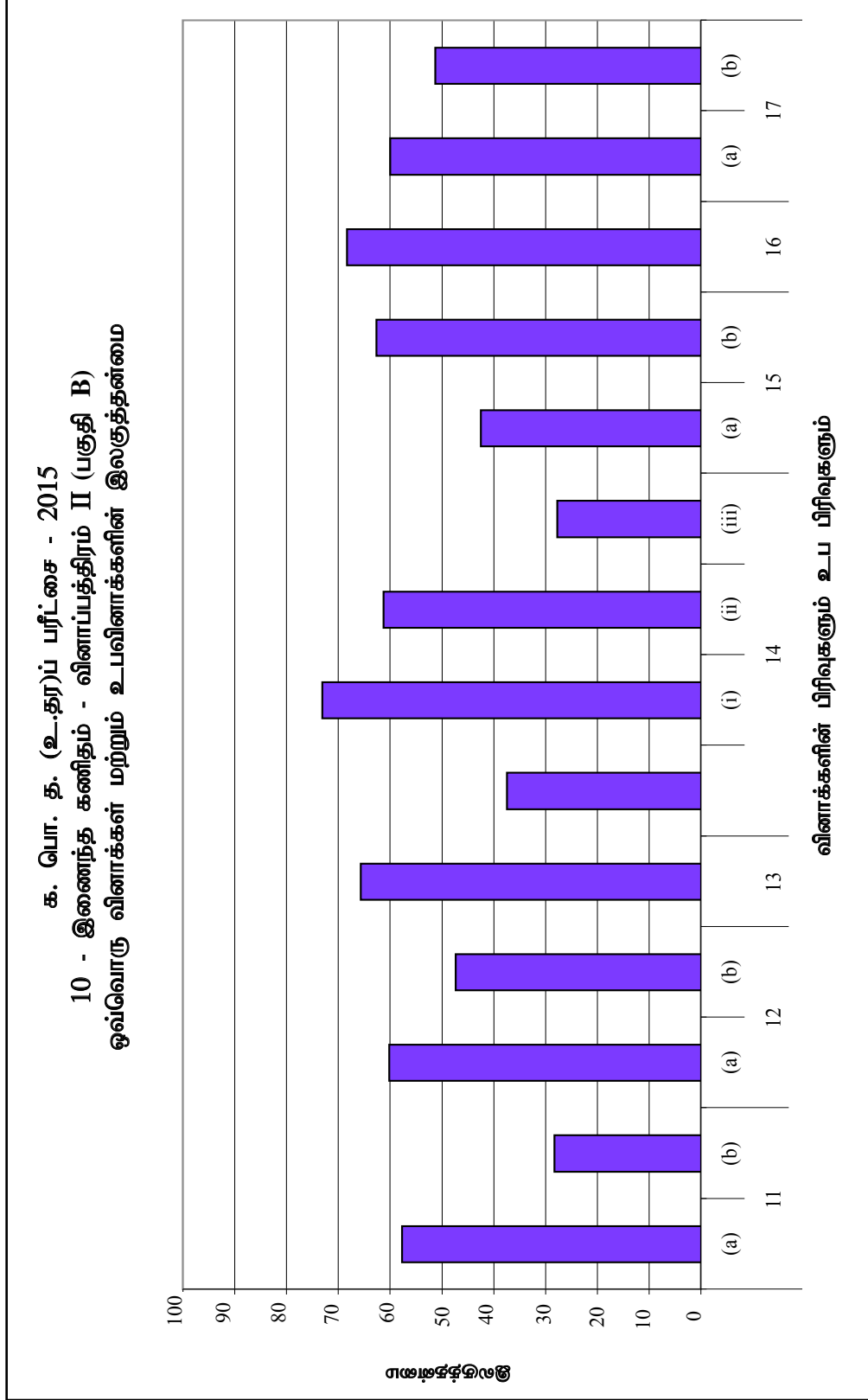
வினாக்களின் பிரிவுகளும் உப பிரிவுகளும்

வரைபு 9 (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. மேற்படி வரைபிலே தகவல்களைப் பெற்றுக்கொள்ளும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் :

II ஆம் வினாவின் (a) (i) A பகுதியின் இலக்குத்தன்மை 78% ஆவதுடன் அந்த வினாவின் A (iii) ஆம் பகுதியின் இலக்குத்தன்மை 43% ஆகும்.

1.3.8 வினாத்தாள் II இன் B பகுதியின் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளுக்கும் உப பகுதிகளுக்கும் விடை எழுதியுள்ள முறை



வரைபு 10: (RD/16/04/AL படிவத்திலிருந்து பெற்ற தகவல்களின் அடிப்படையில்

மேலே தரப்பட்ட வரைபடத்திற்கேற்ப II ஆம் வினாவின் பிரிவு (a) இன் இலக்குத்தன்மை 58% ஆகும். 15 ஆம் வினாவின் பிரிவு (b) இன் இலக்குத்தன்மை 62% ஆகும்.

பகுதி II

2 வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1 வினாப்பத்திரம் I உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டுள்ளமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1.1 வினாப்பத்திரம் I - கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - 10 வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

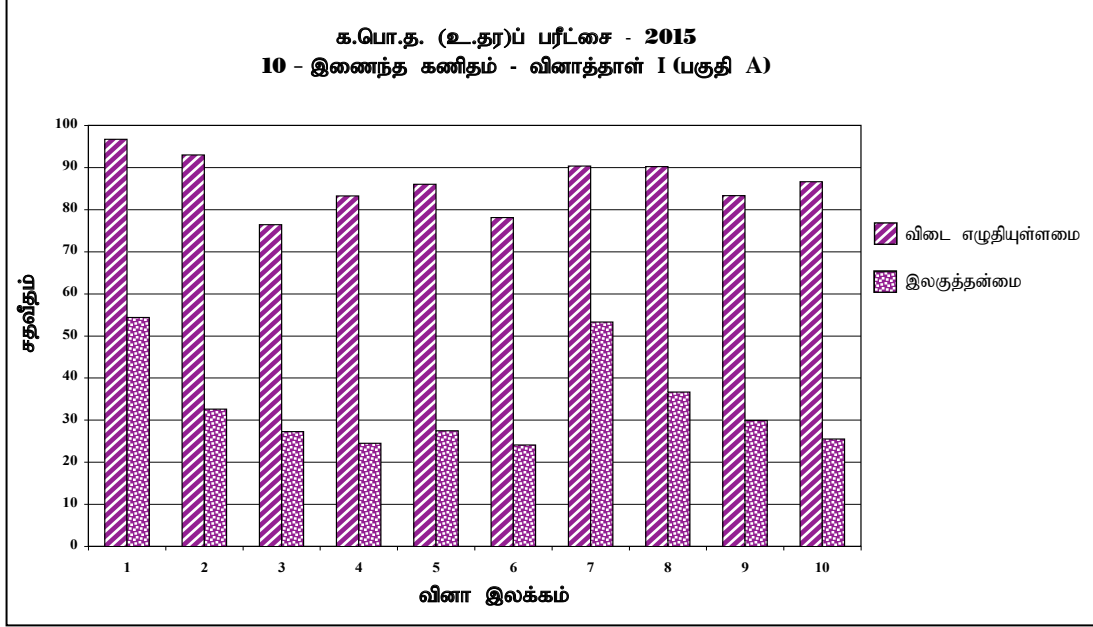
பகுதி B - ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

* பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.1.2 இணைந்த கணிதம் I ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். எனினும் அதற்கு விடை எழுதிய பல்வேறு முறைகளைக் காண முடிந்தது, இந்த 10 வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அதற்கேற்ப அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 11 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினுதம் இலகுத்தன்மை.

வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கு அதிகமானோர் விடையளித்திருந்தது 1, 2 ஆம் வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் 1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்திருந்ததுடன் அதன் சதவீதம் 97% ஆகும். பத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாக இருப்பினும் சகல பரீட்சார்த்திகளினாலும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்துள்ள ஒரே ஒரு வினாவேனும் இந்த பத்து வினாக்களிடையேயும் காணப்படாமையை விசேட கவனத்திற் கொள்ள வேண்டியதுடன் அவதானிக்கப்பட வேண்டியதாகும்.

மேலும் 3 ஆம் 8 ஆம் இலக்க வினாக்களுக்கு விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகள் 80% த்தினை விடக் குறைந்த சதவீதத்தினர் என அறிய முடிந்தது. அவ்வாறெனின், 20% இற்கும் அதிக சதவீதத்தினர் அந்த வினாக்கள் இரண்டிற்கும் எந்த மட்டத்தினரும் விடை எழுத கருத்திற்கொள்ளாது இருந்துள்ளனர். 3 ஆம் இலக்க வினாவிற்காக விடையளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருந்த பரீட்சார்த்திகள் 76% த்தினர் மட்டுமேயாகும்.

இலகுவாகவும் சரியாகவும் விடை எழுதுவதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் மிகவும் திருப்திகரமாக புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளதாக எதிர்பார்ப்பதுடன் இந்தப் பத்து வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 50% இனை அண்மித்து இருந்தமை. 1 தொடக்கம் 7 வரையிலான வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். அது 52% ஆகும். எஞ்சிய எட்டு வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மை 40% இனை விடக் குறைந்ததோடு மிகவும் குறைவாக விடை எழுதியிருந்த வினா 3 இனது இலகுத்தன்மை 28% இனை விட மிகக் குறைந்ததாக எல்லைப்பட்டிருந்தது. பரீட்சார்த்திகளில் 97% ஆன உச்ச சதவீதத்தினர் விடை எழுதியிருந்த வினா இலக்கம் 1 இன் இலகுத்தன்மை 55% இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தமை தெட்டத் தெளிவான பண்பொன்றாக காணப்பட்டதுடன் இலகுத்தன்மை குறைந்த வினாக்களுள் 2 ஆவது வினாவானது இரண்டாம் இடத்தைப் பெற்றுள்ளது. பொதுவாகப் பார்க்கும் போது பத்து வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 25 - 57 என்ற வீச்சிற்கு குறைவடைந்திருந்தமையை அவதானிக்க முடிந்தது.

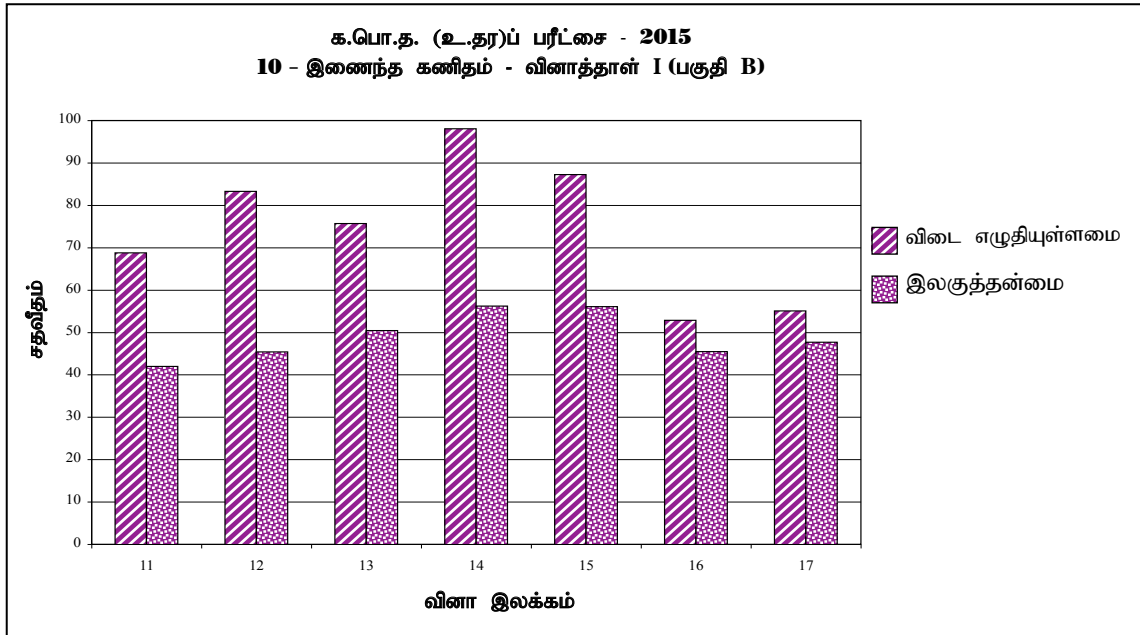
இந்த பத்து வினாக்களையும் செய்த பரீட்சார்த்திகளின் துலங்களின் தன்மையை மிகவும் பகுப்பாய்ந்து பார்ப்பதற்காக அட்டவணையில் காட்டியுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	6	33	31	35	52	40	19	21	40	45
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	30	13	10	4	22	14	39	9	19	5
வினாவின் % இலகுத்தன்மை		54	33	27	24	27	24	53	37	30	25

அட்டவணை 5 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாத மற்றும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய முழு அளவிலான புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளுள் மிகக் கூடிய சதவீதத்தினர் அதாவது 39% இனை பெற்று வினா இலக்கம் 7 இற்கு என்பதையும் ஏனைய வினாவிற்காக 25 புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 30% இனைத் தாண்டவில்லை என்பதும் மேலேயுள்ள தகவல்கள் மூலம் தெரியவருகிறது. வினா இலக்கம் 4 இற்கு 25 புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 4% மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் 35% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கவில்லை என்பது தெரிகிறது. அதற்கு மேலதிகமாக வினா இலக்கம் 5, 6, 9, 10 என்ற ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளுள் 40% இற்குக் குறையாத சதவீதத்தினர் ஒரு புள்ளியைக் கூடப் பெற்றிறாமை தெட்டத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. இணைந்த கணித பாடத்தில் I ஆவது வினாத்தாளில் அடிப்படையாக அமைந்த தூய கணித விடயத்திற்குரிய வரைவிலக்கணங்கள் மற்றும் அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை கருத்திற் கொண்டு தயாரிப்பதற்கு தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ள இந்த பத்து வினாக்களும் அந்தப் பாடத்திற்கு தோற்றியுள்ள பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும் என எதிர்பார்க்கப்பட்டாலும் மேலுள்ள தரவுகளில் இருந்து தெரியவருவது அது நடைபெறவில்லை என்பதாகும்.

இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி B யிலே தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதோடு அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாப்பத்திரம் I இற்குரிய புள்ளி 1000 இல் 150 என்றவாறு கிடைக்கப்பெறும். அந்த வினாவைத் தெரிவு செய்த முறையில் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 12 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகமாக அதாவது, 99% ஆக உயர்ந்தபட்சம் தெரிவு செய்வதற்கு முடியுமாய் இருப்பது 14ஆம் வினாவாகும். இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 55% ஆகும். அதன் மூலம் அறிய முடிவது இந்த வினாப்பத்திரத்தின் பகுதி A யில் உள்ள வினாக்களை விட அதிகமாக 14 ஆவது வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு மாணவர்கள் முன்ஆயத்தமாக உள்ளனரென்பது தெளிவாகிறது. இந்த வினாவிற்கு அடிப்படையாக அமைவது “அட்சர கணிதம்” என்ற கருப்பொருளின் கீழ் வருகின்ற அட்சரகணித காரணிகள் மற்றும் மீதித் தேற்றம், இருபடிச் சார்புகள் போன்ற விடயங்களாகும்.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B பகுதியிலே உள்ள வினாக்களில் இருந்து மிகவும் குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டிருப்பது 17 ஆவது வினாவாகும். அது பரீட்சார்த்திகளில் 53% த்தினர் ஆகும். அதன் இலகுத்தன்மை 45% ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மைகளில் இரண்டாவதாக இருப்பது 11 ஆவது வினாவிற்கு மட்டுமேயாகும். தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் மிகவும் குறைவான இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 11 ஆம் வினாவாவதோடு அது 51% ஆகும். வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி A யில் 1 மற்றும் 7 ஆம் வினாக்களைத் தவிர எஞ்சிய எட்டு வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மை பகுதி B யின் வினாக்களில் குறைந்த இலகுத்தன்மையை விட மிகக் குறைவானது. அதன் மூலம் அறிய முடிவது வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி A யிற்கு விடை எழுதுவதைவிட B பகுதிக்கு விடை அளிப்பதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் புள்ளியைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முயற்சித்துள்ளனர் என்பதாகும். அந்த முயற்சி வெற்றியளித்துள்ளமையைக் காண முடிகிறது. மேலும் வினாப்பத்திரம் I இன் A பகுதியின் வினாக்களில் நடுத்தர இலகுத்தன்மை (Average facility) 41] ஆவதோடு பகுதி B யின் வினாக்களில் நடுத்தர இலகுத்தன்மை 50% ஆகும். அதன் மூலம் மேலுள்ள கருத்து உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. அதற்கேற்ப வினாப்பத்திரம் I இன் மொத்த இலகுத்தன்மை (Overall facility) 48% ஆகும்.

வினாத்தாள் I இன் மொத்த இலகுத்தன்மை 48% இற்கு எல்லைப்படுத்தப்பட்டமையின் மூலம் தெரியவருவது இணைந்த கணிதத்தில் மிகவும் தத்துவமான விடயங்கள் அடங்கிய தூய கணித விடயங்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ளுமாறு விடைகளை அளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருக்கவில்லை. இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்வதற்காக இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள வினாவின் தன்மையிலேயே எளிய மற்றும் நேரடியான வினாக்களை தினமும் மீட்டுவதில் மாணவர்கள் ஈடுபட வேண்டும். விரிவான அல்லது பாட அலகுகளை சார்பாகவோ இவ்வகையான சுருக்க வினாக்கள் உட்பட்ட மீட்டல் பயிற்சிகளில் மாணவர்கள் ஈடுபட்டு குறுகிய காலத்தினுள் அவ்வகையான வினாக்களுக்கு விடை அளித்து உச்ச அளவிலான புள்ளிகளைப் பெறும் திறன் அவர்களுள் விருத்தி செய்யப்படல் வேண்டும். அதன் மூலம் மாணவர்களுக்கு கையாளக்கூடிய திறமை மற்றைய வினாப்பத்திரங்களில் அடங்கியுள்ள வினாக்களுக்கு சரியாக விடை எழுதுவதற்கு அவர்களுக்கு மனத்தேரீயம் வரும். அதன் மூலம் மிகவும் திருப்திப் படக்கூடிய பெபேறுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக மாணவர்களை ஈடுபடுத்த முடியும்.

2.1.3 I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I பகுதி A

1 ஆம் வினா

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $8^n - 3^n$ ஆனது 5 இன் ஒரு முழுவெண் மடங்கென நிறுவுக.

$$n = 1 \text{ ஆக, } 8^n - 3^n = 8 - 3 = 5. \text{ ஆகவே } n = 1 \text{ இற்கு முடிவு உண்மை } \textcircled{5}$$

$n = p$ இற்கு முடிவு உண்மை என்க.

$$\Rightarrow 8^p - 3^p = 5m, \text{ இங்கு } m \text{ ஓர் நிறைவெண். } \textcircled{5}$$

$$n = p + 1 \text{ ஐக் கருதுக; } 8^{p+1} - 3^{p+1} = 8^p(5 + 3) - 3^{p+1}$$

$$= (5m + 3^p)(5 + 3) - 3^{p+1} \textcircled{5}$$

$$= 8 \times 5m + 5 \times 3^p + 3^{p+1} - 3^{p+1}$$

$$= 5(8m + 3^p) \textcircled{5}$$

$\therefore n = p + 1$ இற்கு முடிவு உண்மை

இதிலிருந்து $n = p$ இற்கு முடிவு உண்மை எனின், $n = p + 1$ இற்கும் முடிவு உண்மையாகும்.

$\therefore$ கணிதத் தொகுத்தறி முறைப்படி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் முடிவு உண்மையாகும். $\textcircled{5}$

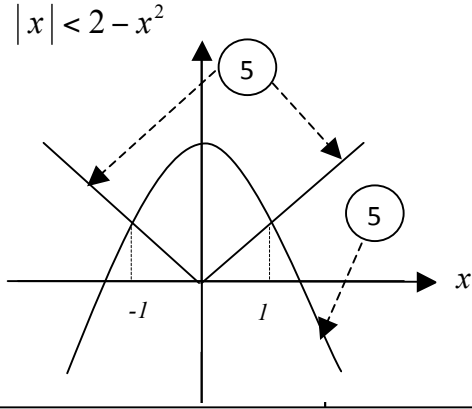
25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

முதலாம் வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் பரீட்சார்த்திகளுள் 97% இனர் வினாவிற்கு விடை எழுத முயன்றுள்ளனர். வினாவின் இலகுதன்மை 54% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. அதனால் அந்தப் பரீட்சார்த்திகளுக்கு பொதுவாகப் பெற்றுக்கொள்ள முடியுமாய் இருந்தது பெறக் கூடிய உயர் அளவிலான புள்ளிகளில் அண்ணளவாக அரைவாசி அளவு மட்டுமேயாகும். சில பரீட்சார்த்திகள் அளித்துள்ள விடைகளுள் தெளிவாகத் தெரியும். பின்னடைவாக $n = p$ இற்காக எடுகோள் பெறுபேற்றை அட்சர கணித வடிவில் எழுதிகாட்டாமையாகும்.

அதனால் சில பரீட்சார்த்திகள் $8^p - 3^p = 5k$, “இங்கு k என்பது மாறிலி” என்ற கூற்றை எழுதிக்காட்டவில்லை. அந்தக் காரணத்தினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு 5 புள்ளிகள் கிடைக்காது போனது.

2. சமனிலி $|x| < 2 - x^2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.



For $x \geq 0$

$$\begin{aligned} x &= 2 - x^2 \\ x^2 + x - 2 &= 0 \\ (x + 2)(x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

For $x < 0$

$$\begin{aligned} -x &= 2 - x^2 \\ x^2 - x - 2 &= 0 \\ (x - 2)(x + 1) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

Aliter

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \text{ ஆக} \\ x &< 2 - x^2 \end{aligned}$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

$$(x - 1)(x + 2) < 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$\therefore \text{தீர்வு: } \{x \mid -1 < x < 1\}$$

$$x < 0 \text{ ஆக}$$

$$-x < 2 - x^2$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$(x + 1)(x - 2) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 0$$

$$\text{தீர்வு : } \{x \mid -1 < x < 1\}$$

25

2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

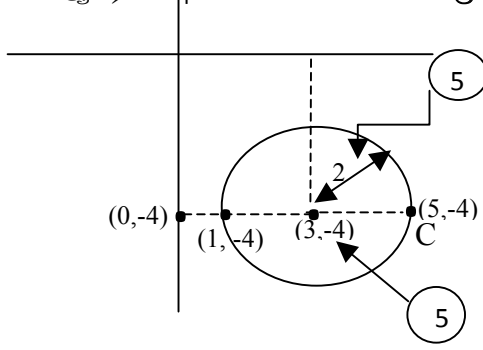
பரீட்சார்த்திகளுள் 93% இனர் மட்டும் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுத முயற்சியளித்து இருப்பினும் இந்த வினாவின் இலகுதன்மை 26% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. மெய் பெறுமானங்களின் மட்டுப் பெறுமானம் தொடர்பாக அட்சர கணித விளக்கம் மிகவும் குறைவு என்பதைக் காண முடியும்.

அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் இந்த சமனிலியைத் தீர்க்கும்போது கிடைக்கப்பெறும் அந்நியமான தீர்வுகளை (Extraneous Solutions) அப்புறப்படுத்தாமையினால் சரியான தீர்வுத் தொடையைப் பெற முடியாது போனது. சில பரீட்சார்த்திகள் இந்தப் பிரசினத்தை வர்க்கித்து தீர்வைக் காணவும் காரணி தொடர்பான அறிவைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளாது பிரசினத்தை சிக்கல் நிலைமைக்கு மாற்றியிருந்தனர். அதனால் தீர்வுத் தொடையை எழுத முடியாது இருந்தனர்.

வினா இலக்கம் 3

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் சமன்பாடு $|z - 3 + 4i| = 2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண் z இனால் வகைகுறிக்கப்படும் புள்ளியின் ஒழுக்கு C யின் பரும்படிப் படத்தை வரைக. இதிலிருந்து, C மீது இருக்கும் z இற்கு $|z + 4i|$ இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தையும் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தையும் காண்க.

C என்பது $(3, -4)$ ஐ மையமாகவும், 2 அலகை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டமாகும்.



$$|z - 3 + 4i| = 2$$

$$|z - (3 - 4i)| = 2$$

$$|z + 4i| = |z - (-4i)|$$

$\therefore C$ யின் மீது z இற்கான $|z + 4i|$ இன் உயர்வுப் பெறுமானம் 5,

$|z + 4i|$ இன் இழிவுப் பெறுமானம் 1.

25

25

3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 76% இனர் மட்டும் விடையளித்துள்ள இந்த வினாவின் இலகுதன்மை 28% மான குறைந்த மட்டத்திலே காணப்பட்டது. அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் ஆகண் வரிப்படம் மற்றும் தெக்காட்டுத் தளம் ஆகியவற்றிற்கிடையிலான வேறுபாட்டை அறிந்துகொள்ளவில்லை. அதனால் இது தொடர்பாக கவனத்தைச் செலுத்துவது மிகவும் முக்கியமாகும்.

ஆகண் வரிப்படத்திலே 2 புள்ளிகளைச் சரியாகக் குறித்திருப்பினும் 2 புள்ளிகளுக்குமிடையிலான தூரம் தொடர்பின் விளக்கம் குறைவினால் விடை அளிப்பதில் பின்னடைவு மட்டம் காணப்பட்டது. விடையைப் பெறும்போது கேத்திரகணிதம் தொடர்பான விளக்கம் போதாது என்பது தெரிகிறது.

வினா இலக்கம் 4

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ எனவும் $n \geq 5$ எனவும் கொள்வோம். $\left(3x + \frac{2}{x}\right)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் x^{n-10} இன் குணகம் 100 இலும் குறைவாகும். n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \left(3x + \frac{2}{x}\right)^n &= \sum_{r=0}^n {}^nC_r (3x)^{n-r} \left(\frac{2}{x}\right)^r \\ &= \sum_{r=0}^n {}^nC_r 3^{n-r} 2^r x^{n-2r} \quad (5) \\ n-10 &= n-2r \Rightarrow r=5 \quad (5) \end{aligned}$$

$\therefore x^{n-10}$ இன் குணகம் ${}^nC_5 3^{n-5} 2^5$

$${}^nC_5 3^{n-5} \times 32 < 100 \Rightarrow 3^{n-5} < \frac{100}{32}; \therefore {}^nC_5 > 1 \quad (5)$$

$$\frac{n!}{(n-5)!5!} \times 3^{n-5} \times 32 < 100$$

$n \geq 5$ ஆதலால் ; $n = 5$, $n = 6$ என்பன இயல்தகு பெறுமானங்களாகும்.

$$\begin{aligned} n=5 \quad 5! \cdot 3^0 &< \frac{100}{32} \times 5! \quad \text{ஏற்படையது} \\ n=6 \quad 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 &< \frac{100}{32} \times 5! \quad \text{ஏற்படையதன்று} \\ \therefore n &= 5. \quad (5) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} n=5 \\ n=6 \end{aligned}} \right\} (5)$$

25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 83% இனர் அளவில் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருப்பினும் அதன் இலகுதன்மை 24% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது.

இதற்குக் காரணமாக அமைவது அதிகளவான பரீட்சார்த்திகள் ஈருறுப்பு விரியில் பொது உறுப்பை சரியாக எழுதி $n - 10$ இன் பெருக்கத்தைக் கண்டிருப்பினும் ${}^nC_5 3^{n-5} \times 32 < 100$ என்ற சமனிலியின் தீர்ப்பதில் சிக்கல் ஏற்பட்டிருந்தது. இவ்வாறான சமனிலிகளைச் சரியாக தீர்க்கும் முறை தொடர்பாக மாணவர்கள் கவனஞ் செலுத்த வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 5

5. $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்குப் பேறு $\lim_{y \rightarrow a} \frac{y^n - a^n}{y - a} = na^{n-1}$ ஐப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \sqrt{2})^4 - 4}{\sin 4x} = 2\sqrt{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

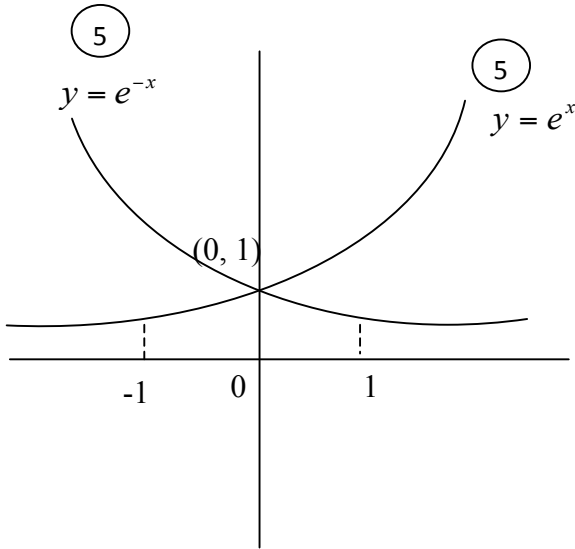
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \sqrt{2})^4 - 4}{\sin 4x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(x + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{2})^4}{(x + \sqrt{2} - \sqrt{2})} \cdot \frac{1}{4 \frac{\sin 4x}{4x}} \right] \\ &= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{2})^4}{(x + \sqrt{2} - \sqrt{2})} \cdot \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (\sqrt{2})^3 \cdot \frac{1}{1} \quad (\text{தரப்பட்ட முடிவைப் பயன்படுத்தி}) \\ &= (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினாவிற்காக பரீட்சார்த்திகளுள் 86% இனர் விடை எழுதி இருந்ததுடன் இலகுச்சுட்டி 28% ஆகும். தரப்பட்டுள்ள பெறுபேற்றைப் பயன்படுத்தி விடை அளிக்கும் வசதியாய் இருப்பினும் அதிகளவினர் அந்த பெறுபேற்றை பயன்படுத்தி இருக்கவில்லை. எல்லை தொடர்பான தேற்றங்களைச் சரியாகப் பயன்படுத்துவது பின்தங்கிய மட்டத்தில் காணப்பட்டது.

6. $y=e^x, y=e^{-x}$ ஆகிய இரு வளையிகளையும் ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக. x -அச்சினாலும் வீச்சு $-1 \leq x \leq 0$ இல் வளையி $y=e^x$ இனாலும் வீச்சு $0 \leq x \leq 1$ இல் வளையி $y=e^{-x}$ இனாலும் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $2\left(1-\frac{1}{e}\right)$ எனக் காட்டுக.



$$A = \int_{-1}^0 e^x dx + \int_0^1 e^{-x} dx \quad (5)$$

$$= [e^x]_{-1}^0 + [-e^{-x}]_0^1 \quad (5)$$

$$= 1 - e^{-1} - e^{-1} + 1$$

$$= 2 - 2e^{-1}$$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{e}\right) \quad (5)$$

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளில் 78% இனர் விடையளித்துள்ள இந்த வினாவின் இலகுதன்மை 24% மட்டத்தில் காணப்பட்டது. அணுகு சார்பின் வரைபு தொடர்பான தெளிவு மிகவும் பின்தங்கிய நிலையில் காணப்படுகின்றது. அதனால் இந்த வினாவிற்கு பரீட்சார்த்திகள் திருப்பதிகரமாக விடையளிக்கவில்லை.

வினா இலக்கம் 7

7. ஒரு மெய்ப் பரமானம் θ வின் சார்பில் xy -தளத்தில் உள்ள ஒரு வளையி C ஆனது $x = 2 + \cos 2\theta$, $y = 4 \sin \theta$ என்னும் சமன்பாடுகளினால் தரப்படுகின்றது. பெறுதி $\frac{dy}{dx}$ ஐ θ வின் சார்பிற் கண்டு, $\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆகவுள்ள புள்ளியில் வளையி C யிற்கு வரையப்பட்டுள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $x - \sqrt{2}y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

வளையி C யின் பரமானச் சமன்பாடுகள், $x = 2 + \cos 2\theta$, $y = 4 \sin \theta$.

$$\frac{dx}{d\theta} = -2 \sin 2\theta, \quad \frac{dy}{d\theta} = 4 \cos \theta \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4 \cos \theta}{-2 \sin \theta \cos \theta} = -\frac{1}{\sin \theta} \quad (5)$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad \text{ஆக} \quad \frac{dy}{dx} = -\sqrt{2} \quad \text{செவ்வனின் படித்திறன்} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$(5) (2, 2\sqrt{2}) \quad \text{இல் செவ்வனின் சமன்பாடு}$$

$$y - 2\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 2) \quad (5)$$

$$\sqrt{2}y - 4 = x - 2 \Rightarrow x - \sqrt{2}y + 2 = 0.$$

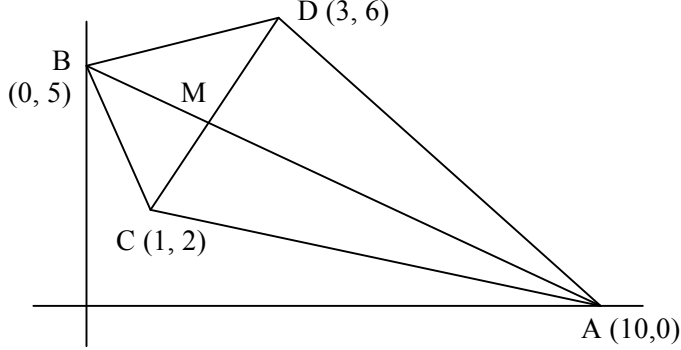
25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளில் 90% இனர் விடையளித்துள்ள இந்த வினாவின் இலகுதன்மை 53% ஆகும். பரமான வடிவில் உள்ள சார்பை வகையிடல், சங்கிலி விதியைப் பயன்படுத்தல் பரமானத்திற்கான மாதிரி புள்ளியைப் பெற்றுக்கொள்ளல் மிகவும் பின்தங்கிய மட்டத்தில் காணப்படுவதனால் பரீட்சார்த்திகளுக்குப் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது.

வினா இலக்கம் 8

8. $A(10,0)$, $B(0,5)$ என்னும் புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு $C(1,2)$, $D(3,6)$ என்னும் புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டம் CD யின் செங்குத்து இருகூறாக்கியெனக் காட்டுக.
அதோடு நாற்பக்கல் $ACBD$ யின் பரப்பளவு 25 சதுர அலகுகள் எனவும் காட்டுக.



CD இன் நடுப்புள்ளி $(2, 4)$. நேர்கோடு AB யின் சமன்பாடு : $\frac{y-5}{x-0} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x + 2y - 10 = 0$ (5)

$(2, 4)$; $x + 2y - 10 = 0$ ஐ திருப்தி செய்கிறது. ($\because 2 + 2 \cdot 4 - 10 = 0$.) (5)

மேலும் CD இன் படித்திறன் $= \frac{6-2}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$. AB இற்குச் செங்குத்தாகும் (5)

$$ACBD \text{ யின் பரப்பு} = \frac{1}{2} AB(MD + MC) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \sqrt{100 + 25} \sqrt{2^2 + 4^2} = 25$$

(5) 25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளில் 90% இனர் இந்த வினாவிற்கு விடையளித்து இருப்பினும் இலகுதன்மை 38% ஆகும். இந்தப் பிரசினத்தில் CD யின் நடுப்புள்ளியின் ஆள்கூற்றைச் சரியாகக் காணவில்லை. அவ்வாறே AB யிற்கு செங்குத்து இருகூறாக்கி CD என்பதைக் காட்டாமை போன்றவற்றால் மிகக் குறைந்த இலகுச்சட்டியை பெறுவதற்கு காரணமாக இருக்க முடியும்.

வினா இலக்கம் 9

9. உற்பத்தி O வினாடாகவும் கோடு $y = 1$ ஆனது வட்டம் $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ஐ இடைவெட்டும் இரு புள்ளிகளினாடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் மையத்தையும் ஆரையையும் காண்க.

வட்டம் $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 + \lambda(y - 1) = 0$, இங்கு λ பரமானமாகும் (5)

உற்பத்தி O இனாடு செல்கிறது $\Rightarrow 1 - \lambda = 0, \lambda = 1$. (5)

தேவையான வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$ (5)

$$(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

மையம் $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, ஆரை $= \frac{\sqrt{5}}{2}$

(5) (5)

25

9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளில் 83% இனர் விடையளித்திருந்த இவ்வினாவின் இலகுதன்மை 30% ஆகும். $S + \lambda u = 0$ என்பதை பயன்படுத்தி விடையைப் பெற்றுக்கொள்வது இலகுவாயினும் இந்த முறையைப் பயன்படுத்தாது வட்டத்தினதும் நேர்கோட்டினதும் சமன்பாடுகளை தீர்த்து பிரசினத்தை தீர்த்து இடைவெட்டும் புள்ளியினது ஆள்கூறாக் கொண்டு விடையைப் பெறுவதற்கு சிக்கலாக விடை எழுதி பிரசினத்தை சிக்கலடையச் செய்துள்ளார்.

10. $\sin \alpha + \sin \beta = 1$ எனவும் $\cos \alpha + \cos \beta = \sqrt{3}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு α, β ஆகியன கூர்ங் கோணங்கள் ஆகும். $\alpha + \beta$ வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

α, β ஆகிய இரண்டும் கூர்ங்கோணங்கள்

$$\sin \alpha + \sin \beta = 1, \quad 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) = 1 \quad (5)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \sqrt{3}, \quad 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) = \sqrt{3} \quad (5)$$

$$\text{பிரித்தலால்; } \tan \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad (5) \quad \because 0 < \frac{\alpha + \beta}{2} < \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{3}. \quad (5)$$

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 87% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 26% ஆகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக அளவினர் பிரசினத்திற்குரிய முதல் 15 புள்ளிகளையும் பெற்றிருப்பினும் α, β என்பன கூர்ங்கோணம் எனவும் தரப்பட்ட தகவல்களைப் பயன்படுத்தாது எஞ்சிய 10 புள்ளிகளை பெறுவதில் சிக்கலை எதிர்நோக்கி இருந்தனர்.

10 - இணைந்தகணிதம் I - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

11. (a) x இன் படி 4 ஆகவுள்ள $F(x), G(x), H(x)$ என்னும் பல்லுறுப்பிகள் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன.

$$F(x) = (x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1); \text{ இங்கு } \alpha, \beta \text{ ஆகியன மெய்யம் மாறிலிகள்,}$$

$$G(x) = 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6,$$

$$H(x) = x^4 + x^2 + 1.$$

(i) $F(x) = 0, G(x) = 0$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின், α, β ஆகியவற்றை அதன் மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $6x^2 - 35x + 50 = 0$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $G(x) = 0$ இன் எல்லா மூலங்களையும் காண்க.

(ii) $F(x) = H(x)$ எனின், α, β ஆகியவற்றுக்கு இருக்கத்தக்க பெறுமானங்களைக் கண்டு, சமன்பாடு $H(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை அல்ல எனக் காட்டுக.

(b) (i) $f(x) = 2x^4 + \gamma x^3 + \delta x + 1$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு γ, δ ஆகியன மெய்யம் மாறிலிகள். $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$, $f(-2) = 21$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின், $f(x)$ இன் இரு மெய் ஏகபரிமாணக் காரணிகளையும் காண்க.

(ii) எல்லா மெய் x இற்கும் சமன்பாடு $(x^2 + x + 1)P(x) + (x^2 - 1)Q(x) = 3x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் $P(x), Q(x)$ என்னும் இரு ஏகபரிமாணக் கோவைகளையும் காண்க.

$$(a) \quad F(x) = (x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1)$$

$$= x^4 - (\alpha + \beta)x^3 + (2 + \alpha\beta)x^2 - (\alpha + \beta)x + 1 \quad (5)$$

(i) $F(x) = 0, G(x) = 0$ ஒரே மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின்

$$6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 6[x^4 - (\alpha + \beta)x^3 + (2 + \alpha\beta)x^2 - (\alpha + \beta)x + 1] \quad (5)$$

குணகங்களைச் சமப்படுத்த:

$$\alpha + \beta = \frac{35}{6} \quad (5)$$

$$2 + \alpha\beta = \frac{62}{6}$$

$$\alpha\beta = \frac{62}{6} - 2 = \frac{50}{6} \quad (5)$$

α & β வை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{35}{6}x + \frac{50}{6} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 35x + 50 = 0 \quad (25)$$

$6x^2 - 35x + 50 = 0$ ஐக் கருதின்

$$\Rightarrow (3x - 10)(2x - 5) = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow x = 10/3 \text{ அல்லது } x = 5/2$$

$$\alpha = 10/3 \text{ \& } \beta = 5/2 \text{ என எடுக்க}$$

$G(x) = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $F(x) = 0$ ஆல் கொடுக்கப்படும்

$$\Leftrightarrow \left(x^2 - \frac{10}{3}x + 1\right)\left(x^2 - \frac{5}{2}x + 1\right) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 10x + 3)(2x^2 - 5x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(3x - 1)(x - 2)(2x - 1) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x = 2, \frac{1}{2}, 3 \text{ or } \frac{1}{3}$$

5

5

35

(ii) $H(x) \equiv F(x)$ எனின்

$$x^4 + x^2 + 1 = x^4 - (\alpha + \beta)x^3 + (2 + \alpha\beta)x^2 - (\alpha + \beta)x + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 0 & (5) \\ 2 + \alpha\beta = 1 \Rightarrow \alpha\beta = -1 & (5) \end{cases} \quad [*]$$

$$[*] \Rightarrow \alpha(-\alpha) = -1$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \pm 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ஆகவே } \beta = \mp 1 \end{array} \right\} (5)$$

Aliter

$\therefore \alpha, \beta; x^2 - 1 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

$$\Rightarrow x = \pm 1 \quad (5)$$

$\alpha = 1, \beta = -1$ என எடுக்க.

$$H(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow F(x) = 0 \Rightarrow (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0 \text{ அல்லது } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) < 0; \quad \Delta' = 1 - 4(1)(1) < 0 \quad (5)$$

(b)

$$(i) f(x) = 2x^4 + \gamma x^3 + \delta x + 1$$

$$f(-1/2) = 0 \text{ ஆதலால்}$$

$$2\left(\frac{1}{16}\right) + \gamma\left(-\frac{1}{8}\right) + \delta\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \gamma - 4\delta + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \gamma + 4\delta = 9 \text{ ————— (1) } \textcircled{5}$$

$$f(-2) = 21 \text{ ஆதலால்,}$$

$$2(16) + \gamma(-8) + \delta(-2) + 1 = 21$$

$$\Rightarrow 8\gamma + 2\delta = 12$$

$$\Rightarrow 4\gamma + \delta = 6 \text{ ————— (2) } \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5}$$

$$\textcircled{5}$$

$$(1), (2) \text{ இனால், } 15\gamma = 15 \Rightarrow \gamma = 1 \text{ \& } \delta = 2$$

$$\therefore f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x + 1$$

$$= (x^3 + 1)(2x + 1), \because f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$$

$$= (x + 1)(x^2 - x + 1)(2x + 1)$$

ஆகவே $f(x)$ இன் இரண்டு மெய்யான ஏகபரிமாணக் காரணிகளாவன;

$$x \textcircled{5} + 1 \text{ \& } 2x + 1 \textcircled{5}$$

30

$$(ii) (x^2 + x + 1)P(x) + (x^2 - 1)Q(x) = 3x$$

$$P(x) = ax + b \text{ \& } Q(x) = cx + d \text{ என்க}$$

$$\text{ஏனின் } (x^2 + x + 1)(ax + b) + (x^2 - 1)(cx + d) = 3x \textcircled{5}$$

குணகங்களைச் சமப்படுத்த,

$$a + c = 0 \text{ ————— (i) } \textcircled{5}$$

$$b + a + d = 0 \text{ ————— (ii) } \textcircled{5}$$

$$\text{————— (iii) } \textcircled{5}$$

$$b + a - c = 3$$

$$b - d = 0 \text{ ————— (iv) } \textcircled{5}$$

$$(i) + (iii) \Rightarrow 2a + b = 3 \text{ ————— (v)}$$

$$(ii) + (iv) \Rightarrow 2b + a = 0 \text{ ————— (vi)}$$

$$(v) \ \& \ (vi) \Rightarrow , \ a = 2 , \ b = -1$$

$$(i) \Rightarrow , \ c = -2 , \ \text{மேலும்} \ (iv) \Rightarrow \ d = -1$$

$$\therefore P(x) = 2x - 1 \text{ , } Q(x) = -2x - 1$$

35

Aliter:

$$(ii) \ (x^2 + x + 1)P(x) + (x^2 - 1)Q(x) = 3x$$

$$P(x) = ax + b , \ Q(x) = cx + d \text{ என்க}$$

$$\text{எனின் } (x^2 + x + 1)(ax + b) + (x^2 - 1)(cx + d) = 3x$$

$$x = 1 : 3(a + b) = 3 \Rightarrow a + b = 1 \textcircled{5}$$

$$x = -1 : -a + b = -3 \textcircled{5}$$

$$\Rightarrow a = 2 , \ b = -1$$

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1)(2x - 1) + (x^2 - 1)(cx + d) = 3x$$

$$x = 0 : -1 - d = 0 \Rightarrow d = -1 \textcircled{5}$$

$$x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} - 1\right)\left(-\frac{c}{2} - 1\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow c = -2 \textcircled{5}$$

$$P(x) = 2x - 1 \quad Q(x) = -2x - 1$$

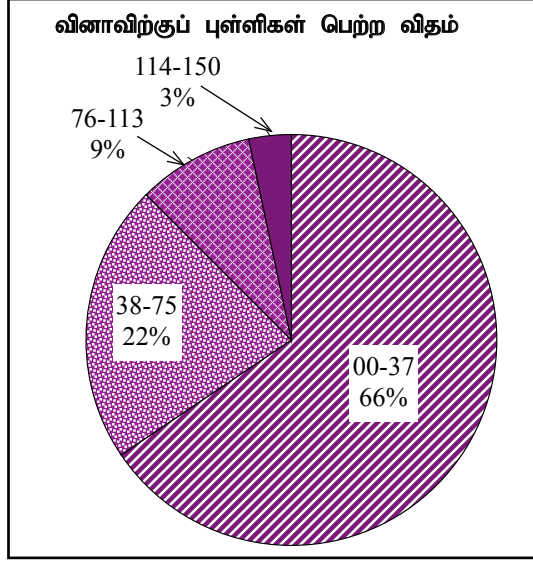
$\textcircled{5}$

$\textcircled{5}$

35

35

11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 69% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 42% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

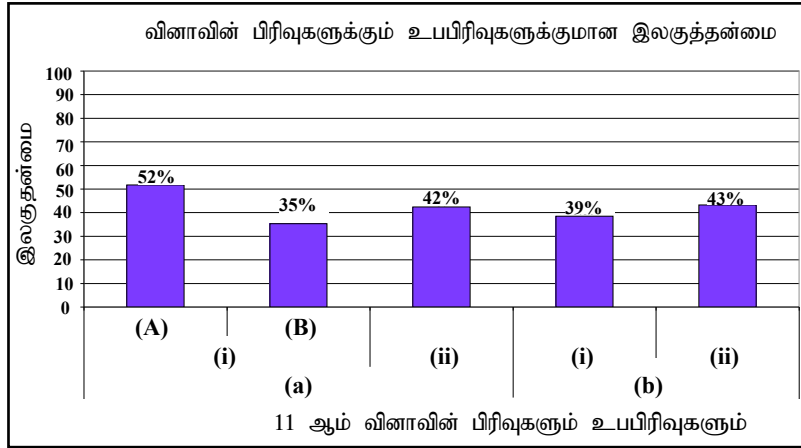
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 66% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 22% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 9% இனரும்

114 - 150 என்ற ஆயிடைமையில் 3% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 5 உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு சகல உபபிரிவுகளுக்கும் இலகுத்தன்மை 35% இனைத் தாண்டியுள்ளது. அவற்றுள் ஒரு பகுதிக்கு மட்டும் இலகுத்தன்மை 50% இனை விட அதிகரித்துள்ளது.

(b) பகுதிகளின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைந்த வினா 11 ஆவது வினாவாகும். எல்லா உபபிரிவுகளினதும் இலகுத்தன்மை 35% - 52% இற்கு இடையில் உள்ளது.

(a) 4 ஆவது அடுக்கு சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறை பாடத்திட்டத்தில் இல்லாதபோதும் அந்தப் பகுதியிலே 4 அடுக்கு சமன்பாடொன்றை $(x^2 - ax + 1)(x^2 - \beta x + 1) = 0$ என்ற வடிவில் எழுத முடிந்தால் அதனைத் தீர்க்கும் முறையை முன்வைப்பர். இந்தப் பகுதி மாணவர்களின் கணிதஞ்சார் தீர்க்கும் முறையை அளவிடும் பகுதியாகும். அதிகமான மாணவர்கள் இயந்திர தன்மையில் காணப்படுவதனால் பகுதி B யில் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைந்தது 11 ஆவது வினா ஆவதற்கு உதவியுள்ளதாக எண்ண முடியும்.

(b) (i) ஆவது பகுதிக்காக காரணித் தேற்றம் மற்றும் மீதித் தேற்றங்களை சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் γ, δ என்ற மாறிலிகளை கண்டுபிடிப்பதற்கு சிரமம் ஏற்பட்டிருந்தது. அதனால் பிரசினத்திற்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாது இருந்தது.

(ii) ஆவது பகுதிக்காக $P(x)$, $Q(x)$ என்பவற்றை உரியவாறு தெரிவு செய்யவில்லை. ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதன் பின்னடைவு காரணமாக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது. மாணவர்களினுள் அடிப்படை அட்சர கணித எண்ணக்கருக்களை அதிகரிப்பதற்கும் தரப்பட்ட அறிவுறுத்தல்களை வாசித்து வினாவை சரியாக விளங்கிக் கொள்வதற்கும் ஏற்றவகையில் அவர்களுக்கு எளிய பயிற்சிகளை தொடர்ந்து செய்விக்க வேண்டும்.

12. (a) திறமைக் காட்சிப் போட்டி ஒன்றில் நடுவர்களாகப் பணியாற்றுவதற்கு நான்கு உறுப்பினர்களைக் கொண்ட குழாம் ஒன்றை அமைக்க வேண்டியுள்ளது. மூன்று விளையாட்டு வீராங்கனைகள், இரண்டு ஆண் விளையாட்டு வீரர்கள், ஆறு பாடகிகள், ஐந்து ஆண் பாடகர்கள், இரண்டு நடுகைகள், நான்கு ஆண் நடிகர்கள் ஆகியோரைக் கொண்ட ஒரு குழுவிலிருந்து இக்குழாம் தெரிந்தெடுக்கப்பட வேண்டும். நடுவர் தலைவர் ஒரு விளையாட்டு வீரனாக அல்லது ஒரு விளையாட்டு வீராங்கனையாக இருத்தல் வேண்டும். ஆண் விளையாட்டு வீரர்களும் விளையாட்டு வீராங்கனைகளும் தவிரக் குழுவிலிருந்து குழாத்தின் ஏனைய மூன்று உறுப்பினர்கள் தெரிந்தெடுக்கப்பட வேண்டும். பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் குழாம் ஆக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க:

- (i) குழாத்தில் குறைந்தபட்சம் ஒரு பாடகியும் ஓர் ஆண் பாடகரும் இடம்பெற வேண்டுமெனின்,
- (ii) குழாத்தில் நடுவர் தலைவர் உட்பட இரு ஆண்களும் இரு பெண்களும் இடம்பெற வேண்டுமெனின்,
- (iii) நடுவர் தலைவர் ஒரு விளையாட்டு வீராங்கனையாக இருக்க வேண்டுமெனின்.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $A(r+5)^2 - B(r+1)^2 = r + C$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, ஒரு முடிவில் தொடரின் r ஆவது உறுப்பு $U_r = \frac{8}{(r+1)^2(r+3)(r+5)^2}$ ஐ $f(r) - f(r+2)$ என எடுத்துரைக்கலாமெனக் காட்டுக; இங்கு $f(r)$ ஆனது துணியப்பட வேண்டிய ஒரு சார்பாகும்.

தொடர் $\sum_{r=1}^n U_r$ இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டு, தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஆனது கூட்டுத்தொகை $\frac{1}{8^2} + \frac{1}{15^2}$ ஆக ஒருங்குகின்றது என்பதை உய்த்தறிக.

(a)

	ஆண் விளையாட்டு வீரர்	விளையாட்டு வீராங்கனைகள்	ஆண் பாடகர்கள்	பாடகிகள்	ஆண் நடிகர்கள்	நடுகைகள்
	2	3	5	6	4	2
குழாம்:	தலைவர்		மற்றைய மூவர்கள்			

(i) 1 தலைவர் + 1 பெபா + 1 ஆபா + 1 வேறு $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_1 \times {}^5C_1 \times {}^1C_1$
 1 தலைவர் + 2 பெபா + 1 ஆபா $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_2 \times {}^5C_1$
 1 தலைவர் + 1 பெபா + 2 ஆபா $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_2 \times {}^5C_2$

$\left. \begin{matrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{matrix} \right\} 5$
 $= 900 + 375 + 300 = 1575$
5
25

(ii) பெண் தலைவர் + 1 பெண் + 2 ஆண்கள் $\Rightarrow {}^3C_1 \times {}^8C_1 \times {}^9C_2$
 ஆண் தலைவர் + 2 பெண்கள் + 1 ஆண் $\Rightarrow {}^2C_1 \times {}^8C_2 \times {}^9C_1$

$\left. \begin{matrix} 5 \\ 5 \end{matrix} \right\} 5$
 $= 864 + 504 = 1368$
5
30

(iii) விளையாட்டு வீராங்கனை தலைவராக + வேறு யாராவது மூவர் $\Rightarrow {}^3C_1 \times {}^{17}C_3$

$= 2040$
5
5
5
15

(b)

$$A(r+5)^2 - B(r+1)^2 \equiv r + C$$

$$A(r^2 + 10r + 25) - B(r^2 + 2r + 1) \equiv r + C$$

குணகங்களைச் சமப்படுத்த;

$$r^2 : A - B = 0 \quad (5)$$

$$r : 10A - 2B = 1 \quad (5)$$

$$r^0 : 25A - B = C \quad (5)$$

$$(5) \quad A = B = \frac{1}{8}, \quad C = 24A = 3 \quad (5) \quad \text{எனவே} \quad (r+5)^2 - (r+1)^2 \equiv 8(r+3)$$

25

U_r ஐக் கருதின்

$$U_r = \frac{8(r+3)}{(r+1)^2(r+3)^2(r+5)^2} = \frac{(r+5)^2 - (r+1)^2}{(r+1)^2(r+3)^2(r+5)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{(r+1)^2(r+3)^2} - \frac{1}{(r+3)^2(r+5)^2}$$

$$= f(r) - f(r+2) \quad \text{இங்கு} \quad f(r) = \frac{1}{(r+1)^2(r+3)^2} \quad (5)$$

15

$$U_r = f(r) - f(r+2)$$

$$U_1 = f(1) - f(3)$$

$$U_2 = f(2) - f(4)$$

$$U_3 = f(3) - f(5)$$

(10)

$$U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$$

$$U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$$

$$U_n = f(n) - f(n+2)$$

(10)

$$\sum_{r=1}^n U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2) \quad (5)$$

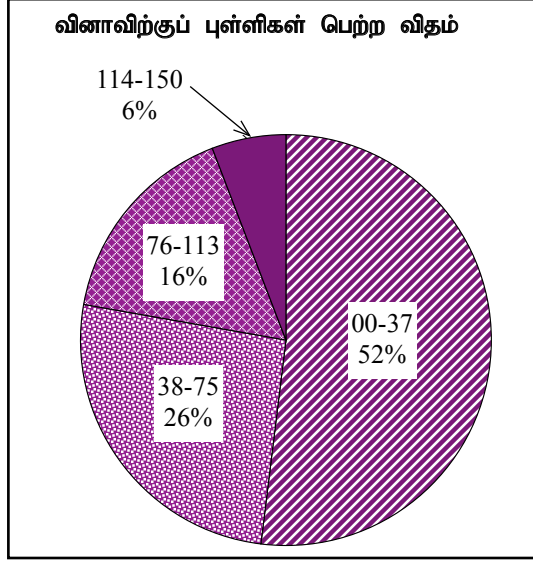
$$= \frac{1}{2^2 4^2} + \frac{1}{3^2 5^2} - \frac{1}{(n+2)^2 (n+4)^2} - \frac{1}{(n+3)^2 (n+5)^2}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{15^2}, \quad \text{ஏனெனில் } n \rightarrow \infty \text{ ஆக இறுதி இரண்டு உறுப்புக்களும் பூச்சியத்தை அணுகும்}$$

(5)

40

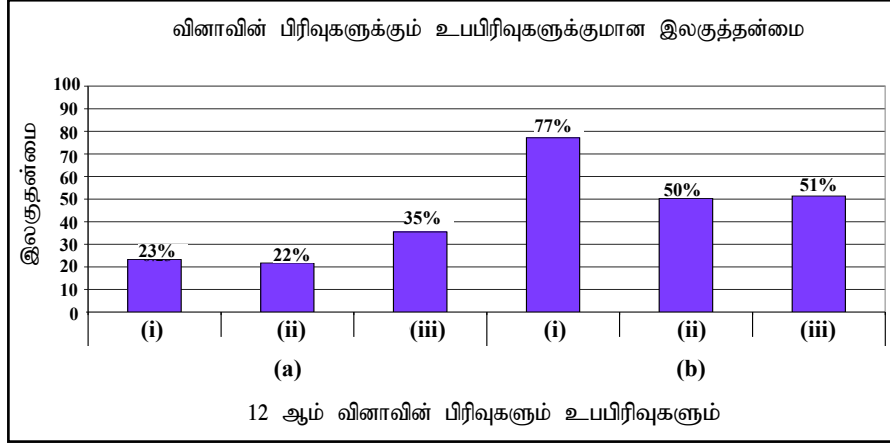
12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 83% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 45% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 52% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 26% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 16% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 6% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு ஆறு உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு பகுதி (a) யை விட பகுதி (b) இன் இலகுத்தன்மை அதிகரித்திருந்தது. பகுதி (b) (i) இன் கீழுள்ள உபபிரிவு அதி கூடிய இலகுத்தன்மையாக 77% ஆக இருந்ததுடன் (a) (i), (ii) மிகக் குறைந்த இலகுத்தன்மைகளாக 21%, 22% பெறப்பட்டுள்ளது. மொத்த இலகுதன்மை 45% ஆகும்.

இந்த வினாவிற்கு விடையளிப்பது தொடர்பாக கருதும் போது (a) பகுதியை விட பொறியியலாக விடை எழுத முடியுமான (b) பகுதிக்கு கூடுதலான புள்ளிகளை பெறுவதற்கு சார்பாக அமைந்துள்ளமை தெளிவாகிறது.

பகுதி (a) யில் அதிகளவிலான தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளமையினால் அந்தத் தரவுகளைச் சரியாக கோர்த்துக் கொள்ளவில்லை. அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் ஒழுங்குபடுத்தல் மற்றும் தெரிவு செய்வதில் குழம்பி உள்ளனர். இதன் இலகுதன்மை 25% ஆகும்.

(b) பகுதியில்

(i) A, B, C என்ற மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்பதைச் சரியாகச் செய்துள்ளனர்.

(ii) $f(r)$ இணைத் தெரிவு செய்வதில் பின்தங்கிய மட்டத்தில் இருந்தமையினால் சில பரீட்சார்த்திகள் புள்ளியைப் பெறுவதில் சிரமப்பட்டிருந்தனர். இதன் இலகுதன்மை 61% ஆகும்.

வினா இலக்கம் 13

13. (a) **A, B, C** ஆகிய மூன்று தாயங்களும்

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ ஆகியவற்றினால் தரப்படுகின்றன.}$$

(i) $\mathbf{AC} = \mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக. அத்துடன் பெருக்கம் $\mathbf{CA}$ யையும் காண்க.

(ii) $\mathbf{BC} = \mathbf{I}_2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக a, b, c, d ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(iii) $(\lambda \mathbf{A} + \mu \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{I}_2$ எனின், λ வையும் μ வையும் தொடர்புபடுத்தும் ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறுக.

தாயம் $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$ ஐ $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைத்து, **இதிலிருந்து**, பெருக்கம் $\mathbf{DC}$ யைக் காண்க.

(b) ஒரு சிக்கலெண் z ஆனது $z = \cos \theta + i \sin \theta$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $\theta (-\pi < \theta \leq \pi)$ ஆனது ஒரு மெய்ப் பரமானம் ஆகும். ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளியின் ஒழுக்கு C யைக் காண்க.

$\cos \theta, \sin \theta$ ஆகியவற்றுக்கான கோவைகளை $z, \frac{1}{z}$ ஆகியவற்றின் சார்பிற் பெறுக.

$w = \frac{2z}{z^2 + 1}, t = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு z ஆனது $z \neq \pm i$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக C மீது உள்ளது.

(i) $\text{Im}(w) = 0$ எனவும் $\text{Re}(t) = 0$ எனவும் காட்டுக. **இதிலிருந்து**, அல்லது வேறு விதமாக, $w^2 + t^2 = 1$ என மேலும் காட்டுக.

(ii) சமன்பாடு $w = 2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐக் காண்க.

(iii) சமன்பாடு $t = i$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐக் காண்க.

(a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

i) $\mathbf{AC} = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}_2$

$\mathbf{CA} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10

ii)

$\mathbf{BC} = \begin{pmatrix} 3a + 2b & 4a + 3b \\ 3c + 2d & 4c + 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1 ஆவது வரிசை

$\begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ 4a + 3b = 0 \end{cases}$

$3a + 2\left(\frac{-4a}{3}\right) = 1$

$a = 3, b = -4$

2 ஆவது வரிசை

$\begin{cases} 3c + 2d = 0 \\ 4c + 3d = 1 \end{cases}$

$4c + 3\left(\frac{-3c}{2}\right) = 1$

$c = -2, d = 3$

$\therefore \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

35

$$\text{iii)} \quad (\lambda A + \mu B)C = \lambda AC + \mu BC = (\lambda + \mu)I_2 = I_2$$

$$\Rightarrow (\lambda + \mu - 1)I_2 = 0 \Rightarrow \lambda + \mu = 1$$

10

$$D = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1 ஆவது நிரல்

$$\alpha = -1$$

3 ஆவது நிரல்

$$\beta = 2$$

15

$$\text{ஆதலால், } D = 2A - B \text{ ன் } DC = (2A - B)C = 2AC - BC = 2I_2 - I_2 = I_2$$

10

$$(b) \quad z = \cos \theta + i \sin \theta, \quad (-\pi < \theta \leq \pi)$$

$$|z| = \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = 1;$$

z என்பதை வகைக் குறிக்கும் புள்ளியின் ஆரை 1 உம் மையம் O ஐயும் உடைய வட்டத்தின் மீது அமைந்திருக்கும்

$$\bar{z} = \cos \theta - i \sin \theta = \frac{1}{z}$$

$$z + \bar{z} = 2\cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

$$z - \bar{z} = 2i \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right)$$

25

$$i) \quad w = \frac{2z}{z^2 + 1} = \frac{2}{z + \frac{1}{z}} = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta \therefore \text{Im}(w) = 0$$

$$t = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} = \frac{z - \frac{1}{z}}{z + \frac{1}{z}} = \frac{i \sin \theta}{\cos \theta} = i \tan \theta; \therefore \text{Re}(t) = 0$$

10

$$w^2 + t^2 = \sec^2 \theta + (i \tan \theta)^2 = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

05

$$ii) \quad w = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = 2 \quad \text{or} \quad \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{தரப்பட்ட வீச்சினுள் } \theta = \pm \frac{\pi}{3} \quad z = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad z = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

15

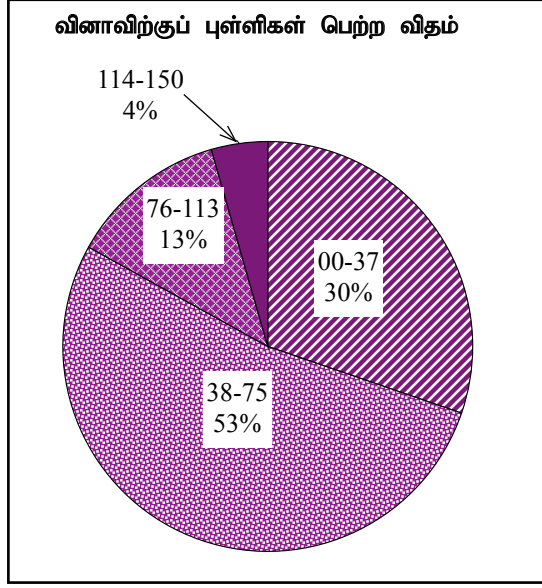
$$iii) \quad t = i \Rightarrow i \tan \theta = i \Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\text{தரப்பட்ட வீச்சினுள் } \theta = \pi/4 \text{ OR } \theta = (-3\pi)/4$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}, \quad z = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right)$$

15

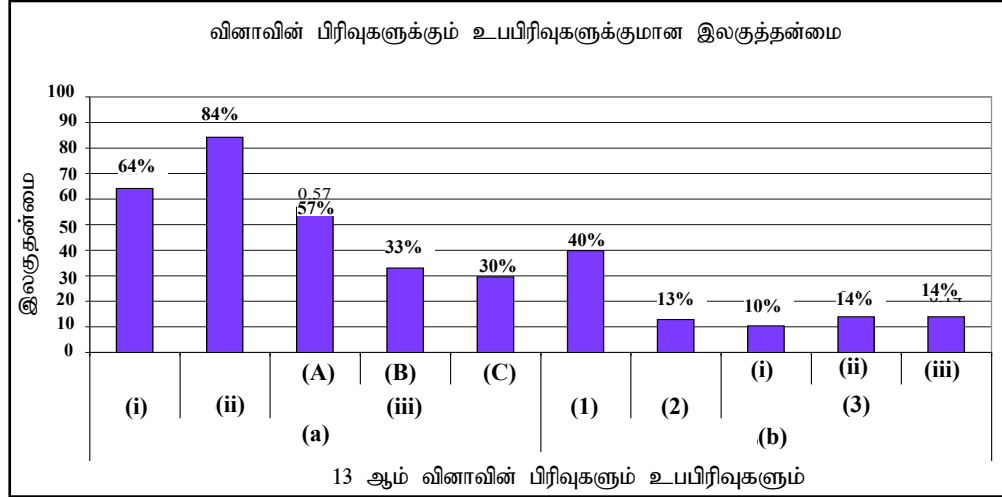
13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 76% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 50% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 30% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 53% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 13% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 4% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு 10 உபபிரிவுகள் உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (a) யின் (ii) ஆவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 84% ஆகும். பகுதி (b) இன் (i) ஆவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 10% ஆகும்.

இந்த வினா ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a) இல் தாயமும் பகுதி (b) இல் சிக்கல் எண்களையும் அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளன. பகுதி (b) யானது கடந்த முறைகளை விட இலகுவான வினாவாக இருப்பினும் பரீட்சார்த்திகள் விடை எழுதியிருந்த முறை திருப்பதிரமானதாக இல்லை.

பகுதி (a) யிற்கு விடையளித்திருந்தது ஓரளவு திருப்திகரமானதாகும். இந்தப் பகுதியின் இலகுதன்மை 30% இற்கும் 84% இற்கும் இடையில் காணப்படுகின்றது. சுருக்குவதின் பின்னடைவு காரணமாக அதிகமான பரீட்சார்த்திகள் (iii) ஆவது உபபகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை. இந்தப் பகுதியின் மொத்த இலகுதன்மை 65% ஆகும்.

(b) பகுதியிலே முதல் உபபகுதி மட்டும் ஓரளவு திருப்திகரமாக இருந்தது. அதன் இலகுதன்மை 40% ஆகும். எனினும் எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை சிக்கல் எண்கள் தொடர்பாக சரியான விளக்கம் பெறும் பயிற்சிகளில் தொடர்ந்து ஈடுபடுவதால் கிடைக்கும் பழக்கம் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளிடம் இல்லாது இருப்பது தெரிகிறது. பாட உள்ளடக்கத்திலே 13 ஆவது தரத்தின் இறுதித் தவணையிலே இந்த விடயப் பகுதி முன்வைக்கப்பட்டுள்ளன. அதிக எண்ணிக்கையிலான மாணவர்களுக்கு இந்த விடயப்பகுதி கைவிடப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு வருடமும் இந்த பாட உள்ளடக்கத்தின் பகுதியில் கிடைக்கும் வினாவிற்கு தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் என்பது மாணவர்களின் விடைகளில் இருந்து தெரிகிறது. சிக்கலான வினாவின் பகுதியான (B) (b) இன் இலகுதன்மை 20% இற்குக் குறைவு என்பது தெரிகிறது. எண்கள் தொடர்பான அறிவு மாணவர்களிடம் குறைவானது என்பதனால் இலகுத்தன்மை 18% ஆகும்.

சிக்கல் எண்ணொன்று முக்கோண வடிவ முறையில் கூறுவதற்கு முக்கியமான விபரம் தொடர்பான தெளிவு அதிகரிக்குமாறு சிக்கல் எண்களின் மற்றும் அட்சர கணித கூற்றை சுருக்குவதில் பாரம்பரிய முறைக்கு செல்லாது சிக்கலெண்களின் அட்சரகணித பெருக்கங்களைப் பயன்படுத்தி சுருக்குவதை அதிகரிப்பதற்கு தேவையானவாறு பயிற்சிகளை மாணவர்களுக்கு ஏற்படுத்த வேண்டும்.

14. (a) $x \neq 0$ இற்கு $y = x \sin \frac{1}{x}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $x \frac{dy}{dx} = y - \cos \frac{1}{x},$

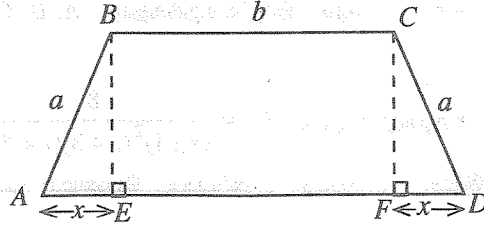
(ii) $x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

எனக் காட்டுக.

(b) $x \neq 1$ இற்கு $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{(x-1)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் முதற் பெறுதியையும் திரும்பற் புள்ளியையும் காண்க. திரும்பற் புள்ளியையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(c) தரப்பட்டுள்ள உருவில் $ABCD$ ஆனது BC, AD ஆகியன அதன் சமாந்தரப் பக்கங்களாக உள்ள ஒரு சரிவகமாகும். சென்ரிமீற்றரில் அளக்கப்படும் அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள் $AB = CD = a, BC = b, AD = b + 2x$ ஆகியவற்றினால் தரப்பட்டுள்ளன; இங்கு $0 < x < a$ ஆகும். BE, CF ஆகியன முறையே B, C ஆகிய உச்சிகளிலிருந்து பக்கம் AD யிற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துகளாகும்.



சரிவகம் $ABCD$ யின் பரப்பளவு $S(x)$ ஆனது $S(x) = (b+x)\sqrt{a^2 - x^2}$ இனால் சதூர சென்ரிமீற்றரில் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$a = \sqrt{6}, b = 4$ எனின், x இன் ஒரு குறித்த பெறுமானத்திற்கு $S(x)$ உயர்ந்தபட்சமென மேலும் காட்டி, இன் இப்பெறுமானத்தையும் சரிவகத்தின் உயர்ந்தபட்சப் பரப்பளவையும் காண்க.

(a) $y = x \cdot \sin(1/x), x \neq 0$

(i) $\frac{dy}{dx} = \sin(1/x) + x \left(\frac{-1}{x^2} \right) \cos(1/x)$ (5)

x ஆல் பெருக்க

(5)

$\Rightarrow x \frac{dy}{dx} = y - \cos(1/x)$

10

(ii) x குறித்து வகையிடுவதுடன் $\sin(1/x) = y/x$ ஐப் பயன்படுத்த :

$x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} + \sin(1/x) \cdot \left(\frac{-1}{x^2} \right)$

(10)

x^3 ஆல் பெருக்க $\Rightarrow x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

(5)

15

(b) $f(x) = \frac{2x^2+1}{(x-1)^2}$, $x \neq 1$

$f'(x) = \frac{(x-1)^2 \cdot 4x - (2x^2+1) \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4}$

10

$= \frac{(x-1)4x - 2(2x^2+1)}{(x-1)^3}$

$= \frac{-2(2x+1)}{(x-1)^3}$; $(x \neq 1)$

5

15

$x = \frac{-1}{2}$ இல் $f'(x) = 0$

5

5

$x = 1$ ஆக $f'(x)$ இற்குப் பெறுமானமில்லை.

$\Rightarrow x = 1$ இல் நிலைக்குத்து அணுகுகோடு உண்டு

5

	$x < (-1/2)$	$(-1/2) < x < 1$	$1 < x$
$f'(x)$ குறி	$\searrow (-)$	$\nearrow (+)$	$\searrow (-)$

10

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2(-1/2)^2+1}{\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2} = \frac{3/2}{(-3/2)^2} = 2/3$

5

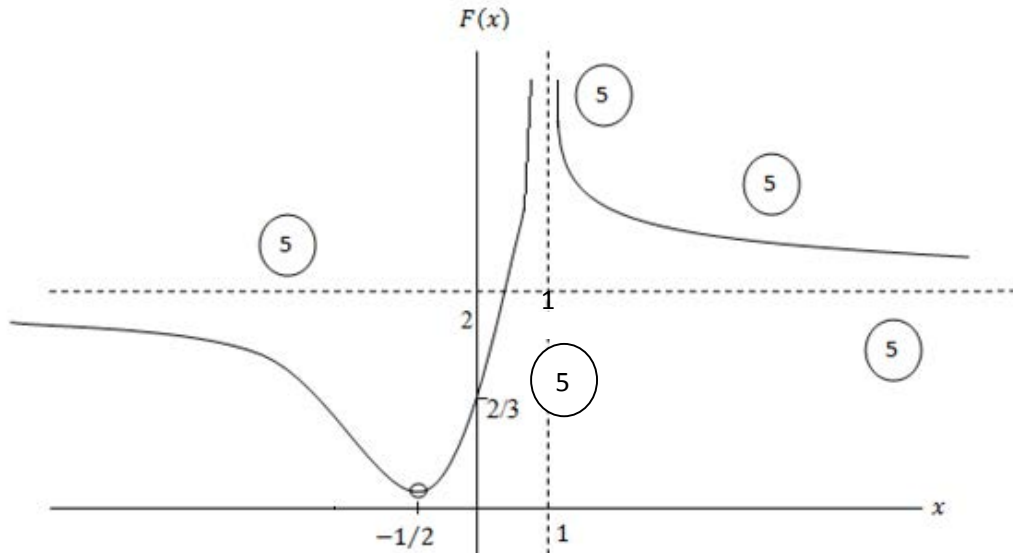
$\therefore f(x)$ இன் இழிவுப்புள்ளி $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

$x > 1$ ஆக $f'(x) < 0$

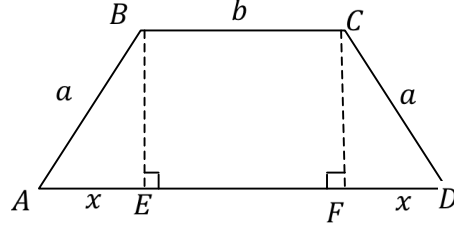
$x \rightarrow +\infty$, $f(x) \rightarrow 2$

5

$x \rightarrow -\infty$, $f(x) \rightarrow 2$.



(c)



பரப்பு: $S(x) = 2 \times \frac{1}{2} x (\sqrt{a^2 - x^2}) + b\sqrt{a^2 - x^2} = (b+x)\sqrt{a^2 - x^2}$

10

10

$a = \sqrt{6}$, $b = 4$ ஐ பிரதியிட

$S(x) = (4+x)\sqrt{6-x^2}$ (5)

$\frac{dS}{dx} = (4+x) \frac{1}{2\sqrt{6-x^2}} (-2x) + \sqrt{6-x^2}$ (5)

$\frac{dS}{dx} = \frac{-x(4+x) + 6 - x^2}{2\sqrt{6-x^2}}$

$\frac{dS}{dx} = \frac{-2x^2 - 4x + 6}{\sqrt{6-x^2}} = \frac{-2(x^2 + 2x - 3)}{\sqrt{6-x^2}}$ (5)

$x^2 + 2x - 3 = 0$ ஆக $\frac{dS}{dx} = 0$ (5)

$(x+3)(x-1) = 0$

x நேர் ஆதலால், $x = 1$ இல் திரும்பல் புள்ளி பெறப்படும்

5

	$0 < x < 1$	$1 < x < \sqrt{6}$
$S'(x)$ குறி	(+)	(-)
	/	\

5

5

5

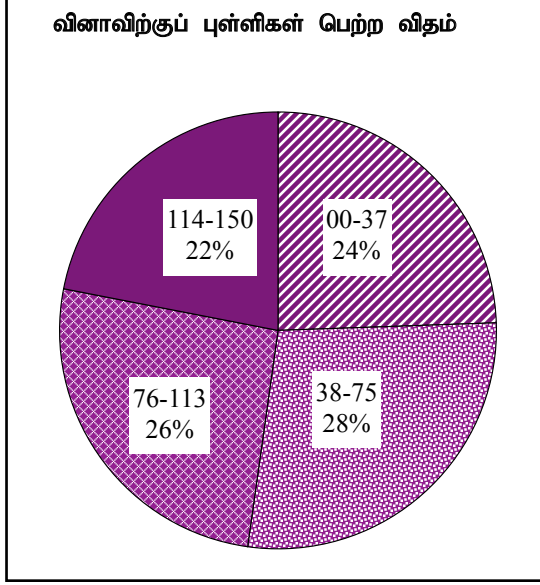
$x = 1$ இல் $S(x)$ இற்கு உயர்வு உண்டு

S இன் உயர்வுப் பெறுமானம் $S(1) = (4+1)\sqrt{6-1} = 5\sqrt{5}$ சதுரசதமீற்றர்

5

45

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 99% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 57% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

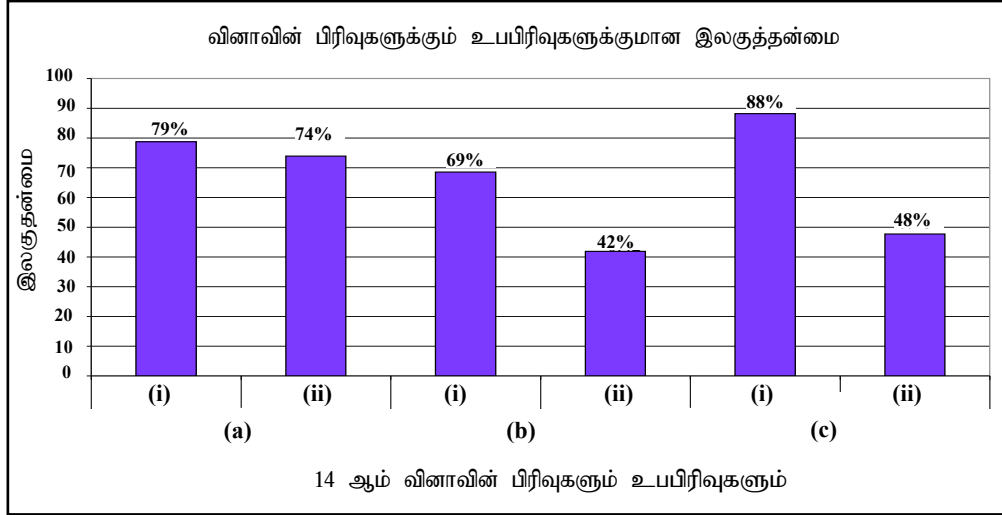
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 28% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 26% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 22% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினாவிலே மூன்று பிரதான பகுதிகளும் ஆறு உபபகுதிகளுமாகப் பிரிக்கப் பட்டுள்ளன. இதில் பகுதி (c) யின் (i) ஆவது உபபகுதி மிகக் கூடிய இலகுதன்மையை உடையதுடன் அது 88% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை காட்டப்படுவது (b) (ii) பகுதியாவதுடன் அது 42% ஆகும்.

இந்த வினாவானது பொதுவாக வகையீடு மற்றும் வகையீட்டுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்துவதை அடிப்படையாகக் கொண்ட வினாவாகும். ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டது. இதன் இலகுதன்மை 99% ஆகும். பகுதி (b) யில் கூடிய இலகுதன்மையைக் கொண்டது இவ்வினாவாகும்.

பகுதி (a) பொதுவான கோலத்தில் அமைந்த வினா ஆவதுடன் அதற்குப் பொதுவாக பலர் திருப்பதிகரமாக விடையளித்து இருந்தனர்.

பகுதி (b) யின் (i) ஆவது உபபிரிவிலே சுருக்குவதில் தவறு ஏற்பட்டதன் காரணமாக திரும்பப் புள்ளியை சரியாகப் பெறாத காரணத்தினால் வரைபில் தவறு காரணமாக அணுகு கோடுகளின் இருபுறமும் வரைபினது நடத்தையை கலந்துரையாடாமையினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு மொத்தப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது.

பகுதி (c) யின் (i) ஆவது உபபகுதிக்கு திருப்திகரமான விடை தரப்பட்டிருப்பினும் (ii) ஆவது உபபகுதிக்காக பெறப்படும் $x = -3$ மற்றும் $x = 1$ என்ற விடைகளின் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்யாமையினால் அந்தப் பகுதிக்கான முழுப்புள்ளியையும் பெறமுடியாது போனது. அதன் பின்னான செயற்பாடுகள் திருப்திகரமாக அமையவில்லை. விடையைச் சரியாக எழுதிய மாணவர்களும் அட்டவணையின் இறுதிவரைபிலே மேல் எல்லையை எடுத்துக் கொள்ளாமை குறைபாடாக அமைந்தது.

கிடை மற்றும் நிலைக்குத்து அச்சுகளின் அணுகு கோடுகளைக் காண்பது தொடர்பாக மாணவர்களிடையே அறிவை வளர்க்கும் முகமாக சரியான முறையில் கணித எண்ணக்கருவைப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும்.

15. (a) $\int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\pi} f(\pi - x) dx$ எனக் காட்டுக.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{4}$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{4}$ எனக் காட்டுக.

(b) ஓர் உகந்த பிரதியீட்டையும் பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையையும் பயன்படுத்தி, $\int x^3 e^{x^2} dx$ ஐக் காண்க.

(c) $\frac{1}{x^3 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\frac{1}{x^3 - 1}$ ஐ x ஐக் குறித்துத் தொகையிடுக.

(d) பிரதியீடு $t = \tan \frac{x}{2}$ ஐப் பயன்படுத்தி, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{5 + 4 \cos x + 3 \sin x} = \frac{1}{6}$ எனக் காட்டுக.

(a) $y = \pi - x$ என்க $\int_0^{\pi} f(x) dx = \int_{\pi}^0 f(\pi - y)(-dy) = \int_0^{\pi} f(\pi - y) dy = \int_0^{\pi} f(\pi - x) dx$

10

$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} [x]_0^{\pi/2} - 0 = \frac{\pi}{4}, \quad \because [\sin 2x]_0^{\pi/2} = 0$

10

முதலாவது முடிவைப் பயன்படுத்தின்

$$\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \int_0^{\pi} (\pi - x) \sin^2 (\pi - x) dx$$

$$= \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx - \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx$$

$$\therefore 2 \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \pi \left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx + \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 x dx \right]$$

$$= \pi \left[\frac{\pi}{4} + J \right] \quad \text{இங்கு } J = \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 x dx$$

$\pi - x = y$ என பிரதியிட

(5)

$$J = \int_{\pi/2}^0 \sin^2(\pi - y) (-dy) = \int_0^{\pi/2} \sin^2 y dy = \pi/4$$

(5)

$$\therefore \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2} \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right] = \frac{1}{2} \left(\pi \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi^2}{4}$$

30

(b) பிரதியீடு: $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$

(5)

$$\therefore \int x^3 e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int t e^t dt$$

(5)

$$= \frac{1}{2} \int t \frac{d}{dt} (e^t) dt = \frac{1}{2} t e^t - \frac{1}{2} \int e^t dt$$

(5)

$$= \frac{1}{2} t e^t - \frac{1}{2} e^t + C \quad t = x^2, \text{ எனப் பிரதியிட } \int x^3 e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} (x^2 - 1) + C$$

(5)

(5)

(5)

30

(c) $\frac{1}{x^3 - 1} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$

$$1 \equiv A(x^2 + x + 1) + (x - 1)(Bx + C)$$

$x = 1$, ஐப் பிரதியிட $1 = 3A \Rightarrow A = \frac{1}{3}$

(5)

$x = 0$, ஐப் பிரதியிட $1 = A - C \Rightarrow C = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

(5)

x^2 இன் குணகத்தைச் சமப்படுத்த $0 = A + B \Rightarrow B = -\frac{1}{3}$

(5)

15

$$\int \frac{dx}{x^3 - 1} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x - 1} - \frac{1}{3} \int \frac{(x + 2)}{x^2 + x + 1} dx$$

(5)

$$= \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x - 1} - \frac{1}{3} \int \frac{\frac{1}{2}(2x + 1) + \frac{3}{2}}{x^2 + x + 1} dx$$

(5)

$$= \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{6} \ln|x^2+x+1| - \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{6} \ln|x^2+x+1| - \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C \quad (5)$$

35

(d) $t = \tan(x/2) \Rightarrow dt = \frac{1}{2}(1+t^2) dx \Rightarrow dx = \frac{2 dt}{1+t^2} \quad (5)$

$$\therefore \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+4\cos x+3\sin x} = \int_0^1 \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{5+4\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)+3\cdot\frac{2t}{1+t^2}} \quad (5)$$

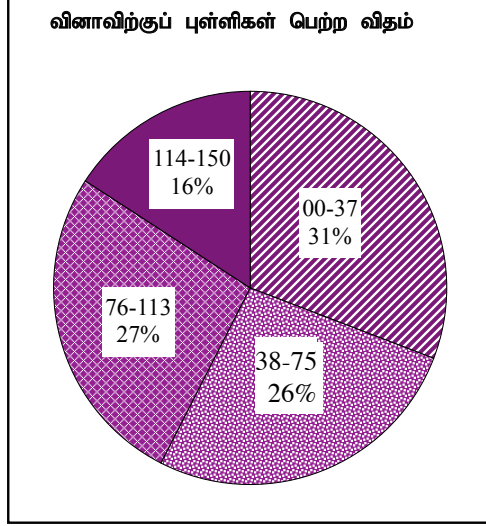
$$= \int_0^1 \frac{2 dt}{5(1+t^2)+4(1-t^2)+6t}$$

$$= \int_0^1 \frac{2 dt}{t^2+6t+9} \quad (5)$$

$$= \int_0^1 \frac{2dt}{(t+3)^2} = 2 \left[\frac{-1}{t+3} \right]_0^1 = 2 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right] = \frac{1}{6}$$

20

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 88% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 57% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

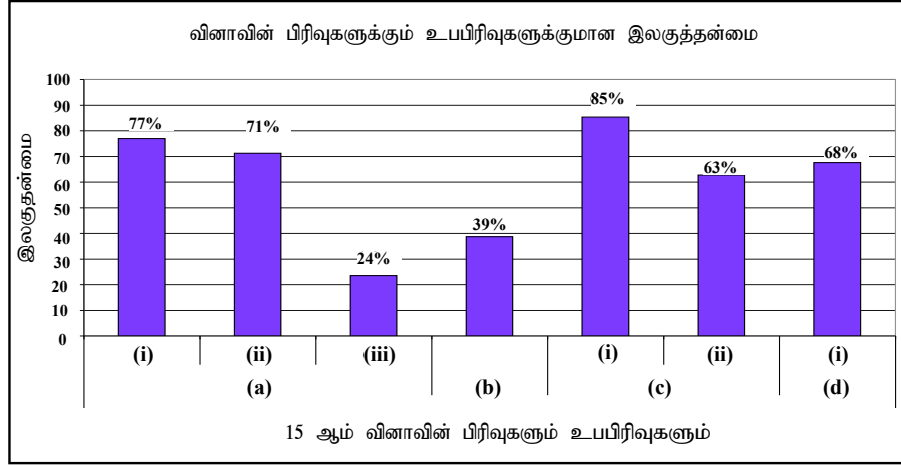
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 26% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 27% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 16% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இது நான்கு வினாப்பகுதிகளைக் கொண்டது. அவற்றுள் மிகவும் அதிகமான இலகுதன் மையைக் கொண்டது. (c) பகுதியின் (i) ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அது 85% ஆகும். பகுதி (a) யிலே (iii) ஆவது பகுதியின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாவதுடன் அது 24% ஆகும்.

இந்த வினாவானது சுயாதீனமான நான்கு பகுதிகளைக் கொண்டிருப்பதுடன் அந்த நான்கு பகுதிகளும் தொகையீட்டை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. இந்த வினாப்பகுதி B யில் உள்ள மொத்த வினாக்களில் அதிக இலகுதன்மையைக் காட்டும் இரு வினாக்களுள் ஒன்றாக உள்ளது.

அதிக பரீட்சார்த்திகள் பகுதி (a) யிலே முதல் இரு கோட்பாடுகளைச் சரியாகப் பயன்படுத்தி நிறுவியுள்ளனர். இது இதற்கு முன்னான வினாத்தாள்களிலும் உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பதால் இலகுவாக அமைந்துள்ளது எனினும், பகுதி (iii) இற்கு அதனைப் பயன்படுத்தியிருக்கவில்லை. அதனால் அந்தப் பகுதிக்கு புள்ளிகள் குறைவடைந்திருந்தன. அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும்.

பகுதி (b) யிலே பிரதியீட்டைச் சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் வினாவிற்கு விடையளித்தது திருப்தியாக இருக்கவில்லை. அதன் இலகுதன்மை 39% ஆகும்.

பகுதி (c) யில் பகுதிப் பின்னங்களின் பயன்பாட்டைச் சரியாகப் பிரயோகித்து இருப்பினும் உடன்பாட்டு முறையை பயன்படுத்தி தொகையிடுவது சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு இலகுவானதாக இருக்கவில்லை. முனைகள் தொடர்பாக தெளிவு போதாது எனத் தெரிகிறது. இதன் இலகுதன்மை 70% ஆகும்.

பகுதி (d) யில் $\tan \frac{x}{2} = t$ இனைச் சரியாக பிரதியிட்டிருப்பினும் வரையறுக்கப்பட்ட தொகையீட்டின் விடையும் திருப்தியற்று இருந்தது. இந்த பிரசினத்தில் பிரதியீட்டை சரியாக செய்து இருப்பினும் வரையறுத்த தொகையீட்டின் எல்லையை சரியாகப் பெற்றுக் கொள்ளாத காரணத்தினால் முழு விடையும் திருப்தியற்று இருந்தது. இலகுதன்மை 68% ஆகும்.

மாணவர்களினுள் அட்சரகணித கூற்றை சுருக்கும் திறனை விருத்தி செய்தல் மற்றும் தொகையீடு தொடர்பான நியம முறைகள் அடங்கிய பயிற்சியினை மாணவர்களுக்கு தொடர்ந்து செய்வது மிகவும் முக்கியமாகும்.

16. இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகள் $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ எனக் கொள்வோம். இவ்வட்டங்கள் நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டுமெனின், $2gg' + 2ff' = c + c'$ எனக் காட்டுக. சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ ஐக் கொண்ட வட்டம் C ஆனது x -அச்சைத் தொடுகின்றது எனக் காட்டுக.

உற்பத்தி O இல் பொது மையத்தை உடைய, ஆரை r ஐக் கொண்ட வட்டம் C_1 உம் ஆரை $R (> r)$ ஐக் கொண்ட வட்டம் C_2 உம் வட்டம் C யை முறையே A, B என்னும் புள்ளிகளில் தொடுகின்றன. r, R ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் A, B ஆகியவற்றின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

C, C_1 ஆகிய இரு வட்டங்களையும் நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டுவதும் y -அச்சைத் தொடுவதுமான ஒரு வட்டம் S எனக் கொள்வோம். S இற்கு இருக்கத்தக்க இரு சமன்பாடுகளையும் காண்க.

C, C_2 ஆகிய வட்டங்களுக்குப் புள்ளி B யில் வரையப்பட்டுள்ள பொதுத் தொடலி x -அச்சை P யிலும் y -அச்சை Q யிலும் சந்திக்கின்றது. பொதுத் தொடலியின் சமன்பாடு $4x + 3y = 40$ எனவும், கோட்டுத் துண்டம் PQ வை ஒரு விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $3(x^2 + y^2) - 30x - 40y = 0$ எனவும் காட்டுக.

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும்

நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுமாயின் $(g - g')^2 + (f - f')^2 = g^2 + f^2 - c + g'^2 + f'^2 - c'$ (5)

$$\Rightarrow 2gg' + 2ff' = c + c'$$

15

வட்டம் $C: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 3^2.$$

வட்டத்தின் மையம் $(4, 3)$ (5) ஆரை = 3 (5)

5

15

இந்த வட்டம் x அச்சை ஐ $(4, 0)$ இல் தொடும் ($\because$ மையத்தின் y ஆள்கூறு = 3)

வட்டம் $C_1: x^2 + y^2 = r^2$, C ஐ வெளிப்புறமாக $A(r \cos \alpha, r \sin \alpha)$ இல் தொடும், (இங்கு $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$)

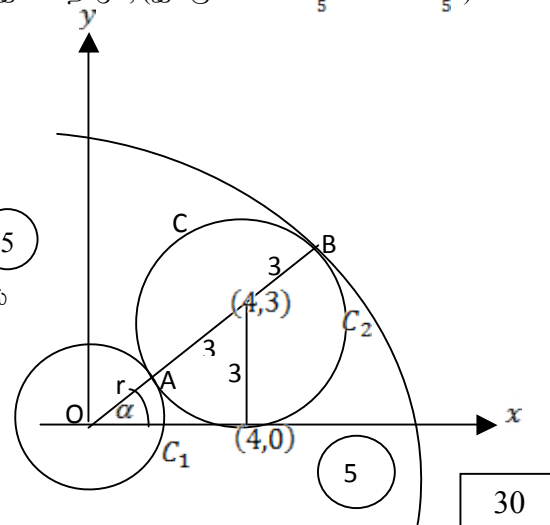
$$r + 3 = 5 \Rightarrow r = 2$$
 (5)

$$\therefore A \equiv \left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$$
 (5)

வட்டம் $C_2: x^2 + y^2 = R^2$ உட்புறமாக C ஐ B இல் தொடுவதால்

$$R = 5 + 3 = 8$$
 (5)

$$\therefore B \equiv (8 \cos \alpha, 8 \sin \alpha) = \left(\frac{32}{5}, \frac{24}{5}\right)$$
 (5)



30

$S; C$ and C_1 ஆகிய இரண்டையும் நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுவதுடன் y அச்சைத் தொடும் வட்டம் என்க.

$$S: x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

இதன் மையம்; $(-g, -f)$, ஆரை $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$\therefore S; y$ அச்சைத் தொடுவதால் ஆரை $= |g|$, (5)

$$g^2 + f^2 - c = g^2 \Rightarrow f = \pm\sqrt{c}. \quad (5)$$

$S; C_1$ ஐ நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுவதால்: $\Rightarrow 0 + 0 = c - 2^2 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow f = \pm 2$ (5)

S , தரப்பட்ட வட்டம் C ஐ நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுவதால் $\Rightarrow 2g(-4) + 2f(-3) = 4 + 16 = 20$ (5)

$$\Rightarrow 4g + 3f + 10 = 0 \quad (5)$$

$$f = +2 \Rightarrow 4g = -10 - 6 \Rightarrow g = -4 \quad (5)$$

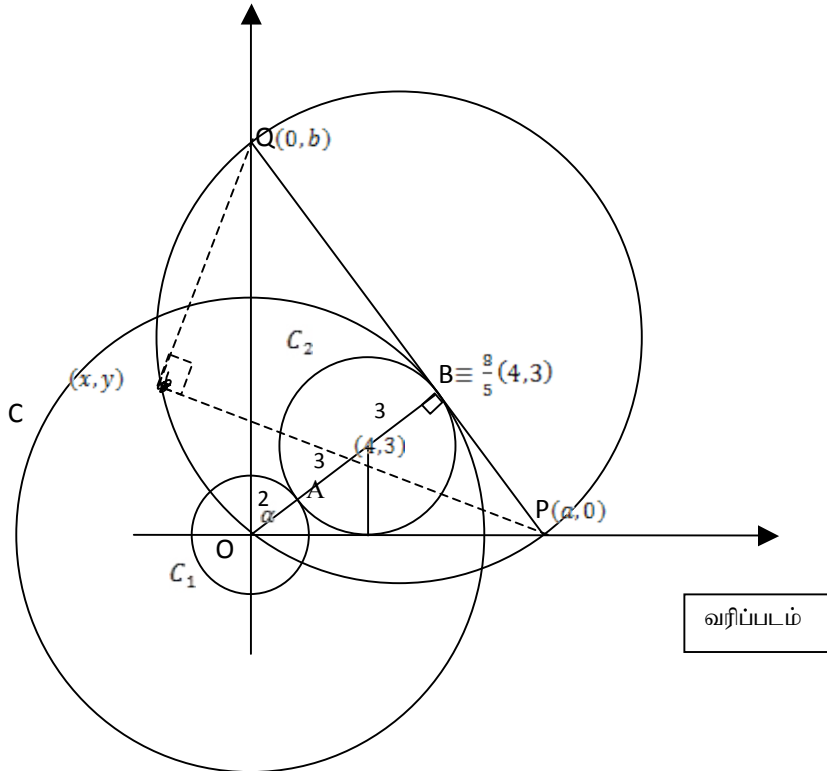
$$f = -2 \Rightarrow 4g = -10 + 6 \Rightarrow g = -1 \quad (5)$$

S இன் இரு இயல்தகு சமன்பாடுகளாவன

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0, \quad (5)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0 \quad (5)$$

50



வரிப்படம்

C, C_2 இற்குப் பொதுவான தொடலியின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; இங்கு இத் தொடலி ஆள்கூற்று அச்சுக்களைச் சந்திக்கும் புள்ளிகள் $P \equiv (a, 0), Q \equiv (0, b)$ ஆகும். (10)

$$a = 8 \sec \alpha = 8 \cdot \frac{5}{4} = 10 \Rightarrow P \equiv (10, 0) \quad (5)$$

$$b = 8 \operatorname{cosec} \alpha = 8 \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{3} \Rightarrow Q \equiv \left(0, \frac{40}{3}\right) \quad (5)$$

$$PQ \text{ இன் சமன்பாடு } \frac{x}{10} + \frac{3y}{40} = 1 \quad (5) \quad \text{அல்லது} \quad 4x + 3y = 40$$

Aliter

C, C_2 இற்குப் பொதுவான தொடலியின் சமன்பாடு

$$(x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16) - (x^2 + y^2 - 64) \Rightarrow 8x + 6y - 80 = 0 \Rightarrow 4x + 3y = 40$$

$$\text{அதனால் } P \equiv (10, 0), Q \equiv \left(0, \frac{40}{3}\right).$$

(5)

25

துண்டம் PQ வை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் மீது உள்ள யாதாயினுமொரு புள்ளி (x, y) திருப்தி செய்யுந் நிபந்தனை

$$\left(\frac{y-0}{x-a}\right)\left(\frac{y-b}{x-0}\right) = -1 \quad (5)$$

அல்லது

$$x(x-a) + y(y-b) = 0 \quad (5)$$

$$\text{i.e. } x^2 + y^2 - ax - by = 0$$

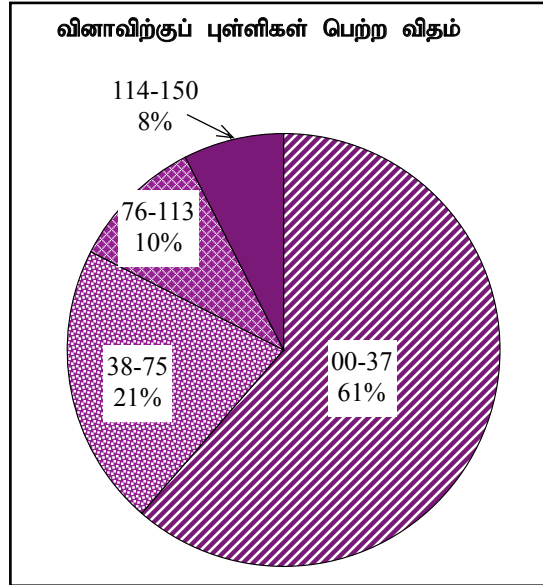
$$x^2 + y^2 - 10x - \frac{40}{3}y = 0 \quad (5)$$

அல்லது

$$3(x^2 + y^2) - 30x - 40y = 0$$

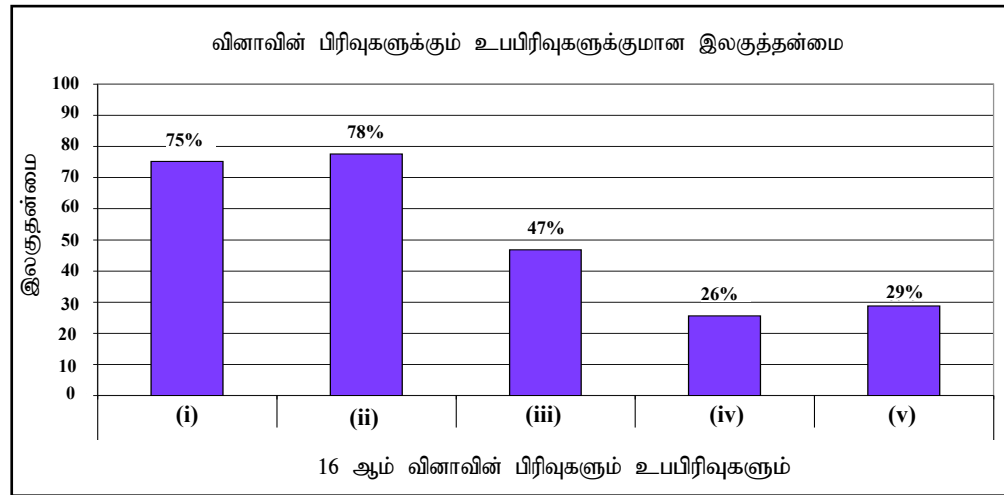
40

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 52% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 61% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 21% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 10% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 8% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா ஐந்து உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அவற்றுள் மிகக் கூடிய இலகுதன்மையைக் கொண்டது (ii) ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 78% ஆகும். (iv) ஆவது உப பிரிவு மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையை உடையதுடன் அது 26% ஆகும்.

இது அட்சர கேத்திர கணிதத்தில் வட்டம் தொடர்பான அலகை அடிப்படையாகக் கொண்ட கட்டமைக்கப்பட்ட வினாவாகும். வினாவில் பின்னடைவு முறை அதிகரித்து இருப்பது நிரல் வரைபில் இருந்து தெளிவாகிறது. அதிக பரீட்சார்த்திகள் முதல் இரு பகுதிக்கும் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர்.

இந்த வினாவில் முதல் இரு பகுதிகளினதும் இலகுதன்மை முறையே 75%, 78% ஆவதோடு பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் இந்த இரு பகுதிகளுக்கும் சரியாக விடை எழுதியிருந்தனர். மற்றைய பகுதிகளுக்கு விடை அளிப்பதற்கு பலர் முயற்சிக்கவில்லை. இதற்கு காரணமாக கூறக்கூடியது. ஆள்கூற்று கேத்திர கணிதத்தைச் சரியாக பயன்படுத்துவது தொடர்பான தெளிவு இன்மையும் கணிதஞ்சார் சிந்தனைகளிலும் பின்னடைவு இருப்பதை காண முடியும்.

ஆள்கூற்று கேத்திர கணிதத்தின் அடிப்படை கோட்பாடுகள் மற்றும் பாட விடயம் தொடர்பான அறிவு மற்றும் திறனை அதிகரிக்குமாறு எளிய பயிற்சிகளை மாணவர்களிடம் தொடர்ந்து செய்வது இவ்வகையிலான பின்னடைவை இல்லாது செய்தவற்கு வழிகோலும்.

17. (a) $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha \cos \beta = 1$ எனக் காட்டுக.

(b) $f(x) = \cos 2x + \sin 2x + 2(\cos x + \sin x) + 1$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ வடிவம் $k(1 + \cos x) \sin(x + \alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு k, α ஆகியன துணியப்பட்ட வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும்.

$g(x)$ ஆனது $\frac{f(x)}{1 + \cos x} = \sqrt{2} \{g(x) - 1\}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ளதெனக் கொள்வோம்; இங்கு $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

$y = g(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைந்து, இதிலிருந்து, மேலே தரப்பட்டுள்ள வீச்சில் சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஒரு தீர்வை மாத்திரம் கொண்டுள்ளதெனக் காட்டுக.

(c) வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு முக்கோணி ABC யிற்குச் சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி,

$$a(b - c) \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cot \frac{A}{2} = (b + c)^2 \tan \left(\frac{B - C}{2} \right) \sec \left(\frac{B - C}{2} \right) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$(a) \cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha \cos \beta$$

$$= \cos(\alpha + \beta)[\cos(\alpha + \beta) - 2 \cos \alpha \cos \beta] + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \quad (5)$$

$$= -[\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta][\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta] + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \quad (5) \quad (5)$$

$$= -\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + (1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \beta) + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$$

$$= 1 \quad (5) \quad (5)$$

30

$$(b) f(x) = \cos 2x + \sin 2x + 2(\cos x + \sin x) + 1$$

$$= 2\cos^2 x - 1 + 2 \sin x \cos x + 2 \cos x + 2 \sin x + 1 \quad (5)$$

$$= 2 \cos x (\cos x + 1) + 2 \sin x (\cos x + 1) \quad (5)$$

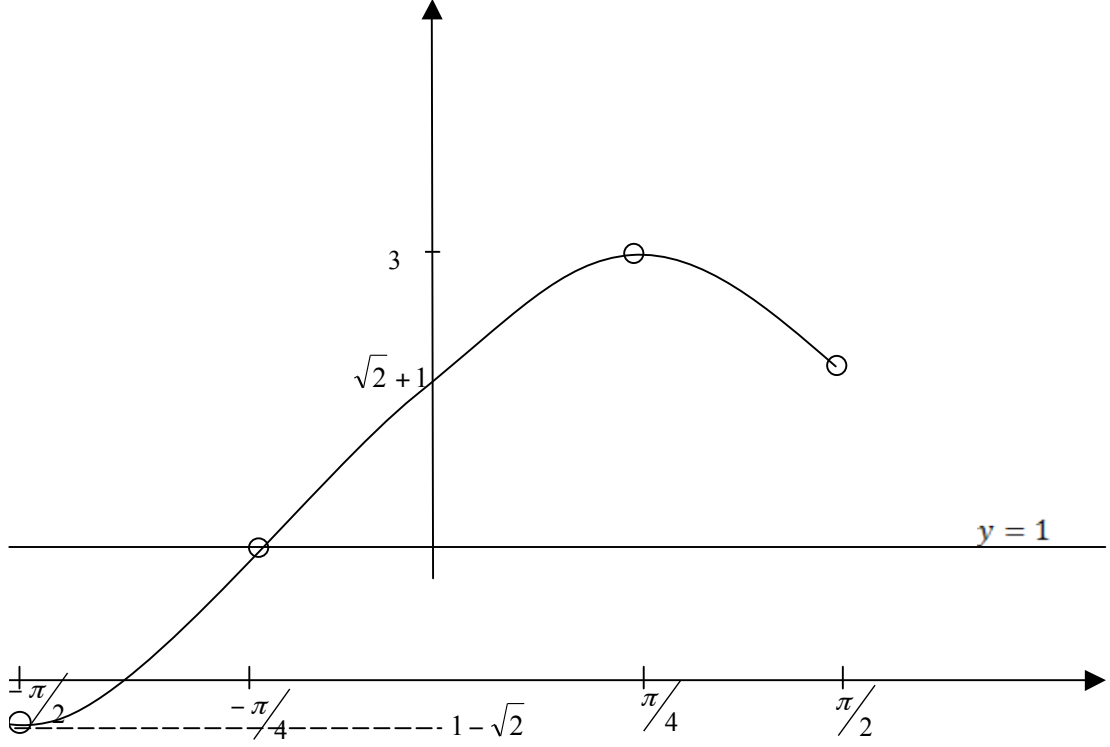
$$= 2\sqrt{2}(\cos x + 1) \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (5)$$

$$(5) \quad k = 2\sqrt{2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

25

$$\frac{f(x)}{1 + \cos x} = 2\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \{g(x) - 1\} \quad (5)$$

$$y = g(x) = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \quad (5)$$



வளையியின் போக்கு

(5)

உயர்வு

(5)

முடிவுப் புள்ளிகள்

(5)

$x = 0, y = \sqrt{2} + 1$ $y = 1$

(5)

(5)

$f(x) = 0 \Rightarrow g(x) = 1$ ஒரே ஒரு தீர்வைக் கொண்டிருக்கும். $\therefore f(x) = 0$ ஒரு தீர்வை மாத் திரம் கொண்டிருக்கும்.

(5)

$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}$

(5)

45

(c)

$$\frac{b-c}{b+c} = \frac{\sin B - \sin C}{\sin B + \sin C}$$

(5)

Sin விதி $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} ; A + B + C = \pi$

(5)

(5)

$$= \frac{2 \cos \frac{B+C}{2} \sin \frac{B-C}{2}}{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}$$

(5)

$$= \frac{\tan \left(\frac{B-C}{2} \right)}{\cot \frac{A}{2}} \quad \text{_____} * (5)$$

$$\frac{a}{b+c} = \frac{\sin A}{\sin B + \sin C} = \frac{2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B-C}{2}} \quad (5)$$

$$= \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad \text{--- **}$$

சமன்பாடுகள் (*), (**) ஐப் பெருக்குவதால் பெறப்படுவது

$$\frac{a(b-c)}{(b+c)^2} = \frac{\tan \left(\frac{B-C}{2} \right)}{\cot \frac{A}{2}} \cdot \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5)$$

$$a(b-c) \frac{\cot \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = (b+c)^2 \frac{\tan \left(\frac{B-C}{2} \right)}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right)}$$

$$a(b-c) \frac{\cot \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = (b+c)^2 \frac{\tan \left(\frac{B-C}{2} \right)}{\cos \left(\frac{B-C}{2} \right)} \cdot \frac{\sin \left(\frac{B-C}{2} \right)}{\sin \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5)$$

$$a(b-c) \cot^2 \frac{A}{2} \sec \frac{A}{2} = (b+c)^2 \tan^2 \left(\frac{B-C}{2} \right) \cdot \operatorname{cosec} \left(\frac{B-C}{2} \right)$$

Aliter

(c) $\frac{a(b-c)}{(b+c)^2} = \frac{\sin A (\sin B - \sin C)}{(\sin B + \sin C)^2}$ (5) (5) (5) (5) (5)

Sin விதி $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$; $A + B + C = \pi$

$$= \frac{\sin A \cdot 2 \cos \left(\frac{B+C}{2} \right) \sin \left(\frac{B-C}{2} \right)}{4 \sin^2 \left(\frac{B+C}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5)$$

$$= \frac{\sin A \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \left(\frac{B-C}{2} \right)}{2 \cos^2 \frac{A}{2} \cos^2 \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5) \quad [\because A + B + C = \pi]$$

$$= \frac{2 \sin^2 \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \sin \left(\frac{B-C}{2} \right)}{2 \cos^2 \frac{A}{2} \cos^2 \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5)$$

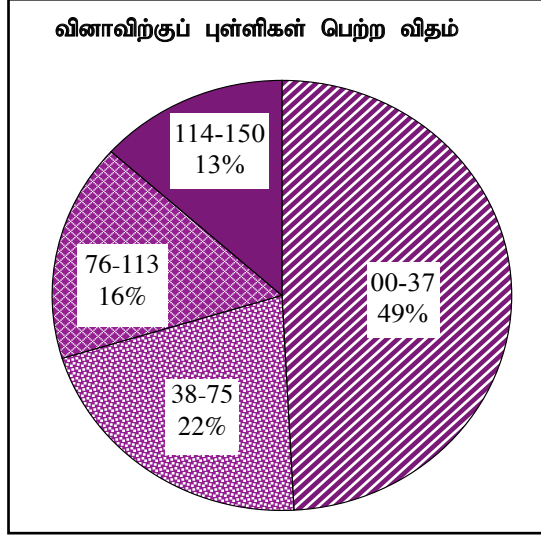
$$= \tan^2 \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \tan^2 \left(\frac{B-C}{2} \right) \cdot \frac{1}{\sin \left(\frac{B-C}{2} \right)} \quad (5)$$

$$= \tan^2 \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \tan^2 \left(\frac{B-C}{2} \right) \operatorname{cosec} \left(\frac{B-C}{2} \right)$$

$$a(b-c) \cot^2 \frac{A}{2} \cdot \sec \frac{A}{2} = (b+c)^2 \sin^2 \left(\frac{B-C}{2} \right) \operatorname{cosec} \left(\frac{B-C}{2} \right)$$

50

17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 55% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

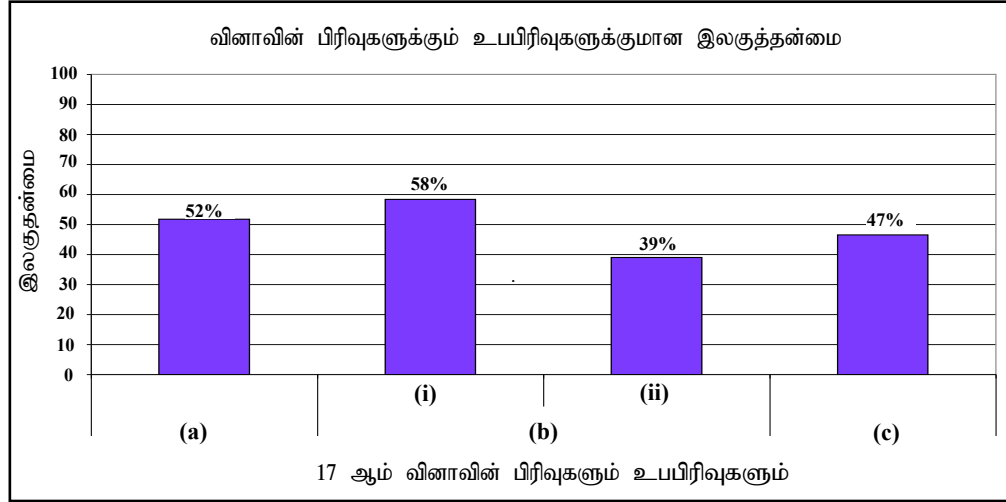
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 49% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 22% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 16% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 13% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா மூன்று உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (b) இற்காக இரு உபபகுதிகள் உள்ளன. அதிகூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவது பகுதி (b) யின் (i) ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை பகுதி (b) யின் (ii)ஆவது உபபகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 39% ஆகும்.

இந்த வினா திரிகோண விகிதங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஒன்றிற்கொன்று சுயமான மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

பகுதி (a) யிற்கு சரியாக விடை எழுதாவிட்டாலும் அதிக எண்ணிக்கையிலான பரீட்சார்த்திகள் முயற்சித்துள்ள பகுதியாகும். இந்தப் பகுதியினை சுருக்குவது தொடர்பான குறைபாடு பரவலாக காணப்படுகிறது. இதன் இலகுதன்மை 52%ஆகும்.

பகுதி (b) யின் (i) ஆவது உபபகுதியை அதிகூடிய பரீட்சார்த்திகள் முயற்சித்து இருப்பினும் இறுதி விடைக்கு அண்மித்திருந்த எண்ணிக்கையினர் மிகக் குறைவாக தெரிகிறது. உபபகுதி (ii) இற்குரிய வரையை வரையும் போது $f(x)$, $g(x)$ இடையேயான தொடர்பை சரியாக விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் விடை திருப்தியற்று இருந்தது. பகுதி (b) யின் இலகுதன்மை 47% ஆகும்.

பகுதி (c) யில் சைனின் விதியை சரியாக எழுதியிருப்பினும் பிரசினத்திற்காக சைன் விதியை சரியாகப் பயன்படுத்தியிருப்பினும் சுருக்குவதன் தவறு காரணமாக விடையை அண்மிக்காது சிரமப்பட்டு இருந்தனர். இதன் இலகுதன்மை 47% ஆகும்.

திரிகோண விகிதங்களுக்குரிய அடிப்படை கோட்பாடுகள் தொடர்பான சரியான அறிவு போதியளவு மாணவர்களிடம் இன்மை என்பது இந்த வினாவிற்காக மாணவர்கள் அறிந்துள்ள விடைகள் மூலம் தெரிகிறது.

அவ்வாறே அட்சரகணித, திரிகோண கணித கூற்றுகளை சுருக்குவதில் பின்னடைவு கிடைக்கிறது. அதனால் அடிப்படை திரிகோண கணித கோட்பாடுகள் தொடர்பாக அறிவை அதிகரிக்கும் வகையிலும் திரிகோண கணித சர்வ சமன்பாடுகளை சுருக்கும்போதும் அதற்குரிய சூத்திரங்களை சரியாகப் பயன்படுத்தும் வகையில் பொருத்தமான பயிற்சிகளை மாணவர்களை தொடர்ந்து ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

2.2 வினாப்பத்திரம் II உம் விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான தகவல்களும்

2.2.1 வினாப்பத்திரம் II இன் கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

★ இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - 10 வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு 25 புள்ளிகள் வீதம் 250 புள்ளிகள்

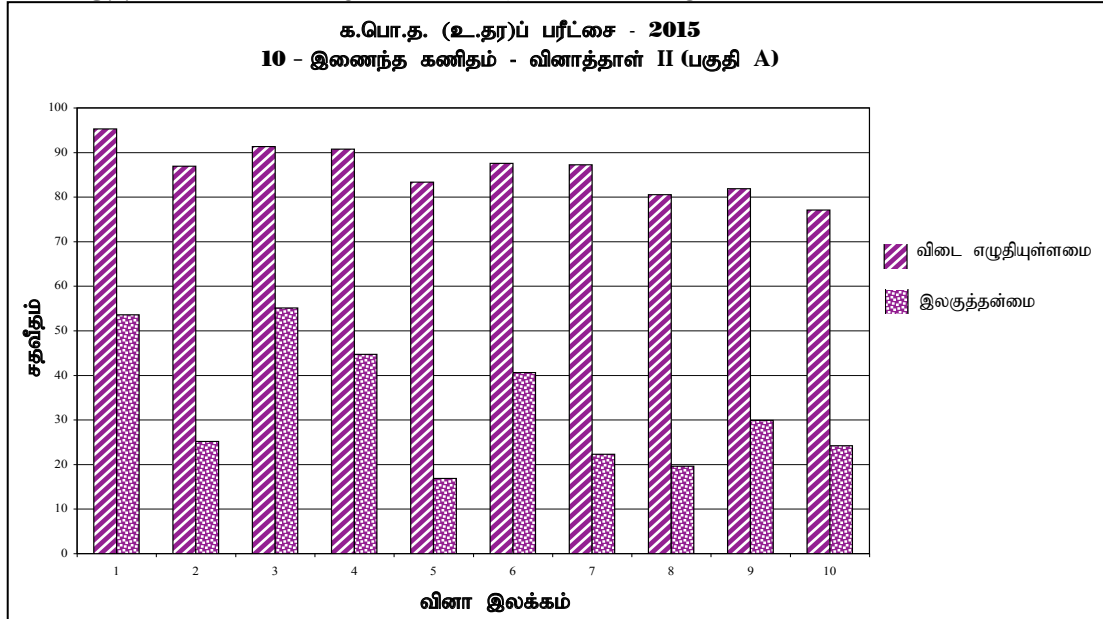
பகுதி B - ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு 150 புள்ளிகள் வீதம் 750 புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.2.2 இணைந்த கணிதம் II ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

II ஆம் வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். இந்த பகுதியில் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 13 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இல் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாவதோடு இவ்வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கும் குறையாத சதவீதத்தினர் விடை எழுதி இருந்தது. வினா இலக்கம் 1, 3, 4 இற்கு மட்டுமாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் விடையளித்திருந்தது. 01 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 96% ஆகும். வினா இலக்கம் 10 இற்கு விடையளித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 78%இற்கு குறைந்த சதவீதத்தினர் மட்டும் விடையளித்து இருந்தனர். பரீட்சார்த்திகள் சகலரினாலும் விடை அளிப்பதற்கு முயற்சித்துள்ள ஒரு வினாவாவது இந்த பத்து வினாக்களுள் இல்லை.

இந்த பத்து வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையைக் கருதும்போது தெளிவாவது இலகுத்தன்மை 50% இணை தாண்டியிருப்பது 1, 3 ஆகிய இரு வினாக்கள் மட்டுமே ஆகும். 2, 5, 7, 8, 10 போன்ற வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 30% இணை விடக் குறைந்ததாகும்.

இலகுத்தன்மை அதிகமான வினா 03 ஆம் இலக்க வினா ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 56% ஆகும். அதிகளவிலானோர் தெரிவு செய்துள்ள வினா 01 ஆவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 55% ஆகும். அவ்வாறே மிகக் குறைவாக விடை எழுதப்பட்ட வினா 5 ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 18% ஆகும். அவ்வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 84% ஆகும்.

இந்த பத்து வினாக்களுக்காவும் பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கள் தன்மையை நன்றாக ஆராய்ந்து பார்ப்பதற்காக கீழேயுள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களை பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

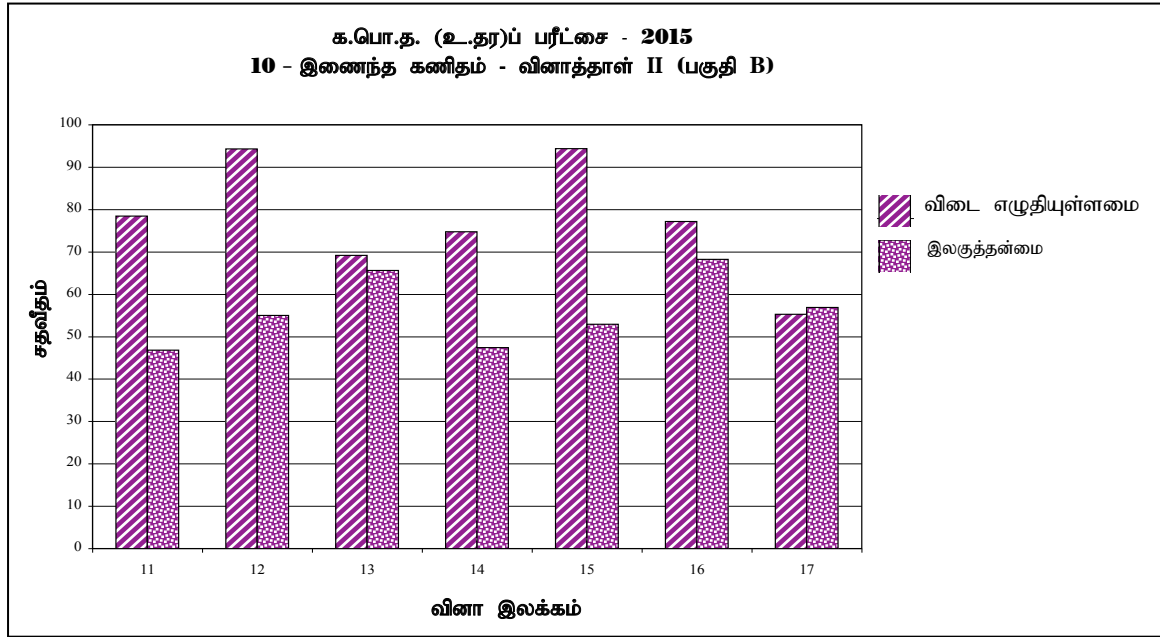
வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	38	13	34	23	3	31	16	8	12	11
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	24	31	12	30	37	33	55	40	25	36
	வினாவின் % இலகுத்தன்மை	54	25	55	45	17	41	22	20	30	24

அட்டவணை 6: இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாதவர்களும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய மொத்தப் புள்ளிகளின் அதிகளவை பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 55% இனர் காணப்படுவது 07 ஆவது வினாவாகும். மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் 03 ஆம் இலக்க வினாவிற்காகவும் அந்த சதவீதம் 12% ஆகும். 07 ஆம் வினாவைத் தவிர ஏனைய ஒன்பது வினாக்களுக்காகவும் அதன் சதவீதம் 50% இனை விட குறைவாகும். அந்த ஒன்பது வினாக்களுக்காகவும் 25 புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் சதவீதம் 12-40 வீச்சினில் ஆகும். புள்ளிகளைப் பெற்ற சதவீதம் அதிகமாக இருப்பது 01 ஆம் வினாவாவதுடன் அது 38% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியுமென எதிர்பார்க்கையுடன் தயாரிக்கப்பட்ட இந்த பத்து வினாக்களுள் அந்த எதிர்பார்ப்பை ஓரளவு வழங்கியிருந்தது. 01, 03 ஆகிய இரு வினாக்கள் மட்டுமே என மேலேயுள்ள தகவல்களில் இருந்து தெரியவருகிறது.

இணைந்த கணித வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமக்கு விருப்பமானவாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதுடன் அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாத்தாளுக்குரிய 1000 புள்ளிகளில் 150 புள்ளிகள் படி உரித்தாகும். அந்த வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை மற்றும் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 14 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

இந்த வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகளவிலான அதாவது பரீட்சார்த்திகளுள் 95%இனர் தெரிவு செய்து இருந்தது 12, 15 ஆவது வினாவினாக்களாகும். அதன் இலகுத்தன்மை 55%ஆவதுடன் 15 ஆவது வினாவின் இலகுத்தன்மை 53% ஆகும்.

அதிகளவான இலகுத்தன்மை 69% காணப்படுவது 16 ஆவது வினாவாவதுடன் அதனைத் தெரிவு செய்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 78% ஆகும். மிகக் குறைவாக தெரிவு செய்து இருப்பது 17ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் சதவீதம் 57% ஆகும். அதன் இலகுத்தன்மை 58% ஆகும்.

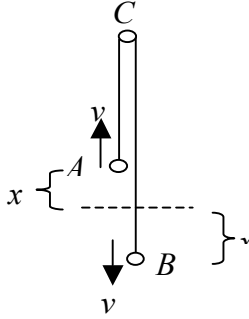
வினாத்தாள் II இல் அடங்கிய 07, வினாக்களில் அவற்றின் இலகுத்தன்மையை இறங்கு வரிசைக்கேற்ப ஒழுங்கமைக்கும்போது பெறப்படும் இடங்களின் வரிசை ஒழுங்குகள் 11, 14, 15, 12, 17, 13, 16 ஆகும். இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யில் 1, 3 ஆகிய வினாக்களைத் தவிர எஞ்சிய வினாக்களின் இலகுத்தன்மை பகுதி B யின் வினாக்களின் இலகுத்தன்மையை விடக் குறைவடைந்திருந்தது. பகுதி Aயின் வினாக்களின் அதிகளவில் எதிர்பார்க்கையுடன் கூடியளவு புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகளால் முடியாமை என்பதாகும். வினாப்பத்திரம் II இன் பகுதி A யின் 10 வினாக்களில் இலகுத்தன்மையின் இடை 43%ஆவதோடு பகுதி B யின் 7 வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையின் இடை 57% ஆகும். வினாப்பத்திரம் II இன் மொத்த இலகுத்தன்மை 52% ஆகும்.

2.2.3 II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

(10) இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் II - பகுதி A

வினா இலக்கம் 1

1. ஒரு நிலைத்த சிறிய இலேசான ஒப்பமான கப்பி C யிற்கு மேலாகச் செல்லும் நீளம் $2l$ ஐ உடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்றின் இரு நுனிகளிலும் முறையே $m, 2m$ என்னும் திணிவுகளை உடைய A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு துணிக்கையும் C யிற்குக் கீழே ஆழம் l இல் இருக்கத் தாங்கப்பட்டு இத்தொகுதி இவ்வமைவில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, ஒவ்வொரு துணிக்கையும் தூரம் $x (< l)$ இற்கு இயங்கிய பின்னர் ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் கதி v ஆனது $v^2 = \frac{2gx}{3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, தொகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.



$$\text{K. E. + P. E.} = \text{மாறிலி இன் படி}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2 - mg(l-x) - 2mg(l+x) = \text{மாறிலி} \quad (15)$$

ஆரம் பப் பெறுமானம் $= 0 - 3mgl$

$$\text{A liter சக்திக் காப்பு} \Rightarrow 2mgx - mgx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2 \quad (15)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 3mv^2 = (2mg - mg)x$$

$$v^2 = \frac{2gx}{3} \quad (5)$$

x குறித்து வகையிட:

$$2v \frac{dv}{dx} = \frac{2g}{3} \Rightarrow \text{தொகுதியின் ஆர்முடுகல்} = \frac{g}{3} \quad (5)$$

Aliter
 t குறித்து வகையிடும்போது

$$2v \frac{dv}{dt} = \frac{2g}{3} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\text{ஆர்முடுகல்} = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{3} \quad (5)$$

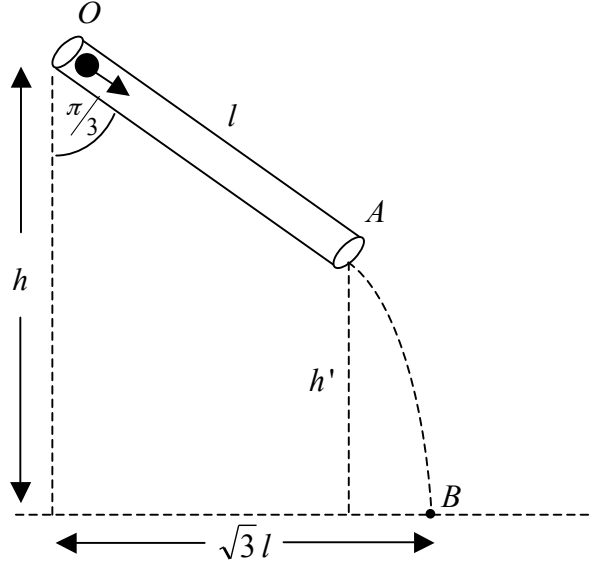
25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளில் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 95% இனர் விடையளித்துள்ள வினாவாகும். இதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். மாணவர்களுக்கு எதிர்பார்த்த விடையைக் பெற முடியாமலுக்கு காரணமாய் இருந்தது சக்திக் காப்பு விதியைச் சரியாகப் பயன்படுத்தாமையாகும். “இதிலிருந்து” என்பதைப் பயன்படுத்தி ஆர்முடுகலைக் காண்பது குறைந்த மட்டத்திலே காணப்பட்டது.

வினா இலக்கம் 2

2. நீளம் l ஐ உடையதும் இரு முனைகளிலும் திறந்துள்ளதான ஒரு நேரிய ஒடுக்கமான ஒப்பமான குழாய் OA ஆனது, அதன் மேல் முனை O கிடைத் தரைக்கு மேலே உயரம் $h(>l)$ இல் இருக்க, கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $\frac{\pi}{3}$ ஐ ஆக்கிக்கொண்டிருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. குழாயினுள்ளே O இல் மெதுவாக வைக்கப்பட்டுள்ள ஒரு துணிக்கை குழாய் வழியே கீழ்நோக்கி வழக்குகின்றது. அடுத்ததாக, துணிக்கை குழாயில் முனை A யில் புறப்பட்டு O விலிருந்து கிடைத் தூரம் $\sqrt{3}l$ இல் ஒரு புள்ளி B யில் தரையில் அடிக்கின்றது. (i) A யில் துணிக்கையின் கதி $\sqrt{gl}$ எனவும் (ii) $h = \frac{3l}{2}$ எனவும் காட்டுக.



O இலிருந்து A க்கு மாறா ஆர்முடுகலுடன் துணிக்கை இயங்குவதால்

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cos \frac{\pi}{3} \cdot l$$

$$v^2 = gl$$

$$v = \sqrt{gl}$$

(5)

A யிலிருந்து B இற்கான இயக்கத்தில்

$$\rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$\sqrt{3}l - l \sin \frac{\pi}{3} = t \sqrt{gl} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}l \cdot \frac{1}{\sqrt{gl}} = \frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\downarrow h' = \frac{1}{2} \sqrt{gl} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{2} g \cdot \frac{l}{g} = l$$

$$\therefore h = l + l \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3l}{2}$$

(5)

25

2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 87% ஆனோர் இந்த வினாவிற்கு விடையளித்திருந்தாலும் வினாவின் இலகுதன்மை 26% ஆகும். கவனத்திற் கொள்ள வேண்டியது நேரிய ஒடுக்கமான குழாயினுள் துணிக்கை வழக்குவது தொடர்பாக பரீட்சார்த்திகள் சரியாக விளங்கிக் கொள்ளவில்லை. அதனால் வழக்குவதற்கான சமன்பாட்டை சரியாகப் பெறாமையினால் சரியான விடையைப் பெற முடியாமல் போனது.

3. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வேகம் u உடன் இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது P யின் பாதையில் ஓய்வில் இருக்கும் திணிவு m ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை Q உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. இரு துணிக்கைகளுக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் e ($0 < e < 1$) எனின், மொத்தலுக்குப் பின்னர் P, Q ஆகியவற்றின் வேகங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும் வித்தியாசத்திற்குமான கோவைகளை u, e ஆகியவற்றின் சார்பிற் பெறுக. இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, மொத்தலுக்குப் பின்னர் தொகுதியில் எஞ்சியிருக்கும் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தி, தொடக்க இயக்கப்பாட்டுச் சக்திக்குக் கொண்டுள்ள விகிதம் $(1 + e^2) : 2$ எனக் காட்டுக.

→ u
 $P \bigcirc$

$\bigcirc Q$

மொத்தலின் முன் K. E. = $T_0 = \frac{1}{2}mu^2$

→ v
 $P \bigcirc$

→ w
 $\bigcirc Q$

மொத்தலின் பின் K. E. = $T_1 = \frac{1}{2}m(v^2 + w^2)$

(5)

உந்தக்காப்பு விதிப்படி:

$$mu = mv + mw \dots\dots\dots (1)$$

$$u = v + w \quad (5)$$

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதிப்படி:

$$eu = w - v \dots\dots\dots (2) \quad (5)$$

(5)

(5)

$$\begin{aligned} \text{K.E.விகிதம்} &= \frac{T_1}{T_0} = \frac{v^2 + w^2}{u^2} = \left[\frac{(v+w)^2 + (w-v)^2}{2u^2} \right] = \left(\frac{u^2 + e^2u^2}{2u^2} \right) \quad ((1), (2)\text{இன்படி}) \\ &= \frac{1}{2}(1 + e^2) \end{aligned}$$

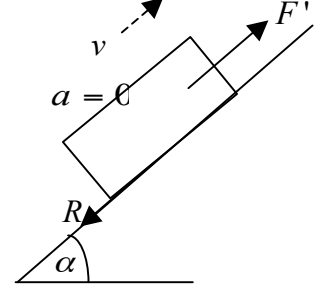
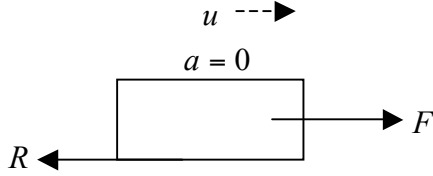
25

3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 91%இனர் இந்த விடைக்கு விடையளித்திருந்ததுடன் இவ்வினாவின் இலகுதன்மை 56% ஆகும். அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் உந்தக் காப்பு விதியை பயன்படுத்தல். நியூட்டனின் பரிசோதனையிலும் இயக்கப்பட்டுள்ள சக்தியைக் காண்பதை சரியாக முன்வைத்திருந்தாலும் சுருக்குவதில் தவறு காரணமாக மொத்தப் புள்ளிகளைப் பெறுவதற்கு முடியாது இருந்தது

வினா இலக்கம் 4

4. எஞ்சின் வலு $H \text{ kW}$ இல் தொழிற்படும்போது M மெட்ரிக் தொன் திணிவுள்ள ஒரு லொறி ஒரு நேர்ச் சமதள வீதி வழியே மாறா வேகம் $u \text{ m s}^{-1}$ இல் இயங்குகின்றது. அடுத்து எஞ்சின் வலு $2H \text{ kW}$ இல் தொழிற்படும்போது லொறி கிடையுடன் கோணம் α இற் சாய்ந்த ஒரு நேர் வீதி வழியே மேல்நோக்கி இயங்கும் அதே வேளை இயக்கத்துக்கான தடை கிடை இயக்கத்திற்கு உள்ள அதே தடையாகும். இவ்வகையில் லொறியின் உயர்ந்தபட்சக் கதி $\frac{2Hu}{H + Mgu \sin \alpha} \text{ m s}^{-1}$ எனக் காட்டுக.



வலு $H \text{ kW}$ ஆதலால்

தொழிற்படும் விசை $F = \frac{1000H}{u} \text{ N}$

5

$\rightarrow F = ma$

$\frac{1000H}{u} - R = 0$

$R = \frac{1000H}{u} \text{ N}$ 5

$F = ma$

$F' - R - 1000Mg \sin \alpha = 0$ 5

$\frac{2000H}{v} = \frac{1000H}{u} + 1000Mg \sin \alpha$ 5

$\frac{2H}{v} = \frac{H + Mgu \sin \alpha}{u}$ 5

$v = \frac{2Hu}{H + Mgu \sin \alpha} \text{ ms}^{-1}$

25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்தகளில் 91%இனர் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் இவ்வினாவின் இலகுதன்மை 45%ஆகும். அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் சமன்பாட்டைச் சரியாகப் பயன்படுத்தியிருப்பினும் அலகுகளைச் சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் இறுதி விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது. அதனால் வினாவிற்குரிய மொத்தப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது.

5. வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஓர் உற்பத்தி O வைக் குறித்து A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\lambda\hat{i} + \mu\hat{j}$, $\mu\hat{i} - \lambda\hat{j}$ ஆகும்; இங்கு λ, μ ஆகியன $0 < \lambda < \mu$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள மெய்யெண்கள் ஆகும். $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ ஒரு செங்கோணமெனக் காட்டுக. C ஆனது கோட்டுத் துண்டம் AB யின் நடுப் புள்ளியெனக் கொள்வோம். காவி $\vec{OC}$ ஆனது பருமன் 2 ஐக் கொண்டிருப்பதோடு அது அலகுக் காவி $\hat{i}$ உடன் கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐ ஆக்குமெனின், λ, μ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\vec{OA} = \lambda\hat{i} + \mu\hat{j}$$

$$\vec{OB} = \mu\hat{i} - \lambda\hat{j}$$

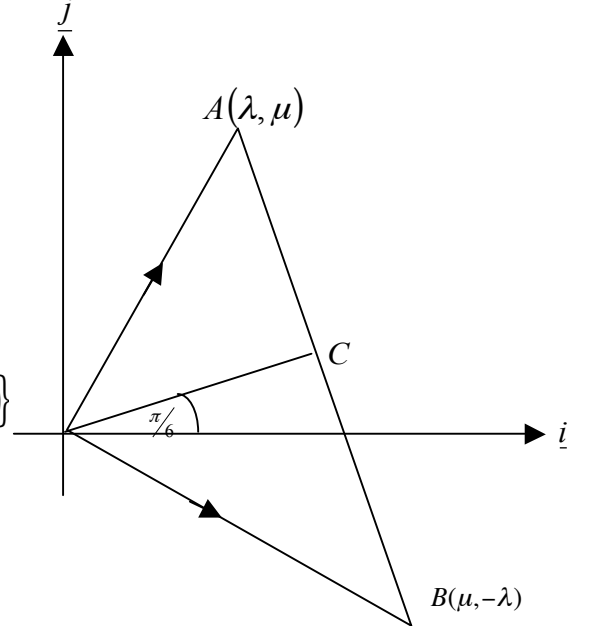
$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \lambda\mu - \mu\lambda = 0 \text{ for } \lambda, \mu \in \mathbb{R}^+ \quad (5)$$

$$\Rightarrow \hat{A}\hat{O}\hat{B} = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = \lambda\hat{i} + \mu\hat{j} + \vec{AC}$$

$$= \lambda\hat{i} + \mu\hat{j} + \frac{1}{2} \{ (\mu\hat{i} - \lambda\hat{j}) - (\lambda\hat{i} + \mu\hat{j}) \}$$

$$= \frac{1}{2}(\lambda + \mu)\hat{i} + \frac{1}{2}(\mu - \lambda)\hat{j} \quad (5)$$



$$\vec{OC} \cdot \hat{i} = 2 \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} = \frac{1}{2}(\lambda + \mu) \quad \left. \begin{array}{l} \lambda + \mu = 2\sqrt{3} \quad (5) \\ \mu - \lambda = 2 \quad (5) \end{array} \right\}$$

$$\vec{OC} \cdot \hat{j} = 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 = \frac{1}{2}(\mu - \lambda)$$

$$\lambda = \sqrt{3} - 1, \mu = \sqrt{3} + 1$$

(5)

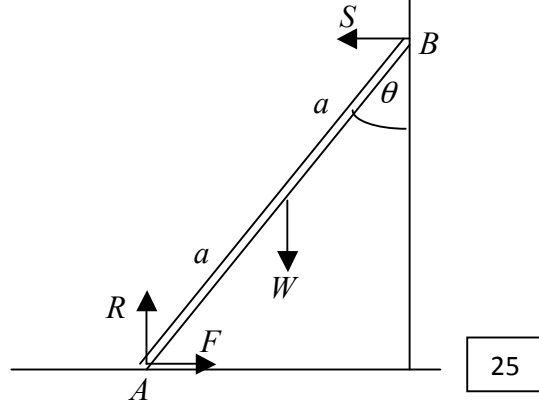
25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

வினாத்தாளின் II இன் பகுதி A யிற்கு உரிய வினாக்களில் மிகவும் குறைந்த இலகுச் சுட்டியைக் கொண்ட வினாவாகும். பரீட்சார்த்தகளில் 83% இனர் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் இவ்வினாவின் இலகுதன்மை 18% ஆகும். மாணவர்களின் காவிகள் தொடர்பான அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை அதிகரிக்கும் வகையில் மாணவர்களுக்கு போதியளவு பயிற்சிகள் வழங்கப்பட வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 6

6. ஒரு சீரான மெல்லிய பாரமான கோல் அதன் ஒரு முனை ஒரு கரடான கிடை நிலத்தின் மீதும் மற்றைய முனை ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரேயும் இருக்க ஓய்வில் உள்ளது. கோல் சுவருடன் சர்ங்கோணம் θ வை ஆக்கிக்கொண்டு சுவருக்குச் செங்குத்தான ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கின்றது. கோல் இவ்வமைவிலே நாப்பத்தில் இருப்பதற்குக் கோலிற்கும் நிலத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் μ ஆனது $\mu \geq \frac{1}{2} \tan \theta$ வைத் திருப்தியாக்க வேண்டுமெனக் காட்டுக.



துணிக்க:



$$F = S$$

(5)

$$R = W$$

(5)

↺

$$S \cdot 2a \cos \theta = W \cdot a \sin \theta$$

(5)

$$\therefore F = S, \Rightarrow F = \frac{1}{2} W \tan \theta \leq \mu R$$

(5)

$$\frac{1}{2} W \tan \theta \leq \mu W \Rightarrow \mu \geq \frac{1}{2} \tan \theta$$

(5)

25

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்தகளில் 88%இனர் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் இவ்வினாவின் இலகுதன்மை 40%ஆகும். அதிகளவிலானோர் இந்த சம நாப்பத்தைச் சரியாக விளங்கிக் கொள்ளவில்லை. இது ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட நாப்பத்திலுள்ள சந்தர்ப்பமாகக் கருதி தீர்ப்பதற்கு சென்றமையால் தேவையான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

வினா இலக்கம் 7

7. A, B, C ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி S இல் உள்ள மூன்று சாரா நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில் நிகழ்தகவு $P(A \cup B \cup C)$ ஐ $P(A), P(B), P(C)$ என்னும் நிகழ்தகவுகளின் சார்பில் எடுத்துரைக்க. $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$ என மேலும் தரப்பட்டிருப்பின், நிகழ்தகவு $P(C)$ ஐக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகள்: $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$

A, B, C என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகள் ஆதலால்,

10

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A) \cdot P(B) - P(B) \cdot P(C) - P(C) \cdot P(A) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + P(C) - \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot P(C) + \frac{1}{8} \cdot P(C)$$

5

$$\frac{1}{8} = P(C) \left[1 + \frac{1}{8} - \frac{3}{4} \right] = P(C) \cdot \left[\frac{3}{8} \right]$$

5

$$\therefore P(C) = \frac{1}{3}$$

25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 87% இனர் மட்டுமே இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 23% ஆகும். இது நிகழ்தகவு தொடர்பான பிரசினமாகும். இங்கு $P(A \cup B \cup C)$ நிகழ்தகவு தொடர்பான கூற்றைச் சரியாக பயன்படுத்தாமை மற்றும் சுயாதீனத்தன்மை இல்லாது போதல் பிரசினத்திற்கு உரிய விடையை அண்மிப்பதற்கு முடியாது போய் இருந்தது.

வினா இலக்கம் 8

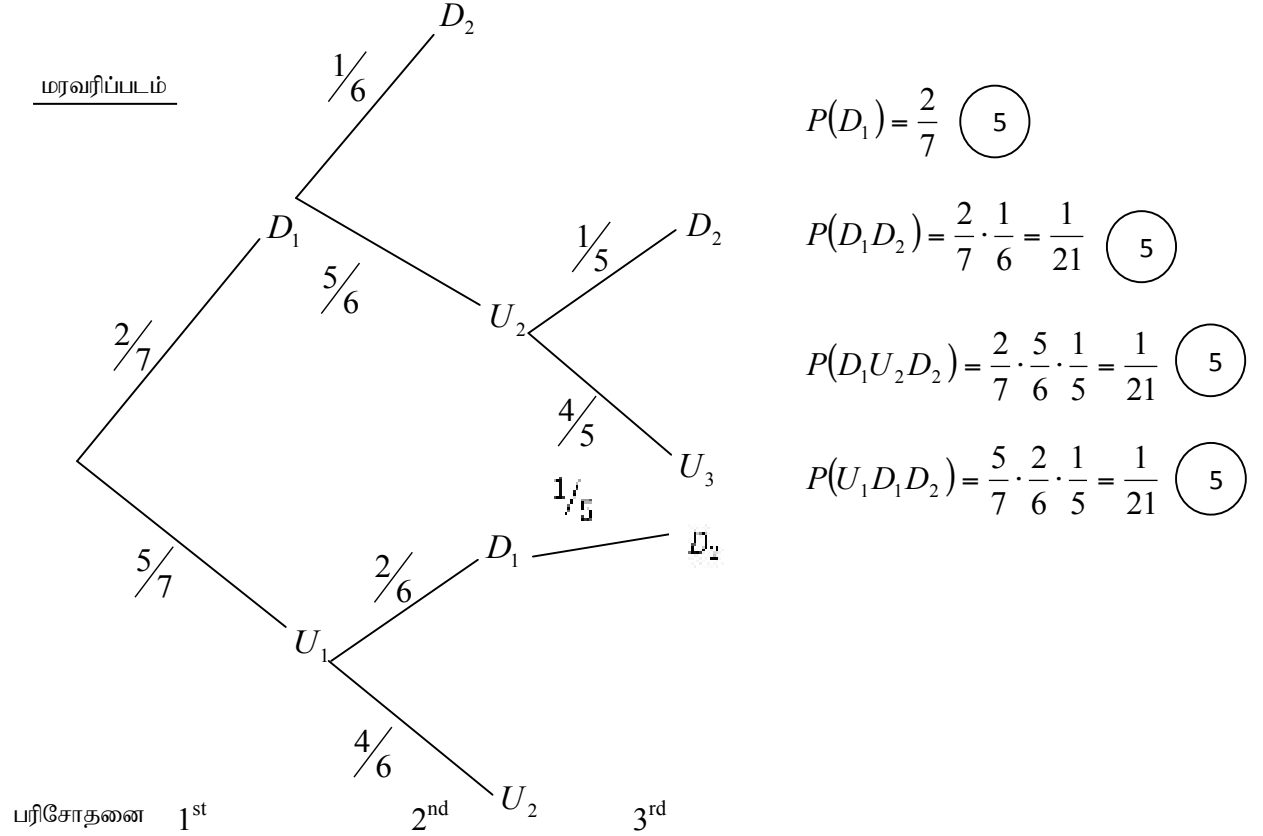
8. சர்வசமமானவையாகத் தோற்றும் 7 மின்குமிழ்கள் ஒரு பெட்டியில் உள்ளன. இவற்றில் 2 மின்குமிழ்கள் பழுதுள்ளவாகவும் ஏனையவை பயன்படுத்தத்தக்கவாகவும் அறியப்பட்டுள்ளன. பழுதுள்ள 2 குமிழ்களும் கண்டுபிடிக்கப்படும் வரைக்கும் குமிழ்கள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாகச் சோதிக்கப்படுகின்றன.

(i) இரு குமிழ்களை மாத்திரம், (ii) மூன்று குமிழ்களை மாத்திரம்

சோதித்த பின்னர் பழுதுள்ள இரு குமிழ்களும் கண்டுபிடிக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

7 மின்குமிழ்களில் 2 பழுதடைந்தும் 5 பயன்படுத்தக்கூடியனவாகவும் உள்ளன.

$D =$ குறைபாட்டுடன், $U(=D^c) =$ பயன்படுத்த முடிவாக இருப்பது



நிகழ்தகவு (இரு சோதனைகள் மாத்திரம் தேவைப்படின) $= P(D_1 D_2) = \frac{1}{21}$

நிகழ்தகவு (மூன்று சோதனைகள் மாத்திரம் தேவைப்படின) $= P(D_1 U_2 D_2) + P(U_1 D_1 D_2) = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{2}{21}$

(5)

25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

A பகுதியின் இலகுதன்மை இரண்டாவதாக குறைவாகவுள்ள வினா இதுவாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் 81% அளவில் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 20% ஆகும். இங்கு பரீட்சார்த்திகள் பிரசினத்தைத் தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ளாமையினாலும் அடிப்படை நிகழ்தகவு எண்ணக்கரு தொடர்பான தெளிவு இன்மையினாலும் பிரசினத்திற்குத் திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாது இருந்தமை தெளிவாகிறது.

வினா இலக்கம் 9

9. ஏழு முழு எண்களின் ஒரு தொடை S ஆனது பின்வருமாறு ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டுள்ளது.

$$S = \{1, 2, 4, x, y, 11, 13\}$$

y ஆனது எண்களின் இடையெனின், x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைத் துணிக. எண்களின் மாற்றற்றன் $\frac{120}{7}$ எனக் காட்டுக.

ஏழு எண்கள்: 1 2 4 x y 11 13 (ஏறுவரிசையில்)

$$11 = y \Rightarrow 1 + 2 + 4 + x + y + 11 + 13 = 7y$$

$$\Rightarrow 6y - x = 31$$

5

Trials: $x = 4$ என்க: $6y - 4 = 31$

$$6y = 35.$$

5

நிறைவேண் y இற்குத் தீர்வு இல்லை.

$$x = 5 \text{ என்க: } 6y - 5 = 31$$

$$y = 6$$

5

மாற்றுமுறை

$$4 \leq x \leq 11 \text{ என்பதனால்}$$

$$35 \leq 6y \leq 42$$

இருக்கக் கூடிய y

$$y = 6 \text{ அல்லது } y = 7$$

$$\Rightarrow x = 5 \quad \Rightarrow x = 11$$

($x < y = 11$ என்பதனால்)

$$\text{தீர்வு } x = 5, \quad y = 6 = \mu$$

5

$$\text{மாற்றற்றன்: } S^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \mu)^2$$

$$= \frac{1}{7} [(-5)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0 + 5^2 + 7^2]$$

5

$$= \frac{1}{7} (25 + 16 + 4 + 1 + 25 + 49) = \frac{120}{7}$$

25

9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 82% இனர் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 30% ஆகும். இது புள்ளிவிபரவியலுக்குரிய ஒரு வினாவாகும். x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கிடையேயான ஒவ்வொரு தொடர்பையும் கண்டதன் பின்னர் இரண்டாவது கணியங்களைக் காண்பதற்கு தரப்பட்ட தரவுகளை சரியாகத் திட்டமிட்டுப் பயன்படுத்தவில்லை. அதனால் அதிகளவிலான மாணவர்களுக்கு பிரசினத்தின் எஞ்சிய படிமுறைக்குச் செல்வதற்கு முடியாது இருந்தது.

வினா இலக்கம் 10

10. முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 எனக் குறிக்கப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டை 50 தடவை மேலே எறியப்படுமெனின், தாயக்கட்டையின் மேல் முகத்தின் மீது தோற்றும் உரிய எண்களின் மீடறன் பரம்பல் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது:

எண்	1	2	3	4	5	6
மீடறன்	α	9	γ	11	8	7

மீடறன் பரம்பலின் இடை 3.66 எனத் தரப்பட்டிருப்பின், α , γ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைத் துணிந்து, ஆகாரத்தையும் இடையத்தையும் காண்க.

எண் x	1	2	3	4	5	6
மீடறன் f	α	9	γ	11	8	7

$$\text{தரவிற்படி: } 50 = \alpha + \gamma + 35 \Rightarrow \alpha + \gamma = 15 \quad (5)$$

$$\text{மேலும், இடை} = 3.66 \Rightarrow 50 \times 3.66 = 183 = 1 \cdot \alpha + 2 \cdot 9 + 3 \cdot \gamma + 4 \cdot 11 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7$$

$$= \alpha + 3\gamma + 144 \Rightarrow \alpha + 3\gamma = 39 \quad (5)$$

$$\text{தீர்ப்பதால்: } \gamma = 12, \quad \alpha = 3 \quad (5)$$

$$\text{ஆகாரம் } 3 \quad \text{இடையம் } 4$$

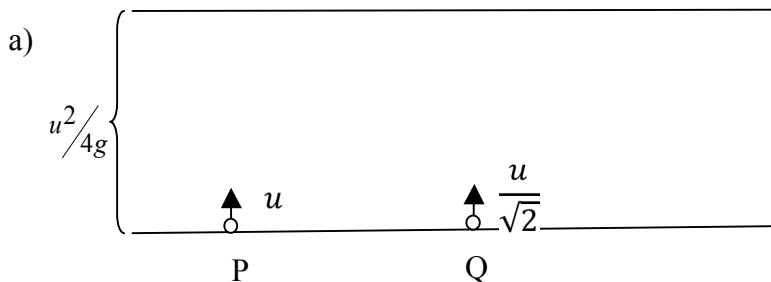
10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 77% இனர் இவ்வினாவிற்கு விடை எழுதியிருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 24% ஆகும். இது புள்ளிவிபரவியலுக்குரிய எளிய பயன்பாடாகும். இங்கே கூட்டமாக்கப்படாத எண் பரம்பலுக்கு சார்பாக ஏற்ப இடையத்தை கருத்துடைமையானதான பிரசினத்திற்கு உரியதாக சரியாக பயன்படுத்தாமையினால் விடை திருப்தியின்றி இருந்தது.

(10) இணைந்த கணிதம் பத்திரம் II - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

11. (a) ஒரு நிலைத்த கிடை நிலத்தின் மீது உள்ள இரு புள்ளிகளிலிருந்து P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே $u, \frac{u}{\sqrt{2}}$ என்னும் கதிகளுடன் ஒரே வேளையில் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றன.
- நிலத்திலிருந்து ஓர் உயரம் $\frac{u^2}{4g}$ இல் ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடைச் சீலிங்கு உள்ளது. சீலிங்கிற்கும் அதில் படும் துணிக்கை P யிற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ஆகும். அத்துடன் இரு துணிக்கைகளும் புவியீர்ப்பின் கீழ் மாத்திரம் மேல்நோக்கியும் கீழ்நோக்கியும் இயங்குகின்றன.
- (i) துணிக்கை P சீலிங்கிற் படுவதற்குச் சற்று முன்னர் அதன் கதியையும் மோதும் கணம் வரைக்கும் எடுக்கும் நேரம் T_1 ஐயும் காண்க.
- துணிக்கை P ஆனது அதன் எறியப் புள்ளிக்குக் கதி $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ உடன் திரும்பி வருகின்றதெனக் காட்டுக.
- (ii) துணிக்கை Q ஆனது சீலிங்கை மட்டுமட்டாக அடையுமெனக் காட்டி, அக்கணம் வரைக்குமான நேரம் T_2 ஐக் காண்க.
- (iii) P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகளும் எறியப்படும் கணத்திலிருந்து உரிய எறியப் புள்ளிகளுக்குத் திரும்பி வரும் வரைக்கும் அவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.
- (iv) வேக-நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி, P ஆனது சீலிங்கிற் படும் கணத்தில் Q ஆனது சீலிங்கிற்குக் கீழே ஒரு நிலைக்குத்துத் தூரம் $\frac{u^2}{2g}(\sqrt{2} - 1)^2$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.
- (b) ஒரு கப்பல் S ஆனது சீரான கதி u உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. அதன் நேர்கோட்டுப் பாதை ஒரு துறைமுகம் P யிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி ஒரு செங்குத்துத் தூரம் p யில் உள்ளது. ஒரு குறித்த கணத்தில் $\overrightarrow{PS}$ இன் திசை கிழக்கிலிருந்து தெற்கே 45° கோணத்தை ஆக்கும்போது கப்பல் S ஐ இடைமறிப்பதற்காக B_1, B_2 என்னும் இரு வழங்கற் படகுகள் துறைமுகம் P யிலிருந்து இரு வெவ்வேறு திசைகளில் சீரான கதி v ($\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u$) உடன் ஒரே வேளையில் இயங்கத் தொடங்குகின்றன. இப்படகுகள் முறையே T_1, T_2 ($> T_1$) என்னும் நேரங்களில் கப்பல் S ஐ அடைகின்றன. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ என மேலும் தரப்பட்டிருப்பின், கப்பல் S தொடர்பாக B_1, B_2 ஆகிய படகுகளின் இயக்கங்களுக்கான இரு தொடர்பு வேக முக்கோணிகளையும் ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைந்து, துறைமுகம் P யிலிருந்து கப்பல் S இற்கு இயங்கும்போது B_1, B_2 ஆகிய படகுகளின் உண்மையான இயக்கத் திசைகளைக் காண்க.
- $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$ என மேலும் காட்டுக.



i) துணிக்கை P

$$v^2 = u^2 - 2g \cdot \frac{u^2}{4g} = \frac{u^2}{2} \quad (5)$$

சீலிங்கை அடிக்க சற்றுமுன் P யின் வேகம் $v = \frac{u}{\sqrt{2}}$  

$$\textcircled{5} \Rightarrow T_1 = \frac{u}{g} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad \boxed{15}$$

சீலிங்குடன் மோதிய உடன் அதன் வேகம் $= eV = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{u}{2}$  

மீளும் பயணத்தில் எறியற்புள்ளியில் வேகம் $w^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 + 2g\left(\frac{u^2}{4g}\right) \Rightarrow w = \frac{u\sqrt{3}}{2}$

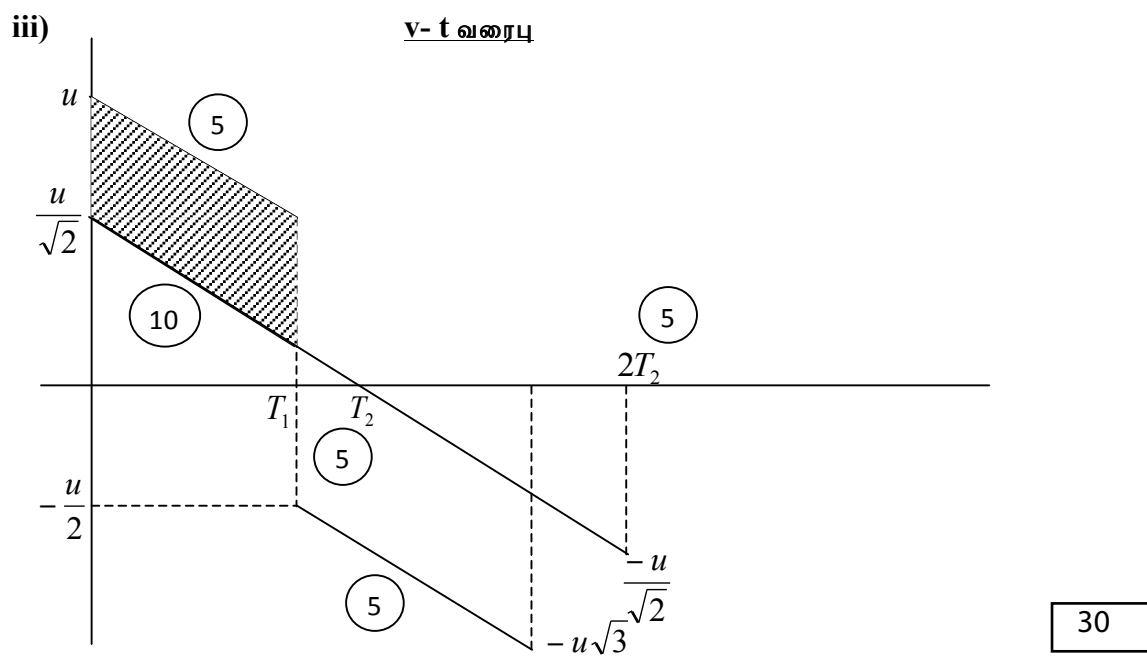
ii) துணிக்கை Q

$$v_1^2 = \left(\frac{u}{\sqrt{2}} \right)^2 - 2g \left(\frac{u^2}{4g} \right) = 0; \quad (5) \quad \text{Q பூச்சிய வேத்துடன் சீலிங்கை அடையும்.}$$

சீலிங்கை அடைய எடுக்கும் நேரம் T_2 எனின், $0 = \frac{u}{\sqrt{2}} - gT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{u}{\sqrt{2}g}$ (5)

(கீழ்நோக்கிய) இயக்கத்தில் திரும்பும் பொழுது, எறியற்புள்ளியில் Q இன் வேகம் $\frac{u}{\sqrt{2}}$

அதற்கு எடுத்த நேரம் $2T_2 = \frac{u}{g} \sqrt{2}$



iv) T_1 நேரத்தில் சீலிங்கிற்குக் கீழே Q சென்ற தூரம் = வரிப்படத்தில் நிழற்றப்பட்ட பரப்பு

$$= \left(u - \frac{u}{\sqrt{2}} \right) T_1 \quad (5)$$

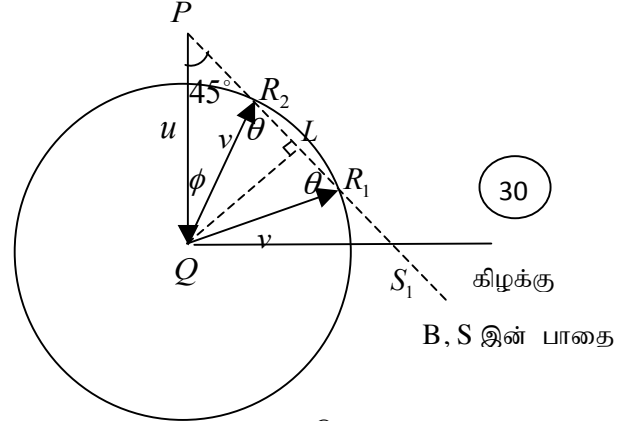
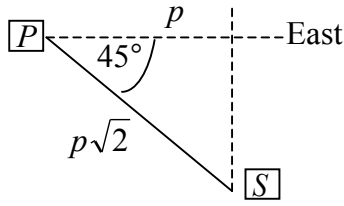
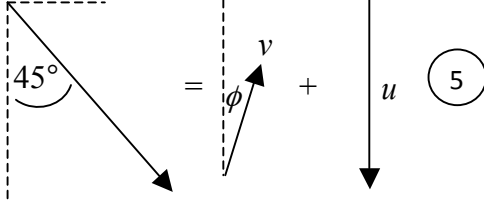
$$= \frac{u}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} - 1) \frac{u}{\sqrt{2}g} (\sqrt{2} - 1) \quad (5)$$

$$= \frac{u^2}{2g} (\sqrt{2} - 1)^2$$

10

துறைமுகம் P, கப்பல் S, படகு B

$$\text{vel}(B, S) = \text{vel}(B, P) + \text{vel}(P, S) \quad (5)$$



30

$\text{vel}(B, P)$ இற்கு இரண்டு இயல்தகு பாதைகள் உள்ளதுடன் ஒவ்வொன்றும் தொடர்பான பாதையுடன் கோணத்தை அமைக்கின்றது

$$\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$\Delta^{\text{கள்}} PQR_1, PQR_2$ இலிருந்து

$$\frac{v}{\sin 45^\circ} = \frac{u}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \theta = \left(\frac{u}{v} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \therefore \phi = 15^\circ \quad (5)$$

துறைமுகத்துக்கு சார்பாக,

5

(i) B_1 இன் வேகம் கிழக்குடன் வடக்கே 15° ஐ அமைக்கிறது

5

(ii) B_2 இன் வேகம் வடக்குடன் கிழக்கே 15° ஐ அமைக்கிறது

60

$$T_2 - T_1 = \sqrt{2} p \left(\frac{1}{PR_2} - \frac{1}{PR_1} \right) = \frac{\sqrt{2} p}{PR_1 \cdot PR_2} (PR_1 - PR_2)$$

(5)

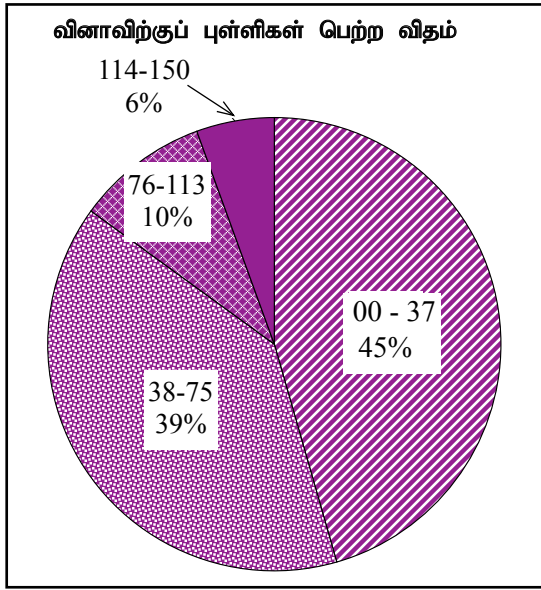
$$= \frac{\sqrt{2} p v}{\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{2} \right) \left(\frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{v}{2} \right)} = \frac{\sqrt{2} p v}{\left(\frac{u^2}{2} - \frac{v^2}{4} \right)} = \frac{\sqrt{2} p \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} u}{\frac{u^2}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right)} = \frac{2\sqrt{3} p}{u}$$

(5)

(5)

15

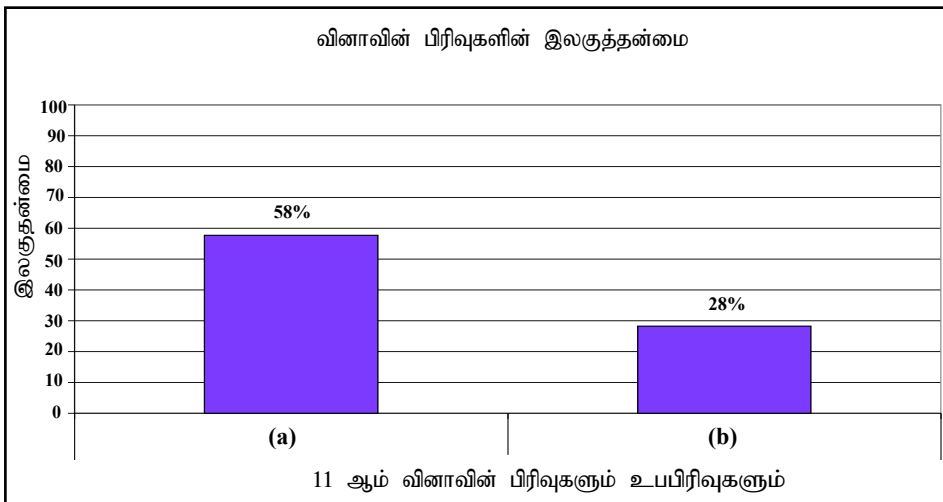
11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவைத் தெரிவுசெய்திருப்பது பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 78% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 45% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 39% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 10% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 6% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி இரு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a) யின் இலகுதன்மை 58% ஆவதோடு பகுதி (b) யின் இலகுதன்மை 28% ஆகும். மொத்த இலகுதன்மை 48% ஆகும்.

இந்த வினாவானது ஒன்றுக்கொன்று சுயமான (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a) புவியீர்ப்பின் கீழ் கிடை அசைவாக அமைவதோடு பகுதி (b) சார்பு வேகத்தை அடிப்படையாகவும் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டிருந்தது.

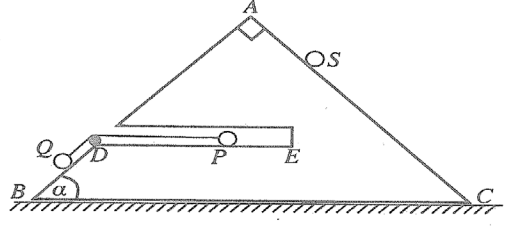
பகுதி (a) யின் கீழ் (i), (ii) என்ற இரு பகுதிகளின் கீழ் அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் இயக்கச் சமன்பாடுகளை சரியாகப் பயன்படுத்தி பிரசினத்திற்கு திருப்திகரமாக விடையைப் பெற்றுள்ளனர். எனினும் வேகநேர வரைபில் கீறும் போது திசையை சரியாக பெற்றுக்கொள்ளாமையினால் அதிகளவான பரீட்சார்த்திகளுக்கு திருப்திகரமாக இறுதி விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது. வேக-நேர வரைபைப் பயன்படுத்தி உபபகுதி (v) இற்குரிய துணிக்கை Q பயணித்து கிடை தூரத்திற்கு சார்பாக பரப்பளவைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு சிரமப்பட்டுள்ளனர். இந்தப் பகுதிக்குரிய இலகுதன்மை 58% அளவிலாகும்.

பகுதி (b) யின் விடைகளைக் கருதும்போது சார்பு வேகம் தொடர்பாக அறிவு மிகக் குறைந்த மட்டத்தில் காணப்படுகிறது என்பது தெரிகிறது. உரிய வேக முக்கோணியை பெற்றுக் கொள்வதற்காக சரியான கேத்திர கணிதத்தைப் பயன்படுத்தாமையினால் பிரசினத்தில் முன்னோக்கி செல்ல முடியாது இருந்தது. இந்தப் பகுதிக்கான இலகுதன்மை 28% ஆகும்.

தரப்பட்ட தரவுகளை அடிப்படையாகக்கொண்டு சரியான வேக-நேர வரைபை வரைதல் மற்றும் அதன் புள்ளிகளை இனங்காண்பதற்காக பொருத்தமான பயிற்சிகளில் மாணவர்களைத் தொடர்ந்து ஈடுபடுத்துதல் அவசியமாகும்.

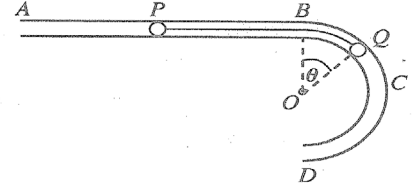
சார்பு வேகம் தொடர்பான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை பயன்படுத்தும் போதும் வேக முக்கோணியை வரையும் போதும் கேத்திர கணித அறிவை சரியாக விருத்தி செய்து கொள்ளுமாறு எளிய கட்டமைப்பு பயிற்சிகளை தொடர்ந்து செய்வதற்கு சந்தர்ப்பங்களை ஏற்படுத்திக் கொடுத்தல் வேண்டும்.

12.(a) தரப்பட்டுள்ள உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC ஆனது திணிவு M ஐக் கொண்ட ஒரு சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டினை வகைகுறிக்கின்றது. ஆப்பினுள்ளே BC யிற்குச் சமாந்தரமாக ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான தவாளிப்பு DE உள்ளது. AB , AC ஆகிய கோடுகள் உரிய முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகளாகும்; $\angle ABC = \alpha$, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$. BC யைக் கொண்ட முகம் ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இருக்குமாறு ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் திணிவு m ஐ உடைய P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே DE, DB ஆகியவற்றின் மீது வைக்கப்பட்டு அவை புள்ளி D யில் இருக்கும் ஒரு சிறிய ஒப்பமான இலேசான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. திணிவு $\frac{m}{2}$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை S ஆனது AC மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் வைக்கப்பட்டு, P யையும் Q யையும் தொடுக்கும் இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி இவ்வமைவில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.



துணிக்கை P யிற்கு ED வழியேயும் துணிக்கை Q இற்கு DB வழியேயும் துணிக்கை S இற்கு AC வழியேயும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக. மேலும் முழுத் தொகுதிக்கும் BC வழியே இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதுக. இதிலிருந்து, ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\vec{BC}$ இன் திசையில் $\frac{mg \sin \alpha}{2M + 3m - 2m \cos \alpha}$ எனக் காட்டுக.

(b) ஓர் ஒடுக்கமான ஒப்பமான குழாய் $ABCD$ ஆனது அருகிலுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள வடிவத்தில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. குழாயின் பகுதி AB நேராக இருக்கின்றது. பகுதி BCD ஆனது ஆரை a ஐயும் மையம் O ஐயும் உடைய ஓர் அரைவட்டமாகும். விட்டம் BD ஆனது AB யிற்குச் செங்குத்தாகும். AB கிடையாகவும் மேலேயும் இருக்கக் குழாய் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. குழாயினுள்ளே திணிவு m ஐக் கொண்ட ஒரு துணிக்கை P யும் திணிவு $3m$ ஐக் கொண்ட ஒரு துணிக்கை Q வும் நீளம்

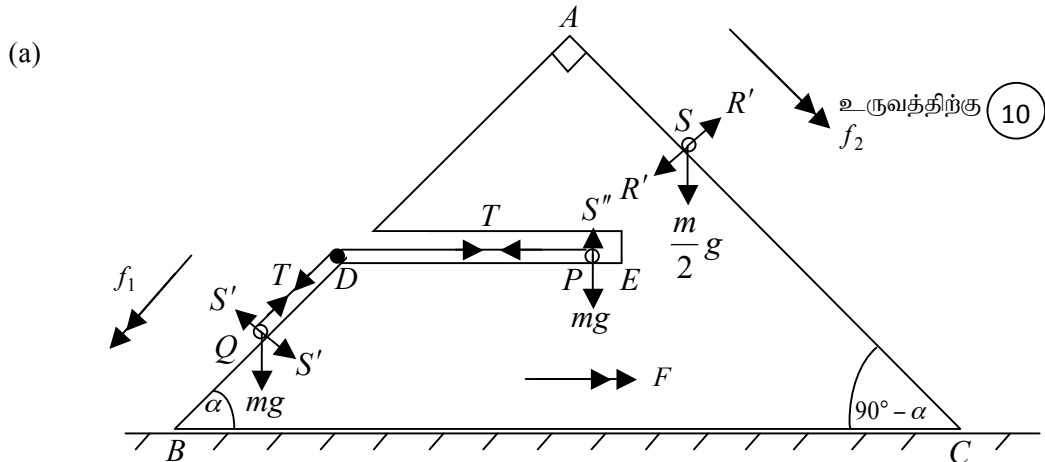


$l \left(> \frac{\pi a}{2} \right)$ ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தொடக்கத்தில் இழை இறுக்கமாக AB வழியே கிடக்கும் அதே வேளை துணிக்கை Q ஆனது புள்ளி B யில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை Q இவ்வமைவிலிருந்து சிறிது இடம்பெயர்க்கப்பட்டு, நேரம் t யில் ஆரை OQ ஆனது ஒரு கூர்ங்கோணம் θ வினாடாகத் திரும்பியுள்ளது.

சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டைப் பிரயோகித்து $\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{3g}{2a} (1 - \cos \theta)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக, துணிக்கை P யின் ஆர்முடுகல் $\frac{3g}{4} \sin \theta$ எனக் காட்டுக.

நேரம் t யில் குழாயிலிருந்து துணிக்கை Q மீது உள்ள மறுதாக்கத்தையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பிரயோகிக்க:

துணிக்கை P க்கு ED வழியே: ←

$$T = m(f_1 - F) \dots \dots \dots (1) \quad (10)$$

துணிக்கை Q க்கு DB வழியே:

$$mg \sin \alpha - T = m(f_1 - F \cos \alpha) \dots \dots \dots (2) \quad (10)$$

துணிக்கை S க்கு AC வழியே:

$$\frac{m}{2} g \cos \alpha = \frac{m}{2} (f_2 + F \sin \alpha) \dots \dots \dots (3) \quad (10)$$

தொகுதிக்கு BC வழியே:

$$0 = MF + m(F - f_1) + m(F - f_1 \cos \alpha) + \frac{m}{2} (F + f_2 \sin \alpha) \dots \dots \dots (4) \quad (15)$$

55

$$\frac{(1) + (2)}{m} :$$

$$g \sin \alpha = 2 f_1 - F (1 + \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{g \sin \alpha + F(1 + \cos \alpha)}{2} \quad (5)$$

(3) இலிருந்து :

$$f_2 = g \cos \alpha - F \sin \alpha \quad (5)$$

$$(4) \Rightarrow 0 = F \left\{ M + \frac{5m}{2} \right\} - m f_1 (1 + \cos \alpha) + \frac{m}{2} f_2 \sin \alpha$$

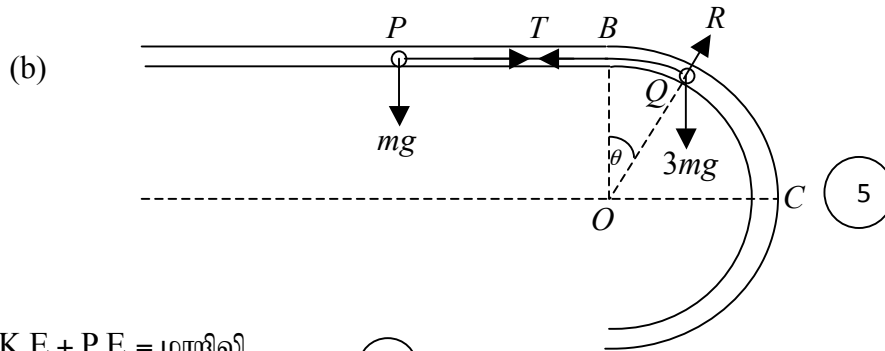
$$0 = \frac{F}{2} (2M + 5m) - \frac{m}{2} (1 + \cos \alpha) \{ g \sin \alpha + F(1 + \cos \alpha) \} + \frac{m}{2} \sin \alpha (g \cos \alpha - F \sin \alpha) \quad (10)$$

$$mg \sin \alpha = F \{ 2M + 5m - m(1 + \cos \alpha)^2 - m \sin^2 \alpha \}$$

$$= F \{ 2M + 3m - 2m \cos \alpha \} \quad (5)$$

$$\Rightarrow F = \frac{mg \sin \alpha}{2m + 3m - 2m \cos \alpha}$$

25



$$K.E + P.E = \text{மாறிலி} \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} m (a \dot{\theta})^2 + \frac{3m}{2} (a \dot{\theta})^2 - 3mga(1 - \cos \theta) = 0 \quad (5)$$

(10)

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a} (1 - \cos \theta) \quad (5)$$

35

θ குறித்து வகையிட $2\dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \frac{3g}{2a} \sin \theta$ (5)

$$\Rightarrow a\ddot{\theta} = \frac{3g}{4} \sin \theta$$

$\therefore$ துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் $P = a\ddot{\theta} = \frac{3g}{4} \sin \theta$ $\rightarrow$ (5)

10

P, Q விற்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பிரயோகிக்க :

துணிக்கை P க்கு PB வழியே $\rightarrow$

$$T = ma\ddot{\theta} \quad (5)$$

$$\Rightarrow T = m \frac{3g}{4} \sin \theta. \quad (5)$$

துணிக்கை Q க்கு QO வழியே :

$$3mg \cos \theta - R = 3ma\dot{\theta}^2 \quad (5)$$



$$R = 3mg \cos \theta - 3ma \frac{3g}{2a} (1 - \cos \theta)$$

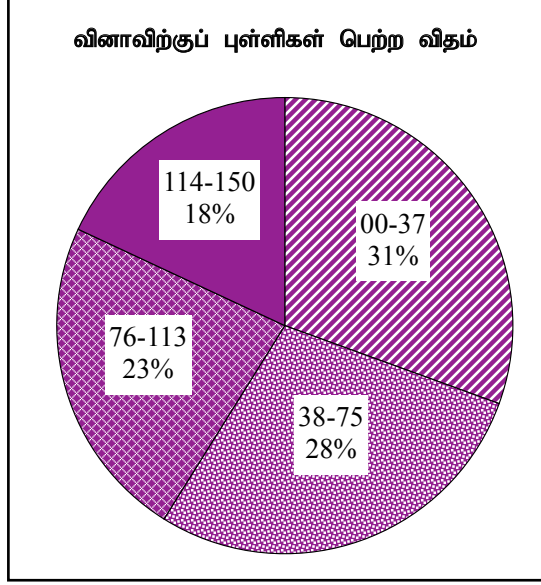
$$= 3mg \cos \theta - \frac{9mg}{2} + \frac{9mg}{2} \cos \theta \quad (5)$$

$$= \frac{mg}{2} (15 \cos \theta - 9)$$

$$= \frac{3mg}{2} (5 \cos \theta - 3) \quad (5)$$

25

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



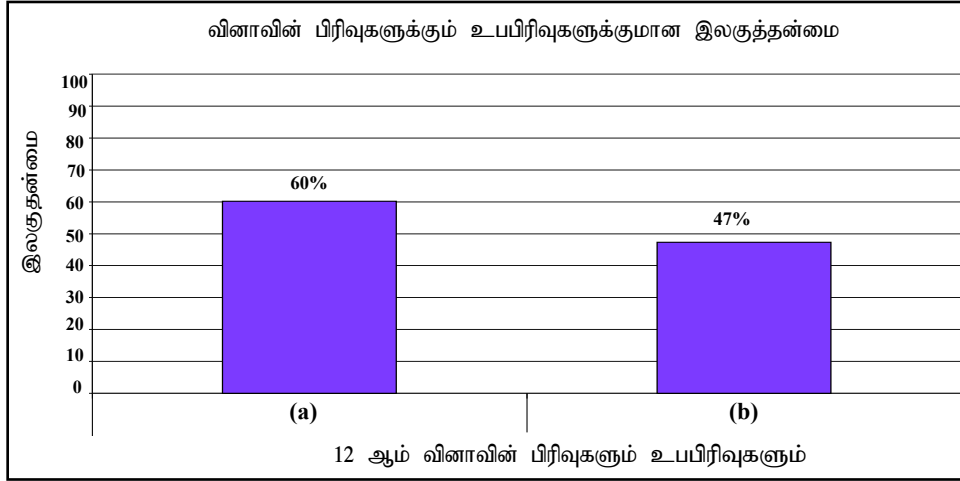
இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 94% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 55% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 28% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 23% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி இரு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a)யின் இலகுதன்மை 60% ஆவதோடு பகுதி (b) யின் இலகுதன்மை 47% ஆகும். மொத்த இலகுதன்மை 55% ஆகும்.

இந்த வினா (a) மற்றும் (b) என்ற ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமாக இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a) யானது சார்பு விசையின் அமைவதுடன் பகுதி (b) ஆனது வட்ட இயக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

பகுதி (a) யின் இலகுதன்மை 60% ஆகும். அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் விசையைச் சரியாக குறித்துக் காட்டியிருந்தாலும் சில பரீட்சார்த்திகள் ஆப்பிற்குச் சார்பாக விசையை இரு பக்கமும் இரு துணிக்கையினதும் விசை ஒன்று என குறித்துக் காட்டாமையினால் சரியான சமன்பாட்டைச் சரியாகப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சகர்களும் சுருக்குவதில் தவறு காரணமாக தேவையான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 47% ஆகும். இந்த பிரிவினத்திற்கு சக்தி காப்பு விதியை காணும் போது கோண இடப்பெயர்ச்சிக் கொண்டு வேகம் $a\theta$ என முன்வைப்பதற்குச் சிரமப்பட்டிருந்தனர். அவ்வாறே துணிக்கை P யினது தொடுகையின் மீது விசைகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு முடியாது இருந்தனர். இந்தக் காரணத்தினால் பிரிவினத்திற்கு திருப்திகரமாக விடை அளிப்பதற்கு முடியாது இருந்துள்ளனர்.

சார்பு விசை தொடர்பான பயிற்சிகளில் ஈடுபடுத்தி $F=ma$ என்ற சமன்பாட்டில் விசை (a) சட்டகத்தின் சார்பாக ஈடுபடுத்த வேண்டும் என்பததை கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும்.

எளிதாகக் கட்டமைக்கப்பட்ட பயிற்சிகளின் மூலம் இந்த அறிவை மாணவர்களிடம் விருத்தி செய்துகொள்ள முடியும்.

13. இயற்கை நீளம் a யையும் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ யையும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி A யிற் கட்டப்பட்டுள்ளது. A யின் மட்டத்திற்கு மேலே நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு சிறிய ஒப்பமான முளை B யிற்கு மேலாக இழை செல்கின்றது. இழையின் மற்றைய நுனியில் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தூரம் AB ஆனது a யும் BA யிற்கும் கீழ்முக நிலைக்குத்திற்குமிடையே உள்ள கோணம் $\frac{\pi}{3}$ உம் ஆகும்.

தொடக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது முளை B யிற்குச் சற்றுக் கீழே வைக்கப்பட்டு, நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கிக் கதி $u = \sqrt{\frac{5ga}{8}}$ உடன் எறியப்படுகின்றது. நேரம் t யில் இழையின் நீட்சி x எனக் கொள்வோம். துணிக்கை P யின் எளிய இசை இயக்கத்திற்கான சமன்பாடு வடிவம் $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ இல் எடுத்துரைக்கப்படலாமெனக் காட்டுக; இங்கு $X = x - \frac{a}{2}$ உம் $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ உம் ஆகும்.

இவ்வியக்கச் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வை வடிவம் $\dot{X}^2 = \omega^2 (A^2 - X^2)$ இல் கருதி எளிய இசை இயக்கத்தின் வீச்சம் $A = \frac{3a}{4}$ எனக் காட்டி, துணிக்கை அடைந்த மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி E யைக் காண்க.

துணிக்கை எளிய இசை இயக்கத்தின் மையம் C யைக் கடந்து செல்லும்போது அதன் கதி $\frac{3u}{\sqrt{5}}$ எனக் காட்டுக. ஒத்த வட்ட இயக்கத்தைக் கருதுவதன் மூலம் அல்லது வேறுவிதமாக, துணிக்கை P அதன் கீழ்முக

இயக்கத்தில் C யைக் கடந்து செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{\frac{a}{2g}} \left\{ \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) \right\}$ எனக் காட்டுக.

மேலும் துணிக்கை P அதன் மிகத் தாழ்ந்த தானம் E யை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தையும் இழையினால் முளை மீது உஞ்றற்படும் விசையின் உயர்ந்தபட்சப் பருமனையும் காண்க.

துணிக்கை P க்கு. $F = ma$ ஐ பிரயோகிக்க

$$\downarrow mg - T = m\ddot{x} \quad (5)$$

$$T = 2mg \left(\frac{x}{a} \right), \because \text{மீள்தன்மை மட்டு} = 2mg$$

$$(5)$$

T ஐ நீக்கி m ஆல் பிரிக்க

$$g = \frac{2g}{a}x + \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2g}{a} \left(x - \frac{a}{2} \right) = 0 \quad (5)$$

$$(5)$$

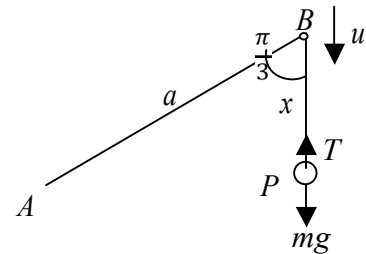
$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0, \text{ இங்கு } X = x - \frac{a}{2}, \omega^2 = \frac{2g}{a} \quad (5)$$

$X = 0$ ஆக SHM இன் மையம் பெறப்படும் $\Rightarrow x = \frac{a}{2}$ (முளைக்குக் கீழேயான ஆழம்)

$$(5)$$

$$\text{SHM சமன்பாட்டின் தீர்வு } \dot{X}^2 = \omega^2 (A^2 - X^2),$$

இங்கு A யானது இயக்கத்தின் வீச்சம்.



ஆரம்பத்தில், $x = 0$ ஆக, $X = -\frac{a}{2}$, $\dot{x} = \dot{X} = \sqrt{\frac{5ga}{8}} = u$.

தரப்பட்ட தீர்வில் பிரதியிட

$$\frac{5ga}{8} = \frac{2g}{a} \left[A^2 - \left(-\frac{a}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{5a^2}{16} + \frac{a^2}{4} = A^2 = \frac{9a^2}{16}$$

A நேராதலால், $A = \frac{3a}{4}$.

SHM இன் வீச்சம் $= \frac{3a}{4}$

இழையின் உயர் விரிவு $\Rightarrow \dot{X} = 0$ இல் நிகழும் அப்போது,

$$X = A \Rightarrow x - \frac{a}{2} = \frac{3a}{4} \Rightarrow x = \frac{5a}{4}$$

35

$$\dot{X}^2 = \omega^2 (A^2 - X^2), \text{ இங்கு } A = \frac{3a}{4}$$

மையத்தினாடு ($X = 0$) செல்லும் பொழுது துணிக்கையின் கதி V எனின்

$$V^2 = \omega^2 A^2 = \frac{2g}{a} \cdot \frac{9a^2}{16} \Rightarrow V = 3\sqrt{\frac{ga}{8}}$$

மேலும், $u^2 = \frac{5ga}{8}$.

$$\therefore \left(\frac{V}{u} \right)^2 = \frac{9ga}{8} \cdot \frac{8}{5ga}$$

$$\Rightarrow V = \frac{3u}{\sqrt{5}}$$

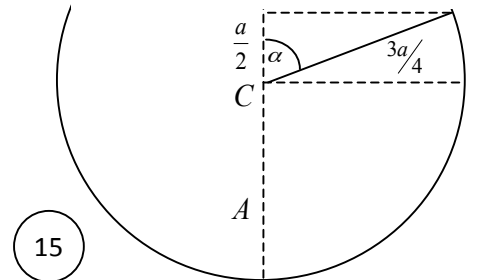
20

α கூர்ங்கோணமென்க, $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$.

t_0 ஆனது துணிக்கை B இலிருந்து மையம் C ஐ கடக்க எடுக்கும் நேரம் ஆயின்

$$\omega t_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow t_0 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

i.e. $t_0 = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left\{ \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) \right\}$



35

t_1 ஆனது துணிக்கை அதிதாழ் நிலையை அடைய எடுக்கும் நேரம் ஆயின்

$$\omega t_1 = \pi - \alpha \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega}(\pi - \alpha) \quad (5)$$

$$\text{i.e. } t_1 = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left\{ \pi - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \right\} \quad (5)$$

15

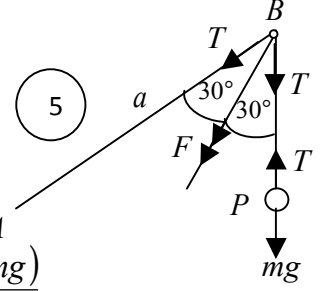
$$\text{உயர் விரிவு} = \frac{5a}{4}.$$

$$\text{உயர் இழுவை } T_{\max} = (2mg) \left(\frac{5a/4}{a} \right) = \frac{5mg}{2} \quad (5)$$

$$\text{முனையின் மீதான விசையின் உயர் பருமன்} = 2T_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = T_{\max} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{5mg}{2} \right).$$

(5)

20



Aliter

$$\text{தீர்வின் வடிவம் } X = x - \frac{a}{2} = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t, \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{இங்கு } \omega^2 = \frac{2g}{a}$$

$$\text{வகையிட } \dot{X} = \dot{x} = -\alpha \omega \sin \omega t + \beta \omega \cos \omega t, \dots \dots \dots (ii) \quad (5)$$

ஆரம்ப நிபந்தனைகள் மூலம் α, β மாறிலிகள் கொடுக்கப்படுகின்றன.

$$t=0 \text{ ஆகும் பொழுது } x = 0, \dot{x} = u = \sqrt{\frac{5ga}{8}} \quad (5)$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{2} = \alpha, u = \beta \omega, \text{ i.e. } \beta = \frac{u}{\omega} \quad (5)$$

$$(i), (ii) \text{ இல் பிரதியிட } \Rightarrow x = \frac{a}{2} (1 - \cos \omega t) + \frac{u}{\omega} \sin \omega t, \quad (5)$$

$$\dot{x} = \frac{\alpha \omega}{2} \sin \omega t + u \cos \omega t \quad (5)$$

30

$X = 0; \Rightarrow x = \frac{a}{2}$ ஆக SHM இன் மையம் C பெறப்படும்

5

துணிக்கை t_0 நேரத்தில் கடப்பின் $0 = -\frac{a}{2} \cos \omega t_0 + \frac{u}{\omega} \sin \omega t_0$

5

25

$$ie. \tan \omega t_0 = \frac{a\omega}{2u} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

5

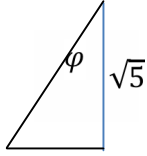
$$\therefore \left(\frac{a\omega}{2u}\right)^2 = \frac{2ag}{5ag/2}$$

5

φ கூர்ங்கோணம் எனின் $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

5

இதிலிருந்து தேவையான நேரம் $t_0 = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left\{ \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \right\}$



15

C ஐ கடக்கும் போது துணிக்கையின் கதி V எனின்

$$V = \frac{a\omega}{2} \sin \omega t_0 + u \cos \omega t_0 = u [\tan \omega t_0 \cdot \sin \omega t_0 + \cos \omega t_0]$$

5

15

$$= u \sec \omega t_0 = \frac{3u}{\sqrt{5}}$$

5

முனை B யிலிருந்து அதிதாழ் புள்ளி E க்கு வர எடுத்த நேரம் $t_1 = t_{B \rightarrow C} + t_{C \rightarrow E}$

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left\{ \pi - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \right\}$$

5

15

$t = t_1$ ஆகும் போது உயர் நீட்சி x_1 பெறப்படுகிறது எனின்

$$x_1 = \frac{a}{2} (1 - \cos \omega t_1) + \frac{u}{\omega} \sin \omega t_1 = \frac{a}{2} \left(1 + \frac{2}{3}\right) + \frac{a\sqrt{5}}{4} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{5a}{4}$$

5

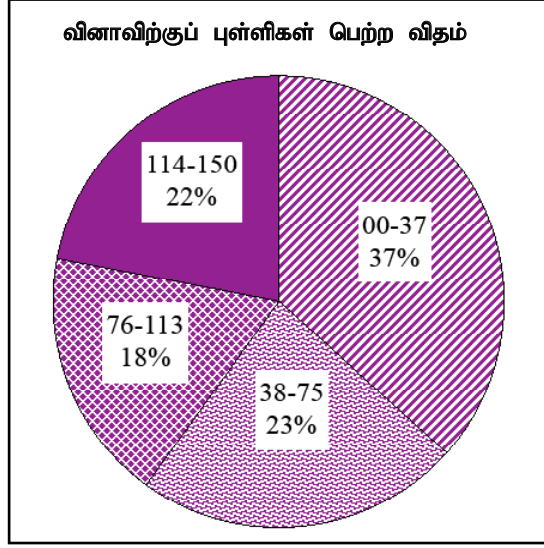
5

5

$$\text{SHM இன் வீச்சம்} = \frac{5a}{4} - \frac{a}{2} = \frac{3a}{4}$$

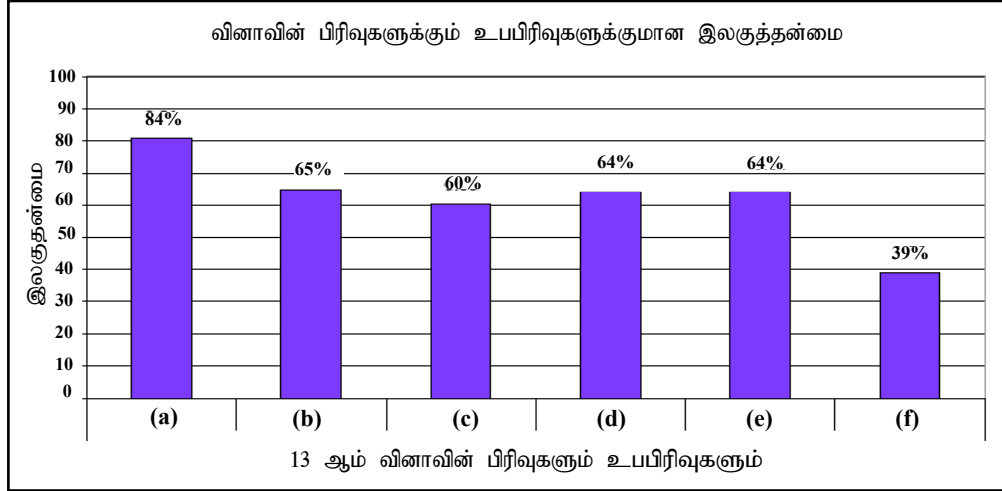
5

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 69% ஆவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 67% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 37% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 23% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 22% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா ஆறு உபபகுதிகள் உள்ளடக்கியவாறு கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளது. முதலாம் பகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்பட்டதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 84% ஆகும். இறுதிப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவானதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 39% ஆகும். முதல் ஐந்து வினாக்களும் 50% இலும் கூடிய இலகுத்தன்மையைக் கொண்டுள்ளது. இதன் மொத்த இலகுத்தன்மை 67% ஆகும்.

மொத்த விடையை இலக்காகக் கொண்டு கட்டமைக்கப்பட்ட முறையில் முன்வைக்கப்பட்ட இந்த வினாவின் முதல் ஐந்து பகுதிகளுக்கும் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். சில பரீட்சார்த்திகள் தரப்பட்டுள்ள முறைக்கு இழையின் இழுவை x இனை தெரிவு செய்திருக்கவில்லை. சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தும்போது X இன் பெறுமானத்தை எளிய சமன்பாட்டின் மையத்தில் இருந்து அளக்கவில்லை. நேரத்தைக் காண்பதற்கு வேறு முறைகளை சரியாகப் பயன்படுத்தியிருக்கவில்லை. இழையின் உச்ச இழுவையைக் காண்பதற்கு முடியாத காரணத்தினால் முனை மீது விசையின் உச்ச பருமனைக்கான முடியாது இருந்தது.

எளிமை இசை இயக்கத்தைக் கொண்ட பயிற்சிகளில் ஒரேயொரு கொள்கையாய் இருப்பினும் வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தி விடையளிக்கும் திறனை மாணவர்களிடம் வளர்க்குமுகமாக பயிற்சிகளைத் தொடர்ந்து செய்தல் பயனுள்ளதாகும்.

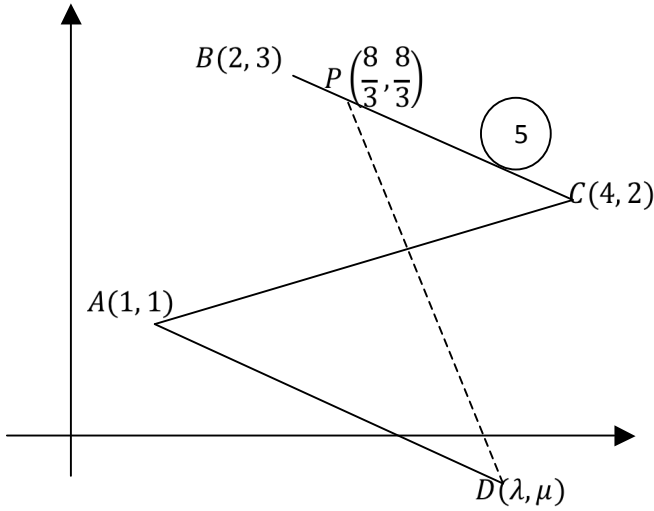
14. xy -தளத்தில் உள்ள உற்பத்தி O வைக் குறித்து A, B, C என்னும் புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் வழக்கமான குறிப்பீட்டில் முறையே $\underline{i} + \underline{j}, 2\underline{i} + 3\underline{j}, 4\underline{i} + 2\underline{j}$ ஆகும். $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக BC மீது உள்ள புள்ளி P யின் தானக் காவியைக் காண்க. ஒரு சரிவகம் $ABCD$ யின் பக்கம் BC ஆனது AD யிற்குச் சமாந்தரமாகவும் PD ஆனது பக்கம் AC யிற்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்கத்தக்கதாக அதன் உச்சி D எடுக்கப்பட்டுள்ளது. D யின் தானக் காவி $\frac{11}{3}\underline{i} - \frac{1}{3}\underline{j}$ எனக் காட்டுக.

தூரம் மீற்றறிலும் விசை நியூற்றறிலும் அளக்கப்பட்ட xy -தளத்தில் உள்ள நான்கு விசைகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுதி அருகில் தரப்பட்டுள்ளது:

தாக்கப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்	Ox, Oy திசைகளில் விசைக் கூறுகள்
$B(2, 3)$	$F_1 = (2, 4)$
$C(4, 2)$	$F_2 = (3, 1)$
$L(0, 1)$	$F_3 = (6, 12)$
$M(0, 6)$	$F_4 = (9, 3)$

- (i) உற்பத்தி O வையும் புள்ளி $A(1, 1)$ ஐயும் பற்றி F_1, F_2 ஆகிய இரு விசைகளின் திருப்பங்கள் பூச்சியமெனக் காட்டி, இதிலிருந்து, உற்பத்தி O வைப் பற்றி F_1, F_2, F_3, F_4 ஆகிய நான்கு விசைகளைக் கொண்ட தொகுதியின் திருப்பம் G யின் பருமன் வலஞ்சுழிப் போக்கில் 60 Nm எனக் காட்டுக.
- (ii) தொகுதியின் விளையுள் R இன் கூறுகள் (X, Y) ஐக் காண்க. இதிலிருந்து, R இன் தாக்கக் கோடு y -அச்சைச் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க.
- (iii) இவ்விசைத் தொகுதி புள்ளி $(0, -4)$ இல் தாக்கும் ஒரு தனி விசையினாலும் திருப்பம் G_1 ஐ உடைய ஓர் இணையினாலும் பிரதிவைப்புச் செய்யப்படுகின்றது. G_1 இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, தனி விசையின் தாக்கக் கோடு புள்ளி $D\left(\frac{11}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ இனூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

சரிவகம் $ABCD$ இல் $AD \parallel BC, PD \perp AC$



$$\overrightarrow{OA} = \underline{i} + \underline{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$$

$$\overrightarrow{OC} = 4\underline{i} + 2\underline{j}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} \quad (5)$$

$$= -(2\underline{i} + 3\underline{j}) + 4\underline{i} + 2\underline{j}$$

$$= 2\underline{i} - \underline{j} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3} (2\underline{i} - \underline{j}) \quad (5) \quad \therefore \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} = \frac{8}{3} (\underline{i} + \underline{j}) \quad (5)$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \frac{\lambda-1}{2} = \frac{\mu-1}{-1} \Rightarrow \lambda - 1 = 2(1 - \mu) \quad (5)$$

$$\lambda + 2\mu = 3 \dots \dots \dots (1) \quad (5)$$

$$PD \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \quad \overrightarrow{AC} = 3\underline{i} + \underline{j} \quad (5)$$

$$8 - 3\lambda + \frac{8}{3} - \mu = 0 \quad (5)$$

$$9\lambda + 3\mu = 32 \dots\dots\dots (2) \quad (5)$$

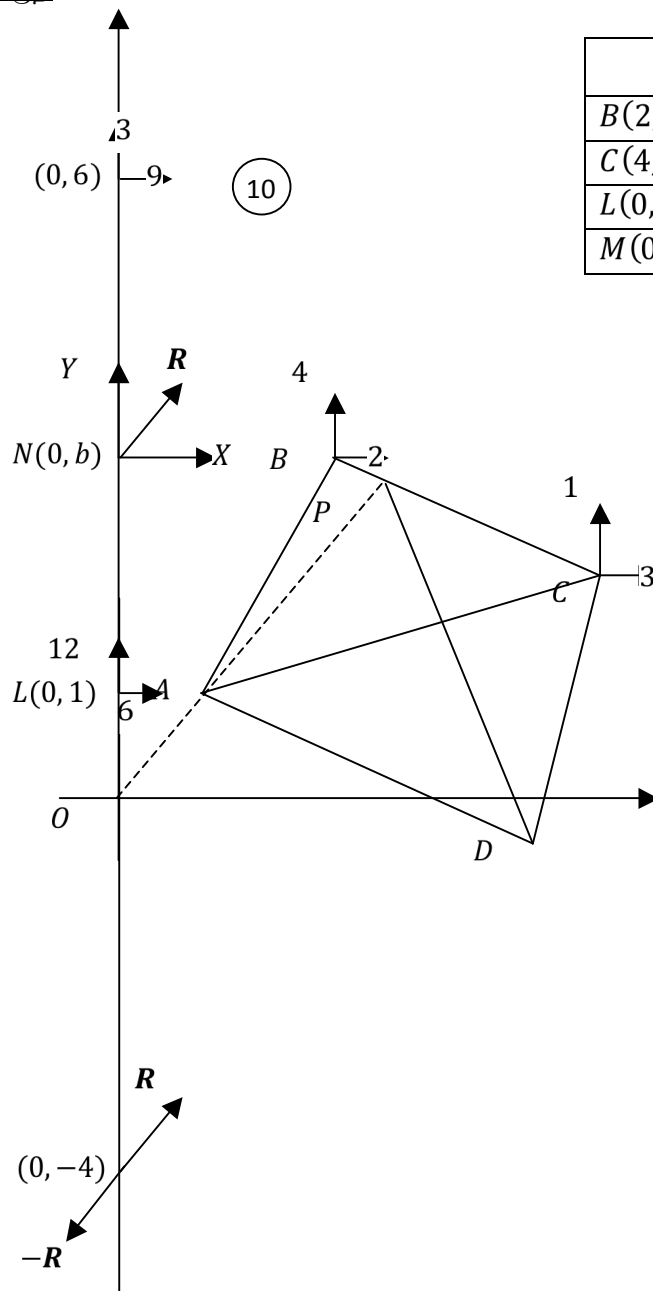
(1) இலிருந்து $\Rightarrow 9\lambda + 18\mu = 27$

$$15\mu = -5 \Rightarrow \mu = -\frac{1}{3}, \quad \lambda = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

இதிலிருந்து $\overrightarrow{OD} = \frac{11}{3}\underline{i} - \frac{1}{3}\underline{j}$.

70

விசைகளின் தொகுதி



புள்ளி	விசை
$B(2, 3)$	$F_1 = (2, 4)$
$C(4, 2)$	$F_2 = (3, 1)$
$L(0, 1)$	$F_3 = (6, 12)$
$M(0, 6)$	$F_4 = (9, 3)$

I. F_1, F_2 இற்கு O டு பற்றி திருப்பம் $= 2.4 - 3.2 + 4.1 - 2.3 = 0$

5

F_1, F_2 இற்கு A டு பற்றி திருப்பம் $= 1.4 - 2.2 + 3.1 - 1.3 = 0$

5

F_1, F_2, F_3, F_4 இற்கு O பற்றி திருப்பம் $= F_3, F_4$ இற்கு O டு பற்றி திருப்பம்
 $= 6.1 + 9.6 = 60 \sim Nm$

5

30

5

II. தொகுதிக்கு துணிக்க

$\rightarrow X = 2 + 3 + 6 + 9 = 20$

5

$\uparrow Y = 4 + 1 + 12 + 3 = 20$

5

5

விளையுள் விசை (X, Y) யின் தாக்கக் கோடானது $y -$ அச்ச மீதுள்ள புள்ளி $N(0, b)$ ஊடாகச் செல்கிறது என்க.

எனின் $O \sim$

$b.X = 60 \Rightarrow b = \frac{60}{X} = \frac{60}{20} = 3$

5

5

$\therefore$ புள்ளி N இன் ஆள்கூறுகள் $(0, 3)$.

25

III. $(0, -4)$ இல் $-R$, R என்னும் விசைகளை அறிமுகம் செய்க.
எனின் தொகுதி $\equiv (0, -4)$ இல் விசை R உம் திருப்பம் G உம் உடைய
இணையுமாகும்

இங்கு $G = X.(3 + 4) = 140 Nm$

5

5

$(0, -4)$ இல் தனிவிசை R இன் தாக்கக்கோடு : $y = x - 4$

5

D யின் ஆள்கூறுகள் $\left(\frac{11}{3}, \frac{-1}{3}\right)$; $\frac{-1}{3} = \frac{11}{3} - 4$ அத இருப்பதால் சமன்பாட்டினைத்
திருப்தி செய்யும்

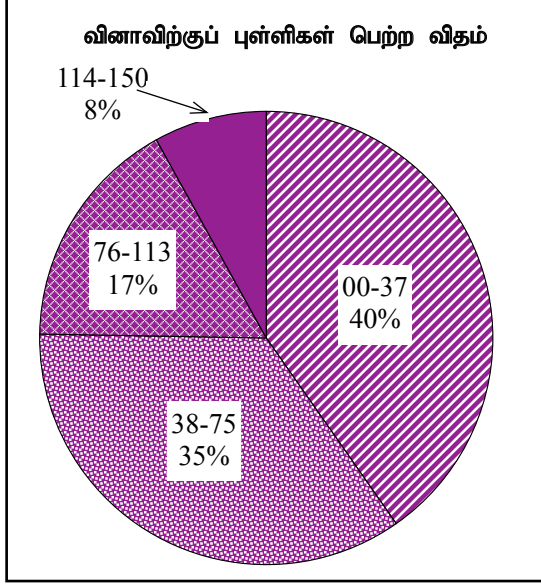
5

தனிவிசையின் தாக்கக்கோட்டில், D கிடக்கும்.

5

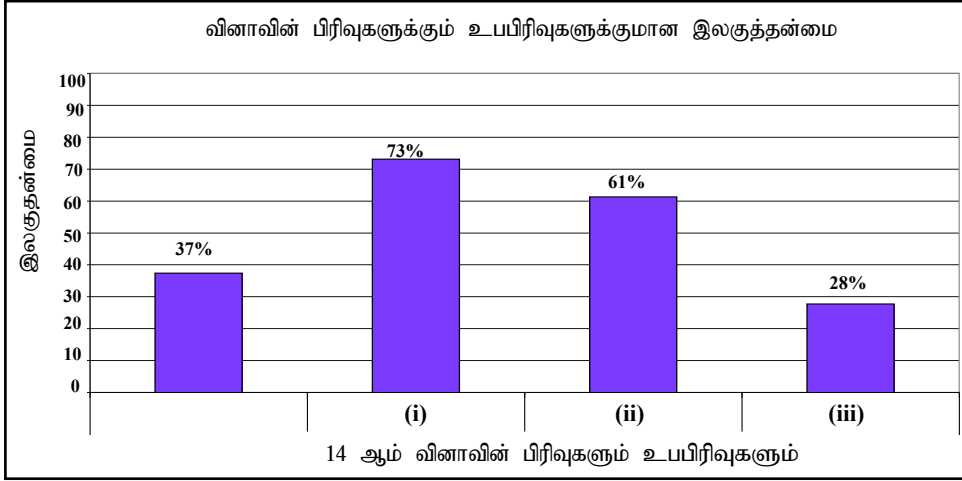
25

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 75% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 40% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 35% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 17% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 8% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதியின் (i) ஆம் (ii) ஆம் பகுதிகளைத் தவிர எஞ்சிய பகுதிகளின் இலகுதன்மை 50% இலும் குறைவானது. பகுதி (i) கூடிய இலகுதன்மையைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (iii) இன் இலகுதன்மை குறைவானதாகும். அவற்றின் இலகுதன்மைகள் முறையே 73%, 28% ஆகும். இதன் மொத்த இலகுதன்மை 48% ஆகும்.

இந்த வினாவானது காவிகள் மற்றும் ஒரு தள விசைகள் என்ற பாட அலகை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாவொன்றாகும். இதன் முதல் பகுதி காவிகளைக் கொண்டும் எஞ்சிய மூன்று உபபகுதிகள் ஒருதளவிசையை அடிப்படையாகவும் கொண்டுள்ளன. பரீட்சார்த்திகளுள் 76% இனர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்தனர். முயற்சி செய்திருந்த பரீட்சார்த்திகளில் அதிக அளவினர் P என்ற புள்ளியின் தளக் காவியைச் சரியாகப் பெற்றிருந்தார்கள். எனினும் சமாந்தரமாகவும் செங்குத்தாகவும் காவிகைத் தொடர்புபடுத்துவதற்கு முடியாது இருந்துள்ளமையால் புள்ளி D இன் தளக் காவியைக் காண்பதற்கு முடியாது இருந்தது. D என்ற புள்ளி அமைவின் காவியைக் காணும் போது காவிமுறையை பயன்படுத்தாமையினால் சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு புள்ளிகள் கிடைக்காது போனது.

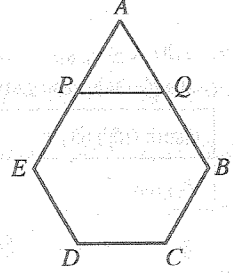
அநேகமான மாணவர்கள் ஒரு தள விசைத் தொகுதியை வகைகுறிக்கும் குறிப்பும் குறிப்புகளைக் சில பரீட்சார்த்திகள் சரியாக செய்யாது இருந்ததுடன் திருப்பத்தை எடுத்தலில் பின்னடைவைக் காண முடிந்தது. சில பரீட்சார்த்திகள் R இனது விளையுள் கோட்டை சரியாகப் பெற்றிருக்கவில்லை. சில விடைத்தாள்களில் R இன் விளையுள் கோட்டை காணும்போது இருபடிச் சமன்பாடான $G + Xy - Yx = 0$ என்பதை பயன்படுத்துவதற்கு சென்று பிரிசினத்தை சிக்கலாக்கியுள்ளனர்.

விசைத் தொகுதியிலே புள்ளியிலே செயற்படும் தனி விசைக்கும் மற்றும் விசைத்தொகுதிக்கும் குறைவு செய்வது தொடர்பாக தெளிவான விளக்கம் மற்றும் அறிவு இல்லை என்பது (iii) ஆம் பகுதியினது இலகுச் சுட்டி 28% வரை குறைந்த பெறுமானம் காணப்படுவதால் மிகவும் தெளிவாகத் தெரிகிறது.

காவிகள் தொடர்பான அடிப்படை அறிவை வளர்க்கும் முகமாக ஒரு தள விசை தொகுதிகளின் அடிப்படை கோட்பாடுகளை அதிகரிக்கப்படுமாறு பொருத்தமான பயிற்சிகளை மாணவர்களுக்கு செய்வது சிறந்தது.

வினா இலக்கம் 15

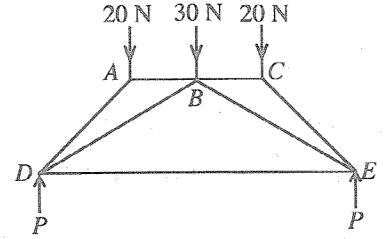
15.(a) AB, BC, CD, DE, EA என்னும் ஐந்து பாரமான சீரான கோல்கள் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு ஓர் ஐங்கோணி $ABCDE$ யின் வடிவத்தில் உள்ள ஒரு சட்டப்படல் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. BC, CD, DE ஆகிய கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் நீளம் l ஐயும் நிறை W வையும் கொண்டவை. AB, EA ஆகிய கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் நீளம் $2l$ ஐயும் நிறை $2W$ வையும் கொண்டவை. நீளம் l ஐ உடைய ஓர் இலேசான கோல் PQ ஆனது அதன் P, Q ஆகிய முனைகள் முறையே AE, AB ஆகியவற்றின் நடுப் புள்ளிகளுடன் ஒப்பமாகப் பிணைந்திருக்குமாறு உள்ளது. மூட்டு A யிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நாப்பத்தில் உள்ளது.



மூட்டு B யில் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடைக் கூறையும் நிலைக்குத்துக் கூறையும் (X, Y) இலேசான கோல் PQ வில் உள்ள உதைப்பு T யையும் துணியப் போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக. இதிலிருந்து, மூட்டு B யில் கோல் AB மீது உள்ள மறுதாக்கத்தைக் கண்டு, $T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ எனக் காட்டுக.

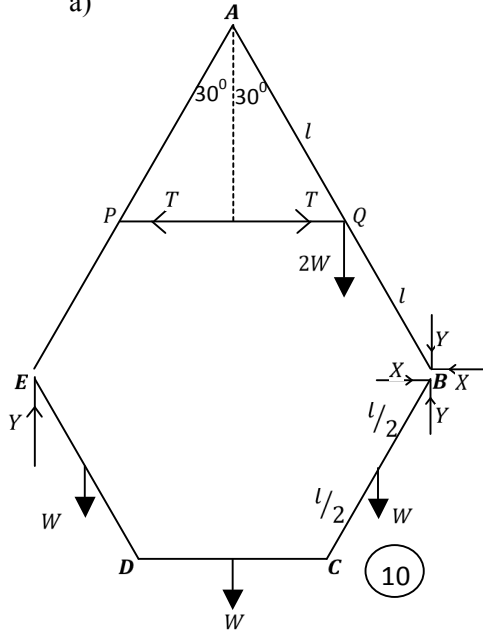
(b) ஏழு விறைத்த இலேசான கோல்களை அவற்றின் முனைகளில் சுயாதீனமாக மூட்டிச் செய்யப்பட்ட ஒரு சமச்சீர்ச் சட்டப்படல் உருவில் காணப்படுகின்றது. AB, BC, DE ஆகிய கோல்கள் கிடையானவை. $\angle ADE = \angle CED = 45^\circ$, $\angle BDE = \angle BED = 30^\circ$.

சட்டப்படல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு A, B, C ஆகிய மூட்டுகளில் சுமையேற்றப்பட்டு, D யிலும் E யிலும் உள்ள P என்னும் சம நிலைக்குத்து விசைகளினால் தாங்கப்பட்டுள்ளது. P யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



போவின் குறிப்பிட்டப் பயன்படுத்தி A, D ஆகிய மூட்டுகளுக்குத் தகைப்பு வரிப்படங்களை ஒரே உருவில் வரைக. இதிலிருந்து, AD, AB, DE, DB ஆகிய கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு, அவை இழுவைகளும், உதைப்புகளும் எனக் கூறுக.

a)



$BC, CD, DE \uparrow$ துணிக்க

$$\uparrow 2Y = 3W \Rightarrow Y = \frac{3W}{2} \quad (10)$$

பற்றி திருப்பம் எடுக்க C

$$\text{for } CB \quad -X \cdot l \frac{\sqrt{3}}{2} + Y \cdot \frac{l}{2} = W \cdot \frac{l}{4} \quad (10)$$

$$X\sqrt{3} = \frac{3}{2}W - \frac{W}{2} = W \quad (5)$$

A பற்றி AB க்கு திருப்பம் எடுக்க

$$T \cdot l \frac{\sqrt{3}}{2} = Xl\sqrt{3} + Y \cdot l + 2W \cdot \frac{l}{2} \quad (15)$$

$$T \sqrt{\frac{3}{2}} = W + \frac{3}{2}W + W = \frac{7}{2}W \quad (5) \Rightarrow T = \frac{7W}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = W \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{9}{4}\right)} = W \sqrt{\frac{31}{12}} \quad (5)$$

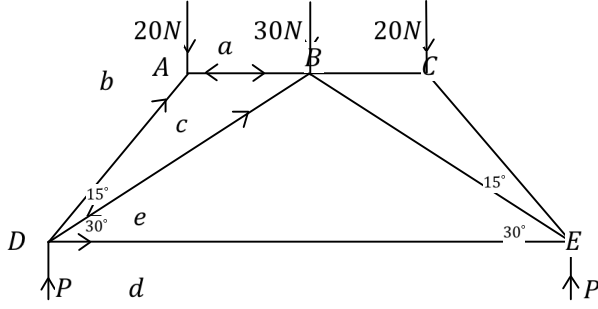
$$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{3W/2}{W/\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (5)$$

B இல் கிடைப்புடன் மறுதாக்கம் அமைக்கும் கோணம் $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$ ஆகும்

5

15

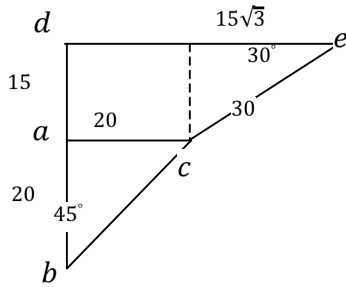
b)



$$2P = 70$$

$$P = 35N$$

5



தகைப்பு வரிப்படம்

25

$$bc = 20\sqrt{2} N$$

: AD இல் உதைப்பு

10

$$ca = 20N$$

: AB இல் உதைப்பு

10

$$de = 20 + 15\sqrt{3}N$$

: DE இல் இழுவை

15

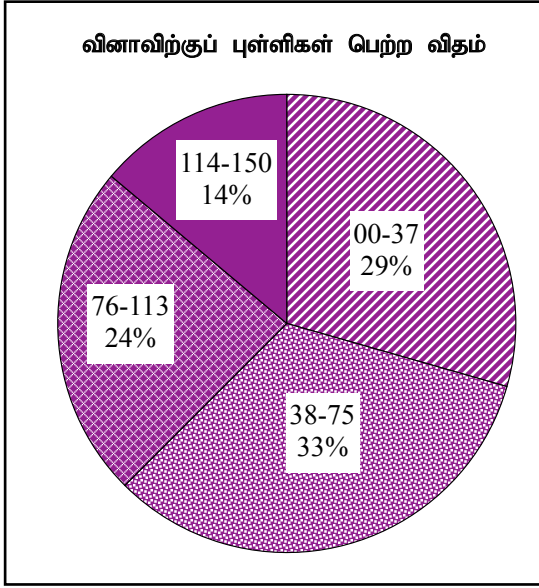
$$ec = 30N$$

: DB இல் உதைப்பு

10

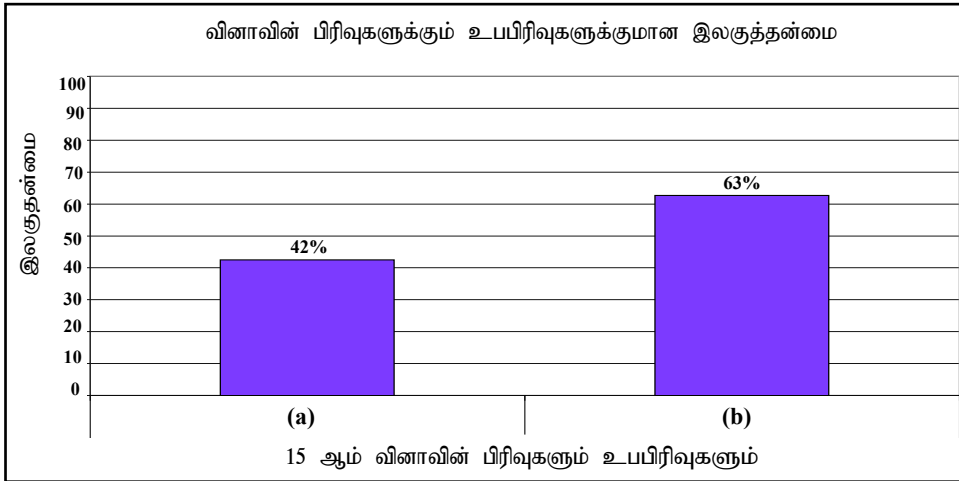
75

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 95% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 52% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 29% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 33% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 14% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா இரண்டு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (b) கூடிய இலகுதன்மையைக் கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 63% ஆகும். பகுதி (a) யின் இலகுதன்மை 42% ஆகும். வினாவின் மொத்த இலகுதன்மை 52% ஆகும்.

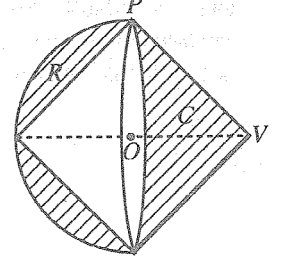
இந்த வினா (a), (b) என்றவாறு இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் (a) பகுதி மூட்டப்பட்ட கோல் பகுதியிலும் (b) பகுதி விடயப் பகுதியையும் கொண்டமைந்தது.

பகுதி (a) சட்டப்படலில் செயற்படும் விசைகள் தொடர்பான முழுமையான தெளிவு அநேக பரீட்சார்த்திகளிடம் இல்லை. கேத்திர கணிதத்தைச் சரியாக பயன்படுத்தாமையினால் கோணத்தைப் பெற்றுக்கொள்வதில் சிரமப்பட்டுள்ளனர். பிரசினத்தை இலகுவாக்கும் சுயமான சமன்பாட்டைப் பெறுவதில் சிரமப்பட்டமையினால் இந்தப் பகுதிக்கு திருப்திகரமான விடை எழுத முடியாது இருந்துள்ளது. இதன் இலகுதன்மை 42% ஆகும்.

பகுதி (b) யிலே விடையளித்தல் ஆனது (a) பகுதியை விட திருப்திகரமாக இருந்தது. சில பரீட்சார்த்திகள் முழுத்தொகுக்குமாக விசை வரிப்படம் வரைந்துள்ளனர். வினாவில் கேட்டகப்பட்டது A, D என்ற மூட்டுகளின் விசை வரிப்படமாக இருந்ததால் அதற்காக C, E மூட்டுகளுக்கான விசை வரிப்படத்தைக் கீறியுள்ளனர். இதல் இருந்து தெளிவாவது என்னவென்றால் வினாவைச் சரியான முறையில் வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளாமையாகும். இதன் இலகுதன்மை 63% ஆகும்.

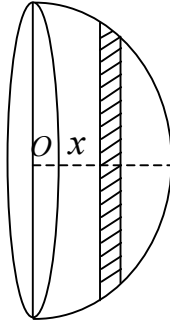
மூட்டு பிரிப்புகளினைச் செய்யும்போது விசையைக் குறித்தல் மற்றும் சமநிலை காணப்பட வேண்டும் எனின், அதற்கேற்ப மூட்டின் மறு தாக்கத்தினைக் குறிக்கும்போது தேவையான அறிவைப் பெற்றுக்கொள்ள வேண்டும். தேவையான கேத்திரகணித அறிவு விருத்தியடையும் முகமாக மாணவர்களுக்கு தொடர்ந்து பயிற்சி வழங்கல் பொருத்தமானது.

16. அடி ஆரை a யையும் உயரம் h ஐயும் உடைய ஒரு சீரான திண்மக் கூம்பினதும் ஆரை a யை உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தினதும் திணிவு மையத்தின் தானங்களைத் தொகையிடலால் காண்க.
- திணிவு M ஐயும் ஆரை a யையும் மையம் O யையும் உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்திலிருந்து அடி ஆரை a யையும் உயரம் a யையும் உடைய ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பு C யை அகற்றுவதன் மூலம் பெறப்படும் திண்மம் R இனால் குறிக்கப்படுகின்றதெனக் கொள்வோம். M இன் சார்பில் திண்மம் R இன் திணிவையும் அதன் திணிவு மையத்தின் தானத்தையும் காண்க.
- அடுத்ததாகத் திண்மக் கூம்பு C திண்மம் R உடன் இணைக்கப்பட்டு உருவில் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு சேர்த்திப் பொருள் S ஆக்கப்பட்டுள்ளது. C யின் அடியின் வட்ட விளிம்பு R இன் ஓரத்துடன், ஓரத்தின் மையம் O ஆனது C யின் அடியின் மையத்துடன் பொருந்துமாறு, விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சேர்த்திப் பொருள் S இன் புவியீர்ப்பு மையம் G ஆனது அதன் சமச்சீரச்சு மீது அடிகளின் பொது மையம் O விலிருந்து தூரம் $\frac{a}{8}$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.
- (a) சேர்த்திப் பொருள் S ஆனது விளிம்பின் ஒரு புள்ளி P யிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.
- (i) கிடையுடன் சமச்சீரச்சு OV யின் சாய்வைக் காண்க; இங்கு V ஆனது C யின் உச்சியாகும்.
- (ii) சமச்சீரச்சு கிடையாக இருக்குமாறு உச்சி V உடன் இணைக்கப்பட வேண்டிய ஒரு துணிக்கையின் திணிவு m ஐ M இன் சார்பிற் காண்க.
- (b) V யில் திணிவு m இணைக்கப்பட்ட சேர்த்திப் பொருள் S ஆனது தொங்கப் புள்ளியிலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டு, அரைக்கோளப் பரப்பு ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடைத் தளத்தின் மீது இருக்க நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. அச்சு OV யிற்கும் மேன்முக நிலைக்குத்திற்குமிடையே உள்ள கோணத்தின் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.



a ஆரையுடைய சீரான திண்ம அரைக்கோளம்

C.M. மையம், O இலிருந்து சமச்சீரச்சின் மீது $\bar{x}_1$ தூரத்தில் கிடக்கும், இங்கு



$$\left(\frac{2}{3}\pi a^3 \rho\right) \bar{x}_1 = \int_0^a x \cdot \rho \pi (a^2 - x^2) dx \quad (5)$$

$$= \rho \pi \left[-\frac{(a^2 - x^2)^2}{4} \right]_0^a \quad (5)$$

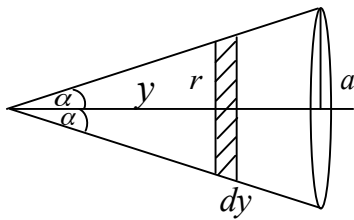
$$= \frac{\rho \pi a^4}{4} \quad (5)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{3}{8} a \quad (5)$$

25

h உயரமும் அடி ஆரை a உடைய சீரான திண்மக் கூம்பு

C.M. உச்சி V இலிருந்து சமச்சீரச்சின் மீது $\bar{y}_1$ தூரத்தில் கிடக்கும், இங்கு



$$\left(\frac{1}{3}\pi a^2 \rho h\right) \bar{y}_1 = \int_0^h y \cdot \rho \pi \left(\frac{ay}{h}\right)^2 dy \quad (5)$$

$$= \frac{\rho \pi a^2}{h^2} \left[\frac{y^4}{4} \right]_0^h \quad (5)$$

$$\Rightarrow \bar{y}_1 = \frac{3h}{4} \quad (5)$$

அடியின் மையத்திலிருந்து CM இன் தூரம் $= \frac{1}{4} h$

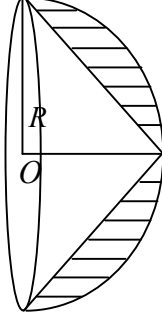
25

எஞ்சிய திண்மம் R

திண்மத்தின் திணிவு $R = \frac{2}{3}\pi a^3 \rho - \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\rho$ (5)

$= M - \frac{M}{2} = \frac{M}{2}$ (5)

மையம் O இலிருந்து R இனுடைய CM இன் தூரம் $\bar{x}$ ஆனது பின்வருமாறு கொடுக்கப்படும்



(5) (5)

$$\bar{x} = \frac{M \frac{3}{8}a - \frac{M}{2} \frac{a}{4}}{M/2} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) a = \frac{a}{2}$$

(5)

25

கூட்டுடல் S இனுடைய திணிவுமையம் G என்க. இங்கு $OG \equiv \bar{\bar{x}}$,

(5) $M\bar{\bar{x}} = \frac{M}{2} \left(\frac{a}{2} \right) - \frac{M}{2} \left(\frac{a}{4} \right) \Rightarrow \bar{\bar{x}} = \frac{a}{8}$ (5)

(15)

25

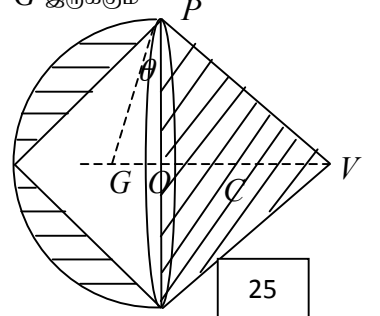
- a) i) P இலிருந்து தொங்கவிடப்படும் பொழுது P இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே G இருக்கும் PG இற்கும் நிலைக்குத்திற்கும் இடையேயான கோணம் θ எனின்

$\tan \theta = \frac{a/8}{a} = \frac{1}{8}$ (10)

- ii) OV ஐ கிடையாக்கும் பொழுது, P இற்குக் கீழே O இருக்கும்

(10) (5)

$\vec{O} \Rightarrow mg \cdot a = Mg \frac{a}{8} \Rightarrow m = \frac{M}{8}, \therefore OV = a$



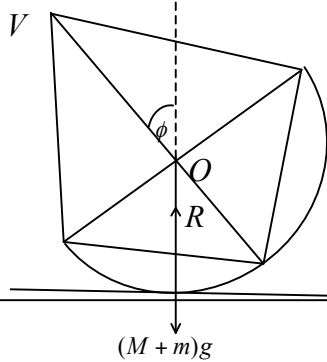
25

- b) $R = (M + m)g$, for all ϕ , $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ (10)

(5)

(5)

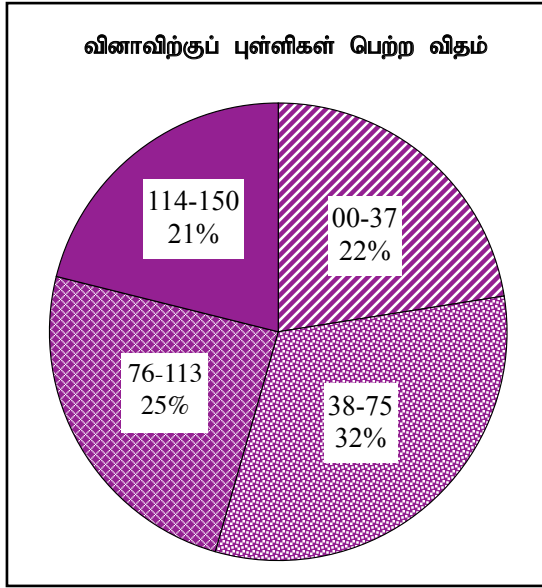
நிலைக்குத்துடன் யாதாயினும் ஓர் கூர்ங்கோணத்தை OV அச்ச ஆக்கிக் கொண்டு சேர்த்திப்பொருள் சமநிலையில் இருக்கமுடியும்



(5)

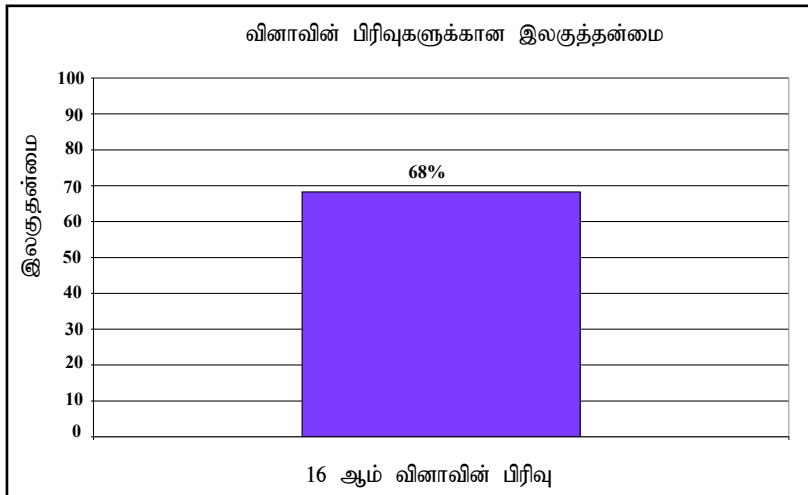
25

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 78% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 69% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 22% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 32% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 25% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 21% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினாவை பரீட்சார்த்திகளுள் 77% இனர் தெரிவு செய்துள்ளனர். அதன் இலகுதன்மை 68% ஆகும்.

ஏழு பகுதிகளைக் கொண்டவாறு கட்டமைக்கப்பட்ட இந்த வினாவுக்கு விடையளிக்கும்போது அநேக பரீட்சார்த்திகள் சித்தாந்த அடிப்படையலமைந்த முதலாவது பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். எனினும் இங்கு திணிவு மையம் மற்றும் புவியீர்ப்பு மையம் என்பவற்றுக்கிடையேயான வேறுபாட்டைத் தெரியாதுள்ளமை தெரிகிறது.

m என்ற துணிக்கையினது திணைவை M சார்பில் பெற்றுக்கொள்ளாமையினால் பிரசினத்தை சிக்கலாக்கியுள்ளனர். கூட்டுத் திண்மத்தில் P என்ற புள்ளியில் தொங்கிவிடப்படும் சரியான வரிப்படம் தொடர்பாக தெளிவு இல்லாமையினால் விடையைப் பெறுவது சரியாக அமையவில்லை.

ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மீதும் வைக்கப்பட்டுள்ள கூட்டுத் திண்மத்தின் மீது செயற்படும் விசைகளை சரியாக குறிக்காமையினால் விடையைப் பெறுவது சிரமமாக அமைந்திருந்தது.

கூட்டுத் திண்மத்தின் திணிவு மையத்தைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கான சரியான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துவதற்கு பயிற்றுவித்தல் நியம திண்மத்தின் மேற்பரப்புகளில் பரப்பளவு, கொள்ளளவிற்கான சூத்திரங்கள் தொடர்பான அறிவைப் பெற்றுக் கொடுப்பது மற்றும் தளத்தின் மீது சமநிலையில் காணப்படும் துணிக்கு மீது செயற்பாடு விசையை சரியாகக் குறிப்பதனால் தேவையான அறிவை மாணவர்களிடம் சரியாகப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும்.

17.(a) மனிதன் ஒருவன் மோட்டர்ச் சைக்கிள், சைக்கிள், நடை என்னும் மூன்று போக்குவரத்து முறைகளில் ஒன்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி ஒரு திட்டமான பாதை வழியே ஓர் ஆபத்தான பயணத்தை மேற்கொள்கிறான். அவன் இப்போக்குவரத்து முறைகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $p, 2p, 3p$ எனின், p யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மேலும், அவன் இப்போக்குவரத்து முறைகளைப் பயன்படுத்தும்போது ஒரு விபத்து ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}$ எனின், ஒரு தனிப் பயணத்தில் ஒரு விபத்து ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் கணிக்க.

பயணத்தின்போது மனிதனுக்கு ஒரு விபத்து ஏற்பட்டுள்ளதாக அறியப்படின, அவன்

(i) மோட்டர்ச் சைக்கிளில், (ii) சைக்கிளில், (iii) நடந்து சென்றமைக்கான நிகழ்தகவைக் கணிக்க.

எந்தப் போக்குவரத்து முறை பாதுகாப்பானது? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

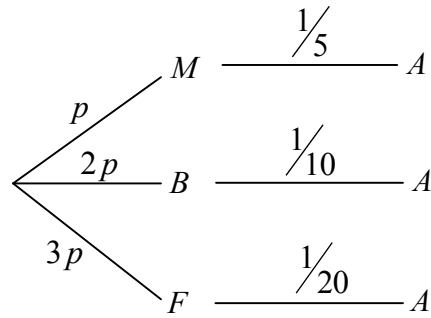
(b) 100 தொழினுட்பக் கல்லூரி மாணவர்களைக் கொண்ட குழு ஒன்று ஒரு பெருந்தெருவின் ஒரு குறித்த பகுதியின் நீளத்தை அளந்து பெற்ற அளவீடுகள் பின்வரும் மீறன் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

நீளம் (மீற்றர்) x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
மீறன் f	5	7	12	33	25	15	3

ஓர் எடுகொண்ட இடை $\bar{x}_a = 100.1$ இற்கும் $d = 0.1$ இற்கும் உருமாற்றம் $y = \frac{x - \bar{x}_a}{d}$ ஐப் பயன்படுத்தி y, y^2 ஆகியவற்றின் ஓத்த பெறுமானங்களை உள்ளடக்குமாறு மேற்குறித்த அட்டவணையை விரிவுபடுத்துக. y யின் இடையைக் கண்டு, இதிலிருந்து, x இன் இடை 100.123 எனக் காட்டுக.

$\sqrt{1.917} \approx 1.385$ எனக் கொண்டு மீறன் பரம்பலின் நியம விலகலை அண்ணளவாகச் சரியாக மூன்று தசம தானங்களுக்குக் கணிக்க.

- a) M = மோட்டார்ச் சைக்கிளில் பயணம் செய்தல்
 B = சைக்கிளில் பயணம் செய்தல்
 F = நடந்து செல்லல்
 A = விபத்து ஏற்படல்



M, B, F ஆகிய மூன்று நிகழ்ச்சிகளும், தம்முள் புறநீங்குவனவும், யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகளுமாதலால்

$$P(M) + P(B) + P(F) = 1 \quad (5)$$

$$\Rightarrow p + 2p + 3p = 1 \quad \text{or} \quad p = \frac{1}{6} \quad (5)$$

10

A = விபத்து நடைபெறல் எனின்

5

$$\begin{aligned}
\bar{P}(A) &= P(M \cap A) + P(B \cap A) + P(F \cap A) \\
&= P(A | M) \cdot P(M) + P(A | B) \cdot P(B) + P(A | F) \cdot P(F) \quad (5) \\
&= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{20} \quad (15) \\
&= \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{4+4+3}{120} = \frac{11}{120} \quad (5)
\end{aligned}$$

30

$$(i) \quad P(M | A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{11}{120}} = \frac{4}{11} \quad (5)$$

$$(ii) \quad P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{11}{120}} = \frac{4}{11} \quad (5)$$

$$(iii) \quad P(F | A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{40}}{\frac{11}{120}} = \frac{3}{11} \quad (5)$$

ஏனைய நிகழ்தகவுகள் உயர்வாக இருப்பதால், நடந்து செல்லும் பொழுது விபத்து ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு இழிவாகும்.

∴ நடந்து செல்லும் போக்குவரத்துமுறை பாதுகாப்பானது.

5

5

30

b) தெருவின் நீளம் x , மீற்றர் இல் அளக்கப்பட்டுள்ளது.

x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
மீற்றன் f	5	7	12	33	25	15	3

உருமாற்றம்:

$$y = \frac{x - \bar{x}_a}{d} = \frac{x - 100.1}{0.1} \quad (5)$$

விரிவான அட்டவணை:

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
y^2	9	4	1	0	1	4	9

10

5

$$\sum fy = -15 - 14 - 12 + 0 + 25 + 30 + 9 = -41 + 64 = 23 \quad (5)$$

y இன் இடை:

$$\bar{y} = \frac{1}{100} \sum fy = 0.23 \quad (5)$$

$$x = \bar{x}_a + dy \Rightarrow \bar{x} = \bar{x}_a + d\bar{y} \quad (5)$$

$$\therefore x \text{ இன் இடை } \bar{x} = 100.1 + (0.1)0.23 = 100.123$$

(5)

40

y இன் மாற்றற்றன்,

$$S_y^2 = \frac{1}{100} \sum fy^2 - \bar{y}^2 \quad (5)$$

$$\sum fy^2 = 45 + 28 + 12 + 0 + 25 + 60 + 27 = 85 + 85 + 27 = 197 \quad (5)$$

$$\frac{1}{100} \sum fy^2 = 1.97, \quad \bar{y}^2 = (0.23)^2 = 0.0529 \quad (5)$$

$$\therefore y \text{ இன் மாற்றற்றன் } = 1.97 - 0.0529 = 1.917 \quad (5)$$

ஏகபரிமாணத்தொடர்பு $x = dy + \bar{x}_a$

$$Var(X) = d^2 Var(Y), \quad d = 0.1$$

$$S_x^2 = d^2 S_y^2 \quad (5)$$

$$\therefore Var(X) = (0.1)^2 1.917$$

$Var(X)$ இற்கு வாக்கமுலம் எடுக்க.

$$\text{நியமவிலகல்} = S_x = (0.1)\sqrt{1.917} \quad (5)$$

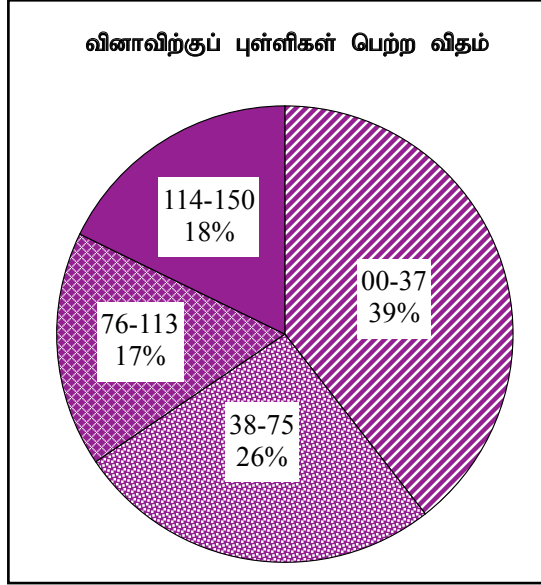
$$S_x = 0.1385 ; \quad (\because \sqrt{1.917} \approx 1.385)$$

$$x \text{ இன் நியமவிலகல் } 0.1385m \approx 0.139m.$$

(5)

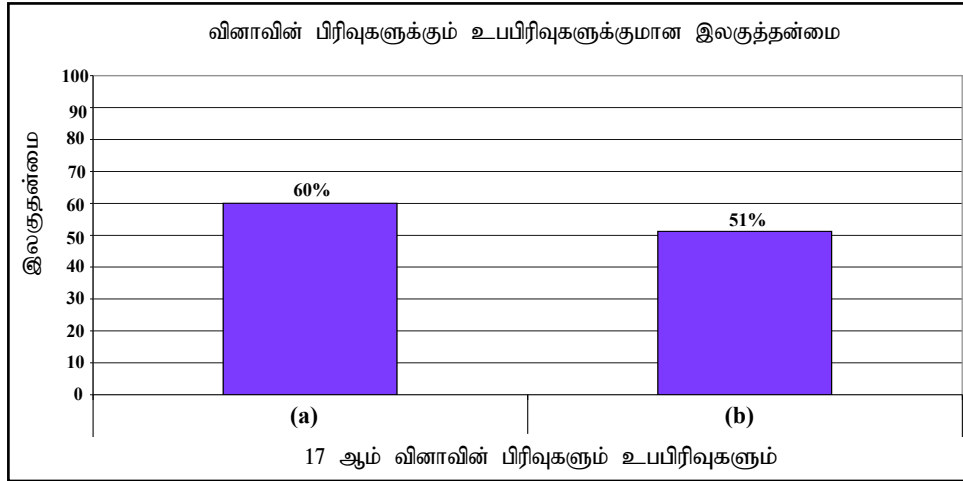
40

17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 56% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 39% இனரும்
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 26% இனரும்
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 17% இனரும்
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும்
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இரு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டது. பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 60% ஆவதுடன் பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 51% ஆகும். வினாவின் மொத்த இலகுதன்மை 58% ஆகும்.

இந்த வினா ஒன்றிற்கொன்று சுயமான இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. அதில் பகுதி (a) நிகழ்தகவையும் பகுதி (b) புள்ளிவிபரவியலையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது.

பகுதி (a) யிலே சில மாணவர்கள் p யின் பெறுமானத்தை சரியாகக் கணிக்கவில்லை. அதற்குரிய காரணமாக கூற முடிந்தது தம்முள் புறநீக்கமான, யாதாமளவில் தொடர்பாக தெளிவான விளக்கம் இன்மையால் p யை சரியாக கண்டு இருப்பினும் மொத்த நிகழ்தகவு தொடர்பான தேற்றம் தெரியாமையினால் சாரா நிகழ்தகவு தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை பயன்படுத்த முடியாது போயுள்ளது. பகுதி (a) இன் இலகுச் சுட்டி 48% ஆகும்.

பகுதி (b) யில் புள்ளிவிபரவியல் தொடர்பான அறிவைப் பயன்படுத்துவதையும் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி அட்டவணையைச் சரியாக நிரப்பியுள்ளனர். அட்டவணையைச் சரியாகப் பயன்படுத்தி $\bar{y}$ இனையும் கண்டுள்ளனர். எனினும் சில பரீட்சார்த்திகளுள் $\bar{x}$, $\bar{y}$ என்பவற்றுக்கிடையிலான சரியான தொடர்பை பெற்றுக்கொள்ளாமையினால் $\bar{x}$ ஐ கணிக்க முடியாது போயிருந்தனர். x , y இனது மாற்றத்தின் தொடர்பான $s_x^2 = d^2 s_y^2$ என்ற சூத்திரத்தைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு முடியாத காரணத்தினால் x இனது நியமவிலகலைக் காண சிரமப்பட்டிருந்தனர். பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 51%ஆகும்.

இவ்வினாவானது இலகுவாக புள்ளிகளைப் பெறக்கூடிய வினாவாவக இருந்தாலும் புள்ளிவிபரவியல் நிகழ்தகவு தொடர்பான அடிப்படை எண்ணக்கரு தொடர்பான தெளிவு குறைவாக இருந்த காரணத்தினால் அதிக எண்ணிக்கையிலான பரீட்சார்த்திகளுக்கு திருப்திகரமான தீர்வை காண முடியாது இருந்தது.

நிகழ்தகவு மற்றும் விபரப் புள்ளிவிபரவியல் தொடர்பான அடிப்படைக் கோட்பாடுகள் விருத்தியடையுமாறு கட்டமைக்கப்பட்ட பொருத்தமான பயிற்சிகளை மாணவர்களிடம் தொடர்ந்து செய்தல் அவசியமாகும்.

பகுதி III

3. விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்

3.1 விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்கள்

போது அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ வினாத்தாளில் உள்ள அடிப்படை அறிவுறுத்தல்களை நன்றாக வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளல் வேண்டும். அதாவது ஒவ்வொரு பகுதியிலும் என்ன எண்ணிக்கையான வினாக்களுக்கு விடை அளிக்க வேண்டும். எந்த வினாக்கள் கட்டாயமானவை , எவ்வளவு புள்ளிகள் கிடைக்கும், எவ்வளவு நேரம் உள்ளது போன்ற விடயங்கள் தொடர்பாக கவனமாக இருக்க வேண்டியதுடன் வினாவை நன்கு வாசித்து தெளிவான விளக்கத்தை பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய வினாவைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் A பகுதிகளின் சகல வினாக்களுக்கும் விடை அளித்தல் வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் B பகுதிகளின் 7 வினாக்களில் 5 வினாக்களைத் தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.
- ★ ஒவ்வொரு வினாக்களையும் புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்க வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது சுட்டெண்களை ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உரிய இடத்தில் எழுத வேண்டும்.
- ★ வினா எண் மற்றும் பகுதி வினா எண்களை சரியாக எழுத வேண்டும்.
- ★ எல்லா வினாக்களையும் நன்கு வாசித்து விடை எழுத வேண்டும். விடைகளின் கீழ் தரப்பட்டுள்ள தகவல்கள் பெறக்கூடிய விடைகள் அல்லது நிறுவக்கூடிய பெறுபேறுகள் எவ்வாறானவை என்பவற்றை தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ வினாக்களுக்கு விடை எழுதும் போது இருக்கும் நேரத்தை சரியான வகையில் முகாமைத்துவம் செய்து கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தெளிவான கையொப்பத்தில் விடைகள் எழுதப்படல் வேண்டும். விடைகள் எழுதும்போது நீலம் அல்லது கருப்பு நிற பேனாக்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனைய நிறப் பேனாக்கள் பயன்படுத்துவதைத் தவர்க்கவும்.

விசேட அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ படங்கள் வரைய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றை மிகவும் தெளிவாக வரைந்து பெயரிட வேண்டும். இங்கு கோடுகளின் நீளங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பருமனை சரியான படத்தில் உப வரிப்படங்களிலும் காட்டுவது அவசியமாகும். வரிப்படங்களின் உண்மைத்தன்மை தொடர்புகளைக் காட்டி அதன் மூலம் இலகுவாக விடைகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும். படங்களின் திருத்தத்தன்மை தொடர்புகளைக் காண்பதற்கு அவற்றின் மூலம் இலகுவில் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள அவசியமாகும்.
- ★ கணிப்பீடுகளில் ஒவ்வொரு படிமுறைகளையும் தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டியதுடன் தேவையான இடங்களில் படிமுறைகளிடையேயான தொடர்பைக் காட்டும் சமனான புள்ளி அல்லது வேறு குறியீடுகளை எழுதிக்காட்டுவதில் கவனம் செலுத்த வேண்டும். ஒரு படிமுறையில் அல்லது பக்கத்தில் உள்ள கூற்று மற்றும் சமன்பாடுகள் அடுத்த படிமுறைக்கு அல்லது பக்கத்திற்குப் பிரதி செய்யும் போது அவற்றின் சரியான தன்மை தொடர்பாக கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தேவையான இடங்களில் சரியான அலகுகளைப் பயன்படுத்தல் வேண்டும். தேவையான சந்தர்ப்பங்களில் சரியான அலகுகள், அளவுகளை குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ வரைபுகள் கீறும்போது X, Y அச்சுகளை சரியாகப் பெயரிட்டு அளவிடை செய்யப்பட வேண்டும். தேவைப்படும் போது அலகுகளைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ அடிப்படை சமவிகிதம் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.

- ★ அடிப்படை கேத்திர கணித அறிவை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.
உதாரணம் : (1) இணைகரத்தின் பண்புகள்
(2) சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்
(3) ஒழுங்கான பல்கோணியின் பண்புகள்
(4) மைய எல்லைத் தேற்றம் மற்றும் மறுதலை
(5) இயல்பொத்த முக்கோணிகள்
(6) வட்டம் தொடர்பான தேற்றங்கள்
(7) சமச்சீரான பண்புகள்
- ★ காரணிகளுக்கு வேறாக்கக் கூடிய இருபடிக் கோவையை ஒரே முறையில் வேறாக்கக் கூடிய திறமையைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.
- ★ காவிகளைக் குறிக்கும் போது சரியான குறியீடுகளை பயன்படுத்துவதை கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அவ்வாறெனில் விடுவித்தல், உறுதிசெய்தல், பெற்றுக்கொள்ளல் போன்ற பதங்களை கவனமாகக் கையாள வேண்டியதுடன் அதற்கேற்ப விடையை பெறுவதற்கு முயல் வேண்டும். “அவ்வாறே அல்லது மாற்று முறைகளில்” என்பதைக் குறிப்பிடும் சந்தர்ப்பங்களில் பரவலாக முன்னர் பெற்ற பெறுபேற்றைப் பாவித்து விடையைப் பெறுதல் சிறந்தது,
- ★ தரப்பட்ட தகவல்களைப் பயன்படுத்தி முடிவிற்கு வரக்கூடிய சந்தர்ப்பத்திலே நிகர்மாற்று செய்முறைகளை முன்வைத்து புள்ளிகள் இல்லாது போவதற்கு அல்லது குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமையும். அதனால் வினாவின் மூலம் எதிர் பார்க்கப்படும் முறையில் விடை எழுதப்பட வேண்டும். எனினும் “ஆக இருப்பின் மட்டும்” அல்லது “எனின் மட்டும்” உண்மை என நிறுவ வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் நிகர்மாற்று முறையில் பெறுபேறு பெறப்படும் என நிறுவப்படுமாறு விடைகளை முன்வைக்க வேண்டும்
- ★ எப்போதும் இறுதி விடையை எளிய முறையில் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். இறுதி விடையை வினாவில் வினவப்பட்டுள்ள முறைக்கேற்ப தெளிவாகக் காட்டப்பட வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது கையெழுத்து இலக்கம் மற்றும் குறியீடுகளை தெளிவாகவும் சரியாகவும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ விடையைப் பெறுவதற்கு ஏற்ப தேவையான சுருக்குதல்களை மேற்கொள்ளல் (எண்சார்ந்த, அட்சரகணித அல்லது திரிகோண கணித) செய்கை முறையாக கருதி விடைகளுடன் இறுதியில் ஒப்படைக்கவும்.
- ★ விடையைப் பூரணப்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பமாயினும் வினாவிற்கு விடை பெற்றுக்கொள்வதற்கு தேவையான உரிய எஞ்சிய படிமுறைகளை எழுதிக் காட்டுவதற்கு கூடுதலான திறமை இருக்க வேண்டும்.
- ★ வினாவின் இறுதிப் புள்ளிகளை விட ஆரம்ப பகுதிகளில் சுயாதீனமாக இலகுவான பகுதிகள் இருக்கக் கூடிய வினாக்களில் முதல் பகுதி தெளிவில்லாது விடின் வினாவை கைவிட்டுவிடாது எஞ்சிய பகுதிகள் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்த வேண்டியது அவசியமாகும்.
- ★ சில சந்தர்ப்பங்களில் சில உபபகுதிகளை நிறுவாது அந்த விடையை தேவையெனின், பயன்படுத்தி எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக விடையை முன்வைக்கப்பட முடியும்.

3.2 கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாடுகள் தொடர்பான கருத்துக்களும் ஆலோசனைகளும்

- ★ பாடத்திட்டம், ஆசிரியர் வழிகாட்டல் கைநூல், வெளிவளங்களின் பயன்பாடு தொடர்பாக ஆசிரியர்களைப் போல மாணவர்களையும் அறிவுறுத்துவது மற்றும் பயன்படுத்துவது அவசியமாகும்.
- ★ மற்றும் பாட அறிவைப் புதுப்பிப்பதற்கும் விருத்தி செய்து கொள்வதற்கும் ஆசிரியர்கள் கவனம் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ தொழில்நுட்பக் கருத்துக்கள் (technical terms) விசேட கலைச் சொற்கள் தொடர்பாக பரீட்சார்த்திகளுக்கு தெளிவுறுத்தல் முக்கியமாகும்.
- ★ தமது விடய அறிவை மீட்டுவதற்கு மற்றும் தொடர்புபடுத்துவதற்கு ஆசிரியர்கள் வழிகாட்ட வேண்டும்.
- ★ இணைந்த கணிதம் போன்ற பாடங்களைக் கற்றல் பரீட்சை மையத்தைக் கொண்டிராத போதும் பரீட்சைகளில் பயன்படுத்தப்படும் வினாத்தாள்களில் உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற வேண்டுமெனின் மாதிரி வினாக்களைப் போன்று கடந்த வருடங்களின் வினாத்தாள்கள் மற்றும் புள்ளியிடும் திட்டங்களைப் பரீட்சித்து ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் மிகவும் சிறந்த விடையை எழுதுவது எவ்வாறு என்பது தொடர்பாக மாணவர்களுள் நல்ல விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும். இதற்காக மாணவர்களுக்கு முன்மாதிரியாக நடந்துகொள்வது ஆசிரியர்களின் பொறுப்பு என்பதை கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அட்டவணை இலக்கம் 4 இற்கு ஏற்ப 21-30 வரையான வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5636 ஆவதோடு மொத்தப் பரீட்சார்த்திகளில் 16.48%இனை குறித்து நிற்கின்றது. ஒவ்வொரு வருடங்களிலும் இந்தப் புள்ளி வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை அதற்கு கிட்டிய பெறுமானத்தை எடுக்கும். அதனால் எதிர்வரும் பரீட்சைகளில் இந்தப் பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் 31-40 வீச்சினுள் அல்லது அதற்குக் கூடிய புள்ளி மட்டத்திற்கு கொண்டு வருவதற்காக அவர்கள் அறிந்துகொண்டு விசேடமாக அந்த பரீட்சார்த்திகளை இலக்காகக் கொண்டு,
 - (i) உரிய கோட்பாடுகள் மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு உளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களை செய்வித்தல்
 - (ii) சுய பயிற்சிகளின் மூலம் அமது அறிவு மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு எளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களைச் செய்யவித்தல்
- ★ விசேடமாக இணைந்த கணிதத்திற்காக சுய கவனம் மிகவும் முக்கியமாக அவர்களுக்கு அறியக் கொடுக்க வேண்டும். ஆரம்பத்திலேயே தேவையான முயற்சிகளுடன் பரீட்சைக்குப் பொருத்தமான மட்டத்தில் பிரசினத்திற்கு சரியான விடையை அளிப்பதற்கு அவர்களை ஈடுபடுத்தல் சிறந்தது.