සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 පෙබරවාරි

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

✸ **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) $ax^2+2bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α හා β ද $px^2+2qx+r=0$ සමීකරණයේ මූල $\alpha+h,\ \beta+h$ ද වේ. $\dfrac{b^2-ac}{q^2-pr}=\dfrac{a^2}{p^2}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)=x^2+x+A$ හා $g(x)=x^2-5x+B$ ලෙස වූ වර්ගජ ශ්‍රිත දෙකකි. $g(x)=0$ හි එක් එක් මූලයන් $f(x)=0$ හි එක් එක් මූලයන්ට වඩා k නියත අගයකින් වැඩි වේ. තවද $g(x)=0$ හි මූල දෙකින් එකක් අනෙක් මූලය මෙන් හතර ගුණයක් විශාල වේ. $f(x)=0$ හා $g(x)=0$ හි මූල සොයන්න. තවද A හා B සොයා $f(x)$ හා $g(x)$ ලියා දක්වන්න.

(b) $f(x)=x^3+ax^2+(5-k^2)x+b+2k^2=0$ යයි ගනිමු. මෙහි $a, b\in\mathbb{R}$ වේ. k යනු නියතයකි. $(x-2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. $f(x)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය k^2-36 නම් a හා b වල අගයයන් සොයන්න.

$f(x)$ ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න. තවද $x>2$ වන පරිදි වූ සියලු තාත්වික x සඳහා $f(x)>0$ වන k හි අගය පරාසය සොයන්න.

12. (a) එක්තරා සමාගමක ප්‍රධාන කාර්යාලය හා එහි ශාඛා 6 ක සේවකයන් එකතු වී තම සමූහයේ සංගමයක් පිහිටවන ලදී. එම සංගමයේ නිලධාරී මණ්ඩලය පත් කිරීම සඳහා ප්‍රධාන කාර්යාලය හා ශාඛා 6 යන ආයතන 7 න් එක එකකින් A, B, C, D, E ක්ෂේත්‍ර 5 කින් පුද්ගලයින් 3 දෙනෙකු බැගින් ඉදිරිපත් කරයි. ඔවුන් අතරින් 5 දෙනෙක් නිලධාරී මණ්ඩලය සඳහා තෝරාගනු ලැබේ.

පහත අවස්ථාවලදී සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් මණ්ඩල ගණන සොයන්න.

(i) සෑම ක්ෂේත්‍රයකින්ම පුද්ගලයින් 1 බැගින් වන පරිදි

(ii) එක් ආයතනයකින් එක් අයෙකුට වැඩියෙන් ඇතුළත් නොවන පරිදි

(iii) ප්‍රධාන කාර්යාලය නියෝජනය කරමින් දෙදෙනෙකු අනිවාර්යයෙන් ඇතුළත් වන පරිදි

(iv) විශේෂිත ශාඛා කාර්යාල දෙකකින් පුද්ගලයින් තෝරා නොගන්නා විට ඕනෑම ක්ෂේත්‍ර 2 කින් පමණක් පුද්ගලයින් තෝරා ගන්නා පරිදි

Scanned with CamScanner

(b) 7, 19, 37, ... යනු r වැනි පදය, r වල වර්ගජ ශ්‍රිතයක් වන අනුක්‍රමයකි. එම r වැනි පදය සොයන්න.

$\frac{7}{(1^3+1)(2^3+1)}+\frac{19}{(2^3+1)(3^3+1)}+\frac{37}{(3^3+1)(4^3+1)}+..........$ වන ශ්‍රේණියේ r වැනි පදය වන U_r ලියා දක්වන්න.

$U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න.

$n \to \infty$ විට $\sum_{r=1}^{n} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද යන්න හේතු සහිතව දක්වන්න.

$n \to \infty$ විට $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍යය සොයන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{2n} U_r - \sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{\left[(n+1)^3+1\right]} - \frac{1}{\left[(2n+1)^3+1\right]}$ වන බව පෙන්වන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} -5 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ යයි ගනිමු.

$D = BA^T - C$ වන සේ D න්‍යාසය සොයන්න.

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ නම් f(D) සොයන්න. f(D) = E ලෙස ගනිමු.

(i) E න්‍යාසය සමමිතික හා කුටික සමමිතික න්‍යාස දෙකක එකතුවක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(ii) E^{-1} සොයන්න.

(b) Z, Z_1, Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

(i) $|Z|^2 = Z\bar{Z}$

(ii) $|Z_1 Z_2| = |Z_1|\,|Z_2|$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) ABCD රොම්බසයේ දක්ෂිණාවර්ත දිශාවල අනුපිළිවෙලින් ගත් ශීර්ෂ මගින් Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය වේ. $C\hat{B}A = \frac{2\pi}{3}$

$\frac{Z_3 - Z_2}{Z_1 - Z_2}$ හි අගය සොයන්න.

$2\sqrt{3}\, Z_2 = \left(\sqrt{3} - i\right)Z_1 + \left(\sqrt{3} + i\right)Z_3$ බව පෙන්වන්න.

(c) $Z = \dfrac{1+7i}{(2-i)^2}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි $r > 0$, $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ වේ.

r හා θ නිර්ණය කළයුතු අගයන් වේ. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $Z^{\frac{17}{3}}$ හි අගය සොයන්න.

එනයින්, $\left(Z^{\frac{17}{3}} - \dfrac{1}{Z^{\frac{17}{3}}}\right)^2$ හි අගය සොයන්න.

14. (a) $x \neq 0,\ x \neq 2$ සඳහා $f(x) = \dfrac{(x-3)(x+1)}{x(x-2)}$ යයි ගනිමු.

$f(x) = A + \dfrac{B}{x(x-2)}$ වන පරිදි A හා B නියත නිර්ණය කරන්න.

එමගින් f(x) ශ්‍රිතයේ පළමු ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x)$ නිර්ණය කර f(x) ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය හා එහි ස්වභාවයද, f(x) වැඩිවන හා අඩුවන ප්‍රාන්තරද වෙන් වෙන්ව දක්වන්න.
f(x) ශ්‍රිතයේ දෙවන ව්‍යුත්පන්නය සොයා ශ්‍රිතයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය පවතී දැයි නිර්ණය කරන්න.
එනයින් ශ්‍රිතයේ අවතලතාවය නිර්ණය කරන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ හා අවධි ලක්ෂ්‍ය සියල්ල දක්වමින් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහන අඳින්න.

(b) මීටර් 30 ක් දිග කම්බියකින් සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සහ ඍජුකෝණාස්‍රයක් සෑදිය යුතුව ඇත්තේ ඍජුකෝණාස්‍රයේ පැත්තක දිග එහි පළල මෙන් තුන් ගුණයක් වන පරිදිය. සංයුක්ත ඍජුකෝණාස්‍රයේ හා ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අවම වන පරිදි ලබාගත යුතු ඍජුකෝණාස්‍රයේ දිග සොයන්න.

15. (a) $x = \dfrac{1}{2}(1+\sin\theta)$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{x}{\sqrt{x-x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1+\sin\theta)\,d\theta$ බව පෙන්වා, එනයින් $\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{x}{\sqrt{x-x^2}}\,dx$ අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{2\pi} e^x \cdot \cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)dx = \frac{-3\sqrt{2}}{5}\left(e^{2\pi}+1\right)$ බව

පෙන්වන්න.

(c) $I = \displaystyle\int_0^{a} \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)}\,dx$

සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $I = \dfrac{a}{2}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් පහත ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\ell n\,(x+1)}{\ell n(2+x-x^2)}\,dx$

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}\,dx$

Scanned with CamScanner

16. (a) $ax + by + c = 0$ රේඛාවට (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති ලම්බක දුර $\dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ වෘත්තය හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාවය ලියා දක්වන්න.

(c) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$ වෘත්ත දෙකේ සාපේක්ෂ පිහිටීම සොයන්න. මෙම වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ ලබාගන්න. S වෘත්තය මගින් S_1 හා S_2 ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන අතර මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. S හි සමීකරණය සොයන්න.

S_1 හා S_2 හි පොදු ජ්‍යාය ද, S_1 හා S හි පොදු ජ්‍යාය ද, S_2 හා S හි පොදු ජ්‍යාය ද සොයා ඒවා සංගාමී බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\tan x + \tan\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \dfrac{2\pi}{3}\right) = 3$ නම්, $\tan 3x = 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නීතිය හා කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක CD මධ්‍යස්ථයකි. $A\hat{D}C = \alpha$ වන අතර ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය Δ වේ නම්, $b \sin A = a \sin B$ බවද $\dfrac{2c\cos\alpha}{a^2 - b^2} = \dfrac{c\sin\alpha}{2\Delta} = \dfrac{1}{CD}$ බවද පෙන්වන්න.

(c) $f(x) = \sin^4 x + \cos^2 x \; ; x \in \mathbb{R}$ නම් $f(x)$ යන්න $A + B \cos kx$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. A, B හා k යන්න නිර්ණය කළයුතු නියත වෙයි.

තවද $\dfrac{3}{4} \leq f(x) \leq 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\dfrac{-\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{3}$ සඳහා $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

❖❖❖

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S II

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 පෙබරවාරි

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

✱ **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

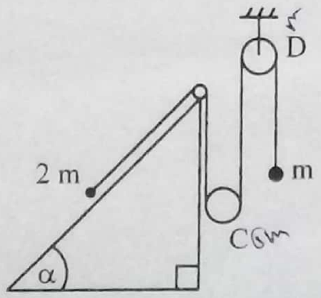
B කොටස

11. (a) සමාන්තර මාර්ග ඔස්සේ එකම දිශාවට ධාවනය වන X හා Y දුම්රිය දෙකක් එක්තරා මොහොතකදී A නැවතුම්පළක් පසු කරයි. එවිට X හා Y දුම්රියවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් 2 u හා 3 u ද, ත්වරණ පිළිවෙලින් 3 f හා 2 f ද වේ. t_1 කාලයකට පසු B නම් ස්ථානයකදී X විසින් Y පසුකරගෙන යයි නම් $t_1 = \dfrac{2u}{f}$ බව පෙන්වන්න. එම මොහොතේදී X හා Y හි ප්‍රවේග සොයන්න. ඉන්පසු Y හි ප්‍රවේගය නියතව පවතින අතර X දුම්රිය f මන්දනයකින් යුතුව චලනය වීමට පටන් ගනී. t_2 කාලයකට පසු C නම් ස්ථානයේදී Y විසින් X පසු කරයි නම් එවිට X හි ප්‍රවේගය සොයන්න. A හා C අතර දුර $\dfrac{24u^2}{f}$ බව පෙන්වන්න.

(b) නැවක් සෘජු මුහුදු ගමන් මගක u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. වරායක සිට එම ගමන් මගෙහි ආසන්නතම ලක්ෂය වූ A ට ඇති දුර a km වෙයි. A ලක්ෂයට ළඟාවීමට පෙර වරායේ සිට b (> a) km දුරින් නැව ඇතිවිට එය අල්ලා ගැනීම සඳහා බෝට්ටුවක් වරායෙන් පිටත් වෙයි. නැවට ළඟාවීම සඳහා බෝට්ටුවට තිබිය යුතු අඩුතම ඒකාකාර වේගය $\dfrac{au}{b}$ km h^{-1} බව සාධනය කරන්න.

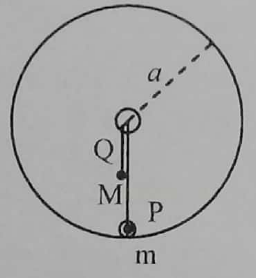
බෝට්ටුවේ ගමන් මග රූප සටහනක අඳින්න. බෝට්ටුව v km h^{-1} $\left(u > v > \dfrac{au}{b}\right)$ වේගයකින් යා හැකි නම් එකම සටහනක ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ, එනයින් නිශ්චිත ස්ථාන දෙකකදී නැව අල්ලා ගැනීමට එයට හැකි බවත්, එම ස්ථාන දෙක සඳහා බෝට්ටුවට ගතවන කාලය පැය $\dfrac{2\sqrt{b^2v^2 - a^2u^2}}{u^2 - v^2}$ කින් වෙනස් වන බවත් සාධනය කරන්න.

12. (a) රූපයේ පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට අචල තලය මත 2 m ස්කන්ධයක් තබා එයට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ගැටගසා C හි ඇති ස්කන්ධය 5 m වූ සුමට සචල කප්පියක් යටින්ද, ස්කන්ධය m වූ D අචල කප්පිය මතින්ද යවා තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට m ස්කන්ධයක් ඈඳා ඇත. 2 m, m අංශු හා C සචල කප්පියේ ත්වරණ හා තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



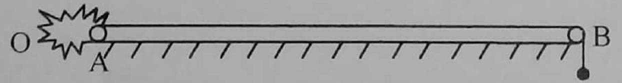
එනයින් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{10\,m}{23}(3+\sin\alpha)g$ බව පෙන්වන්න. තවද මෙම චලිතයේදී C කප්පිය කිසිවිටෙකත් නිසලතාවයට පත්විය නොහැකි බව පෙන්වන්න. නමුත් 2 m අංශුව චලිතය තුළ ඇතැම් α අගයන් සඳහා නිශ්චල වන බව පෙන්වා එම α අගය අපෝහනය කරන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ සුමට P නම් පබළුවක් සිරස් තලයක අචලව සවි කරන ලද අරය a වන සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක් තුළින් යවා ඇත. පබළුවට ඈඳූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක අනෙක් කෙළවර කම්බි කේන්ද්‍රයේ පිහිටි C නම් සුමට මුද්දක් තුළින් යවා අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය M වූ Q නම් අංශුවකට ඈඳා ඇත. ආරම්භයේදී P පබළුව කම්බියේ පහළම ලක්ෂයේ තබා $\sqrt{kga}$; $(k>1)$ වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරන්නේ, පබළුව කම්බිය දිගේ වෘත්තාකාර චලිතයක් නිරූපනය කරන ලෙසයි. P පබළුව ඈඳූ තන්තු කොටස C හරහා යන යටි අත් සිරස සමග θ සුළු කෝණයක් තනන අවස්ථාවේ P පබළුවේ වේගය v යන්න $v^2 = kga - 2ga + 2ga\cos\theta$ මගින් ලැබෙන බවත් P පබළුව මත කම්බිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියා R යන්න $R = mg\left(k - 2 + 3\cos\theta - \frac{M}{m}\right)$ මගින් ලැබෙන බවත් පෙන්වන්න.



$k = 6$ යයි ගනිමින් $m < M < 7m$ වන්නේ නම්, චලිතයේ යම් අවස්ථාවක P පබළුව හා කම්බිය අතර ප්‍රතික්‍රියාව අතුරුදන් වන බව පෙන්වන්න.

13.



තිරස් සුමට මේසයක දාරයක කෙළවරට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් මතින් යැවූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර A අංශුව මේස දාරයේ සිට කිසියම් දුරකින් වූ O ලක්ෂ්‍යකද B අංශුව මේස දාරයේ කප්පිය මතින් යන්තමින් එල්ලෙමින්ද පවතින සේ තබා, O ලක්ෂ්‍ය හා A අංශුව ස්වාභාවික දිග ℓ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg ද වන තවත් තන්තුවකින් යා කර පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහරී. තන්තුව තදවීමට මොහොතකට පෙර A අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. ප්‍රත්‍යස්ත තන්තුවේ O සිට දිග $x\ (>\ell)$ යන්න $\ddot{x} = -\frac{g}{2\ell}(x - 2\ell)$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ $x - 2\ell = X$ ලෙස ගෙන $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න. $\dot{X}^2 = \omega^2(a^2 - X^2)$ බව උපකල්පනය කරමින් සරළ අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය a සොයන්න.
A අංශුව කප්පිය වෙත යන්තමින් ළඟාවේ නම් B අංශුව චලිතයේදී ළඟාවන ගැඹුරුතම ලක්ෂ්‍ය වන C ට කප්පියේ සිට ඇති සිරස් උස සොයන්න. B අංශුව C ලක්ෂ්‍යයට එළැඹෙන තෙක් කාලය සොයන්න.
දැන් B අංශුව C ලක්ෂ්‍යයට එළැඹෙන විටම ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් සීරුවෙන් B ට අමුණයි.

අනතුරුව සිදුවන චලිතය උඩුකුරුව සිදුවේ යැයි උපකල්පනය කර $\ddot{y} + \frac{g}{3\ell}(y - 3\ell) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.
මෙහි y යනු OA දුර වේ. තවද මෙය පූර්ණ සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වා A අංශුව දෙවන වර ක්ෂණික නිසලතාවයට එළැඹෙන තෙක් ගතවී ඇති මුළු කාලය $\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(2 + \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\pi - \sqrt{2}\tan^{-1}\sqrt{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

14. (a)(i) $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ පිහිටුම් දෛශික, OACB රොම්බසයේ පිළිවෙලින් ගත් OA, OB, OC පාද මගින් නිරූපනය වේ. රොම්බසයේ පාදයක දිග ℓ නම්, $\underline{a} \cdot \underline{c} - \underline{a} \cdot \underline{b} = \ell^2$ බව පෙන්වන්න. රොම්බසයේ $A\hat{O}B$ කෝණය $60°$ වේ නම් $3(\underline{a} \cdot \underline{b}) = \underline{a} \cdot \underline{c}$ බව පෙන්වන්න.

රොම්බසයේ විකර්ණ එකිනෙක ලම්බක බව පෙන්වන්න.

(ii) ABC යනු ත්‍රිකෝණයේ AC සහ AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ පිළිවෙලින් D හා E වේ. CE සහ BD රේඛා X ලක්ෂයේදී හමුවේ. $\overline{AB}$ සහ $\overline{AD}$ ඇසුරින් $\overline{EB}$ හා $\overline{BD}$ ප්‍රකාශ කර CX : XE අනුපාතය සොයන්න.

(b) O, A, B, C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(0, 0), (2a, 0)$ $(2a, a)$ සහ $(0, a)$ වේ. OA, AB, BC, CO ඔස්සේ අක්ෂර පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට පිළිවෙලින් F_1, F_2, F_3, F_4 විශාලත්ව ඇති බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතියෙන් O, A, B වටා වාමාවර්ත ඝූර්ණ පිළිවෙලින් G, 2G සහ 3G වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය p නම් AC දිග $\dfrac{5G}{2p}$ බව පෙන්වන්න.

(c) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක $AB = 4a$, $BC = 3a$ වේ. AB, BC, CD, DA, AC, DB ඔස්සේ පිළිවෙලින් 8p, 7p, 3p, 2p, 10p, 15p බල ක්‍රියා කරයි. තවද 10 pa ඝූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් DCBA අතට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාවෙන් AB පාදය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

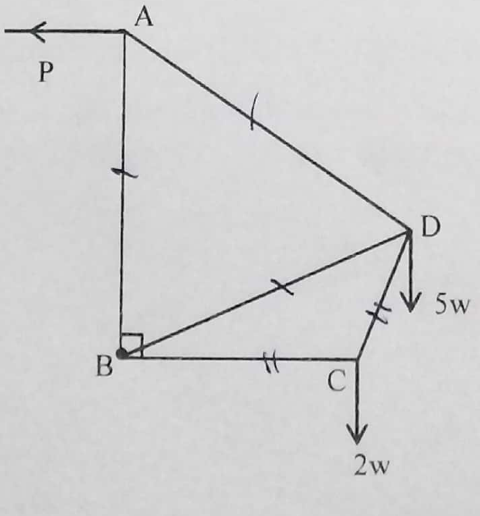
15. (a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB, BC, CD ඒකාකාර දඬු තුනක බර පිළිවෙලින් w, 2w, w වේ. BC දණ්ඩ තිරස් වන ලෙස AB, BC, CD දඬු සුමටව B හා C හිදී සන්ධි කර ඇත. A හා D කෙළවරවල් තිරසට α ආනත සුමට අචල තල දෙකක් මත තබා ඇත්තේ AB, CD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට ගැටගසා ඇති සමාන දිගින් යුතු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගිනි. තන්තුවල ඉතිරි කෙළවරවල් නොබුරුල්ව BC දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ගැටගසා ඇත්තේ ABCD පද්ධතිය සිරස් තලයේ සමතුලිත වන පරිදිය. මෙහි $A\hat{B}C = D\hat{C}B = 120°$ කි.

(i) AB දණ්ඩේ A කෙළවර මගින් ආනත තලය මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද,

(ii) තන්තුවල ආතතිය ද

(iii) B සන්ධියේ තිරස් හා සිරස් ප්‍රතික්‍රියා බල ද එම බල සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

(b)

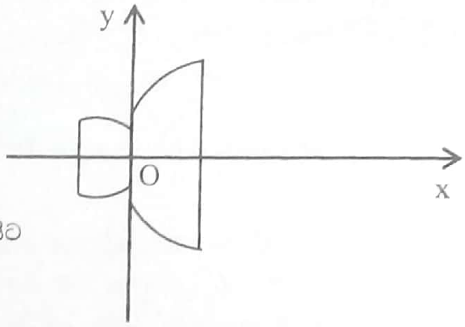


රූපයේ දැක්වෙන්නේ සැහැල්ලු දඬු 5 කින් සමන්විත වූ රාමු සැකිල්ලකි. ABD සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. $A\hat{B}C = 90°$ හා BC = CD. C හා D හිදී පිළිවෙලින් 2w හා 5w භාර එල්ලා ඇත. රාමු සැකිල්ල B හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇත්තේ AB සිරස්වන ලෙස සිරස් තලයේ සමතුලිතව පිහිටන පරිදි A හිදී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගිනි. P බලයේ විශාලත්වය සොයන්න. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හා තෙරපුම් ලෙස වෙන් කොට ලියා දක්වන්න.

Scanned with CamScanner

16. අරය r වන කුහර ගෝලීය කබොලක කේන්ද්‍රයේ සිට එකම පැත්තේ $r\cos\alpha$ හා $r\cos\beta$, $\beta > \alpha$ දුරින් වන සිරස් තල දෙකක් ඔස්සේ ඡේදනය කිරීමෙන් සැදෙන වෘත්තාකාර වළල්ලක ස්කන්ධය m නම්, එය $2\pi r^2\sigma(\cos\alpha - \cos\beta)$ බව පෙන්වා ගෝලීය කේන්ද්‍රයේ සිට එම වළල්ලේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම $\frac{r}{2}(\cos\alpha + \cos\beta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි σ යනු ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය වේ.

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ හා $\beta = \frac{\pi}{3}$ වන අරය r වූ ද අරය $\frac{r}{2}$ වූ ද ඉහත ආකාරයේ වළලු දෙකක් රූපයේ පරිදි ඒවායේ පොදු තලයට බද්ධ කරනුයේ අරය $\frac{r}{\sqrt{2}}$ වූ ද, ස්කන්ධය $\frac{m}{4}$ වූ ද වෘත්තාකාර තුනී තැටියක් මගිනි. මෙහි වෘත්තාකාර වළලු දෙකේ හා වෘත්තාකාර තැටියේ කේන්ද්‍ර එකම අක්ෂය ඔස්සේ පිහිටයි. මෙහි O යනු වෘත්තාකාර තුනී තැටියේ කේන්ද්‍රයයි.



පහත ප්‍රතිඵල පිහිටුවන්න.

(i) කුඩා වළල්ලේ ස්කන්ධය $\frac{m}{4}$ බව.

$k = \frac{(2+\sqrt{2})}{4\sqrt{2}}$ වනවිට, පොදු තලයේ අක්ෂය මත O සිට

(ii) කුඩා වළල්ලේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $\frac{r}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - k\right)$ බව

(iii) විශාල වළල්ලේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $r\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - k\right)$ බව පෙන්වන්න.

තවද, සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර සොයන්න.

දැන් සංයුක්ත වස්තුව වෘත්තාකාර තුනී තැටියේ දාරයේ ලක්ෂ්‍යයකින් වස්තුව එල්ලූ විට එහි අක්ෂය සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

17. (a) (i) p හා q සඳහා සුදුසු අගය යුගලයන්, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ වන A කුලකයෙන් තෝරා ගනිමින් $x^2 + px + q = 0$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් යුගල ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) K, L, M යන සිසුන් තිදෙනා පාසල් පැමිණීමේ සිද්ධි එකිනෙකින් ස්වායත්තව සිදුවන අතර එක් එක් සිද්ධියෙහි සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ වේ. යම් දිනකදී සිසුන් තිදෙනාගෙන් එක් අයෙකු පමණක් පාසැල් පැමිණ තිබේ නම් එම සිසුවා L වීමේ සම්භාවිතාව කීයද?

(b) යන්ත්‍රයක් සම්මත දිග 10 cm වන වානේ දඬු නිපදවයි. නිපදවන එක් එක් දණ්ඩ, සම්මත දණ්ඩ සමග සසඳන අතර එවිට මිනුම් අතර වෙනස x (10^{-3} cm වලින්) නිරූපනය වන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහතින් දැක්වේ.

x (10^{-3} cm)	දඬු ගණන
(-50) - (-31)	12
(-30) - (-11)	18
(-10) - 9	26
10 - 29	18
30 - 49	14
50 - 69	12

මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය, මධ්‍යන්‍ය, මධ්‍යස්ථය, සම්මත අපගමනය, කුටිකතා සංගුණකය සොයන්න. ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද?

❖❖❖

Scanned with CamScanner