

	රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07 Royal College – Colombo 07	රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07 Royal College – Colombo 07	කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය Colombo 07 Royal College
	13 ශ්‍රේණිය		



රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College – Colombo 07

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය
Colombo 07 Royal College

13 ശ്രേణി

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Mathematics I
--

පැය තුනයි
Three hours

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටමද, B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

- (1) $\sin n \neq 0$ බව දී ඇත්නම් සියලුම n නිඛිල සඳහා $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \dots \cdot \cos 2^{n-1} x = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$ බව පෙන්වීම ගණිත අනුභවන මූලධර්මය භාවිතා කරන්න.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- (2) $\left(1 + \frac{x}{2}\right)^n$ ප්‍රසාරණයේ x^7 හා x^8 පදවල සංගුණක සමාන නම් n සොයන්න.

[illegible]

- (3) ඕනෑම නිශ්ශුන්‍ය A, B සමවකුරු සහ සමක දෛශික සඳහා

$$A^2 = I, \quad B^2 = I \quad \text{හා}$$

$$(AB)^2 = I \quad \text{නම්}$$

$$AB = BA \quad \text{බව පෙන්වන්න}$$

- (4) සුපුරුදු අංකනයෙන් $n \in \mathbb{Z}^+$ වන $(1+x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කරන්න.

එනමින් $n \in \mathbb{Z}^+$ වන $(1-x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය අපෝහනය කරන්න.

$(1+x)^n (1-x)^n$ හි ප්‍රසාරණයේ x^0 හි සංගුණකය සලකා,

$\sum_{r=0}^n (-1)^r {}^n C_r$ හි අගය n ඔත්තේ වන විට ශුන්‍ය බවත්, n ඉරට්ටේ විට ${}^n C_{n/2}$ වන බවත් පෙන්වන්න.

(5) α, β යන $ax^2 + bx + c = 0$ මූල වීම $\lim_{x \rightarrow \alpha} 1 - \frac{\cos(ax^2 + bx + c)}{(x - \alpha)^2} = \frac{a^2}{2}(\alpha - \beta)^2$

(6) $x = e^{-t}$ $y = t^3$ ($t =$ පරාමිතියක්) $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=0}$ හි අගය සොයන්න.



13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Mathematics I

B - කොටස

- (11) a) $f(x) = ax^2 + bx + c$ සහ $a \neq 0$ යැයි ගනිමු.
- සියලුම x සඳහා $f(x) \geq 0$ වීමට අවශ්‍යතාව කුමක් ද?
 - සියලුම x සඳහා $f(x) \leq 0$ වීමට අවශ්‍යතාව කුමක් ද?
 - සියලුම x, y සඳහා $x^2 + axy + by^2 - \frac{1}{8}x - y - \frac{1}{4} \geq 0$ වේනම් $b + 32a + 256 < 0$ බව පෙන්වන්න.
- b) $x^2 + 10x + c = 0$ සමීකරණයෙහි, එක් මූලයක් අනෙක් මූලයෙහි සහය වේ නම්, $\alpha^6 - 100\alpha^2 - 10c\alpha + c = 0$ බව පෙන්වන්න.
- c) $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu x + \theta$ බහු පදය $(x-1)^2$ න් බෙදෙන අතර එය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4කි.
- $f(x)$ බහු පදය $(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 20 බව පෙන්වා මෙම බහුපදය ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.
- (12) a) වට මේසයක් සහ පුටු කට්ටලයක් පවතින්නේ, ඕනෑම තනි පුද්ගලයෙකු මේසය වටා අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන 1ක් වන පරිදිය.
- වට මේසය වටා පවතින පුටු n සංඛ්‍යාව මත එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් k සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද? ($1 \leq k \leq n, k, n \in \mathbb{Z}^+$)
 - එනමින්, පුටු n සංඛ්‍යාව මත එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් n සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $(n-1)!$ බව පෙන්වන්න.
- දැන් එකිනෙකට ආසන්නව පවතින සර්වසම වට මේස යුගලක් සලකන්න. එක් වට මේසයක් වටා පුටු l සංඛ්‍යාවක් ද අනෙක වටා පුටු $(n-1)$ සංඛ්‍යාවක් ද පිළියෙල කර ඇත්තේ වෙන් වෙන්ව තැබූ කළ එක් එක් වට මේස සහ පුටු කට්ටල ඉහත ආරම්භයේ කී ගුණාංගය සපුරාලන පරිදිය. ($n \neq 2l$)
- මෙම වට මේස ද්විත්වය වටා එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් k සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද? ($1 \leq k \leq n, k, n \in \mathbb{Z}^+$)
 - මෙම වට මේස ද්විත්වය වටා එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් n සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $n!$ බව පෙන්වන්න.

b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{2r+1}{r(r+2)(r+4)}$ හා $V_r = \frac{Ar+B}{r(r+2)}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $A, B \in \mathbb{R}$ වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = V_r - V_{r+2}$ වන පරිදි A හා B අගයන් සොයන්න.

එනමින් $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{67}{96} - \frac{4n+5}{4(n+1)(n+3)} - \frac{4n+9}{4(n+2)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^n U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඵ්කය සොයන්න.

දැන්, $r \in \mathbb{Z}$ සඳහා $W_r = U_r + U_{r+1}$ යැයි ගනිමු. $\sum_{r=1}^n W_r = 2 \sum_{r=1}^n U_r + U_{n+1} - U_1$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=2}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඵ්කය සොයන්න.

$$(13) \quad a) \quad (A)_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(A)_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix} \quad \text{ලෙස දී ඇත.}$$

3×3 ඒකක න්‍යාසය I නම්,

$B \times A = 39I$ බව පෙන්වන්න.

එනැයිත් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$$-x + 2y - z = 4$$

$$3x - y - 3z = 4$$

$$4x + y + z = 5 \quad x, y, z \in \mathbb{R}$$

ඉහත සමගාමී සමීකරණ පද්ධතිය විසඳා x, y, z ගණනය කරන්න.

b) ඕනෑම $z, \omega \in \mathbb{C}$ සඳහා

$$1) \quad \omega \bar{\omega} = |\omega|^2$$

$$2) \quad \omega + \bar{\omega} = 2\operatorname{Re}(\omega)$$

$$3) \quad \omega - \bar{\omega} = 2i \operatorname{Im}(\omega) \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

එනැයිත්

$$|z + \omega|^2 - |z - \bar{\omega}|^2 = 4\operatorname{Re}(z) \operatorname{Re}(\omega) \quad \text{හා}$$

$$|z + \omega|^2 - |z + \bar{\omega}|^2 = 4\operatorname{Im}(z) \operatorname{Im}(\omega) \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

c) $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$

$$\omega = \cos \beta + i \sin \beta$$

$\psi = \cos \gamma + i \sin \gamma$ ලෙස වන z, ω, ψ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා 3ක් සඳහා

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \gamma + \sin \beta = 0 \quad \text{වේ නම්}$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\psi} = 0 \quad \text{බව පෙන්වා}$$

මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්

$$\cos(2\alpha) + \cos(2\beta) + \cos(2\gamma) = 0 \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

(14) a) $f(x) = \frac{8x}{x^2+1}$ වේ. $f'(x) = \frac{8(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ හා

$f''(x) = \frac{16x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$ බව පෙන්වමින් තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය හා තනිවර්තක ලක්ෂ්‍ය සඳහන් කරමින් $f(x)$ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

- b) P නම් ලක්ෂ්‍යය ආලෝක ප්‍රභවයක් H වූ උසක සිට නියත V ආන්ත ප්‍රවේගයකින් සිරස්ව පහළට වැටේ. මෙය පොළොව මත පතිත වන ලක්ෂ්‍යය O වේ. O සිට මනින ලද විස්ථාපනය y ද මිනිසාගේ සෙවනැල්ලේ දිග x නම්, සෙවනැල්ලේ දිග වෙනස්වන සීඝ්‍රතාවය y හි ශ්‍රිතයක් ලෙස වූ $\dot{x} = \frac{Vhd}{(y-h)^2}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න. මිනිසාගේ උස h වේ.

(15) i) $\int_0^1 x^a (1-x)^b dx = \int_0^1 x^b (1-x)^a dx$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්

$\int_0^1 x(1-x)^4 dx$ අගයන්න.

ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනයෙන් $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$ සොයන්න.

iii) $y = x$ රේඛාව හා $y = x(2-x)$ වක්‍රයෙන් පර්යන්ත වර්ගඵලය සොයන්න.

(17) a) $\tan(x+\theta), \cot(x-\theta) = t$ හා $t=0$ වේ නම්, $\sin \theta \leq \frac{t-1}{t+1}$ බව පෙන්වන්න.

b) $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි එක් මූලයක් $\frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

එනමින්, $4\cos^2\theta + \tan^2\theta = 10$ සමීකරණය, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ පරාසය තුළ විසඳන්න.

c) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $\sin$ ප්‍රමේයය හා $\cos$ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{ABC} = 30^\circ$ ද D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයද වේ. E යනු $AE : ED = m : 2$ වන පරිදි මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. මෙහි $m > 0$ වේ. $\hat{ECD} = \theta$ ද $\hat{CED} = \alpha$ ද වේ.

i) $AD = \frac{1}{2}\sqrt{(a-\sqrt{3}c)^2 + c^2}$ බව පෙන්වන්න.

ii) $\frac{9a^2}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \theta = (a - \sqrt{3}c)^2 + c^2$ වන පරිදි m සොයන්න.

d) $\sin^{-1}(1-x) + \sin^{-1}(x) = \cos^{-1}(x)$ සමීකරණය විසඳන්න.

Prepared by Engineering students of the 2017, 2018, 2019 and 2020 batches
of Royal College
3rd Term Test - Online Paper



රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College - Colombo 07

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය
Colombo 07 Royal College

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three hours

A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටමද, B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

- 1) පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m සහ $4m$ වූ A සහ B නම් ඒකාකාර කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් පිළිවෙලින් $2a$ සහ $6a$ ප්‍රවේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.

- i) ගැටුමෙන් පසු එහි ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න.
ii) එක් ගෝලයකින් අනෙකට සංක්‍රමණය වූ ගම්‍යතාව ගණනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) සුපුරුදු අංකයෙන් O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ සහ $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ වේ. $\hat{AOC} = \hat{AOD} = \frac{\pi}{2}$ හා $AB = DC$ ද $DO : OC = 2 : 3$ ද වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය දෙකේ පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4 mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවර අම්ල O ලක්ෂ්‍යයකටද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ, P අංශුවකටද ගම්‍යව ඇත. P අංශුව O හි සිට නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.

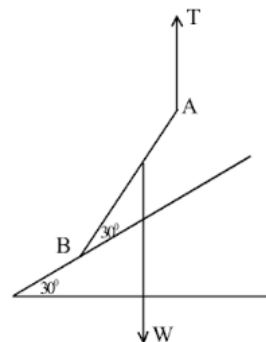
$$OA = \frac{3a}{2} \text{ ଚି.}$$

- 4) ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වූ මෝටර් රථයක් ස්කන්ධය m හා මෝටර් බයිසිකලයක් සෘජු පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිනාශ කේබලයක් ආධාරයෙනි. මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය R_1 හා R_2 වේ. එක්තරා මොහොතකදී මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ ප්‍රවේගය $V \text{ ms}^{-1}$ වේ. එම මොහොතේ මෝටර් රථයේ පථය $P \text{ kW}$ නම්, කේබලයේ ආතතිය $\frac{1000Pm - V(mR_1 - MR_2)}{(M + m)V}$ බව පෙන්වන්න.

- 7) දිග 2a ද ස්කන්ධය w ද වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A, අවල ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත. B හි ක්‍රියා කරන විශාලත්වය P වූ බලයක් මගින් යටි සිරස සමඟ $\tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$ කෝණයක් සාදමින් මෙම දණ්ඩ සමතුලිතතාව තබා ඇත. බල ත්‍රිකෝණය උපයෝගී කර ගනිමින්,
- P හි බලය තිරස් ව ඇති විට P හි විශාලත්වය සොයන්න.
 - P හි අවම අගය සහ එවිට එහි දිශාව සොයන්න.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- 8) බර W වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක් සිරස් තලයක සමතුලිතතාව ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ය. සිරස් ලඟුවක් A ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ කර ඇත.
- W ඇසුරෙන් T අගය සොයන්න.
 - සමතුලිතතාව සඳහා μ හි කුඩාතම අගය සොයන්න.
(μ යනු B හි දී සර්ෂණ සංගුණකය වේ.)



This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- [illegible]

-
- This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of multiple horizontal rows, each defined by two parallel dashed lines. The lines are evenly spaced and extend across the entire width of the page, providing a guide for letter height and placement. There is no text or other markings on the page.



13 ශ්‍රේණිය

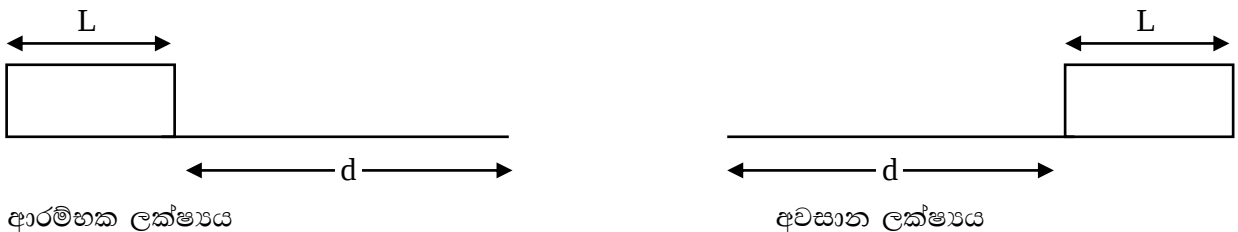
සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three hours

B කොටස

- B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

- 11) a) දිග මීටර L වන බස් රථයක් දිග මීටර d වන පාලමක් පසු කරන චලිතය මෙලෙස වේ. චලිතයේ ආරම්භ හා අවසාන ලක්ෂ්‍ය පහත රූපයේ දැක්වේ.



නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන බස් රථය තත්පර වර්ගයට මීටර a ත්වරණයෙන් ගමන් කර $2V \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. ඉන්පසු යම්කිසි කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන තිරිංග තර කර a මන්දනයකින් ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

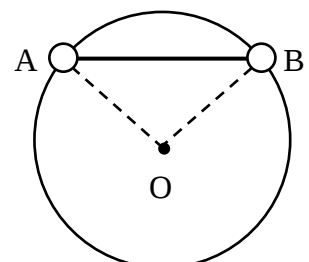
- ත්වරණයෙන් ගමන් කළ කාලය කොපමණද?
- මන්දනයේ ගමන් කළ කාලය කොපමණද?
- ගමනට ගත වූ මුළු කාලය $\frac{3V^2 + a(d + l)}{2aV}$ බව පෙන්වන්න.

- B) පදික වේදිකාවේ සිටින මිනිසෙකුට, උතුරින් d දුරකින් ද බටහිරින් l දුරකින්ද ඇති මෝටර් රථයක් නැගෙනහිර දිශාවට නියත 14.4 kmh^{-1} ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරමින් සිටින මොහොතේදී මිනිසා උතුරු දිශාවට 10.8 kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කර මාරු වීමට සූදානම්ය.

මිනිසා සහ වාහනය නොගැටීමට $3(l + t) < 4d < 3t - 4b$ බව පෙන්වන්න. මෙහි b හා l පසු මෝටර් රථයේ පළල හා දිග වේ.

- 12) a) ස්කන්ධ M හා m වූ සුමට A හා B පබළු දෙකක් කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තාකාර කම්බි පුඬුවක චලිත වන්නේ l දිගැති තන්තුවක ($l < d$) දෙකෙළවර පිහිටමිනි. තන්තුව සැහැල්ලු අවිනාශ වන අතර d යනු වෘත්තාකාර පුඬුවේ විෂ්කම්භයයි. අංශු ආරම්භයේ තිරස් රේඛාවක පිහිටුවා I ආගෙවියක් එක් වස්තුවක් මතට ස්පර්ශීයව ලබා දේ.

- A හා B ගමන් අරඹන ප්‍රවේග සොයන්න.
- OB ට සාපේක්ෂ දක්ෂිණාවර්තී අතට චලිත වන පද්ධතියේ සාධාරණ θ පිහිටුමක දී ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය V හා තන්තුවේ ආතතිය T සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න.
- එවිට A, B අංශුව මත අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.



- b) ස්කන්ධ M_1, M^1, m_1, m_2 වන කප්පි හතරක් අටවා ඇත්තේ සිව්ලිමට ගැටගැසූ තවත් කප්පියක් වටා දැමූ තන්තුවකට M_1 හා M^1 ගැටගසා M^1 වටා දැමූ තන්තුවකට m_1 හා m_2 ගැට ගසමිනි. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා ගලේ නම්, කප්පි වල ත්වරණ වෙන වෙනම සොයන්න.

$$M^1 = 0 \text{ හා } \frac{4}{M_1} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \text{ නම් } a_{M1} = 0 \text{ බවද පෙන්වන්න.}$$

මෙහි a_{M1} යනු M_1 හි ත්වරණයයි.

- 13) එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැටගසන ලද ස්වභාවික දිග l වූ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ තන්තුවක, අනෙක් කෙළවර බිම සිට n උසැති සිව්ලිමක A ලක්ෂ්‍යයට අමුණා ඇත. අංශුව නිදහසේ එල්ලා ඇති විට සමතුලිත පිහිටීම C නම් C හිදී තන්තුවේ විතතිය ගණනය කරන්න.

දැන් ස්කන්ධය m වූ තවත් Q අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ගුරුත්වය යටතේ නිසලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. P හා Q අංශු දෙක එකිනෙක ගැටී බද්ධ වේ යැයි උපකල්පනයෙන් බද්ධ වූ අංශු දෙක ගමන් අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

ඉන්පසු ඇතිවන චලිතයේදී $h \geq (3 + \sqrt{3}) l$ නම් පද්ධතිය පූර්ණ සරල අනුවර්තීය චලිතයක් ඇතිකරන බව පෙන්වා එහි ආවර්ත කාලය $T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද,

$h = \frac{7l}{2}$ නම් PQ අංශු පද්ධතිය C ට එළඹීමේදී ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්වීම සඳහා පොළොව හා

අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e = \sqrt{\frac{3}{11}}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

- 14) i) a හා b යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශුන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික 2කි. $a\alpha + b\beta = 0$ නම් $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බවත් පෙන්වන්න.

ii) O, A, B, C යනු එක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය 4 කි. α හා β නිෂ්ශුන්‍ය විට $\overrightarrow{OA} = a$ හා $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = \alpha a + \beta b$ ලෙස වේ.

a) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma a$ හා $\overrightarrow{DC} = \delta b$ වන පරිදිය. γ හා δ හි අගයන් α හා β ඇසුරින් දක්වන්න.

b) $\alpha + \beta = 1$ නම් A, B, C එක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. A ත් B ත් අතර C පිහිටයි නම් α ඇසුරින් $AC : CB$ අනුපාතය සොයා, $0 < \alpha < 1$ බව පෙන්වන්න.

b) i) OXY තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් $(-\alpha, 0)$, $(-d, \alpha)$, (α, α) $(2\alpha, \alpha)$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියා කරන $4P\mathbf{i} + 6P\mathbf{j}$, $-2P\mathbf{i} + P\mathbf{j}$, $P\mathbf{i} + P\mathbf{j}$, $3P\mathbf{i} - 2P\mathbf{j}$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි P හා α හි හි විටත් හා මීටර වලින් මනින ලද $+$ රාශී වේ. O ලක්ෂ්‍යය (මූලය) වටා දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $8P\alpha \text{ Nm}$ බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතිය 10 PN වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

iii) අතිරේක බලයක් ඇතුළත් කිරීමෙන් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් එම යුග්මයේ අගය $16 P\alpha \text{ Nm}$ නම් අතිරේක බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

15) a) බර පිළිවෙලින් $3W$ හා W වූ සමාන දිගින් යුත් ඒකාකාර AB හා AC දඬු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. B හා C කෙළවරවල් රළු තිරස් තලයක රැඳෙන සේ ඒවා සිරස් තලයක සමතුලිත ව ඇත. B හි හා C හිදී සර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. R හා S යනු පිළිවෙලින් AB හි සහ AC හිදී තලයෙන් මතු වන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා ද, $\hat{BAC} = 20^\circ$ ද නම්,

i) $R = \frac{5}{2}w$, $S = \frac{3}{2}w$ බව පෙන්වන්න.

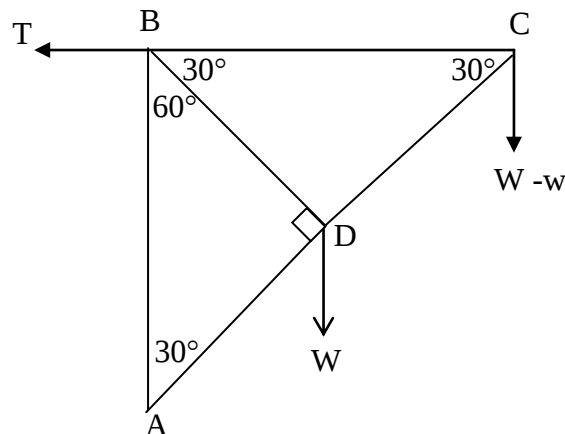
θ හි අගය බිත්දිවේ සිට වැඩි වන විට B හා C කෙළවර දෙකෙන් සීමාකාරී අවස්ථාවට පැමිණෙන්නේ කමන ලක්ෂ්‍යය දැයි සොයන්න.

ii) $\tan \theta = \frac{3\mu}{2}$ බව පෙන්වා එක් දණ්ඩක් මගින් අනෙක් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සිරස සමඟ $\tan^{-1}(3\mu)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

b) A සුමට අසව්වකි. B, C, D සුමට සන්ධි වේ. B හි තන්තුවේ ආතතිය T නම්,

$T = \frac{\sqrt{2}}{4}(2W - w)$ බව පෙන්වන්න. A හි ක්‍රියාව සොයන්න. $W = 100\sqrt{3} \text{ N}$ සහ $w = 25\sqrt{3} \text{ N}$ නම්

AD, DC දඬුවල ප්‍රත්‍ය බල සොයා ඒවා ආතති, තෙරපුම් බව ලබා ගන්න.



16) a) ඝන අර්ධ ගෝලීය පත්‍රයක් සාදා ඇත්තේ අරය $2a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් භාරා ඉවත් කිරීමෙනි. ඝන අර්ධ ගෝල දෙකෙහිම කේන්ද්‍රය O නම් පාත්‍රයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර සොයන්න.

i) පාත්‍රය පිටත දාරයේ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ල වී තල මුහුණත තිරස් සමග සාදන කෝණය α නම් $\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{112}{45} \right]$ බව පෙන්වන්න.

ii) තිරසර θ කෝණයකින් ආනත තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය ගැටෙමින් පාත්‍රය සමතුලිතව ඇත්නම් හා තලය ස්පර්ශය ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට තරම් රළු නම් θ හි උපරිම අගය සොයන්න.

b) ඝනත්වය p ද, අරය r ද උස $4r$ වන සෘජු ඝන කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨය අරය r ද ඝනත්වය σ වන ඝන අර්ධ ගෝලයක වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨය හා සමාපාත කිරීමෙන් ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. එම ඝන වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයේ සිට ඇති දුර $\frac{r}{8} \left[\frac{16p - 3\sigma}{2p + \sigma} \right]$ බව පෙන්වන්න.

$p = \sigma$ නම් ඝන වස්තුව තල පෘෂ්ඨ සම්බන්ධ වන මායිමේ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ල වී ඝන වස්තුව සිරසට ආනත වන කෝණය සොයන්න.

17) a) $P\left(\frac{A}{D}\right)$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව දෙන්නා වූ බේස් ප්‍රමේයයේ සරල ආකාරය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $t = 1, 2, 3$ සඳහා A යනු එක්තරා පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශය මේලය වශයෙන් ඇති අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි තුනක් බවක් D යනු $P(D) > 0$ වන සේ ඇති S හි අභිමත සිද්ධියක් බවත් දී ඇත. (සූත්‍රය සාධනය අපේක්ෂා නොකෙරේ.)

කර්මාන්ත ශාලාවක් A_1, A_2, A_3 යනු තුනක් යොදාගනිමින් සමාන භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය කරනු ලැබේ. එම යන්ත්‍ර තුනෙන් දිනකට නිපදවන ඒකක ගණන පිළිවෙලින් 20, 175 සහ 125 වේ. දීර්ඝ කාලයක් සොයාගෙන ඇති පරිදි නිෂ්පාදනයේ දෝෂ සහිත ප්‍රතිශතය A_1, A_2 සහ A_3 යනු සඳහා පිළිවෙලින් 4%, 4% සහ 6% වේ.

i) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් සසම්භාවී ව තෝරාගත් විට එය සදොන් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව 0.045 බව පෙන්වන්න.

ii) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් සසම්භාවී තෝරාගත් ඒකකයක් සදොස් එකක් බව සොයාගත්තේ නම්, එය A_1 වයන්ත්‍රයෙන් නිපදවා තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. එය නිපදවීමට වඩාත් මම ඉඩ ඇත්තේ කුමන් යන්ත්‍රයෙන් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

iii) වෙනස් දින තුනදී එක් එක් දවසේ කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවීව තෝරාගනු ලැබේ. ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iv) එක්තරා දිනකදී එක් එක් යන්ත්‍රයේ නිෂ්පාදනයෙන් වන ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවී ව තෝරාගනු ලැබේ නම් ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- b) විභාගයක දී සිසුන් සමූහයක් සංයුක්ත ගණිතය විෂය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල තොරතුරු පහත පරිදි ඉදිරිපත් කරන්න.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
10 ට අඩු	4
20 ට අඩු	6
30 ට අඩු	24
40 ට අඩු	1
50 ට අඩු	67
60 ට අඩු	86
70 ට අඩු	96
80 ට අඩු	99
90 ට අඩු	100

- ශිෂ්‍යයන්ගේ ලකුණු වල මාත අගය 38 ක් වෙයි නම් f සොයන්න.
- ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ ලකුණු ගණනය කරන්න.
- සුදුසු රේඛීය පරිමාණයක් මගින් මධ්‍යන්‍ය, විචලතාවය ගණනය කරන්න.

PART 1 (STRUCTURED)

(01)

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

for any number α .

Let $P(n): \cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{n-1}x = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$, if $\sin x \neq 0$.

• Firstly,

$$\begin{aligned} \text{LHS of } P(1) &= \cos x = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \sin x}, \text{ (since } \sin x \neq 0) \\ &= \frac{\sin 2x}{2^1 \sin x} = \text{RHS of } P(1). \end{aligned}$$

So $P(1)$ is true.

[5]

• Now assume $P(k)$ is true, for some natural number k , i.e.

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{k-1}x = \frac{\sin 2^k x}{2^k \sin x}, \text{ if } \sin x \neq 0 \quad [5]$$

and deduce $P(k+1)$:

$$\begin{aligned} \text{LHS of } P(k+1) &= \cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{k-1}x \cdot \cos 2^k x \\ &= (\text{LHS of } P(k)) \cdot \cos 2^k x \quad [5] \\ &= (\text{RHS of } P(k)) \cdot \cos 2^k x, \text{ (by inductive assumption)} \\ &= \frac{\sin 2^k x}{2^k \sin x} \cdot \cos 2^k x \\ &= \frac{\sin 2^{k+1} x}{2 \cdot 2^k \sin x} \\ &= \frac{\sin 2^{k+1} x}{2^{k+1} \sin x} \\ &= \text{RHS of } P(k+1). \quad [5] \end{aligned}$$

So $P(k+1)$ is true, if $P(k)$ is true.

• Hence, by induction $P(n)$ is true for all natural numbers n . [5]

(02)

$$\left(2 + \frac{x}{2}\right)^n = {}^nC_0 2^n + {}^nC_1 2^{n-1} \left(\frac{x}{2}\right) + \dots$$

$$T_r = {}^nC_r 2^{n-r} \frac{x^r}{2^r} \quad [5]$$

$$[T_7] = [T_8]$$

$$\therefore {}^nC_7 2^{n-7} \times \frac{1}{2^7} = {}^nC_8 2^{n-8} \times \frac{1}{2^8} \quad [10]$$

$$\frac{4 \cdot \cancel{n!}}{7! (n-7)!} = \frac{\cancel{n!}}{8! (n-8)!} \quad [5]$$

$$32 = n - 8$$

$$n = 40 \quad [5]$$

(03)

05 Friday NOVEMBER 2021

04. $(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r$; $n, r \in \mathbb{Z}^+$

$x, \frac{1}{x}$ වලට ඉඩවලට වෙනස් කරමු.

$$\left(1 - \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r \left(-\frac{1}{x}\right)^r; n, r \in \mathbb{Z}^+ \quad [5]$$
$$(1+x)^n \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n = \frac{(x+1)^n (x-1)^n}{x^n} = \frac{(x^2-1)^n}{x^n} = \sum_{r=0}^n {}^nC_r (x^2)^r (-1)^r \frac{1}{x^n}$$
$$(1+x)^n \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^n \frac{{}^nC_r (x^2)^r (-1)^r}{x^n} = \left[\sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r \right] \times \left[\sum_{r=0}^n {}^nC_r (-1)^r \left(\frac{1}{x}\right)^r \right] \quad [5]$$

06 Saturday

$\therefore (1+x)^n \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n$ වලින් x^0 හි සංගුණකය = $\sum_{r=0}^n (-1)^r {}^nC_{r^2}$

$$(1+x)^n \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^n \frac{{}^nC_r (x^2)^r (-1)^r}{x^n}$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ නිසා, $(x^2)^r$ ඉවැටේ බැවින්,
 n වැනි පදය

x^0 හි සංගුණකය ලබා ගැනීම

$$n \text{ වැනි පදය, } x^0 \text{ හි සංගුණකය} = \sum_{r=0}^n {}^nC_{\frac{n}{2}} (x^2)^{\frac{n}{2}} (-1)^{\frac{n-n}{2}}$$
$$= (-1)^{\frac{n}{2}} {}^nC_{\frac{n}{2}} x^n \quad [5]$$

$\therefore n$ වැනි පදය, $\sum_{r=0}^n (-1)^r {}^nC_{r^2}$ ලබා ගත හැක,
 n ඉවැටේ නම් එය $(-1)^{\frac{n}{2}} {}^nC_{\frac{n}{2}}$ වේ.

[5]

COMMERCIAL BANK

(04)

$$\begin{array}{l} A^2 = I \\ A \cdot A = I \\ A = A^{-1} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} B^2 = I \\ B \cdot B = I \\ B = B^{-1} \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} (AB)^2 = I \\ (AB)(AB) = I \\ (AB) = (AB)^{-1} \end{array}$$

[5]

ww $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ ගේ

[5]

$$\therefore AB = B^{-1} \cdot A^{-1}$$
$$AB = BA \quad [5]$$

25

(05)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos \left[\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2} \right]}{(x-\alpha)^2} \quad [5]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \sin^2 \left[\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2} \right] \times \frac{(x-\beta)^2 a^2}{4}}{(x-\alpha)^2 (x-\beta)^2 a^2} \quad [5]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \left(\frac{\sin^2 \left[\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2} \right]}{a(x-\alpha)(x-\beta)} \right)^2 \times \frac{(x-\beta)^2 a^2}{4}}{(x-\alpha)^2 (x-\beta)^2 a^2} \quad [10]$$

$$\rightarrow \frac{(x-\beta)^2 a^2}{2} \quad [5]$$

(06)

$$* \quad x = e^{-t} \quad y = t^3$$

$$\frac{dx}{dt} = e^{-t}(-1) \quad \frac{dy}{dt} = 3t^2 \quad [5]$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt} \right) \cdot \left(\frac{dt}{dx} \right) \quad \text{এই নিয়ম}$$

$$= 3t^2 \left(\frac{-1}{e^{-t}} \right) \quad [5]$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = -3t^2 e^t \quad [5] \quad = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{t=0} = 0 \quad [5]$$

(07)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos(\pi/2 - x)}}{\sqrt{\sin(\pi/2 - x)} + \sqrt{\cos(\pi/2 - x)}} dx \quad [5]$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$$

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} + \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx \quad [10]$$

$$2I = \int_0^{\pi/2} 1 dx = [5]$$

$$I = \left(\frac{x}{2} \right)_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} \quad [5]$$

(10)

$$\pi = \frac{\pi}{7} + \frac{2\pi}{7} + \frac{4\pi}{7}$$

$$\pi = \frac{\pi}{7} + 3\theta + \frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta \quad [5]$$

$$\pi - \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta \right) = \frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta \quad [5]$$

$$\tan \left(\pi - \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta \right) \right) = \tan \left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta \right)$$

$$-\tan \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta \right) = \tan \left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta \right) + \tan \left(\frac{4\pi}{7} - \theta \right)$$

[10]

$$1 - \tan \left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta \right) \cdot \tan \left(\frac{4\pi}{7} - \theta \right)$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta \right) \tan \left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta \right) \tan \left(\frac{4\pi}{7} - \theta \right)$$

$$= \tan \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta \right) + \tan \left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta \right) + \tan \left(\frac{4\pi}{7} - \theta \right)$$

RATHNA

[5]

(11)

i. $a > 0$ ii) $\Delta n \leq 0$

$a > 0$ ii) $b^2 - 4ac \leq 0$ 5

ii. $a < 0$ ii) $\Delta n \leq 0$

$a < 0$ ii) $b^2 - 4ac \leq 0$ 5

iii.

$$x^2 + axy + by^2 - \frac{1}{6}x - y - \frac{1}{4}$$

$$= x^2 + \left(ay - \frac{1}{6}\right)x + by^2 - y - \frac{1}{4}$$

ഈ പ്രകാരം x ന്റെ ചരിതരേഖയിൽ x ന്റെ
മൂല്യം ≥ 0 ന്റെ പ്രകാരം ≥ 0 ന്റെ

$$\Delta n \leq 0$$

$$\left(ay - \frac{1}{6}\right)^2 - 4\left(by^2 - y - \frac{1}{4}\right) \leq 0$$

$$a^2y^2 - \frac{1}{3}ay + \frac{1}{36} - 4by^2 + 4y + 1 \leq 0$$

$$y^2(a^2 - 4b) + y\left(4 - \frac{1}{3}a\right) + \frac{37}{36} \leq 0$$

ഈ പ്രകാരം y ന്റെ ചരിതരേഖയിൽ
 y ന്റെ പ്രകാരം ≤ 0 ന്റെ

$$\Delta y \leq 0 \quad \text{ii) } a^2 - 4b < 0 \quad 20$$

$$a^2 - 4b < 0 \quad \text{or} \quad \left(4 - \frac{1}{4}a\right)^2 - 4(a^2 - 4b) \frac{65}{64} \leq 0$$

$$a^2 < 4b \quad \text{or} \quad 16 - 2a + \frac{1}{16}a^2 - \frac{65a^2}{16} + \frac{65b}{16} \leq 0$$

$$\textcircled{1} \quad 16 - 2a + \frac{1}{16}a^2 - 4a^2 + 16b$$

$$16 - 2a - \frac{64a^2}{16} + \frac{65b}{16} \leq 0$$

$$16 - 2a - 4a^2 + \frac{65b}{16} \leq 0$$

$$16 - 2a + \frac{65b}{16} \leq 4a^2 \leq 4b$$

(1) is

$$\therefore 16 - 2a + \frac{65b}{16} < 4b$$

$$256 - 32a + 65b < 64b$$

$$256 - 32a + b < 0$$

b.

$$x^2 + 10x + c = 0$$

ଏକ ଉପେକ୍ଷା = α ଯେଉଁଠି α ହେଉଛି ଏକ ସଂଖ୍ୟା.

ଯଦି ଏହା ଉପେକ୍ଷା α^3 ହେଉଛି. 10

$$\therefore x^2 + 10x + c = 0 \quad (\alpha \text{ ଉପେକ୍ଷା ନେଇ})$$

- ①

$$\alpha^6 + 10\alpha^3 + c = 0 \quad (\alpha^3 \text{ ଉପେକ୍ଷା ନେଇ})$$

- ②

10

$$\textcircled{1} \times \alpha \quad \alpha^3 + 10\alpha^2 + c\alpha = 0 \quad - \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \times 10 \quad 10\alpha^3 + 100\alpha^2 + 10c\alpha = 0 \quad - \textcircled{4} \quad 15$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{4} \quad \alpha^6 + 10\alpha^3 + c - 10\alpha^3 - 100\alpha^2 - 10c\alpha = 0$$

$$\alpha^6 - 100\alpha^2 - 10c\alpha + c = 0 \quad 15$$

c. $f(n) = n^3 + 2n^2 + 4n + 0$

$$f(n) = (n+1)^2(4n+0) = (n^2 - 2n + 1)(4n + 0)$$

($f(n)$, $(n+1)^2$ ମିଳେ ଯେଉଁଠି n ନେଇ)

- ①

$$f(n) = (n+1)g(n) + 4$$

($f(n)$, $(n+1)$ ମିଳେ ଯେଉଁଠି ଯେଉଁଠି 4 ଥିବାରୁ)

- ②

20

① $\hat{n}$. n^3 වශයෙන් විය යුතුය, n^2 වශයෙන් විය යුතුය,

$$A = 1 \quad \text{--- ③}$$

$$A = -2A + B$$

$$A = -2 + B \quad \text{--- ④}$$

 n^1 වශයෙන් විය යුතුය, n^0 වශයෙන් විය යුතුය,

$$A = A - 2B$$

$$B = B$$

$$\text{--- ⑥}$$

$$A = 1 - 2B \quad \text{--- ⑤}$$

② $n = -1$ ගැන සලකා.

15

$$-1 + A - A + B = 4$$

④, ⑤, ⑥,

$$-1 - 2 + B - (1 - 2B) + B = 4$$

$$-3 + B - 1 + 2B + B = 4$$

$$4B = 8$$

$$B = 2$$

$$\therefore f(n) = (n+1)^2 (n+2)$$

$$\therefore (n-3) \text{ වන සඳහා } f(3) = (3+1)^2 (3+2)$$

$$= 20$$

(12)

NOVEMBER 2021

01

Monday

i/ വെച്ച് ക്രമം കണ്ടാൽ $= {}^{n-1}C_{k-1} \times (k-1)!$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)! (k-1)!} \times (k-1)!$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)!} \quad 15$$

ii/ വെച്ച് $k=n$ വേ

$$\therefore \text{ വെച്ച് ക്രമം കണ്ടാൽ } = \frac{(n-1)!}{(n-n)!} = (n-1)! \quad 15$$

02

Tuesday

i/ വെച്ച് ക്രമം കണ്ടാൽ $= {}^nC_k \times k!$

$$= \frac{n!}{(n-k)! k!} \times k! = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 20$$

ii/ വെച്ച് $k=n$ വേ

$$\therefore \text{ വെച്ച് ക്രമം കണ്ടാൽ } = \frac{n!}{(n-n)!} = n! \quad 20$$

27

Wednesday

OCTOBER 2021

$$(b) U_r = V_r - V_{r+2}$$

$$\begin{aligned} \frac{2r+1}{r(r+2)(r+4)} &= \frac{(Ar+B)}{r(r+2)} - \frac{[Ar+2A+B]}{(r+2)(r+4)} \\ &= \frac{(Ar+B)(r+4) - r[Ar+2A+B]}{r(r+2)(r+4)} \quad \text{20} \end{aligned}$$

$$2r+1 = 2Ar+4B \Rightarrow 2A=2 \text{ and } 4B=1$$

$$V_r = \frac{4r+1}{4r(r+2)} \Leftrightarrow \boxed{A=1} \quad \boxed{B=\frac{1}{4}}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = V_1 - V_3 = V_1 + V_2 - V_{n+1} - V_{n+2}$$

$$\cancel{V_2 - V_4}$$

$$\cancel{V_3 - V_5}$$

$$\cancel{V_{n-2} - V_{n+4}}$$

$$\cancel{V_{n-1} - V_{n+1}}$$

$$\cancel{V_n - V_{n+2}}$$

28

Thursday

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{(4 \times 1) + 1}{4 \times 1 \times 3} + \frac{(4 \times 2) + 1}{4 \times 2 \times 4} - \frac{[4(n+1) + 1]}{4(n+1)(n+3)} - \frac{[4(n+2) + 1]}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{9}{32} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{67}{96} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)} \quad \text{10}$$

22

Friday

OCTOBER 2021

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{67}{96} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)} \right]$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{67}{96} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{67}{96} - 0 - 0 = \frac{67}{96}$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අඛණ්ඩ වන අතර එහි

මෙහෙය $\frac{67}{96}$ වේ 20

23

Saturday

$$W_r = U_r + U_{r+1}$$

$$\sum_{r=1}^n W_r = \sum_{r=1}^n (U_r + U_{r+1}) = \sum_{r=1}^n U_r + \sum_{r=1}^n U_{r+1}$$

$$= \sum_{r=1}^n U_r + U_1 + \sum_{r=1}^n U_{r+1} - U_{n+1} + U_{n+1} - U_n$$

$$= 2 \sum_{r=1}^n U_r + U_{n+1} - U_n \quad 10$$

24

Sunday

$$\sum_{r=1}^{\infty} W_r = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \sum_{r=1}^n U_r + \lim_{n \rightarrow \infty} U_{n+1} - \lim_{n \rightarrow \infty} U_n$$

$$= 2 \sum_{r=1}^{\infty} U_r + 0 - 0 = 2 \times \frac{67}{96} = \frac{67}{48}$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} W_r$ ශ්‍රේණිය අඛණ්ඩ වන අතර
එහි මෙහෙය $\frac{67}{48}$ වේ 20

(13)

$$\begin{aligned}
 B \times A &= \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 28 + 2 + 9 & 7 - 4 - 3 & 7 + 2 - 9 \\ 24 - 15 - 9 & 6 + 30 + 3 & 6 - 15 + 9 \\ 20 + 7 - 27 & 5 - 14 + 9 & 5 + 7 + 27 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 39 & 0 & 0 \\ 0 & 39 & 0 \\ 0 & 0 & 39 \end{pmatrix} \\
 &= 39 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$B \times A = 39 I \quad // \quad 10$$

$$\begin{aligned}
 4x + y + z &= 5 \\
 -x + 2y - z &= 4 \\
 3x - y - 3z &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

given matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{or} \quad 10$$

$$\left(\frac{1}{39} B \right) \cdot A = I$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{39} B \quad 10$$

$$\therefore A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$I \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} 39 \\ 78 \\ -39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$x=1, y=2, z=-1 // 10 \quad (50)$$

(18) (b)

$$\omega = x + iy$$

$$\bar{\omega} = x - iy$$

$$|\omega| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\omega \cdot \bar{\omega} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2 = |\omega|^2 // 5$$

$$\begin{aligned} \omega + \bar{\omega} &= x + iy + x - iy \\ &= 2x = 2\operatorname{Re}(\omega) // 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega - \bar{\omega} &= x + iy - x + iy \\ &= 2iy \\ &= 2i\operatorname{Im}(\omega) // 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= |z + \omega|^2 - |z - \bar{\omega}|^2 \\ &= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z - \bar{\omega})(\bar{z} - \bar{\omega}) \\ &= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z - \bar{\omega})(\bar{z} - \omega) \\ &= z\bar{z} + z\bar{\omega} + \omega\bar{z} + \omega\bar{\omega} - z\bar{z} + z\omega + \bar{\omega}\bar{z} - \bar{\omega}\omega \\ &= z\bar{\omega} + z\omega + \omega\bar{z} + \bar{\omega}\bar{z} \\ &= z(\omega + \bar{\omega}) + \bar{z}(\omega + \bar{\omega}) \\ &= (z + \bar{z})(\omega + \bar{\omega}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2\operatorname{Re}(z) \cdot 2\operatorname{Re}(\omega) \\ &= 4\operatorname{Re}(z) \operatorname{Re}(\omega) // 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= |z + \omega|^2 - |z + \bar{\omega}|^2 \\ &= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z + \bar{\omega})(\bar{z} + \bar{\omega}) \\ &= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z + \bar{\omega})(\bar{z} + \omega) \\ &= z\bar{z} + z\bar{\omega} + \omega\bar{z} + \omega\bar{\omega} - z\bar{z} - z\omega - \bar{\omega}\bar{z} - \bar{\omega}\omega \\ &= z\bar{\omega} - z\omega + \omega\bar{z} - \bar{\omega}\bar{z} \\ &= -z(\omega - \bar{\omega}) + \bar{z}(\omega - \bar{\omega}) \\ &= -(z - \bar{z})(\omega - \bar{\omega}) // 10 \\ &= [i(z - \bar{z})][i(\omega - \bar{\omega})] \\ &= 2i^2 \operatorname{Im}(z) \cdot 2i^2 \operatorname{Im}(\omega) \\ &= 4\operatorname{Im}(z) \operatorname{Im}(\omega) // 15 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} i\operatorname{Im}\alpha + i\operatorname{Im}\gamma + i\operatorname{Im}\beta &= 0 \quad \text{--- ①} \\ \omega\beta\alpha + \omega\beta\beta + \omega\gamma\gamma &= 0 \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

$$\text{①} - \text{②}$$

$$(\omega\beta\alpha - i\operatorname{Im}\alpha) + (\omega\beta\beta - i\operatorname{Im}\beta) + (\omega\gamma\gamma - i\operatorname{Im}\gamma) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega\beta\alpha + i\operatorname{Im}\alpha} + \frac{1}{\omega\beta\beta + i\operatorname{Im}\beta} + \frac{1}{\omega\gamma\gamma + i\operatorname{Im}\gamma} &= 0 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\varphi} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\phi\omega + z\omega + z\phi}{z\phi\omega} = 0$$

$$\Rightarrow \phi\omega + z\omega + z\phi = 0 \quad 10$$

by ① + ②

$$z + \omega + \phi = 0$$

$$(z + \omega + \phi)^2 = 0$$

$$z^2 + \omega^2 + \phi^2 + 2(\underbrace{z\omega + z\phi + \omega\phi}_0) = 0$$

$$\therefore z^2 + \omega^2 + \phi^2 = 0 \quad 15$$

$$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^2 + (\cos\beta + i\sin\beta)^2 + (\cos\gamma + i\sin\gamma)^2 = 0$$

Using De Moivre's law

$$(\cos 2\alpha + i\sin 2\alpha) + (\cos 2\beta + i\sin 2\beta) + \cos 2\gamma + i\sin 2\gamma = 0$$

$$(\cos 2\alpha + \cos 2\gamma + \cos 2\beta) + i(\sin 2\alpha + \sin 2\gamma + \sin 2\beta) = 0$$

$$\therefore \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 0 \quad 15$$

50

(14)

(14)

$$a) \quad y = \frac{8x}{x^2+1}$$

$$x=0 \Rightarrow y=0 \quad y=0 \Rightarrow x=0$$

$$y = \frac{8x}{x^2+1}$$

$$(x^2+1) \frac{dy}{dx} + y(2x) = 8$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(x^2+1) = 8 - 2yx$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(x^2+1) = 8 - 2(8x)(x)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = 8 \left[\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} \right]$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{8(1-x^2)}{(1+x^2)^2} \quad 30$$

$$(1+x^2)^2 \left(\frac{dy}{dx}\right) = 8(1-x^2)$$

$$(1+x^2)^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)(2)(1+x^2)(2x) = 8(-2x)$$

$$(1+x^2)^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \frac{8(1-x^2)(2)(1+x^2)(2x)}{(1+x^2)^2} = 8(-2x)$$

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} = -16x - \frac{16x \times 2(1-x^2)}{(1+x^2)} \quad 10$$

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} = -16x \left[\frac{(1+x^2) + 2x^2}{(1+x^2)^2} \right]$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \frac{-16x(3-x^2)}{(1+x^2)^3}$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \frac{16x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$$

$\left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$ කිරීම නැවතත් ලක්ෂ්‍ය සෙවීම

$$0 = \frac{8(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$$

$$(1-x^2) = 0$$

$$(1-x)(1+x) = 0$$

$$x = 1 \text{ , } x = -1$$

$$x = 1 \text{ හි } \frac{dy}{dx} = 4 \quad x = -1 \text{ හි } \frac{dy}{dx} = -4$$

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 1$	$1 < x < \infty$
$\left(\frac{dy}{dx} \right)$ ලකුණ	(-)	(+)	(-)
	↘	↗	↘

$x = -1$ ස්ථානීය අවම

$x = +1$ ස්ථානීය උපරිම

20

$\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ කිරීම නැවතත් ලක්ෂ්‍ය සෙවීම

$$0 = \frac{16(x)(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$$

$$x = 0 \text{ හෝ } (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$$

$$x = \sqrt{3} \text{ , } x = -\sqrt{3}$$

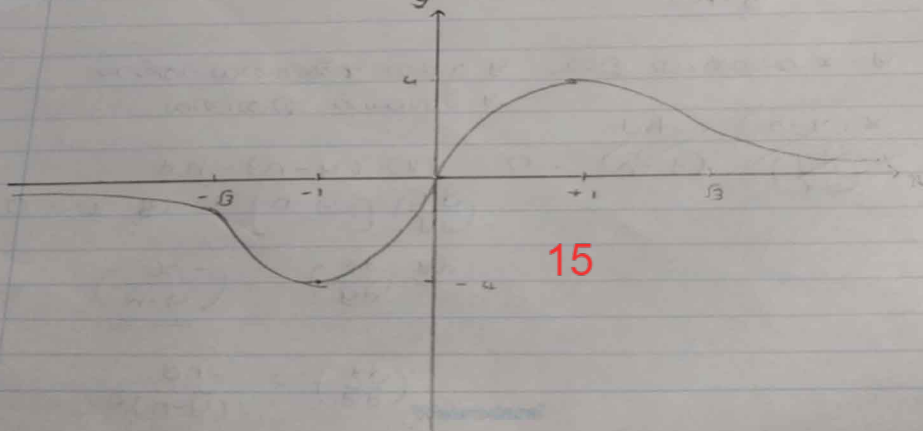
	$-\infty < x < -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} < x < 0$	$0 < x < \sqrt{3}$	$x > \sqrt{3}$
$\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)$ ලකුණ	(-)	(+)	(-)	(+)
	ඍණ අගය	ධන අගය	ඍණ අගය	ධන අගය

20

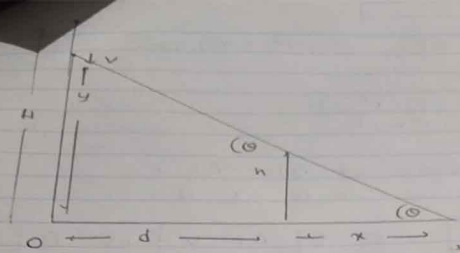
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x}{x^2+1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(8)}{x^2(1+x^{-2})} = 0$$

5

නිරවද්‍ය කරන්නේ නම් $\rightarrow 0$



15



ചരം 6 ക്രമം വരും

$$\left(\frac{y}{n}\right) = \left(\frac{x}{d}\right)$$

$$\frac{y}{n} = \left(\frac{d+x}{x}\right)$$

$$xy = nd + xh$$

$$x(y-h) = nd$$

$$x = \frac{nd}{(y-h)}$$

10

y ചരം x വിശേഷ ജ്ഞിതം
y വിശേഷ ജ്ഞിതം

$$x(y-h) = nd$$

$$x \left(\frac{dy}{dx}\right) + (y-h) = 0$$

$$(x)(y-h) = nd$$

$$\left(\frac{dx}{dy}\right) [y-h] + x = 0$$

$$\frac{dx}{dy} = \left(\frac{-x}{y-h}\right)$$

10

$$\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{-nd}{(y-h)^2}$$

ചരം x വിശേഷ ജ്ഞിതം : $t = \left(\frac{H-y}{v}\right)$

കാര്യം y ചരം ജ്ഞിതം : $tv = H-y$

$$= \left(\frac{dt}{dy}\right) v + 0 = -1$$

$$= \left(\frac{dt}{dy}\right) = \frac{-1}{v}$$

$$\left(\frac{dx}{dy}\right) = \left(\frac{dx}{dt}\right) \cdot \left(\frac{dt}{dy}\right) \text{ ജ്ഞിതം}$$

$$= \frac{-nd}{(y-h)^2} \times v (-)$$

$$= \frac{vnd}{(y-h)^2} \text{ 10}$$

* $x = e^{-t}$ $y = t^3$

$$\frac{dx}{dt} = e^{-t} (-1)$$

$$\frac{dy}{dt} = 3t^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt}\right) \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right) \text{ ജ്ഞിതം}$$

$$= 3t^2 \left(\frac{-1}{e^{-t}}\right)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = -3t^2 e^t$$

$$= \left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=0} = 0 \text{ 20}$$

(15)

$$\textcircled{3} \text{) } \int_0^1 x^a (1-x)^b dx = \int_0^1 x^b (1-x)^a dx \text{ ആ$$

$$(1-x) = t$$

$$-dx = dt$$

$$x=0 \text{ ನಿന്ന } t=1$$

$$x=1 \text{ നിന്ന } t=0$$

$$= \int_1^0 (1-t)^a (t)^b (-dt)$$

$$= \int_0^1 (t)^b (1-t)^a dt$$

$$\int_a^b f(x) = - \int_b^a f(x) dx \text{ ആ$$

$$= \int_0^1 x^b (1-x)^a dx ; \text{ തിരിച്ചിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് ഉത്തരം 15}$$

$$I = \int_0^1 (x) (1-x)^4 dx \text{ --- ①}$$

$$I = \int_0^1 (x)^4 (1-x) dx \text{ --- ② } 10$$

① + ②

$$2I = \int_0^1 (x) (1-x)^4 dx + \int_0^1 (x^4) (1-x) dx$$

$$= \int_0^1 (x) (1-x) [(1-x)^3 + x^3] dx$$

$$= \int_0^1 (x) (1-x) [1 - 3x + 3x^2 - x^3 + x^3] dx$$

$$2I = \int_0^1 (x) (1-x) [1 - 3x + 3x^2] dx$$

25

$$2I = \int_0^1 (x) [1 - 3x + 3x^2 - x + 3x^2 - 3x^3] dx$$

$$2I = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 - 4 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 + 6 \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 - 3 \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^1$$

$$2I = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3 \times 6}{4 \times 2} - \frac{3}{5}$$

$$2I = 2 - \frac{29}{15}$$

$$I = \frac{1}{30} \text{ } 25$$

$$\textcircled{2} \int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$$

$$u = x e^x$$

$$dv = \frac{1}{(1+x)^2} dx$$

$$du = (e^x + x e^x) dx \quad v = -\frac{1}{(1+x)}$$

$$= -\frac{x e^x}{(1+x)} - \int \frac{(x+1) e^x}{(1+x)^2} dx$$

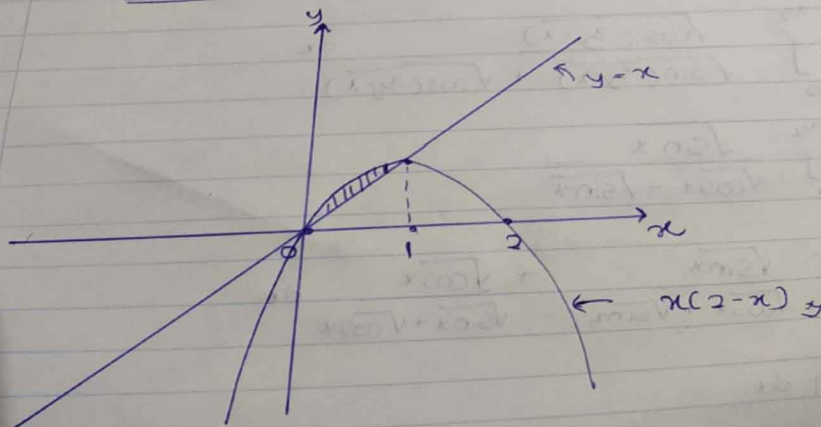
$$= -\frac{x e^x}{(1+x)} + \int e^x dx$$

$$= -\frac{x e^x}{(1+x)} + e^x + C \quad \text{C අගය නිශ්චය කිරීම}$$

$$= \frac{e^x}{1+x} + C$$

25

iii)



$$\text{වර්ගය} = \int_0^1 (x)(2-x) dx - \int_0^1 x dx$$

$$= \int_0^1 (2x - x^2 - x) dx$$

$$= \int_0^1 (x - x^2) dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 - \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \text{වර්ගය}$$

50

(17)

17.

a. $\tan(n+\theta) \cdot \cot(n-\theta) = t \quad \Rightarrow t = 1$

$$\frac{\sinh(n+\theta) \cos(n-\theta)}{\cos(n+\theta) \sinh(n-\theta)} = t$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\sinh(2n) + \sinh(2\theta))}{\frac{1}{2}(\sinh(2n) - \sinh(2\theta))} = t$$

$$\frac{\sinh(2\theta)(t+1)}{\sinh(2n)(t-1)} = 1$$

$$\sinh(2\theta)(t+1) = \sinh(2n)(t-1)$$

$$\sinh(2\theta) \frac{(t+1)}{(t-1)} = \sinh(2n)$$

$$-1 \leq \sinh(2n) \leq 1$$

$$\sinh(2n) \leq 1$$

$$\sinh(2\theta) \frac{(t+1)}{(t-1)} \leq 1$$

$$\sinh(2\theta) \leq \frac{(t-1)}{(t+1)} ; \quad \frac{(t-1)}{2} \leq \theta \leq \frac{(t+1)}{2}$$

25

b.

$$4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \text{ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ ରୂପେ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର।}$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \text{ହେଉ,}$$

$$\text{L.H.S} = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 9\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{2}{4} + 1$$

$$= \frac{1}{16} - \frac{9}{16} - \frac{8}{16} + \frac{16}{16}$$

$$= \frac{1 - 9 - 8 + 16}{16} = 0.$$

$\therefore \frac{1}{4}$ ରେ ଚାଲି ଯିବାକୁ ଯାଏ କିମ୍ବା ନାହିଁ ତାହା ଦେଖିବାକୁ ହେବ। - ①

10

$$4(\cos^2 \theta + \tan^4 \theta) = 10$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$4(\cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{\cos^4 \theta}) = 10$$

$$\times (\cos^4 \theta)$$

$$4(\cos^6 \theta + \sin^4 \theta) = 10 \cos^4 \theta$$

$$4(\cos^6 \theta + (\sin^2 \theta)^2) = 10 \cos^4 \theta$$

$$4(\cos^6 \theta + (1 - \cos^2 \theta)^2) = 10 \cos^4 \theta$$

$$4(\cos^6 \theta + 1 - 2\cos^2 \theta + \cos^4 \theta) = 10 \cos^4 \theta$$

$$4 \cos^6 \theta + 4 - 8 \cos^2 \theta + 4 \cos^4 \theta = 10 \cos^4 \theta$$

$$4 \cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta - 8 \cos^2 \theta + 4 = 0$$

$$\cos^2 \theta = x \quad \text{3/36/2000,}$$

$$4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} \text{ कोन प्रयोग।}$$

$$\therefore (4x-1)(x^2-2x-1) = 0$$

$$\therefore 4x-1=0 \quad \text{या} \quad x^2-2x-1=0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos \theta = \cos(45^\circ)$$

$$\theta = 2n\pi \pm 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad ; n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

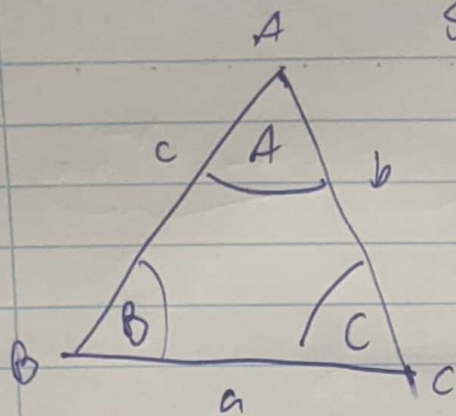
$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x \neq 1 + \sqrt{2} \quad (\cos^2 \theta = x \leq 1)$$

$$\therefore x \neq 1 - \sqrt{2} \quad (1 - \sqrt{2} < 0 \leq \cos^2 \theta)$$

15

c.



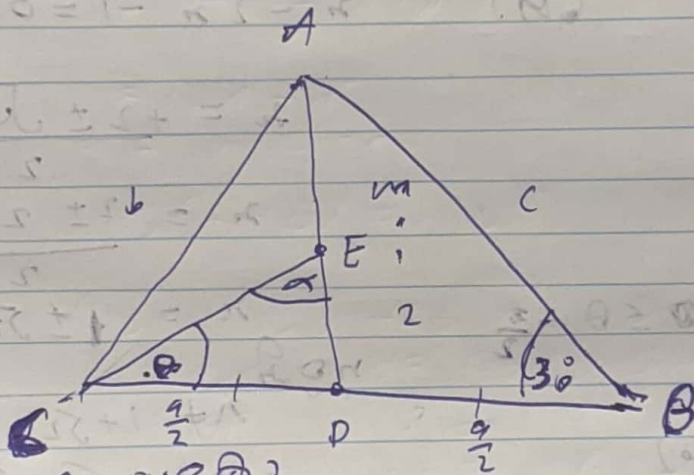
Sinh yōdōw.

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

Cos yōdōw.

$$\cos(A) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

20



i. $\cos(30^\circ) = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + c^2 - AD^2}{2 \times \frac{a}{2} \times c}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{a^2}{4} + c^2 - AD^2}{ac}$$

$$AD^2 = \frac{a^2}{4} + c^2 - \frac{\sqrt{3}ac}{2} = \frac{1}{4} (a^2 - 2\sqrt{3}ac + 4c^2)$$

$$AD^2 = \frac{1}{4} ((a - \sqrt{3}c)^2 + c^2)$$

RATHNA

$$AD = \frac{1}{2} \sqrt{(a - 2\sqrt{3}c)^2 + c^2} \quad ; \quad AD > 0$$

ii. CEO Δ ω CEO,

$$\frac{OE}{\sin \theta} = \frac{CD}{\sin \alpha}$$

$$OE = \frac{CD \sin \theta}{\sin \alpha}$$

$$\left(\frac{2}{m+2} \right) AD = \frac{a}{2} \frac{\sin \theta}{\sin \alpha}$$

$$\left(\frac{2}{m+2} \right)^2 AD^2 = \frac{a}{4} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}$$

$$AD^2 = \frac{(m+2)^2 a}{4} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{4} \left((a - 2\sqrt{3}c)^2 + c^2 \right) = \frac{(m+2)^2 a}{4} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}$$

$$\left((a - 2\sqrt{3}c)^2 + c^2 \right) = \frac{(m+2)^2 a}{4} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}$$

$$\therefore \left(\frac{m+2}{4} \right)^2 = 9$$

$$(m+2)^2 = 36$$

$$m+2 = \pm 6$$

$$m > 0 \text{ only}, \quad m = 6 - 2 = 4 \quad \text{30}$$

d.

$$\underbrace{\sin^{-1}(1-x)}_{\alpha} + \underbrace{\sin^{-1}(x)}_{\beta} = \underbrace{\cos^{-1}(x)}_{\theta}$$

$$\alpha + \beta = \theta$$

$$\sin(\alpha) = 1-x$$

$$\begin{aligned}\cos^2(\alpha) &= 1 - (1-x)^2 \\ &= 1 - (1 - 2x + x^2) \\ &= 2x - x^2 \\ &= x(2-x)\end{aligned}$$

$$\sin(\beta) = x$$

$$\cos^2(\beta) = 1 - x^2$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \theta$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \theta$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos \theta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = x + (1-x)x$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = x(2-x)$$

$$\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta = x^2(2-x)^2$$

$$x(2-x)(1-x^2) = x^2(2-x)^2$$

$$x(2-x)(1-x^2 - x(2-x)) = 0$$

$$x(2-x)(1-2x) = 0$$

$$-1 \leq x = \cos \theta \leq 1 \quad \text{and} \quad |x| < 1$$

$$2-x \neq 0$$

$$x \neq 0$$

$$1-2x=0$$

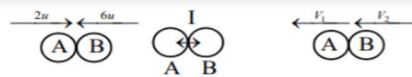
$$x=0$$

RATHIN

$$x = \frac{1}{2}$$

APPLIED PART 1

01.



පද්ධතිය සඳහා $I = \Delta mv$ යෙදවීමෙන්

$$\leftarrow m(v_1 - 2u) + 4m(v_2 - 6u) = 0 \quad \therefore mv_1 + 4mv_2 = 4m \times 6u - m \times 2u \quad (10)$$

$$v_1 + 4v_2 = 22u \quad (1)$$

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදවීමෙන්

$$v_1 - v_2 = \frac{1}{2}(6u + 2u)$$

$$v_1 - v_2 = 4u$$

$$v_2 = \frac{18u}{5} \quad (2)$$

$I = \Delta(mv)$ යෙදවීමෙන්

$$\leftarrow B, \quad -I_1 = 4m(v_2 - 6u) \quad (5)$$

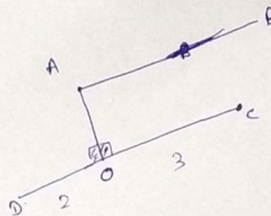
$$= 4m\left(\frac{18u}{5} - 6u\right)$$

$$I = \frac{48mu}{5}$$

$$(5) \quad \frac{48mu}{5}$$

25

02.



$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$$

$$= 3\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{AB} = 6\hat{i} - 8\hat{j}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \quad (5)$$

$$|\vec{OC}| = 10 \Rightarrow |\vec{OB}| = 4 \text{ and } |\vec{OC}| = 6$$

$$\vec{OC} \perp \vec{OA} \quad \vec{OC} \cdot \vec{OA} = 0 \quad \vec{OC} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j}$$

$$(x_1\hat{i} + y_1\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} + 6\hat{j}) = 0$$

$$x_1 - 2y_1 = 0$$

$$x_1 = 2y_1$$

$$|\vec{OC}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad (5)$$

$$6 = \sqrt{4y_1^2 + y_1^2}$$

$$y_1 = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$x_1 = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{OC} = \frac{6}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j}) \quad (5)$$

$$\vec{OD} \perp \vec{OA} \quad \vec{OD} \cdot \vec{OA} = 0 \quad \vec{OD} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j}$$

$$(x_2\hat{i} + y_2\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} + 6\hat{j}) = 0$$

$$-3x_2 + 6y_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2y_1 \quad (5)$$

$$|\vec{OD}| = 4$$

$$\sqrt{x_2^2 + y_2^2} = 4$$

$$y_2 = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$x_2 = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{OD} = \frac{4}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC}$$

$$\vec{DC} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j}) \cdot 4 = \frac{4}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j})$$

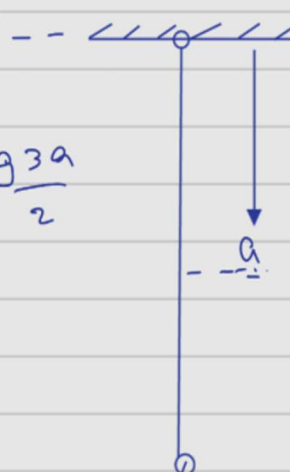
$$\vec{DC} = \frac{4}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{OD} = \frac{4}{\sqrt{5}}(2\hat{i} + \hat{j}) \quad (5)$$

03.

අනුරාග නව විධාන

$$PE = 0$$



$$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \frac{4mg}{a} \left(\frac{a}{2}\right)^2 = mg \frac{3a}{2}$$

$$v^2 = 3ga - ga$$

[15]

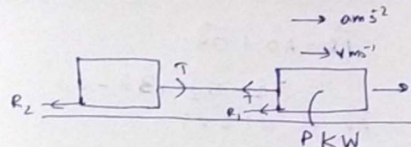
$$v^2 = 2ga$$

$$v = \sqrt{2ga}$$

[10]

25

04.



$$H = PV$$

$$F = \frac{1000P}{V} \quad [5]$$

මෙම බර බර $\rightarrow F = ma$

$$F - T - R_1 = Ma \quad (1) \quad [5]$$

මෙම බර බර $\rightarrow F = ma$

$$T - R_2 = ma \quad (2) \quad [5]$$

$$(1) + (2) \rightarrow F - (R_1 + R_2) = (M + m)a$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{F - T - R_1}{T - R_2} = \frac{M}{m} \quad [5]$$

$$F - T - R_1 = \frac{M}{m} (T - R_2)$$

$$F - R_1 + \frac{M}{m} R_2 = \frac{M}{m} T + T$$

$$1000Pm - mR_1 + mR_2 = MT + mT$$

$$T = \frac{1000Pm - V(mR_1 - mR_2)}{(M + m)V} \quad [5]$$

25

05.

$$V_{A,E} \rightarrow 2u$$

$$V_{B,E} =$$

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$V = \frac{2u}{2} \quad [5]$$

$$v^2 = LN^2 = (2u)^2 + (u)^2 - 2 \times 2u \times u \cos 60$$

$$= 3u^2 \quad [5]$$

$$V = \sqrt{3}u$$

$$\frac{u}{\sin \alpha} = \frac{v}{\sin 60}$$

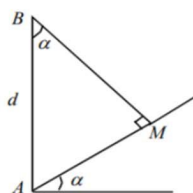
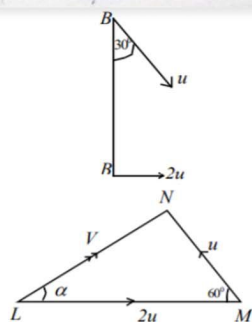
$$\frac{u}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}u \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ \quad [5]$$

$$\text{මෙම } d \cos \alpha = d \cos 30 = \frac{\sqrt{3}d}{2} \quad [5]$$

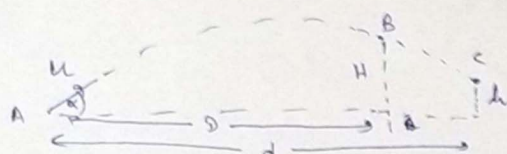
$$\text{මෙම } d \sin \alpha = \frac{d \sin 30}{2} = \frac{d}{2\sqrt{3}u} \quad [5]$$



25

06.

(3)



$$A-B \rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = u \cos \alpha t_1$$

$$t_1 = \frac{d}{u \cos \alpha} \quad [5]$$

$$A-B \uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$H = u \sin \alpha \frac{d}{u \cos \alpha} + \frac{1}{2} g \frac{d^2}{u^2 \cos^2 \alpha} \quad (1) \quad [5]$$

$$A-E \rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = u \cos \alpha t_2$$

$$t_2 = \frac{d}{u \cos \alpha}$$

$$A-C \uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$h = u \sin \alpha \frac{d}{u \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{d^2}{u^2 \cos^2 \alpha} \quad (2) \quad [5]$$

$$(1) - (2) \quad H - h = \frac{u \sin \alpha}{\cos \alpha} (t_1 - t_2) - \frac{1}{2} g \frac{1}{u^2 \cos^2 \alpha} (t_1^2 - t_2^2)$$

$$H - h = \frac{u \sin \alpha}{\cos \alpha} (t_1 - t_2) - \frac{1}{2} g \frac{1}{u^2 \cos^2 \alpha} (t_1^2 - t_2^2)$$

$$H > h \quad [5]$$

$$H - h > 0$$

$$\frac{u \sin \alpha}{\cos \alpha} (t_1 - t_2) - \frac{g}{2u^2 \cos^2 \alpha} (t_1^2 - t_2^2) > 0 \quad ; t_1 > t_2$$

$$\frac{u \sin \alpha}{\cos \alpha} (t_1 - t_2) - \frac{g}{2u^2 \cos^2 \alpha} (t_1^2 - t_2^2) > 0$$

$$(t_1 - t_2) \left(\frac{u \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g}{2u^2 \cos^2 \alpha} (t_1 + t_2) \right) > 0$$

[5]

25

07.

20. දණ්ඩෙහි ක්‍රියාකාරක බල

- බර W
- තිරස් බලය P
- A හි ප්‍රතික්‍රියාව

බල ත්‍රිකෝණය OAC සැලකීමෙන්

$R \rightarrow OA$ (OA මගින් R නිරූපණය වේ)

$W \rightarrow AC$ (AC මගින් w නිරූපණය වේ)

$P \rightarrow CO$ (CO මගින් P නිරූපණය වේ)

$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$\frac{R}{OA} = \frac{W}{AC} = \frac{P}{CO} \quad [5]$$

$AB = 2a$ නම්

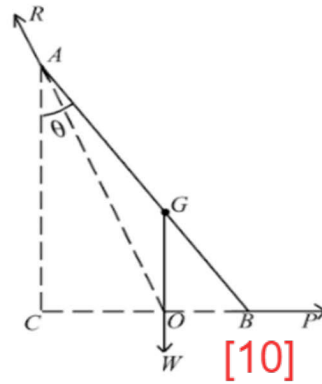
$$AC = 2a \sin \theta = \frac{8a}{5}$$

$$CB = 2a \sin \theta = \frac{6a}{5}$$

$$CO = \frac{3a}{5}$$

$$P = W \cdot \frac{CO}{AC} = \frac{3W}{8}$$

AB හි සමතුලිතතාවය w, p, s එක ම ලක්ෂ්‍යය හරහා යා යුතු යි.



බල ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්

P අවමය විමට නම් P හා S ලම්බ විය යුතු ය.

ADB ත්‍රිකෝණයේ

$AG = GB$, and $\angle ADB = 90^\circ$

$\therefore AG = GB = GD$

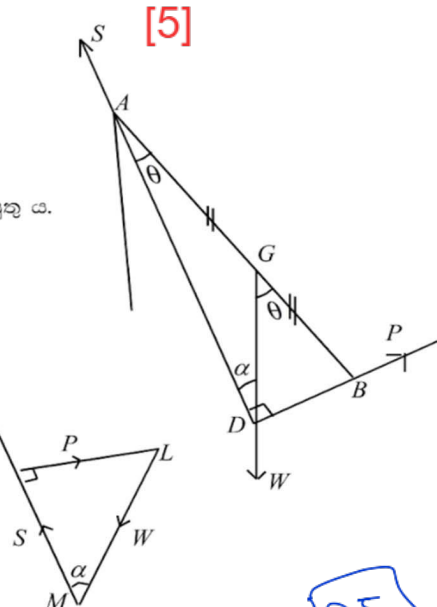
$$\alpha = \frac{\theta}{2}$$

$$P = W \sin \alpha = W \sin \frac{\theta}{2}$$

[5]

ගෝලයේ සමතුලිතතාවය බල

- බර w G.



25

08.

25. AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා



$$F + T \cos 60 - W \sin 30 = 0 \quad (1)$$

$$R + T \sin 60 - W \cos 30 = 0$$

B වටා ඝූර්ණය ශුන්‍ය වේ.

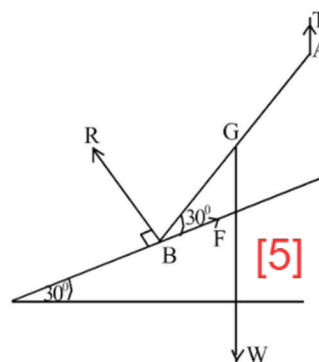
$$T \cdot 2a \cos 60 - W a \cos 60 = 0 \quad [5]$$

$$T = \frac{W}{2} \quad [5]$$

$$F = W \sin 30 - T \cos 60 = \frac{W}{4}$$

$$R = W \cos 30 - T \sin 60 = \frac{W\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{F}{R} \leq \mu, \quad \mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \mu \min \frac{1}{\sqrt{3}} \quad [5]$$



[5]

25

09.

9)

$$f_i \propto C_i$$

$$f_i = k C_i$$

[5]

$$\text{Mean } (\mu) = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum_{i=1}^n k C_i \cdot i}{\sum_{i=1}^n k C_i}$$

$$= \frac{k \sum_{i=1}^n C_i \cdot i}{k \sum_{i=1}^n C_i} \quad [5]$$

$$(1+x)^n = \sum_{i=0}^n {}^n C_i \cdot x^i \quad \text{--- (1)}$$

$x=1;$

$$2^n = \sum_{i=0}^n {}^n C_i$$

$$= {}^n C_0 + \sum_{i=1}^n {}^n C_i$$

$$2^n = 1 + \sum_{i=1}^n {}^n C_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n {}^n C_i = 2^n - 1 \quad \text{--- (2)} \quad [5]$$

① x සහ x ප්‍රමාණය.

$$n(1+x)^{n-1} = \sum_{i=0}^n {}^n C_i \cdot i \cdot x^{i-1}$$

$x=1;$

$$n 2^{n-1} = \sum_{i=0}^n {}^n C_i \cdot i$$

$$n 2^{n-1} = {}^n C_0 \cdot 0 + \sum_{i=1}^n {}^n C_i \cdot i$$

$$\sum_{i=1}^n {}^n C_i \cdot i = n 2^{n-1} \quad \text{--- (3)} \quad [5]$$

②, ③ ධ $\mu = \frac{n 2^{n-1}}{2^n - 1} \quad [5]$

25

10.

10)

විෂේෂ අවස්ථාවේ

$$\frac{\sum_{i=1}^{100} x_i}{100} = 30$$

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = 3000 \quad [5]$$

විෂේෂ අවස්ථාවේ

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i - 40 + 30}{100}$$

$$= \frac{29}{1} \quad [5]$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i^2 - 40^2 + 30^2 - 29^2}{100} \quad [5]$$

$$= \frac{2581 - 1600 + 59}{100}$$

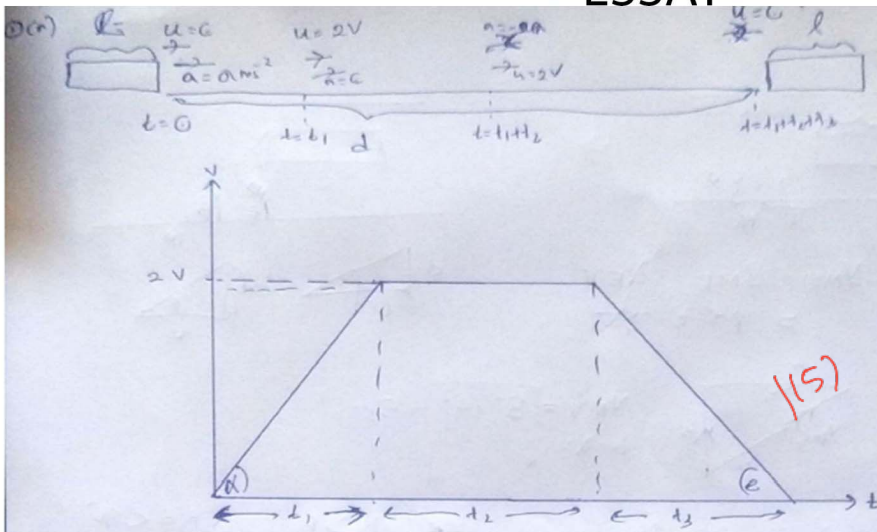
$$= 10.4$$

$$\sigma = 3.23 \quad [5]$$

25

ESSAY

11.



$$\tan \alpha = \frac{2V}{t_1}$$

$$a = \frac{2V}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{2V}{a} \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{2V}{t_3}$$

$$t_3 = \frac{2V}{a} \quad (5)$$

$$d + l = \frac{1}{2} t_1 \cdot 2V + 2V t_2 + \frac{1}{2} t_3 \cdot 2V \quad (10)$$

$$= \frac{2V^2}{a} + 2V t_2$$

$$d + l = t_1 V + 2V t_2 + t_3 V$$

$$\frac{d+l}{V} = t_1 + 2t_2 + t_3 \quad (10)$$

$$t_1 + 2t_2 + t_3 + t_1 + t_3 = \frac{d+l}{V} + t_1 + t_3 \quad (10)$$

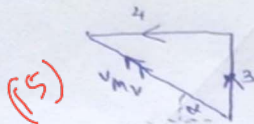
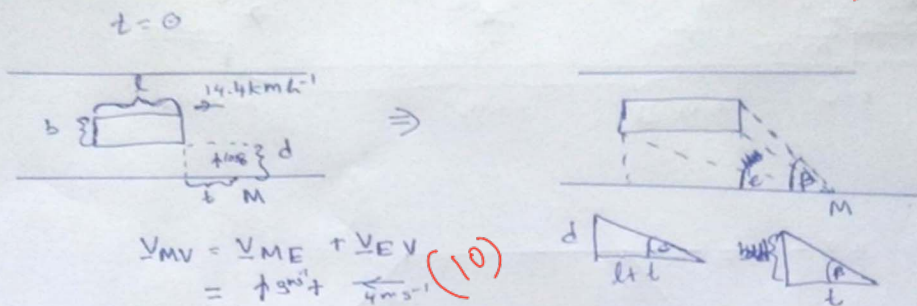
$$2(t_1 + t_2 + t_3) = \frac{d+l}{V} + \frac{2V}{a} + \frac{2V}{a}$$

$$2T = \frac{a(d+l) + 2V^2 + V^2}{aV}$$

$$T = \frac{3V^2 + a(d+l)}{2aV} \quad (20)$$

75

③



$$V_{MV} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s} \quad (10)$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{3}$$

④

$$\theta > \alpha \quad \text{and} \quad \alpha > \beta \quad (5)$$

$$\tan \theta > \tan \alpha \quad \text{and} \quad \tan \alpha > \tan \beta \quad (5)$$

$$\frac{d}{l+t} > \frac{a}{4} \quad \text{and} \quad \frac{a}{4} > \frac{b+d}{t}$$

$$d > \frac{3(l+t)}{4} \quad \text{and} \quad 3t > 4b + 4d \quad (10)$$

$$d > \frac{3(l+t)}{4} \quad (10)$$

$$3t > 4b + 4d \quad (10)$$

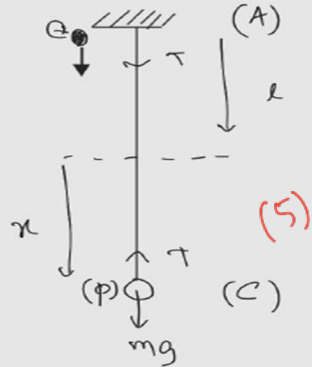
$$d < \frac{3t - 4b}{4} \quad (10)$$

$$\frac{3(l+t)}{4} < d < \frac{3t - 4b}{4}$$

$$3(l+t) < 4d < 3t - 4b \quad (10)$$

75

13.



$$F = ma$$

$$mg - T = 0$$

$$mg = \frac{\lambda}{l} x = \frac{mg}{l} x$$

$$\underline{x = l} \quad (5)$$

Q. $v^2 = u^2 + 2as$

↓

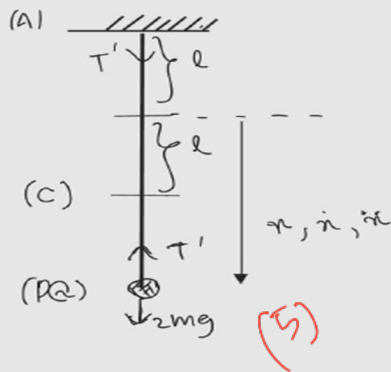
$$v^2 = 2g2l$$

$$v = 2\sqrt{gl} \quad (5)$$

അവതര ഘോഷിതയ്ക്ക് ↓

$$m \cdot 2\sqrt{gl} = 2m v_2$$

$$v_2 = \sqrt{gl} \quad (10)$$



PA. $v^2 = u^2 + 2as$

$$2mg - T = 2m \ddot{x} \quad (5)$$

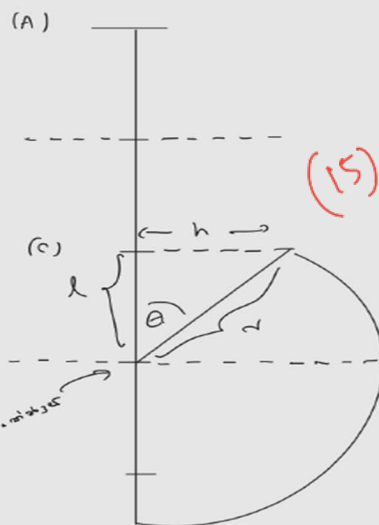
$$2mg - \frac{mg}{l} x = 2m \ddot{x} \quad (5)$$

$$\ddot{x} = -\frac{g}{2l} (x - 2l) \quad (5)$$

∴ $\omega = \sqrt{\frac{g}{2l}} \quad (5)$

പരയ ഘോഷിതയ്ക്ക് $x = 2l$

ഇങ്ങനെ അതര ഘോഷിതയ്ക്ക് $x = 2l$



$$v = h\omega$$

$$h = \frac{\sqrt{gl} \sqrt{2l}}{\sqrt{g}}$$

$$h = \sqrt{2}l \quad (5)$$

$$r^2 = l^2 + 2l^2$$

$$r = \sqrt{3}l \quad (5)$$

∴ ഇതിൽ $AB = 3l - \sqrt{3}l$

$$AB = (3 - \sqrt{3})l > l \quad (10)$$

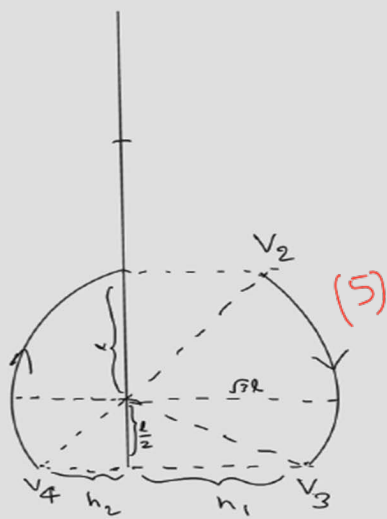
∴ ഇതിൽ $AB = (3 - \sqrt{3})l > l$

∴ ഇതിൽ $AB = (3 - \sqrt{3})l > l$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}} \quad (10)$$

$$h = \frac{7l}{2} \quad \text{അത്}$$

$$r_2 = \left(\frac{7}{2} - 3\right)l = \frac{1}{2}l \quad (5)$$



$$h_2 = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}}$$

$$h_2 = \frac{\sqrt{3}l}{2} \quad (5)$$

$V_c = 0$ යන තර්කයෙන්
 $\therefore$ උපරිම වේගය වන විට
 $v = l \omega$ වේ.

$$\therefore h_1 \omega = v_3 \quad (5)$$

$$h_2 \omega = v_4$$

$$h_1 = \sqrt{(\sqrt{3}l)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{12-1}{4}\right)} l$$

$$h_1 = \frac{\sqrt{11}}{2} l \quad (5)$$

ත. ශ. ත. සමතුලිතය

$$v_4 = e v_3$$

$$\frac{\sqrt{3}l}{2} \omega = e \cdot \frac{\sqrt{11}l}{2} \omega$$

$$e = \sqrt{\frac{3}{11}} \quad (10)$$

14.

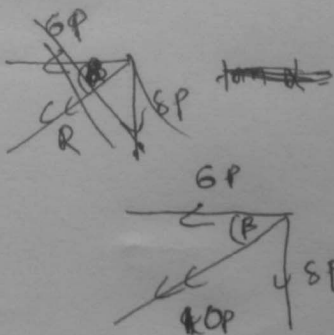
(i) $\alpha a + \beta b = 0$ නම්

$$\alpha a = -\beta b$$

$$\beta \neq 0, \alpha \neq 0 \text{ නම් } a = -\frac{\beta}{\alpha} b$$

$$a \parallel b \text{ නොවේ. } \alpha = 0 \text{ හෝ } \beta = 0 \text{ නම් } (15)$$

දී ඇති ඛණ්ඩයේ විභව ශක්තිය = 10P යන විට



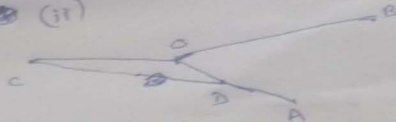
$$\tan \beta = \frac{6P}{4P}$$

$$\tan \beta = \frac{4}{3} \quad (5)$$

$$\therefore \text{ නිගමනය } \cdot \frac{4}{3} = \frac{y-0}{x-\alpha}$$

$$3y - 4x + 4\alpha = 0 \quad (10)$$

(31)



$$\vec{OB} = \vec{OA}$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AC} \\ &= \vec{OA} + \vec{AO} + \vec{OC} \\ \vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AO} + \vec{OC} \\ \vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AO} + \vec{OC} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{OB}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = -\vec{OA} + \vec{OB} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} \quad (5)$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = -\vec{OA} + \vec{OA} + \vec{OB} \Rightarrow \vec{AC} = \vec{OB} \quad (5)$$

A, B, C are collinear

$$\vec{AB} \parallel \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{AC}$$

$$-\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OB} - \vec{OA} \quad (5)$$

$$-\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$-\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{AC} \quad (5)$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \vec{AC}$$

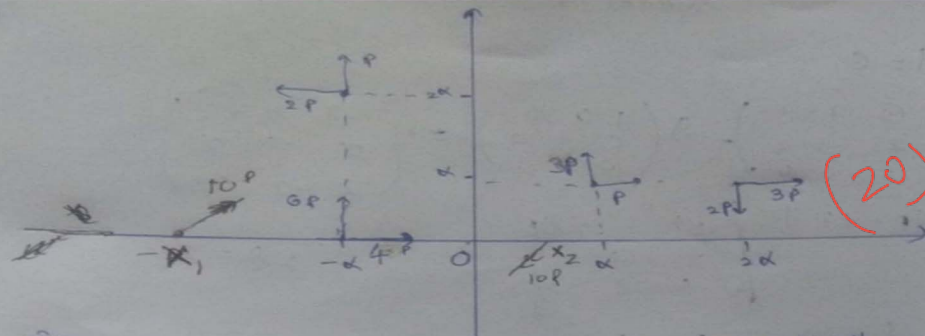
$$1 - \alpha < 1 \Rightarrow 1 - \alpha > 0$$

$$\alpha > 0 \Rightarrow \alpha < 1$$

$$0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

75

(32)



$$\vec{G}_O = 6P \times 4 + 6P \times 4 - 2P \times 2\alpha - 3P \times 1P + 2P \times 2\alpha + 3P \times 1P \quad (10)$$

$$\vec{X} = 4P - 2P + 13P \quad \vec{Y} = P + 6P + 13P - 2P \quad (5)$$

$$\vec{X} = 6P \quad \vec{Y} = 8P \quad (5)$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10P$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (10)$$

Find the value of $(-x, 0)$ and $(0, y)$ and (x, y)

$$\vec{G}_O = 8P \times 1; \vec{G}_O = 8P \times 1$$

$$8P \times 1 = 8P \times 1$$

$$x_1 = 1 \quad (5)$$

$$\tan \theta = \frac{y - 0}{x - x_1} \quad (5)$$

$$\frac{4}{3} = \frac{y - 0}{x + 1}$$

$$3y = 4x + 4 \quad (5)$$

$$3y - 4x = +4 \quad (5)$$

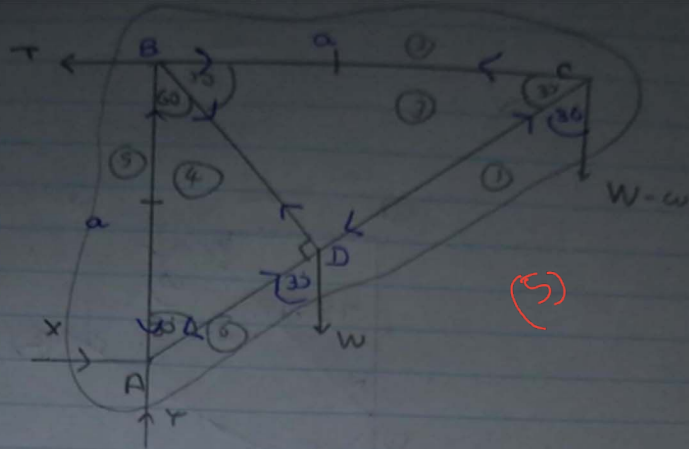
(iii) Find the value of x_2 and y_2 and (x_2, y_2) and (x_2, y_2)

$$8P (x_2 + 1) = 16P \times 1$$

$$x_2 = 1 \quad (10)$$

75

15 (A)



$$(T)(a) = (W)\sin(30^\circ)a\cos(30^\circ) + (2a\cos 30^\circ)(W-w)\sin 30^\circ$$

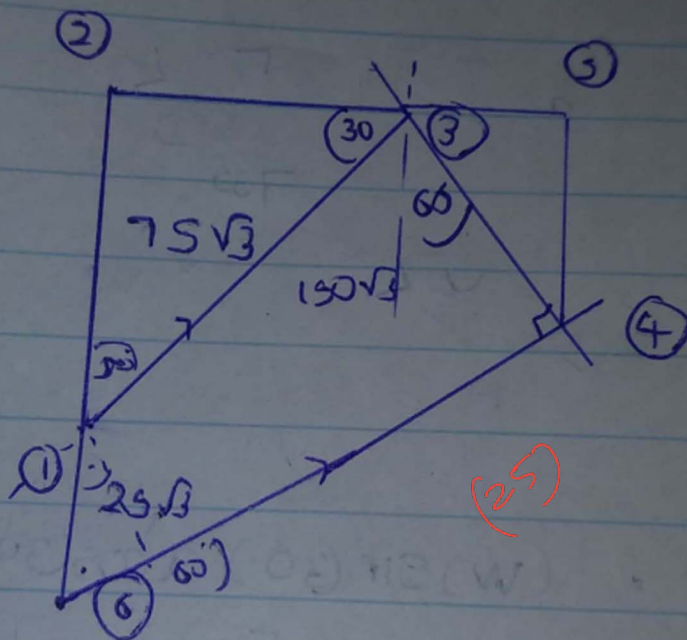
$$T = \frac{\sqrt{3}W}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}[W-w]$$

$$T = \frac{\sqrt{3}}{4} [2W - w]$$

↑ ഏരിയ = W

→ ഏരിയ = T = $\frac{\sqrt{3}}{4} [2W - w]$ (5)

ഭാഗം	ഭാഗം	ഭാഗം	ഭാഗം	ഭാഗം
BC	(2) (3)	✓	(5)	75 (5)
DC	(1) (3)	✓	(5)	150√3 (5)
BD	(4) (3)	✓ (5)	(5)	25√3/2 (5)
BA	(5) (4)	✓	(5)	25√3/4 (5)
AD	(6) (4)	✓	(5)	50√3/2 (5)



15 (B)

10. (a) AB හා AC හි සමතුලිතතාව

$$\uparrow R + S - 4w = 0$$

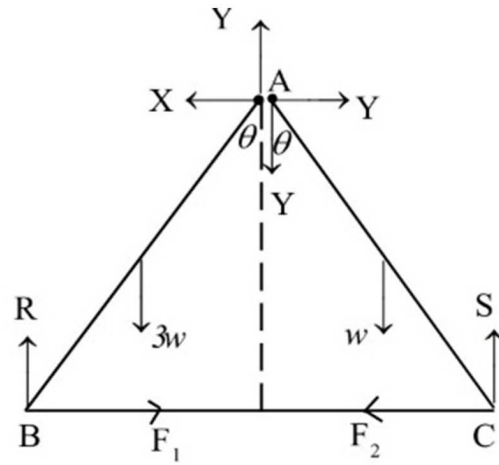
$$R + S = 4w \quad (5)$$

$$B) = 0$$

$$S.4a \sin \theta - w.3a \sin \theta - 3w.a \sin \theta = 0$$

$$S = \frac{3w}{2}, \quad R = \frac{5w}{2} \quad (5)$$

$$\longrightarrow F_1 - F_2 = 0; \quad F_2 = F_2 \quad (=F, \text{ say}) \quad (5)$$



AB හි සමතුලිතතාව $A = 0$

$$F.2a \cos \theta - R.2a \sin \theta + 3w.a \sin \theta = 0$$

$$F = w \tan \theta$$

$$\frac{5w}{2} > \frac{3w}{2} \quad (5)$$

$$R > S$$

$$\frac{1}{R} < \frac{1}{S}$$

$$\frac{F}{R} < \frac{F}{S} \quad (5)$$

සමතුලිතතාව, $\frac{F}{R} \leq \mu$ හා $\frac{F}{S} \leq \mu \quad (10)$



$$\text{i.e. } \frac{F}{R} < \frac{F}{S} \leq \mu$$

θ වැඩි වන විට $\frac{F}{S}$ මූලින් μ ට ළඟා වේ.

මූලින් ම C සීමාකාරී වේ.

$$\text{දන් } \frac{F}{R} = \frac{w \tan \theta \times 2}{5w} = \frac{2 \tan \theta}{5} \quad (10)$$

$$\frac{F}{S} = \frac{w \tan \theta \times 2}{3w} = \frac{2 \tan \theta}{3}$$

$$\text{එනම්, } \frac{F}{S} \leq \mu \quad (5)$$

$$2 \frac{\tan \theta}{3} \leq \mu$$

$$\tan \theta \leq \frac{3\mu}{2} \quad (10)$$

AB සඳහා

$$F - X = 0$$

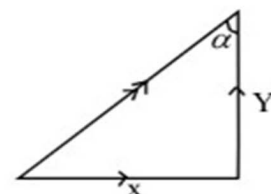
$$\longrightarrow X = F = w \tan \theta$$

$$\uparrow Y + R - 3w = 0 \quad (5)$$

$$Y = \frac{w}{2}$$

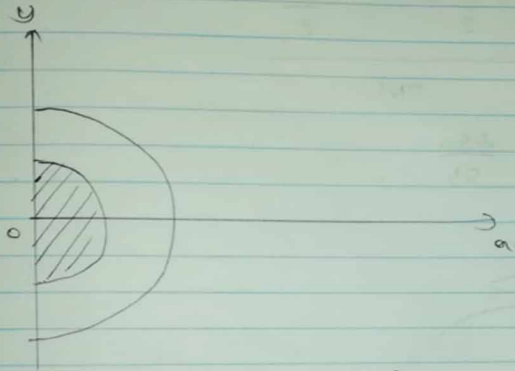
$$\tan \alpha = \frac{X}{Y} = 3\mu \quad (10)$$

$$\alpha = \tan^{-1}(3\mu)$$



175

2)



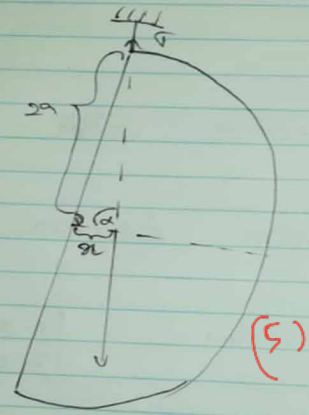
2. අනුභව ඔබ පැවැත්මක බැවින් මු. නොමැදර
මු. වන ඉවතිර.

ρ - මිනිසා ජනිතම මිනිසා

	මිනිසා	2. අනුභව මු. මු. නොමැදර	
	$\frac{4}{3} \pi (2a)^3 \frac{\rho}{2} = 8M$	$\frac{3}{8} (2a)$	(10)
	$\frac{4}{3} \pi a^3 \frac{\rho}{2} = M$	$\frac{3a}{8}$	(10)
	$7M$	$\bar{x}$	(10)

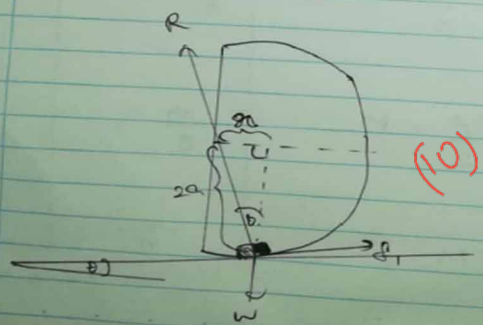
$$\bar{x} = \frac{8M \cdot \frac{3}{8} 2a - M \frac{3a}{8}}{7M}$$
$$= \frac{45a}{56} \quad (5)$$

i)



$$\tan \alpha = \frac{3a}{a}$$
$$= \frac{3a \cdot 36}{45a}$$
$$= \frac{112}{45}$$

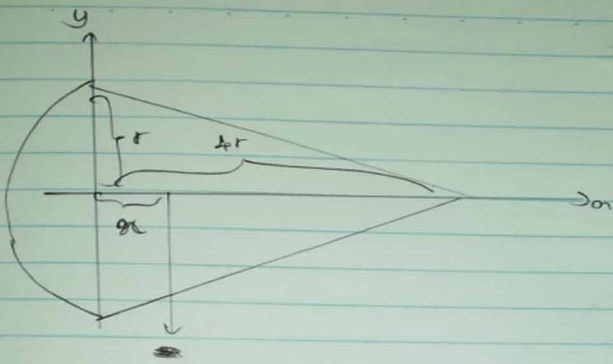
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{112}{45} \right) \quad (5)$$



$$\sin \theta = \frac{a}{2a}$$
$$= \frac{45a}{56} \cdot \frac{1}{2a}$$
$$= \frac{45}{112} \quad (5)$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{45}{112}$$

$$\theta_{max} = \sin^{-1} \left(\frac{45}{112} \right) \quad (15)$$



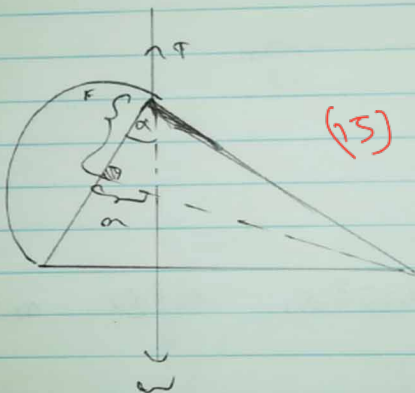
මෙම n වලට, මෙම ප්‍රමාණයන් බෙදීමේදී n ණේ නිසා
මෙම ප්‍රතිඵලය.

	විකෘතිය	උපු ප්‍රමාණය මෙම n ණේ නිසා
	$\frac{1}{3} \pi r^2 + 4r = 2MP$	$\frac{4r}{4} = r$
	$\frac{4\pi r^3}{3} \frac{2\alpha}{2} = M \frac{2\alpha}{8}$	$\frac{-3r}{8}$
	$M(2\rho + \sigma)$	$\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{2MP \cdot r + M \frac{2\alpha}{8} \cdot \frac{-3r}{8}}{M(2\rho + \sigma)} = \frac{2\rho r - \frac{3}{8} r \sigma}{2\rho + \sigma}$$

$$= \frac{r(16\rho - 3\sigma)}{8(2\rho + \sigma)} \quad (10)$$

$$\rho = \sigma, \quad \bar{x} = \frac{5r}{8} \quad (11)$$



$$\tan \alpha = \frac{\bar{x}}{r}$$

$$= \frac{5r}{8} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\alpha = \frac{5}{8}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \quad (12)$$

(17) a) $P(A_i/D) = \frac{P(A_i \cap D)}{P(D)}$
 $= \frac{\sum_{j=1}^3 P(A_j \cap D)}{P(D)}$
 $= \frac{P(A_1) \cdot P(D/A_1)}{\sum_{j=1}^3 P(A_j) \cdot P(D/A_j)}$ (5)

മി. ശിക്ഷാ നഗരം,

$NA_1 = 200$
 $NA_2 = 175$
 $NA_3 = 125$

$P(A_1) = \frac{NA_1}{500} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}$

$P(A_2) = \frac{NA_2}{500} = \frac{175}{500} = \frac{7}{20}$

$P(A_3) = \frac{NA_3}{500} = \frac{125}{500} = \frac{1}{4}$

ഔദ്യോഗിക ജീവ - E

$P(E/A_1) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

$P(E/A_2) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ (5)

$P(E/A_3) = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$

i) $P(E) = \sum_{i=1}^3 P(A_i) \cdot P(E/A_i)$
 $= \frac{2}{5} \times \frac{1}{25} + \frac{7}{20} \times \frac{1}{25} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{50}$ (5)
 $= \frac{45}{1000} = 0.045$

ii) $P(A_i/E) = \frac{P(A_i \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A_i) \cdot P(E/A_i)}{P(E)}$
 $= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{25}}{\frac{45}{1000}}$ (5)
 $= \frac{8}{45}$

$P(A_1/E) = \frac{7}{20} \times \frac{1}{25} = \frac{7}{500}$
 $= \frac{14}{1000}$ (5)

$P(A_3/E) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{50} = \frac{3}{200}$
 $= \frac{15}{1000} = \frac{15}{1000}$ (5)

$P(A_1/E) > P(A_3/E) > P(A_2/E)$ (5)

∴ മികച്ച ജീവിതം നയിക്കാൻ ആദ്യം A_1 അനുയോജ്യം.

iii) ഉറപ്പ് D_1, D_2, D_3

$P(E/D_1) = P(E/D_2) = P(E/D_3) = 0.045$ (5)

ഉറപ്പ് നൽകിയിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് ഉറപ്പ് നൽകിയിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട്

$P(J) = 0.045 \times (1-0.045) \times (1-0.045) \times 3$
 $= 0.045 \times 0.955^2 \times 3$
 $= 0.123$ (10)

iv) $P(X_i) = A_i$ അനുയോജ്യതയുള്ളതുകൊണ്ട് ഉറപ്പ് നൽകിയിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട്

$P(K) = \sum_{i=1}^3 P(X_i)$

$\therefore P(K) = \sum_{i=1}^3 P(X_i)$ (15)

$= P(E/A_1) \cdot [1 - P(E/A_2)] \cdot [1 - P(E/A_3)] +$
 $P(E/A_2) \cdot [1 - P(E/A_1)] \cdot [1 - P(E/A_3)] +$
 $P(E/A_3) \cdot [1 - P(E/A_1)] \cdot [1 - P(E/A_2)]$ (5)

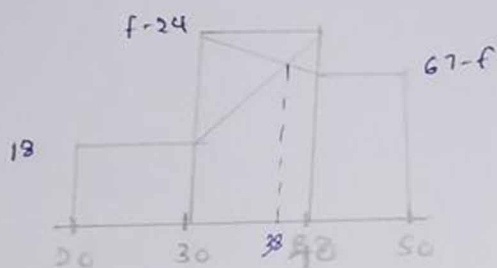
$= \frac{1}{25} \cdot \left[\frac{24}{25} \right] \left[\frac{47}{50} \right] + \frac{1}{25} \left[\frac{24}{25} \right] \left[\frac{47}{50} \right] + \frac{3}{50} \cdot \left[\frac{24}{25} \right]^2$

$= 0.127$ (10)

b)

ക്ലാസ്സ്	f_i	x_i	$u_i = \frac{x_i - 35}{10}$	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$	F_i
0-10	4	5	-3	-12	36	4
10-20	2	15	-2	-4	8	6
20-30	18	25	-1	-18	18	24
30-40	$f-24 = 22$	35	0	0	0	46
40-50	$67-f = 21$	45	1	21	21	67
50-60		55	2	38	76	86
60-70	19	65	3	30	90	96
70-80	10	75	4	12	48	106
80-90	3	85	5	5	25	111
	1					112
	$\Sigma f_i = 100$			$\Sigma f_i u_i = 72$	$\Sigma f_i u_i^2 = 322$	

i)

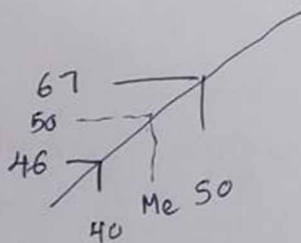


$$\frac{f-24-18}{38-30} = \frac{f-24-(67-f)}{40-30}$$

$$\frac{f-42}{8} = \frac{2f-91}{10}$$

$$f = 46$$

ii) $\frac{100+1}{2} \rightarrow 50$ ലെ വൃദ്ധി.



$$\frac{Me-40}{50-46} = \frac{50-40}{67-46} = \frac{10}{21}$$

$$Me = 41.94$$

iii) $\mu = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$$x_i = 10u_i + 35$$

$$\mu = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{10 \Sigma f_i u_i + 35 \Sigma f_i}{100}$$

$$= \frac{10 \times 72 + 35 \times 100}{100}$$

$$= 42.2$$

iv) $\sigma_x^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \right)^2$

$$= 100 \left[\frac{\Sigma f_i u_i^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \right)^2 \right]$$

$$= 100 \left[\frac{322}{100} - \left(\frac{72}{100} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_x^2 = 270.16$$