



## ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

**අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්**  
**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022**

**සංයුක්ත ගණිතය I**  
**Combined Maths I**

**13 ශ්‍රේණිය**

**පැය තුනයි**  
**Three hours**

**අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි**  
**Additional Reading Time - 10 minutes**

නම : .....

**අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.**

### උපදෙස් :

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- \* **A කොටස**  
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- \* **B කොටස**  
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස**, **B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස** පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

### පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

| (10) සංයුක්ත ගණිතය I |             |            |
|----------------------|-------------|------------|
| කොටස                 | ප්‍රශ්න අංක | ලැබූ ලකුණු |
| <b>A</b>             | 1           |            |
|                      | 2           |            |
|                      | 3           |            |
|                      | 4           |            |
|                      | 5           |            |
|                      | 6           |            |
|                      | 7           |            |
|                      | 8           |            |
|                      | 9           |            |
|                      | 10          |            |
| <b>B</b>             | 11          |            |
|                      | 12          |            |
|                      | 13          |            |
|                      | 14          |            |
|                      | 15          |            |
|                      | 16          |            |
|                      | 17          |            |
|                      | එකතුව       |            |
|                      | ප්‍රතිශතය   |            |

|             |  |
|-------------|--|
| පත්‍රය I    |  |
| පත්‍රය II   |  |
| එකතුව       |  |
| අවසාන ලකුණු |  |

### අවසාන ලකුණු

|           |  |
|-----------|--|
| ඉලක්කමෙන් |  |
| අකුරින්   |  |

### සංකේත අංක

|                     |   |
|---------------------|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක |   |
| පරීක්ෂා කළේ:        | 1 |
|                     | 2 |
| අධීක්ෂණය            |   |

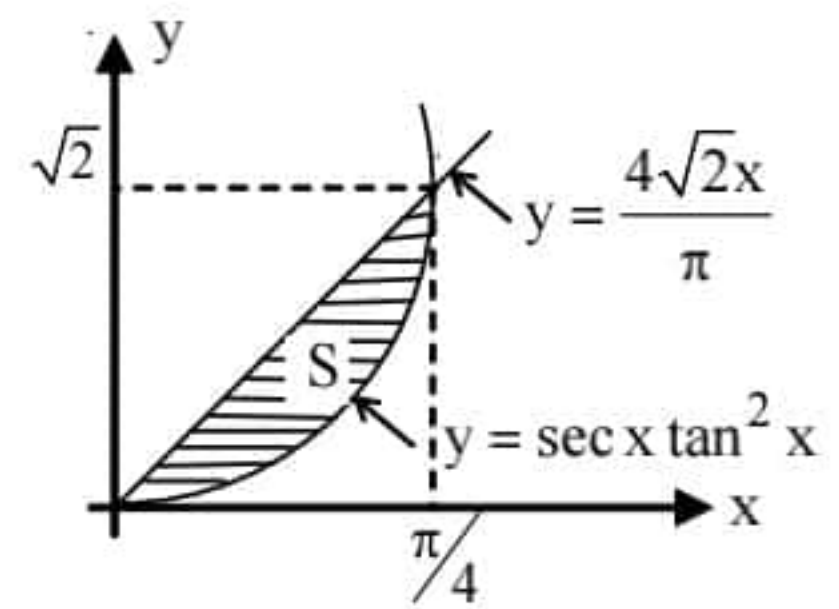




05. 
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{\frac{\pi^2}{16} \left( x^2 - \frac{\pi^2}{36} \right)} \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right)}{\tan \left( \sqrt{\frac{\pi}{4} \left( x - \frac{\pi}{6} \right)} \right) \left( \sqrt{x} - \sqrt{\frac{\pi}{6}} \right)} = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{3\sqrt{2}}$$
 බව පෙන්වන්න.

06.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  සඳහා  $x = 6\cos^3 \theta$  හා  $y = 6\sin^3 \theta$  යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ.  $\theta$  හිදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ හා අභිලම්භයේ සමීකරණ සොයන්න. තවද එම ස්පර්ශකයට හා අභිලම්භයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ලම්භක දුරවල් පිළිවෙලින් a හා b වේ නම්  $4a^2 + b^2 = 36$  බව පෙන්වන්න.

07.  $y = \sec x \tan^2 x$  හා  $y = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}x$  වක්‍ර ඇඳ ඇත. වක්‍ර දෙක අතර අඳුරු කර ඇති ප්‍රදේශය රේඛීය  $2\pi$  කෝණ ප්‍රමාණයකින්  $x$  අක්ෂය වටා භ්‍රමණයෙන් සෑදෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව  $\frac{1}{30}(a\pi^2 - bx)$  බව පෙන්වන්න. මෙහි  $a$  හා  $b$  නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.



08.  $\lambda$  යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්වික සංඛ්‍යාවක් වනවිට  $3\lambda x - 2y + 1 = 0$  සහ  $\lambda x + 2y + 3 = 0$  යන සරල රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක  $\lambda$  ඇසුරින් සොයන්න. මෙම ලක්ෂ්‍යය හා  $(1, 1)$  ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාව  $2y - x + 5 = 0$  සරල රේඛාවට ලම්භක වීම සඳහා  $\lambda$  ට ගතහැකි අගය සොයන්න.





ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්  
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය I  
Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

\* B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a)  $x^2 + px + q = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  ද  $x^2 - rx + s = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha^4$  හා  $\beta^4$  ද වේ.  
 $p^2$  යන්න  $X^2 - 4qx + 2q^2 - r = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූලයක් බව පෙන්වන්න. අනෙක් මූලය  $p$  හා  $q$  ඇසුරින් දක්වන්න. එනමින්  $x^2 - 4qx + 2q^2 - r = 0$  සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණු සහිත බව පෙන්වන්න.

- (b)  $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + bx - 24$  යයි ගනිමු. මෙහි  $a, b \in \mathbb{R}$  වේ.  $(x-2)$  හා  $(x+3)$  යනු  $f(x)$  හි සාධක වේ.  $a$  හා  $b$  නියත සොයන්න.  
 $f(x)$  යන්න රේඛීය සාධක වල ගුණනයක් ලෙස දක්වන්න.  
 $f(k+x)$  බහුපදයේ  $(x+6)^2$  සාධකයකි.  $f(k+x)$  බහුපදය  $(x+2)(x^2+1)$  මගින් බෙදුවිට ශේෂය සොයන්න.

12. (a) අක්ෂර හෝ ඉලක්කම් හෝ යොදා ගනිමින් කාඩ්පත් හයකින් යුත් සංඥාවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත.  $B_1$  හා  $B_2$  යනු සර්වසම පෙට්ටි දෙකකි.  $B_1$  පෙට්ටියේ 1 සිට 5 දක්වා අංක යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද ඇත.  $B_2$  පෙට්ටියේ A සිට E තෙක් අක්ෂර යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද, F සිට I තෙක් අක්ෂර යෙදූ නිල් කාඩ්පත් 04 ක් ද ඇත. මෙම පෙට්ටි දෙකෙන් කාඩ් පත් 06 ක් පමණක් ලබාගනිමින් එකිනෙකට වෙනස් සංඥා සාදනු ලැබේ. පහත සඳහන් අවස්ථා සඳහා සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් සංඥා ගණන සොයන්න.

- (i) කාඩ්පත් 6 ම  $B_1$  පෙට්ටියෙන් වීම  
(ii) නිල් කාඩ් පත් පමණක් වීම  
(iii) එක් එක් පෙට්ටියෙන් කාඩ්පත් 3 බැගින් ගතයුතු අතර ඒවා රතු කාඩ්පත් 3 ක් හා නිල් කාඩ්පත් 3 ක් ද වීම.

- (b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = \frac{1}{3^r} \left[ \frac{r+1}{(2r-1)(2r+1)} \right]$  යයි ගනිමු.  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = V_r - V_{r+1}$  වන පරිදි  $V_r$

ග්‍රිතය සොයන්න.  $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{4(2n+1)3^n}$  එනමින් බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

එනමින්  $\sum_{r=n-10}^{n+5} U_r$  සොයන්න.

13. (a)  $A = \begin{pmatrix} a & -5 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ , ගණය  $2 \times 2$  වූ න්‍යාසයකි.  $f(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 2$  වේ.  $f(A) = 0$  නම්  $a$  හා  $b$  හි අගයන්

සොයන්න. මෙහි  $a < 0$  හා  $b > 0$  වේ. තවද  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$  හා  $2C = AB^T + 4I$  නම්  $C$  න්‍යාසය සොයන්න.

$C^{-1}$  පවතින බව පෙන්වා  $C^{-1}AC^{-1} + B = PC^{-1}$  නම්  $P$  න්‍යාසය සොයන්න.

- (b)  $Z_1, Z_2$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් නම් පහත සඳහන් ප්‍රකාශ ඔප්පු කරන්න.

(i)  $Z_1 \bar{Z}_1 = |Z_1|^2$

(ii)  $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2 - 2\operatorname{Re}(Z_1 \bar{Z}_2)$  බව සාධනය කරන්න.

$Z_1$  හා  $Z_2$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකෙහි  $\left| \frac{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}{2Z_1 \bar{Z}_2} \right| = 1$  හා  $|Z_2| \neq 1$  නම්  $|Z_1| = 2$  බව පෙන්වන්න.

- (c) සියළු ධන නිඛිල සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$Z \frac{(\sqrt{3} + i)^{17}}{(1-i)^{50}}$  නම් බව  $\arg(Z) = \frac{4\pi}{3}$  පෙන්වන්න.

14. (a)  $F(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-1)^3}; x \neq 1$  ශ්‍රිතයේ  $x$  විෂයෙන් ව්‍යුත්පන්නය  $F'(x)$  යන්න  $F(x) = \frac{-(x-2)(x-4)}{(x-1)^4}; x \neq 1$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එමගින් ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා දක්වමින්  $y = F(x)$  ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

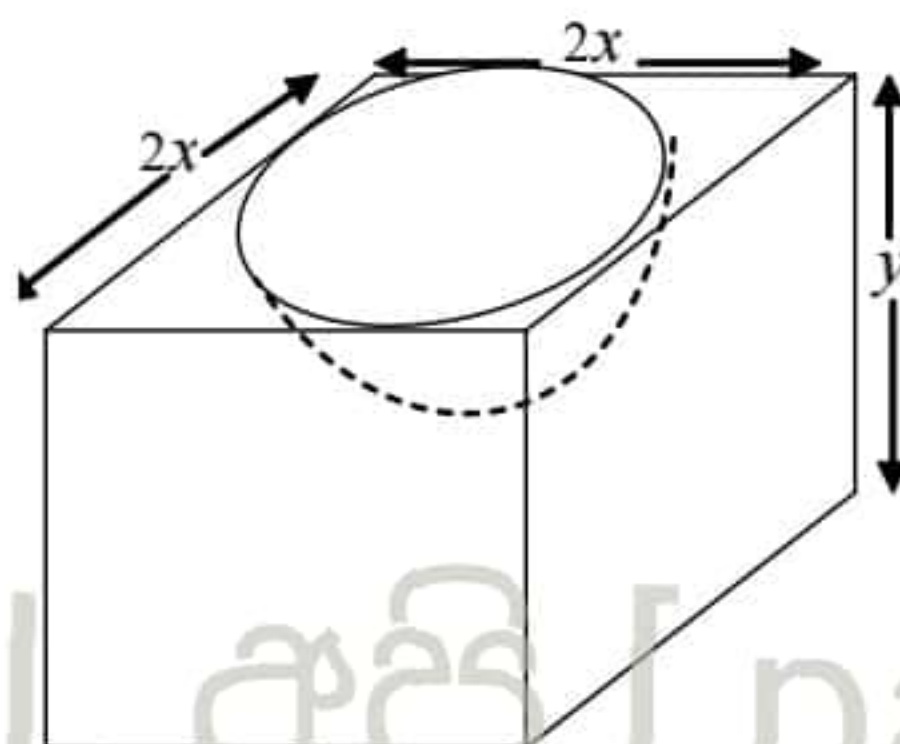
$x$  විෂයයෙන් දෙවැනි ව්‍යුත්පන්නය  $F''(x)$  යන්න සොයන්න.

$F''(x) = \frac{k(x-a)(x-b)}{(x-1)^5}$  ආකාරයෙන් දක්වන්න.

එනමින්  $(2, \infty)$  ප්‍රාන්තරය තුළදී ලැබිය හැකි තනිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල බිණ්ඩාංක ඉහත දළ සටහනේ ලකුණු කරන්න.

- (b) පැත්තක දිග මීටර  $2x$  බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත උස  $y$  වූ ඝනකාභයක මුදුන් පෘෂ්ඨය මත අරය  $x$  වූ අර්ධ ගෝලාකාර කුහරයක් භාරා ඉවත් කරන ලදී. ඉතිරිවන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ඝන මීටර 72 වන පරිදි පවත්වා ගනිමින් සෑදිය හැකි එවැනි ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

අවම වන්නේ  $x = \frac{6}{3\sqrt{7\pi+24}}$  මීටර වන විට බව පෙන්වන්න.



15. (a) පහත දැක්වෙන සර්ව සාමාන්‍යයෙහි A, B හා C නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

$$3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16 = Ax^3(x^2 + 2) + B(x^2 + 2)^2 + Cx^2 \text{ එනසින්}$$

$$\frac{3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16}{x^2(x^2 + 2)} \text{ යන්න හින්න භාගවලින් ලියා } \int \frac{3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16}{x^2(x^2 + 2)} dx \text{ සොයන්න.}$$

- (b)  $\frac{2\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x} = \sec \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} \sec \frac{x}{2}$  බව පෙන්වා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$$\int_0^{\pi/3} e^{-\frac{x}{2}} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x} dx = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\pi}{6}} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (c)  $\frac{d}{dx}(x^2 \tan^{-1} x + \tan^{-1} x) = 2x \tan^{-1} x + 1$  බව පෙන්වන්න.

$$\text{එනසින් } \int_0^1 (2x \tan^{-1} x + 1) dx = \frac{\pi}{2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$a \text{ නියතයක් වන } \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx \text{ ප්‍රතිඵලය සාධනය කර එනසින්}$$

$$\int_0^1 (2x-3) \tan^{-1}(1-x) dx \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

16. (a) (i)  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  හා  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  යන සරල රේඛා දෙකෙහි කෝණ සමවිච්ඡේදකවල සමීකරණ ලබාගන්න.

$$S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0 \text{ වෘත්තය හා } S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0 \text{ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව } 2(g_1g_2 + f_1f_2) = c_1 + c_2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (ii) කේන්ද්‍රය (1, -1) හා අරය ඒකක 2 ක් වන වෘත්තයක් හා  $2x + 3y + 1 = 0$  රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයක් S මගින් නිරූපනය වේ. තව ද මෙම S වෘත්තය (0, 3), (-2, -1) ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි නම් S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවන් (0, 3), (-2, -1) ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛා අතර කෝණ සමවිච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

- (b)  $2x(x-a) + y(2y-b) = 0$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) මගින් වෘත්තයක් නිරූපනය වේ යයි ගනිමු.

$$\text{වෘත්තය මත පිහිටි } \left(a, \frac{b}{2}\right) \text{ ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳිනු ලබන ජ්‍යායන් 02 ක් එක එකක් x අක්ෂය මගින් සමවිච්ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව } a^2 > 2b^2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

17. (a) සම්මත අංකනයෙන් ඕනෑම  $ABC$  ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නිතිය සාධනය කරන්න. එනමින්  $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A$  බව පෙන්වන්න.

(i)  $a^2 \sin 2B - b^2 \sin 2A = 2ab \sin(A - B)$

(ii)  $C(a \cos B - b \cos A) = a^2 - b^2$  බව සාධනය කරන්න.

තවදුරටත් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා  $a \cos A = b \cos B$  නම්  $ABC$  ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.

- (b) සියළු තාත්වික  $x$  සඳහා  $f(x) = 2\cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$  යන්න  $R \cos(2x - \alpha)$  ආකාරයට ප්‍රකාශ කර  $0 \leq x \leq \pi$  සඳහා  $y = f(x)$  ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. මෙහි  $\alpha$  හා  $R$  යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.  $0 \leq x \leq \pi$  තුළ විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීමට  $(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = \frac{(k+1)}{2 \cos x}$  සමීකරණයේ  $k$  සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.



22 A/L අපි [papers group]

Ananda College Maths

Section Exam Management Unit



**22 A/L අපි**  
**papers group**



# ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S II

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝම්බර්  
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය II  
Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි මි 10.

නම : .....

## උපදෙස් :

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10 ) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- \* A කොටස  
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- \* B කොටස  
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

## පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

| (10) සංයුක්ත ගණිතය II |             |            |
|-----------------------|-------------|------------|
| කොටස                  | ප්‍රශ්න අංක | ලැබූ ලකුණු |
| A                     | 1           |            |
|                       | 2           |            |
|                       | 3           |            |
|                       | 4           |            |
|                       | 5           |            |
|                       | 6           |            |
|                       | 7           |            |
|                       | 8           |            |
|                       | 9           |            |
|                       | 10          |            |
| B                     | 11          |            |
|                       | 12          |            |
|                       | 13          |            |
|                       | 14          |            |
|                       | 15          |            |
|                       | 16          |            |
|                       | 17          |            |
|                       | එකතුව       |            |
|                       | ප්‍රතිශතය   |            |

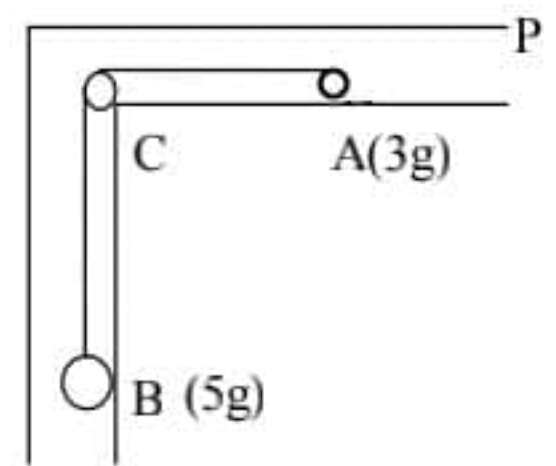
|             |  |
|-------------|--|
| පත්‍රය I    |  |
| පත්‍රය II   |  |
| එකතුව       |  |
| අවසාන ලකුණු |  |

| අවසාන ලකුණු |  |
|-------------|--|
| ඉලක්කමෙන්   |  |
| අකුරින්     |  |

| සංකේත අංක           |   |
|---------------------|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක |   |
| පරීක්ෂා කළේ:        | 1 |
|                     | 2 |
| අධීක්ෂණය            |   |



03. ස්කන්ධය 22g වූ සාප්පකෝණි හැඩයට නවා ඇති දිග සුමට P බටය තිරස්ව පමණක් වලින වීමට නිදහස්ව ඇත. බටය තුළ ස්කන්ධය 3g හා 5g වන A හා B අංශු දෙක ඇදා ඇත්තේ සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවකිනි. එම තන්තුව C හිදී බටයට සවිකර ඇති සුමට කප්පියක් මගින් යයි. ආරම්භයේදී එම තන්තුව නොබුරුල්ව තබා නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදාහරී. බටයේ ත්වරණය  $\frac{5g}{77}$  බව පෙන්වන්න.



04.  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  දෛශික දෙක පහත ආකාරයට දී ඇත.

$$\underline{a} = (p \log_3 x)\underline{i} - 6\underline{j}, \quad \underline{b} = (\log_3 x)\underline{i} + (p \log_3 x + 1)\underline{j}$$

- (i)  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  හි අදිශ ගුණිතය සොයන්න.

- (ii)  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  අතර කෝණය  $x$  හා  $p$  ඇසුරින් සොයන්න.

මෙම දෛශික අතර කෝණය මහා කෝණයක් වේ  $pt^2 - 6pt - 6 < 0$  බව පෙන්වන්න. මෙහි  $t = \log_3 x$









අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

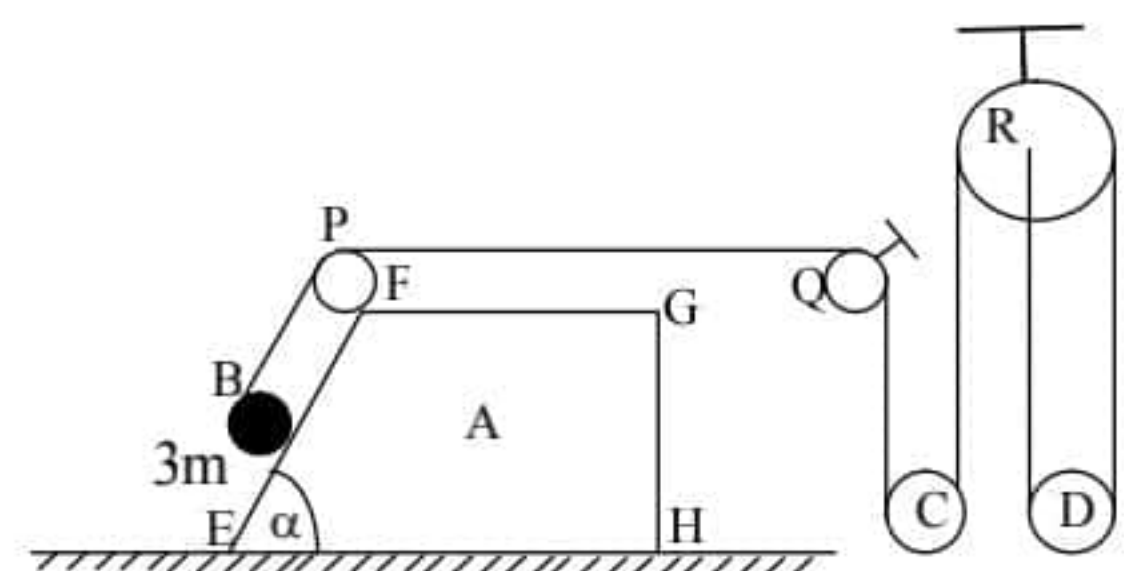
සංයුක්ත ගණිතය II  
Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

- ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) සෘජු සමාන්තර දුම්රිය මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ X හා Y නම් වූ ශීඝ්‍රතාව දුම්රිය දෙකක් එකම දිශාවට P දුම්රිය පොලක් පසු කිරීම සඳහා ගමන් කරයි. මෙහි දී X දුම්රිය P දුම්රිය පොලට 15.5 km දුරක් තිබිය දී  $4f \text{ ms}^{-2}$  ඒකාකාර ත්වරණයකින් හා ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. එම මොහොතේම Y දුම්රියක් X දුම්රියට 3.1 km දුරක් පිටුපසින්  $5f \text{ ms}^{-2}$  ත්වරණයකින් හා  $54 \text{ km h}^{-1}$  ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. Y දුම්රිය විසින් X දුම්රිය  $t = T$  විට P දුම්රිය පොලට 3.3 km දුර තිබිය දී පසුකරයි නම්, X හා Y දුම්රිය දෙක සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ එනමින්  $T = 20 \text{ s}$  හා  $f = 15 \text{ ms}^{-2}$  බව පෙන්වන්න.
- (b) S නැවක් පොළවට සාපේක්ෂව  $u \text{ km h}^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් දකුණට ගමන් කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර දිශාවට d ලම්භ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී P සිට උතුරින් නැගෙනහිරට  $\theta$  කෝණයක් සාදන විටදීම නැව හමුවීම සඳහා A හා B බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට  $\frac{u}{2}$  ඒකාකාර වේගයෙන් එක විට ගමන් අරඹයි. S නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා අතර කෝණය  $90^\circ$  ක් නම්  $\sin \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$  බව පෙන්වන්න. තවද නැවට සාපේක්ෂව A හා B බෝට්ටුවල ප්‍රවේග සොයන්න. A බෝට්ටුවට S නැව වෙත යාමට ගතවන කාලය  $T_A$  හා B බෝට්ටුවට S නැව වෙත යාමට ගතවන කාලය  $T_B$  ලෙස ගත් විට  $T_A > T_B$  නම්  $T_A - T_B = \frac{8d}{3u}$  බව ද පෙන්වන්න.
12. (a) A යනු ස්කන්ධය M වූ සුමට කොටයක සිරස් හරස්කඩකි. ස්කන්ධය 3m වූ B අංශුවට එක් කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇති සුමට, ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවක් P හා Q හි වූ කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් මගින් යමින් ස්කන්ධය 2m වන C සවල කප්පිය යටින්ද R අවල සුමට කප්පිය උඩින් ද, ස්කන්ධය m වන D සවල කප්පිය යටින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර R අවල කප්පියේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



B අංශුව සඳහා EF ඔස්සේ ද, A සහ B සඳහා තිරසර ද, C හා D සඳහා සිරස්ව පහළට ද, චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. A හි ස්කන්ධය නොගිනිය හැකි තරම් නම්, තන්තුවේ ආතතිය

$$\frac{3mg \sin \alpha (1 - \cos \alpha + 4 \sin \alpha)}{2(1 - \cos \alpha + 9 \sin^2 \alpha)}$$
 බව පෙන්වන්න.

- (b) අරය  $a$  හා කේන්ද්‍රය  $O$  වන සුමට සිහින් වෘත්තාකාර කම්බියක් සිරස් තලයක වන ලෙස සවි කොට ඇත. කම්බිය තුළ නිදහසේ සර්පනය විය හැකි ස්කන්ධය  $m$  වන සුමට  $P$  නම් පබළුවක් වෘත්තාකාර කම්බිය තුළින් යවා එය කම්බියේ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ රඳවා තබා ඒ මත තිරස්  $u$  ප්‍රවේගයක් ලබා දීමෙන් පබළුව සිරස් වෘත්තාකාර මාර්ගයක චලනය වීමට සලස්වයි. පබළුව  $O$  හරහා යන යටි අත් සිරස සමඟ  $\theta$  සුළු කෝණයක් තනන විට එහි ප්‍රවේගය  $v$  යන්න  $v^2 = u^2 + 2ga \cos \theta - 2ga$  මගින් දෙනු ලබන බව ද,

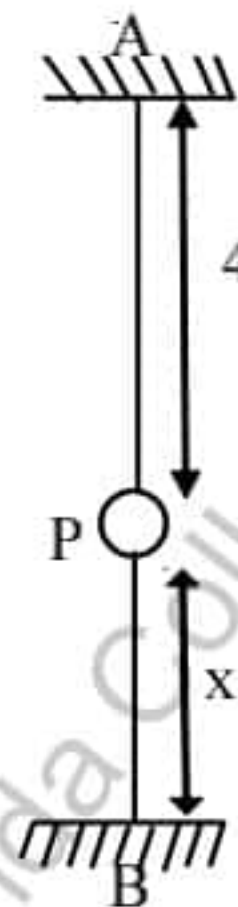
පබළුව මත වෘත්තාකාර කම්බිය මගින් ඇති කරනු ලබන ප්‍රතික්‍රියාව  $R$  යන්න

$$R = \frac{m}{a} (u^2 + 3ga \cos \theta - 2ga)$$
 මගින් ද ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

චලිතයේ දී පබළුවට සිය ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව වෙනස් නොකොට පූර්ණ වෘත්තයම ගෙවා යාම සඳහා  $u^2 > 5ga$  විය යුතු බව පෙන්වන්න.

දැන්, ඉහත කම්බිය තුළට තවත් සමාන  $Q$  පබළුවක් යවා එය කම්බියේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ ද, මුල්  $P$  පබළුව පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ ද පවතින ලෙස රඳවා තබා පහළම පබළුව  $\sqrt{10ga}$  තිරස් ප්‍රවේගයෙන් ද, එම මොහොතේදීම ඉහළම පබළුව සිරුවෙන් ද චලනය කරනු ලබන්නේ  $P$  හා  $Q$  පබළු දෙකම  $O$  හරහා යන තිරස් මට්ටමේ දී එකට ගැටී එකට හා වී සංයුක්ත අංශුව කම්බිය දිගේ ඉහළට ගමන් කරන ලෙසය.  $P$  හා  $Q$  එක එකක් පබළුවල  $O$  හරහා යන තිරස් මට්ටමේ දී ප්‍රවේගය ද, සංයුක්තයේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

13.



ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක් එක එකක ස්වාභාවික දිග  $a$  වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ  $AP$  හා  $PB$  තන්තු දෙකකට ඇදා ඇත.  $AP$  හා  $PB$  තන්තුවල ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංක පිළිවෙලින්  $\lambda mg$  හා  $mg$  වේ.

A කෙළවර තිරස් සිලිමක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ද B කෙළවර A ට සිරස්ව  $4a$  පහළින් වූ තිරස් පොලව මත ලක්ෂ්‍යයක් ද වන පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත.

තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව අංශුව සමතුලිතතාවයේ පිහිටයි. එවිට B සිට අංශුවට ඇති දුර  $a$  නම්  $\lambda = \frac{1}{2}$  බව පෙන්වන්න.

$P$  අංශුව දැන්, සිරස්ව ඉහළට  $\sqrt{6ag}$  ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව  $BP$  තන්තුවේ දිග  $x$  වන විට  $\ddot{x} + \frac{3g}{2a}(x - a) = 0$  බව පෙන්වන්න. මෙම සමීකරණය  $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$  ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න. මෙහි  $\omega (> 0)$  නිර්ණය කළයුතු නියතයකි.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම  $X = A \cos \omega t + B \sin \omega t$  ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින්  $A, B$  නියත සොයන්න. එනමින් මෙම චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න.

$P$  අංශුව  $x < a$  වනවිට, අංශුවේ චලිතය  $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - a) = 0$  බව පෙන්වන්න.

ප්‍රථමවරට අංශුව B වෙත ලඟා වන විට අංශුවට ගත වන මුළු කාලය  $\sqrt{\frac{2a}{3g}} \left\{ \pi + \sqrt{3} \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{12}} \right\}$  බව පෙන්වන්න.

14. (a)  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  යනු නිශ්ශුන්‍ය සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් වන අතර  $\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} = \underline{0}$  නම්ම පමණක්  $\alpha = 0$  හා  $\beta = 0$  බව සාධනය කරන්න.

O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C, D ලක්ෂ හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$ ,  $2\underline{a} + 5\underline{b}$ ,  $3\underline{a} + 2\underline{b}$  වෙයි.  $\underline{a}$  හා  $\underline{b}$  ඇසුරින්  $\overline{AC}$  හා  $\overline{BD}$  ප්‍රකාශ කරන්න. AC හා BD රේඛා E හිදී ඡේදනය වේ නම් AE:EC හා BE:BD අනුපාත සොයන්න. තිත් ගුණනය භාවිතයෙන්  $\frac{3}{2} AE^2 - \frac{10}{9} BE^2 = \frac{4}{7} (5|\underline{b}|^2 - 3|\underline{a}|^2)$  බව පෙන්වන්න.

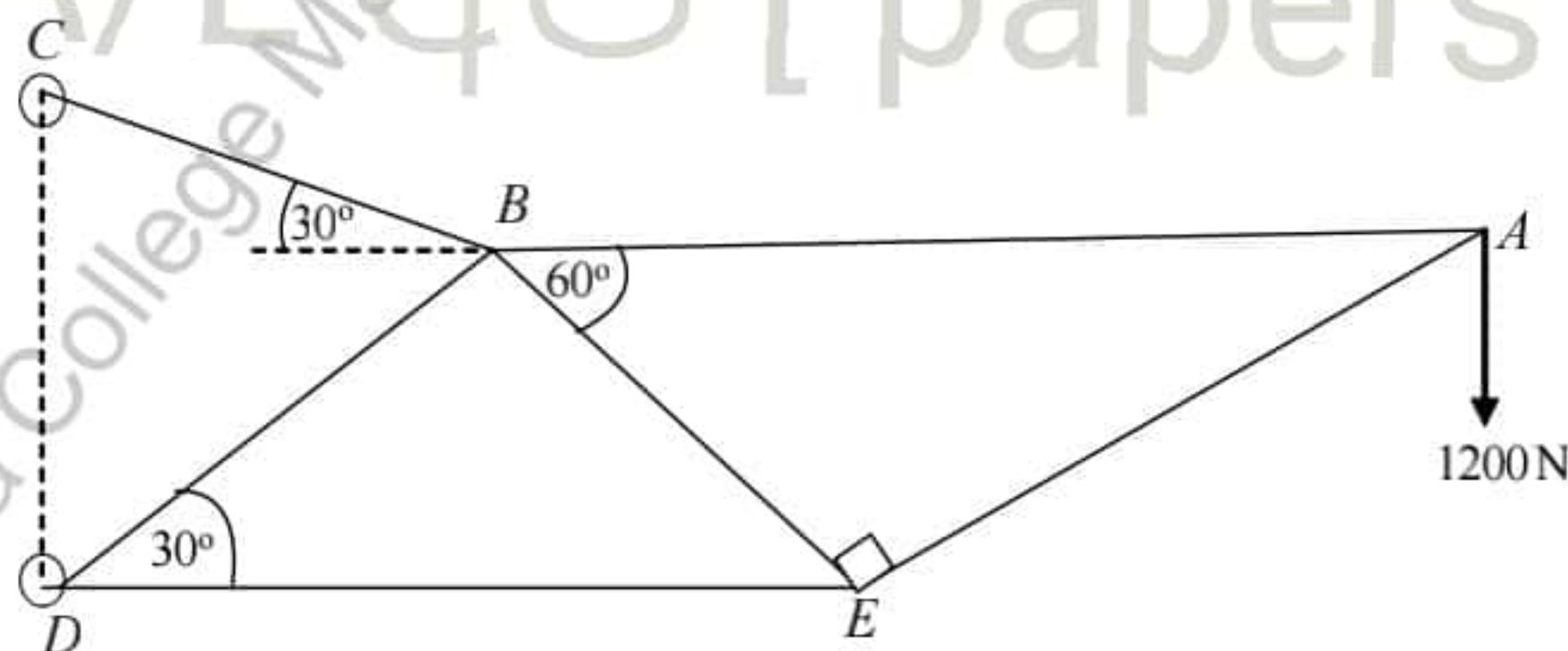
- (b) ABCDEF යනු පාදයක දිග  $2a$  වූ ද AD තිරස් වන පරිදි හා AD ට පහළින් B හා C පිහිටන පරිදි වූද සැහැල්ලු වූද සවිධි ඡඩ්‍යාකාර තල ආස්තරයකි. ඡඩ්‍යයේ A, B, C, E, F ශීර්ෂ ඔස්සේ පිළිවෙලින්  $4P$ ,  $2P$ ,  $P$ ,  $2P$ ,  $3P$  බල ක්‍රියා කරයි. බල සියල්ල ආස්තරයේ තලයේ පිහිටයි. A, E, F හි ක්‍රියාකරන බල AD සමග වාමාවර්තව  $30^\circ$  ක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ ඉහළට ද B හා C හි බල AD සමග දක්ෂිණාවර්තව  $30^\circ$  සාදන දිශාවක් ඔස්සේ පහළට ද ක්‍රියා කරයි. ඡඩ්‍යයේ කේන්ද්‍රය O වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයන් එහි දිශාවන් සොයන්න.

OD, x අක්ෂය ලෙස ද ඊට ලම්භකව O හරහා වූ Y අක්ෂය ලෙස ද ගෙන සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය  $2\sqrt{3}y - x - a = 0$  බව පෙන්වන්න.

දැන් සූර්ණයේ විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කළ විට නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව D ලක්ෂය ඔස්සේ වේ නම් G හි විශාලත්වය හා අභිදිශාව සොයන්න.

15. (a) ABCDE පංචාස්‍රයේ  $\hat{ABC} = \hat{AED} = 90^\circ$  ද,  $\hat{BCD} = \hat{CDE} = 120^\circ$  ද,  $AB = AE = 2\ell$  ද, වන අතර ඉතිරි පාද වල දිග  $\sqrt{3}\ell$  බැගින් වේ. ඒකක දිගක බර w බැගින් වූ පංචාස්‍රය A වලින් එල්ලා BC හා DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් ඇදා සමතුලිතව පවතී. සැහැල්ලු දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලයන් B හා D සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියාවල සංරචක ද සොයන්න.

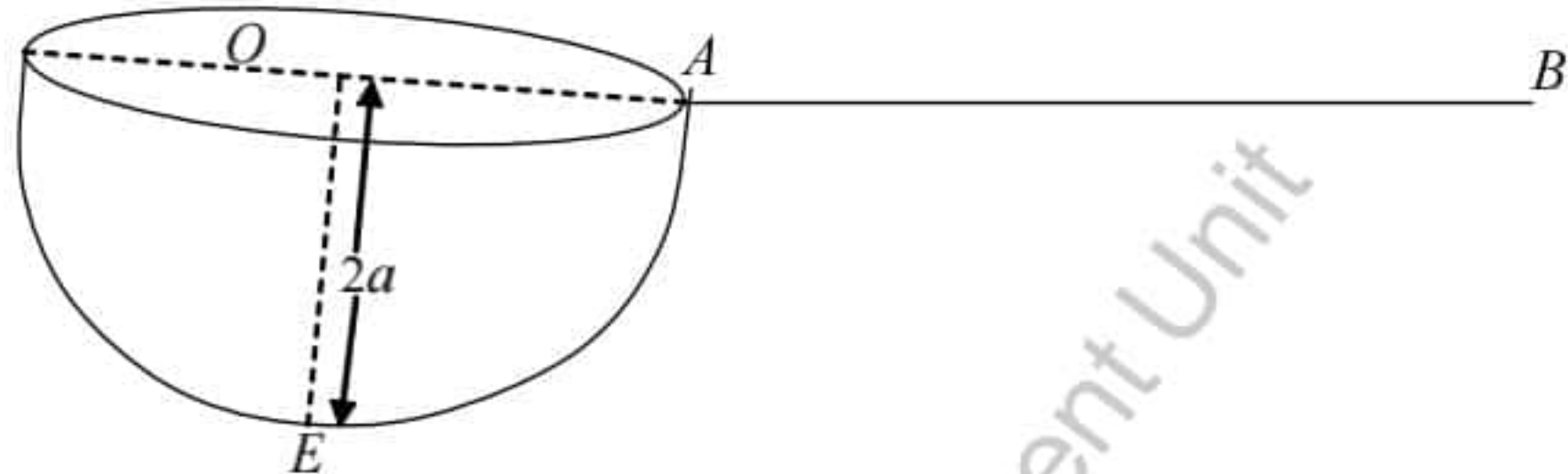
(b)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ AB හා DE දඬු තිරස් වන පරිදි වූද AE හා BD සමාන්තර වන පරිදි වූද C හා D ලක්ෂවලදී අසවු කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හයකින් යුක්ත දොඹකර කොටසකි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් දඬු සියල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එනගින් සියලුම ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්වය සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන වෙනම දක්වන්න.

16. අරය  $a$  වූ තුනී අර්ධ ගෝලාකාර කබොළක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{a}{2}$  දුරකින් පිහිටන බව අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

එනමින් අරය  $a$  වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3}{8}a$  දුරකින් පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.



කේන්ද්‍රය O හා අරය  $2a$  වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළකට  $2\pi a$  දිග සෘජු මීටක් සම්බන්ධකර හැන්දක් සාදා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය  $\sigma$  ද AB කෝටසේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය  $\frac{a\sigma}{2}$  ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OAB රේඛාවේ සිට  $\frac{8a}{9}$  දුරකින්ද OE රේඛාවේ සිට  $\frac{a(2+\pi)}{25}$  දුරකින්ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

තවද හැන්ද සුප් ද්‍රාවණයකින් පිර වූ විට ඉහත රූපයේ පරිදි පවතී නම් සුප් සහිත හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න. මෙහි පුරවන ලද සුප් ද්‍රාවණයේ ස්කන්ධය, හැන්දේ ගෝලාකාර කොටසේ ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයක් වේ. තවද පුරවන ලද සුප් ද්‍රාවණය අරය  $2a$  වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් යැයි උපකල්පනය කරන්න.

17. (a) ක්‍රිකට් තරඟාවලියක පාර්ශව දෙකකින් එක් පාර්ශවයක් තුළ කණ්ඩායම් ගණනාවක් තරඟවැද අවසන් පූර්ව වටයේ ජයග්‍රාහී කණ්ඩායම් තුනක් අතුරින් වැඩිතම ප්‍රසාද ලකුණු ලාභී කණ්ඩායම අවසන් තරඟයට සුදුසුකම් ලබයි. එසේ අවසන් පූර්ව වටයේ ජයග්‍රාහී කණ්ඩායම් තුන  $A_i$  ; ( $i = 1, 2, 3$ ) වනු ඇතැයි ද ඔවුන් අතුරින් වැඩිතම ප්‍රසාද ලකුණු වාර්තා කිරීමේ සම්භාවිතාවන් ද අතීත දත්ත මගින් ලබාගෙන පහත පරිදි දක්වා තිබේ. T යනු ඉහළම ප්‍රසාද ලකුණු වාර්තා කිරීමේ සිද්ධිය වේ.

| $i$ | $P(A_i)$ | $P\left(\frac{T}{A_i}\right)$ |
|-----|----------|-------------------------------|
| 1   | 0.45     | $y$                           |
| 2   | 0.35     | $2y - 0.1$                    |
| 3   | $x$      | $2y + 0.1$                    |

$P(T) = 0.45$  නම්  $x$  හා  $y$  හි අගයන් සොයන්න.

අවසන් වටයට තේරීමට වඩාත් ඉඩකඩ ඇති කණ්ඩායම වීමට වඩාත් ඉඩ ඇත්තේ කුමන කණ්ඩායම ද?

- (b) වගුවේ දී ඇති X නම් දත්ත සමූහයේ මධ්‍යස්ථය 80 බව දන්නා අතර  $1 < K < 8$  වේ. K හි අගය සොයන්න.

| අගය ප්‍රාන්තර (X) | f (සංඛ්‍යාතය) |
|-------------------|---------------|
| 30 - 50           | 3             |
| 50 - 70           | k             |
| 70 - 90           | 8             |
| 90 - 110          | 4             |
| 110 - 130         | 2             |

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයා එහි කුට්ඨකතාවය ධන ද සෘණ ද යන්න දක්වන්න. එනමින් ව්‍යාප්තියේ හැඩය නම් කළ රූපයකින් දක්වන්න. ඉහත ව්‍යාප්තියේ අගයන් රේඛීය ලෙස Y නම් වෙනත් ව්‍යාප්තියක් බවට පරිණාමනය කළ යුතුව ඇත. ඒ සඳහා 40 යන්න 36 ලෙසත් 120 යන්න 100 ලෙසත් පරිණාමනය කිරීමට නියමිතය. අවශ්‍ය ඒකජ සම්බන්ධතාවය ගොඩනගන්න. ඒ නමින් නව Y ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

\*\*\*

22 A/L අපි [ papers group ]

Ananda College Maths Section

[ papers group ]



**22 A/L අපි**  
**papers group**



**LOL.Lk**  
Learn Ordinary Level

# විභාග ඉලක්ක පහසුවෙන් ජයගන්න පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න පත්‍ර



- Past Papers
  - Model Papers
  - Resource Books
- for G.C.E O/L and A/L Exams



විභාග ඉලක්ක ජයගන්න  
**Knowledge Bank**



Master Guide

**WWW.LOL.LK**

**CASH  
ON**

**DELIVERY**

**HOME  
DELIVERY**



Whatsapp contact  
**+94 71 777 4440**

Website  
**www.lol.lk**



**Order via  
WhatsApp**

**071 777 4440**