සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2022 නොවැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2023

සංයුක්ත ගණිතය
Combined Maths

12 ශ්‍රේණිය

* B කොටසේ 15, 16, 17 ප්‍රශ්නවලින් අවම වශයෙන් ප්‍රශ්න 02 ක් වත් ඇතුලත් වන පරිදි ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) $a \neq 0$ හා $a, b, c \neq \mathbb{R}$ විට $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල α හා β වේ. $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ බවත් $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බවත් පෙන්වන්න.

$n \in \mathbb{Z} - \{0, 1\}$ විට $n(n+1)x^2 + (2n^2 + 2n - 1)x + n^2 + n - 2 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.

$m = n(n+1)$ ලෙස ගෙන සංගුණක m ඇසුරින් දැක්වෙන වර්ගජ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. මෙම සමීකරණයේ මූල α හා β නම්

(i) $\frac{\alpha^2}{\beta}$ හා $\frac{\beta^2}{\alpha}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $m^3x^2 - (1-2m)(m+1)^2x + m^2(m-2) = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $3 < m$ විට α හා β මූල දෙකෙහි ලකුණ ගැන කුමක් ප්‍රකාශ කළ හැකිද?

(b) $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2 + cx + 10$ යැයි දී ඇත. $(1 + x)$ හා $(3 - x)$ මගින් $f(x)$ බහුපදය බෙදූවිට ශේෂයන් පිළිවෙලින් 2, 10 වේ. $f(2) = 26$ ද වේ. a, b, c තාත්වික නියත සොයා $f(x)$ යන්න $(1 + x)(3 - x)$ මගින් බෙදූවිට ලබ්ධිය හා ශේෂය සොයන්න. තවද $f(x + 2)$ බහුපදය $x^2 + 4x + 6$ මගින් බෙදූවිට ලබ්ධිය හා ශේෂය අපෝහනය කරන්න.

12. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2x + 3}$ ශ්‍රිතයේ පරාසය $[1, 2]$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}$ භින්න භාග වෙන් කරන්න.

(c) $y = x^2 - 2|x| + 1$ හා $y = 3|1 - |x||$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.

$x^2 - 2|x| + 1 < 3|1 - |x||$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

එනයින් $4x^2 - 4|x| + 1 < 3|1 - 2|x||$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

22 A/L අපි [papers group]

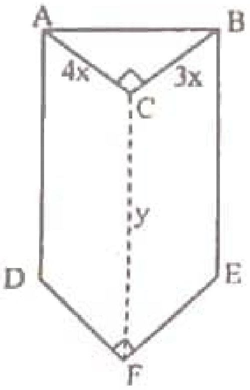
13. (a) $x \neq -2$ සඳහා $f(x) = \dfrac{ax+b}{(x+2)^2}$ යැයි ගනිමු. $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ ලක්ෂයේදී හැරවුම් ලක්ෂයක් ඇත. a හා b සොයන්න.

$x \neq -2$ සඳහා $f''(x) = \dfrac{2(x-1)}{(x+2)^4}$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරවුම් ලක්ෂය හා නතිවර්තන ලක්ෂය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. මෙහි $f''(x)$ යනු $f(x)$ හි දෙවන අවකලන සංගුණකය වේ.

(b)



රූපයේ දැක්වෙන ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ත්‍රිකෝණාකාර ඝන ප්‍රිස්මයේ ත්‍රිකෝණාකාර කොටස AD, BE හා CF සමාන්තර දාරවලට ලම්බ වේ. එක් එක් සමාන්තර දාරයේ දිග y cm වන අතර ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත්වල C හා F සෘජු කෝණ වේ. මෙහි $AC = 4x$ cm, $BC = 3x$ cm හා ඝන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව $1500\ \text{cm}^3$ වේ. මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S සඳහා ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරින් ලබාගන්න. එනයින් S අවම වන පරිදි y හි අගය සොයන්න.

තවද ඉහත ප්‍රිස්මයේ $x = 6$ cm වනවිට ඒකාකාරව x වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය $0.3\ \text{cm s}^{-1}$ බව දී ඇති විට S වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

14. (a) $\cos A, \cos B, \sin A, \sin B$ ඇසුරින් $\cos(A+B)$ හා $\cos(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

එනයින් $\cos C + \cos D = 2\cos\dfrac{C+D}{2}\cos\dfrac{C-D}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$A + B + C = \pi$ හා $\cos B + \cos C = 4\sin^2 \frac{A}{2}$ වේ නම් $\tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}$ හි අගය $\dfrac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x + k = 0$, x තාත්වික නම් $-\dfrac{3}{2} \leq k \leq \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$k = 0$ විට $\sin 2x = 1 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වා පොදු විසඳුම් ලියන්න.

(c) $f(x) = \sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x\cos x - \cos^2 x$ වේ.

(අ) $f(x) = R\cos(2x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. R හා α ට ගතහැකි අගය දක්වන්න.

(ආ) f(x) ට ගතහැකි වැඩිතම හා අඩුතම අගය සොයන්න. මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.

(ඇ) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ තුළ f(x) හි දළ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.

(d) $\tan^{-1}(x+a) - \tan^{-1}(x+b) = \frac{\pi}{4}$ යන සමීකරණයට x හි තාත්වික විසඳුම් ඇතිනම් $(a-b+2)^2 \geq 8$ බව සාධනය කරන්න.

22 A/L අපි [papers group]

15. (a) A හා B දුම්රිය දෙකක් සමාන්තර මාර්ග ඔස්සේ එකම දිශාවට ධාවනය වේ. A දුම්රියට f_1 ඒකාකාර ත්වරණයක්ද B දුම්රියට f_2 ඒකාකාර මන්දනයක්ද ඇත. එක්තරා මොහොතකදී දුම්රිය දෙකේ ඉදිරිපස එකිනෙකට හරි කෙලින් පිහිටන විට A සහ B දුම්රියවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v_1 හා v_2 වේ. මෙහි $v_1 < v_2$ වේ. දුම්රිය දෙකම t_0 කාලයකදී d දුරක් ගමන් කිරීමෙන් පසු නැවත වාරයක් දුම්රිය දෙකේ ඉදිරිපස එකිනෙකට හරි කෙලින් පිහිටන විට A හා B දුම්රියවල ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v_3 හා v_4 වේ. දුම්රිය දෙකේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක ඇඳ පහත සඳහන් දෑ සාධනය කිරීමට මෙම සටහන් භාවිතා කරන්න. f_1 ත්වරණය v_1, v_3, d ඇසුරෙන්ද f_2 මන්දනය v_2, v_4, d ඇසුරෙන්ද ලබාගන්න. දුම්රියවල ප්‍රවේග සමාන වන මොහොතේදී එම ප්‍රවේගය v_0 ද, එවිට A දුම්රිය ගමන් කර ඇති දුර d_1 ද, ගමනේ ඉතිරි දුර d_2 ද නම්, $2d_1(v_0 + v_3) = (v_1 + v_0)[t_0(v_0 + v_3) - 2d_3]$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රවේග සමාන වන මොහොතේදී B දුම්රිය A ට d_3 දුරක් ඉදිරියෙන් සිටී නම්

$d_3 : d_1 = (v_2 - v_1) : (v_1 + v_0)$ බවද පෙන්වන්න.

(b) A, B හා C ගුවන් තොටුපලවල් තුනකි. B ගුවන් තොටුපල A ට a km දුරකින් නැගෙනහිරින් පිහිටයි. C ගුවන් තොටුපල B ට a km දුරකින් උතුරින් පිහිටයි. ගුවන් යානයක් A වලින් ආරම්භ කර AB, BC මාර්ග ඔස්සේ C වලට ළඟා වේ. B හිදී ගුවන් යානයට හැරවීම සඳහා ගතවන කාලය නොගිනිය හැකි යැයි උපකල්පනය කරන්න. සුළඟක් $u \text{ km h}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට හමයි. සුළඟට සාපේක්ෂව ගුවන් යානය $v \text{ km h}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. A සිට B දක්වාත්, B සිට C දක්වාත් ගුවන් යානයේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එකම රූපයක ඇඳ, එනයින් A ගුවන් තොටුපලේ සිට C දක්වා යාමට ගතවන සම්පූර්ණ කාලය $\dfrac{a\sqrt{2(2v^2 - u^2)}}{(v^2 - u^2)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $v > u$ වේ.

16. (a) ABC ත්‍රිකෝණයක $AP : PB = 5 : 2$, $BQ : QC = 3 : 4$, $AR : RC = 1 : 6$ වන පරිදි P, Q, R ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් AB, BC, CA පාද මත පිහිටා ඇත. A හිර්ෂය අනුබද්ධයෙන් B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ වේ.

$\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{BQ}$ හා $\overrightarrow{CR}$ දෛශික සොයන්න.

$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CR}$ දෛශික $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

මෙම දෛශිකයට හා $\overrightarrow{CD}$ දෛශිකයට සමාන්තර වන අයුරින් AB පාදය මත D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්නම් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම නිර්ණය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන් $AC^2 + AB^2 - BC^2 = 2\, AB \,.\, AC \,.\cos A$ බව පෙන්වන්න.

22 A/L අපි [papers group]

(b) ABCD රොම්බසයක A, B, C, D ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් (0, 0), (2, 0), $(3, \sqrt{3})$, $(1, \sqrt{3})$ වේ. ABCD ශීර්ෂවලදී $2P\underline{i}$, $3P\underline{i} + 3\sqrt{3}P\underline{j}$, $-4P\underline{i}$, $-4P\underline{i} - 4\sqrt{3}P\underline{j}$ බල ක්‍රියා කරයි.
මෙහි $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු ox හා oy අක්ෂයට සමාන්තර ඒකක දෛශික වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා එය AB පාදය කපන ලක්ෂයට B සිට ඇති දුර සොයන්න. මෙම බල පද්ධතියට B ශීර්ෂයේදී DB ඔස්සේ ක්‍රියාකරන අමතර බලයක් එකතු කළවිට නව සම්ප්‍රයුක්ත බලය CB ට සමාන්තරව ක්‍රියා කරයි. එම නව බලය සොයා $a\underline{i} + b\underline{j}$ ආකාරයට ලියා දක්වන්න.

නව සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා එහි ක්‍රියා රේඛාව මගින් AB රේඛාව කපන ස්ථානයට B හි සිට ඇති දුර සොයන්න.
දැන් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය B හිදී ක්‍රියා කරන පරිදි පද්ධතියට විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් යෙදුවේ නම් එම යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

17. (a) තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂයක සිට තිරසට α ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරන ලද අංශුවක පථය සඳහා සමීකරණයක් x, y ඇසුරින් ලබාගන්න.
එකම තිරස් මට්ටමේ එකිනෙකට a දුරකින් විෂ්කම්භය d වන ඒකාකාර වෘත්තාකාර මුදු තුනක් මතින් යන්තමින් ගෑවී නොගෑවී යනසේ තිරසට α කෝණයක් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. තිරස් මට්ටමේ සිට මුදුවක ඉහළම ලක්ෂයට සිරස් උස H, හා තිරස් පරාසය R සඳහා ප්‍රකාශන u හා α ඇසුරින් ලබාගන්න. තවද $\tan\alpha = \dfrac{2\sqrt{Hd}}{a}$ බව පෙන්වන්න.

(b) දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක සමතුලිතතාව සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

බර W වූද පතුලේ අරය a වූද, උස $8a$ ද, අඩ සිරස් කෝණය θ වූ ඒකාකාර ඝන කේතුවක් වක්‍ර පෘෂ්ඨය තිරසට α ආනත වූ සුමට ආනත තලයක් ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතතාවයේ පවතිනුයේ කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ ඉහළම ලක්ෂයට හා ආනත තලයේ පිහිටි ලක්ෂයට ගැටගසා ඇති $\sqrt{65}\,a$ දිග ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. තන්තුවේ ආතතිය හා ආනත තලයත් කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
තවද තන්තුව ආනත තලයේ ගැට ගසන ලද ලක්ෂයේ සිට ප්‍රතික්‍රියාවට දුර

$$\frac{63a\,(78\cos\alpha + 6\sin\alpha)}{\sqrt{65}\,[63\cos\alpha + 16\sin\alpha]}$$ බව පෙන්වන්න.

ඝන කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ සිට $\dfrac{h}{4}$ දුරින් වේ. මෙහි h යනු කේතුවේ සෘජු උස වේ.

22 A/L අපි [papers group]

***

LOL.lk
Learn Ordinary Level
විභාග ඉලක්ක
පහසුවෙන් ජයගන්න
පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න පත්‍ර
G.C.E. O/L
විද්‍යාව
A9+
ඉංග්‍රීසි භාෂාව
ENGLISH LANGUAGE
GUIDE PAST PAPERS
G.C.E. O/L
සිංහල
G.C.E. O/L SINHALA
General English
• Past Papers • Model Papers • Resource Books
for G.C.E O/L and A/L Exams
සමනල දැනුම
විභාග ඉලක්ක ජයගන්න
Knowledge Bank
Master Guide
WWW.LOL.LK
CASH ON DELIVERY
HOME DELIVERY
Whatsapp contact
+94 71 777 4440
Website
www.lol.lk
Order via WhatsApp
071 777 4440