



13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021 දෙසැම්බර්
Grade 13 - Last Term Test - December 2021

10 S I

කාලය - පැය 3 යි
Time - 3 hours

Name / Index number

A ଘୋଷିତ

ପ୍ରଥମ କ୍ରମ	ପ୍ରଶ୍ନ
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
ଟିକାଦ୍ୱାରା	

B ဓာတ်ငွေ

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව	

	ලකුණු
A කොටස	
B කොටස	
එකතුව	

A නොවිය

- (1) ශේෂ අනුපාත මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $5^n - 4^n - 1$ යන්න 4 හි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අනුපාතයක් බව සාධනය කරන්න.

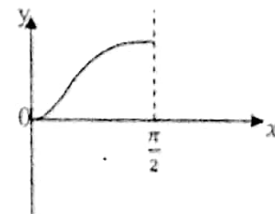
(2) එකම රූප සටහනක $y = \frac{1}{2} |x - 1|$ හා $y = |x| - 1$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $|x - \frac{1}{2}| > |2x| - 1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියළුම තාවකාලි අගයන් සොයන්න.

- (3) $|Z + 3i + 2| = 1$ වන පරිදි වූ Z හි පරාස ආගන්තික සමහනක ඇඳ දක්වන්න. එමගින් $|Z - 2|$ ට ගතහැකි අඩුතම අගයත් වැඩිතම අගයත් සොයන්න.

(4) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos^3 x)(\sqrt{3}x - \sqrt{3}\pi)}{\sin^3 x} = \frac{-3\sqrt{3}}{4\sqrt{\pi}}$ බව පෙන්වන්න.

(4) අපද්‍රව්‍ය $(6 + \frac{2}{3})(1+x)^n$ ප්‍රාග්ධනය x^{n+1} හි පදයකට $2!$ වේ. n හි අගය සොයන්න.

(6) එයටත් දක්වා ඇති $y = \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}$ චක්‍රයෙන් හා x අක්ෂයෙන් ද $x = \frac{\pi}{2}$ වර්තමානයේ දක්වා ප්‍රදේශය A අක්ෂය වටා වර්තමානයේ 2π උඩින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන තන චක්‍රයෙහි පරිමාව සොයන්න.



(9) $P \equiv (-3, 2)$ ලක්ෂ්‍ය $S \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
 $S \equiv 0$ වෘත්තය මත වූ P ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(10) $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \cot \frac{\theta}{2}$ බව පෙන්වා එමගින්

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{4\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{8\pi}{15} = 2\operatorname{cosec} \frac{\pi}{15} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$



විශාල විද්‍යාලය, කොළඹ 6

13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021 දෙසැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය - I

B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

(11) (a) $f(x) = x^2 + (\lambda + 7)x + \lambda$ යැයි ගනිමු. $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රමිත මූල දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල දෙකෙහි අන්තරය අවම වන විට λ හි අගය සොයන්න.

එමගින් $f(x) = 0$ හි මූල දෙකෙහි අවම අන්තරය ලබා ගන්න.

λ ඉහත අගය ගන්නා විට

(i) $\frac{2}{f(x)}$ වැඩිතම අගය සොයා එය ලැබෙන්නා වූ x හි අගය සොයන්න

(ii) α සහ β යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම් $\alpha^4 - 1$ සහ $\beta^4 - 1$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න

(b) $f(x) = x^4 + \lambda x^3 - x^2 + \mu x + 2$ යැයි ගනිමු. මෙහි λ, μ තාත්වික නියතවේ.

$(x - 1)$ සහ $(x + 2)$ යනු $f(x)$ හි සාධක නම් λ සහ μ හි අගයයන් සොයන්න. ඒ නමින් හෝ

අන් ක්‍රමයකින් හෝ ' $f(x)$ සාධක ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. තවද $f(x)$ බහුපදය $(x^2 - 1)$ න් බෙදවීමට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(12) (a) පන්තියක සිසුන් 25 ක් සමාන කණ්ඩායම් පහකට වෙන් කළ හැකි ආකාර ගණන $\frac{25!}{(5!)^5}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත එක් එක් කණ්ඩායම නියෝජනය වන පරිදි විශේෂ ව්‍යාපෘතියක් සඳහා සිසුන් 6 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරාගත හැකි ආකාර ගණන ගණනය කරන්න. ඔවුන් පේළියට වාඩි කරවීමේදී එකම කණ්ඩායමක දෙදෙනෙකු එකට සිටිය නොහැකි වන සේ සිදුකළ යුතු නම් වාඩි කළ හැකි ආකාර ගණන ද ගණනය කරන්න.

(b) සියලු $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r + 3 = A(r + 1)(r + 2) + Br(r + 2) + cr(r + 1)$ වන පරිදි A, B හා C හි අගයයන් සොයන්න.

ඒ නමින්

$U_r = \frac{r+3}{3^r r(r+1)(r+2)}$ නම් $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(x)$ සොයන්න.

තවද $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)3^n} + \frac{1}{2(n+2)3^n}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව තවදුරටත් පෙන්වා එහි එකතුව සොයන්න.

තවද $3 \sum_{r=3}^{\infty} U_{r-1}$ හි අගය සොයන්න.

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ වේ. $C = AB$ වන පරිදි C න්‍යාසය සොයා C^{-1} ලියා දක්වන්න.

$CDC^{-1} = 2C^2 + 3C$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න.

$(CD)^{-1} = D^{-1}C^{-1}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න. තවද ශුන්‍ය න්‍යාසය $P = BA$ සොයන්න.

$X = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ b \end{pmatrix}$ මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$PX = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ වන පරිදි a සහ b සොයන්න.

(b) $Z = \cos \theta + i \sin \theta$ යැයි ගනිමු. මෙහි $0 < \theta < 2\pi$ වේ.

(i) $|1 - Z| = 2 \sin \frac{\theta}{2}$ බව ද

(ii) $\left(\frac{1+Z}{1-Z}\right)$ හි තාත්වික සහ අතාත්වික කොටස ද සොයන්න.

(iii) $\operatorname{Re}\left(\frac{Z}{1-Z}\right) = \frac{-1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $Z = \frac{8\sqrt{3}-4i}{7+\sqrt{3}i}$ යැයි ගනිමු. $Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. ද මූලාවර්ග ප්‍රමේය භාවිතයෙන් $Z^{12} + \bar{Z}^{12} = 8192$ බව පෙන්වන්න.

(14) (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ සොයන්න. ඒකයින් $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරැම් ලක්ෂ්‍යයේ බිඳවැටීම ද සොයන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2x+4}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බිඳවැටීම සොයන්න.

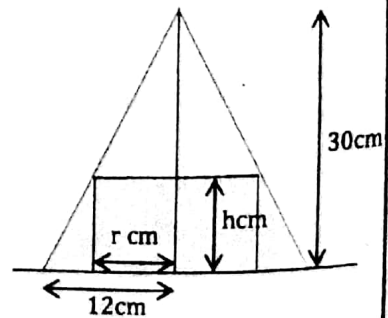
සරලයෙන්ම, හැරැම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ තිරස් තලයක් මත තැබූ උස 30cm ක් හා

ආධාරකයේ අරය 12cm වූ කුහර කේතුවක් තුළ අන්තර්ගත කරන ලද උස h cm හා අරය r cm වූ ඝන සිලින්ඩරයකි. සිලින්ඩරයේ ඉහළ වෘත්තාකාර දාරය කේතුව හා ස්පර්ශ වෙමින් පවතී.

(i) සිලින්ඩරයේ පරිමාව $v = \pi \left(30r^2 - \frac{5}{2}r^3\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කේතුව තුළ පිහිටිය හැකි විශාලතම සිලින්ඩරයේ පරිමාව සොයා එම අවස්ථාවේදී සිලින්ඩරයේ පරිමාව කේතුවේ පරිමාවෙන් $\frac{4}{9}$ ක් බව පෙන්වන්න.



(15) (a) $0 < |x| < a$ සඳහා $f(x) = \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right|$ ලෙස දී ඇතිවිට $f'(x) = \frac{-a}{x\sqrt{a^2 - x^2}}$ බව පෙන්වන්න.
 $\int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 - x^2}}$ සොයන්න.

එනමින් හෝ අන්ත්‍රමයකින් $\int_0^2 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{21-4x-x^2}} = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{5+\sqrt{21}}{4} \right)$ බව පෙන්වන්න.

(b) $I < 1$ වන විට $I = \int_1^t x \cos(\ln x) dx$ ද

$J = \int_1^t x \sin(\ln x) dx$ ද ලෙස ගනිමු.

කොපස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$2I - J = t^2 \cos(\ln t) - 1$ හා $I + 2J = t^2 \sin(\ln t)$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් I හා J සොයන්න.

වෙනත් න්‍යාය භාවිතයෙන්
 c) $\int \frac{dx}{x^4 - 81}$ සොයන්න.

(16) (1,6) සහ $(-2,15)$ ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන $l = 0$ සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$x + 3y - 5 = 0$ සහ $x - y + 3 = 0$ සරල රේඛා දෙකේ ජේදන ලක්ෂ්‍යය නොසොයා ඒ හරහා යමින්

$l = 0$ රේඛාවල ලම්භව පිහිටන $l_1 = 0$ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$l_1 = 0$ සහ $y = 4$ රේඛාවල ජේදන ලක්ෂ්‍යය වන P හි ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.

P කේන්ද්‍රය වන පරිදි $x - y + 3 = 0$ රේඛාව ස්පර්ශවන $S = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

එනමින් $l_1 = 0$ රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටන පරිදි $l_1 = 0$ හා $l = 0$ රේඛාවල ජේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා

යමින් $S = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ජේදන කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(17) (a) $f(x) = \frac{1}{4} \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{5\sqrt{3}}{8} \sin x$ ලෙස දී ඇත.

(i) $f(x) = R \cos(x + \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි R හා α නිර්ණායක කල අඩු නියත වේ.

(මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ.)

(ii) $f(x)$ හි අවම අගය හා උපරිම අගය සොයන්න.

(iii) $f(x) = -\frac{7}{16}$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නීතිය හා කොසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් $\cos \theta = \frac{a-b}{c}$ වන පරිදි θ ධන කෝණයක් අර්ථ දක්වා ඇත.

$\cos \theta = \frac{\sin \left(\frac{A-B}{2} \right)}{\sin \left(\frac{A+B}{2} \right)}$ බව පෙන්වා, එනමින්

(i) $\cos \frac{A-B}{2} = \frac{(a+b) \sin \theta}{2\sqrt{ab}}$

(ii) $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{c \sin \theta}{2\sqrt{ab}}$ බව පෙන්වා

ඉහත (i) හා (ii) ඇසුරින් $\frac{\cos A + \cos B}{\cos C} = \frac{c(a+b) \sin^2 \theta}{a^2 + b^2 - c^2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $\tan^{-1} \left(\frac{x+1}{2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x-1}{3} \right) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

කො/විශාල විද්‍යාලය - 05

Co / Visakha Vidyalaya, Colombo - 05

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2021
General Certificate of education (Adv. Level) Examination 2021

13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021
Grade 13 - Last Term Test - 2021



සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

10 S II

කාලය පැය 03 යි.
Three hours

Name / Index number

A කොටසේ සියලු ම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
එකතුව	

B කොටස

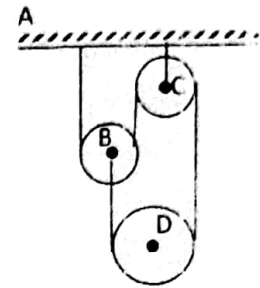
ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව	

	ලකුණු
A කොටස	
B කොටස	
එකතුව	

- (1) ස්පන්දය $2m$ හා $3m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් සුමට තිරස් තලයක් මත පිළිවෙලින් $3u$ හා $2u$ වේගවලින් පරිච්ඡාන දෙසට චලනය වී ස්පර්ශ වුවේ. ගැටුමෙන් පසු අංශු දෙක එකිනෙකින් ඉවතට චලනය වන ලෙස වර්ගී Q හි වේගය U වේ. ගැටුම සඳහා ප්‍රත්‍යාගත සංඛ්‍යාංකය $\frac{1}{2}$ බව පෙන්වවා ගැටුමෙන් P අංශුවේ චාලක ශක්තිය $\frac{27mu^2}{4}$ නැති වූ බව පෙන්වන්න.

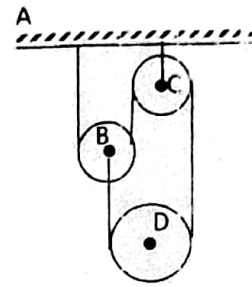
- (2) අංශු a වූ ධාරය තිරස් වන සේ දෘඪව සවිකළ සුමට තහඩුවක පහළම ලක්ෂ්‍යයේ සිටින කුඩා ගෝලාකාර ස්ව උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ධාරය මත ලක්ෂ්‍යයකට පති. උච්ච ඒ සඳහා එල්ල කළ හැකි කෝණ දෙක නිරූපණ α හා β නම් $\tan(\alpha + \beta) = -1$ බව පෙන්වන්න.

- (3) රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි අවල A ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳූ අවිනතය තත්ත්වයේ ස්කන්ධය $2m$ වන B සුමට සවල කප්පිය වටා යටින් C මගින් අමා $2m$ ම යටින් අමා දමා A කෙළවර B කප්පියට සවිකර ඇත. පද්ධතිය තනිකලතාවයෙන් මුදාහල වීම B හා D හි ත්වරණ අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබා ගන්න. තවද තත්ත්වයේ ආතතිය ගණනය කරන්න.



- (4) ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක් එහි එන්ජින් H KW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් තිරස් මාර්ගයක ධාවනය කරන විට එහි උපරිම වේගය U ms^{-1} වේ. මෙහි රථය එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් තිරස්ව ආතතිය θ වූ මාර්ගයක ඉහළට ධාවනය වන විට එහි උපරිම වේගය V ms^{-1} වේ. සියලු අවස්ථාවන්හිදී පලිත ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ව පවතී නම් $H = \frac{MguV \sin \theta}{(U-V) \times 10^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

- (3) රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි අවල A ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳූ අවිකතනය තත්කල්වක ස්කන්ධය $2m$ වන B සුමට සවල කප්පිය වටා යටින් දමා $\wedge$ කෙළවර B කප්පියට සවිකර ඇත. පද්ධතිය තනිසලතාවයෙන් මුදාහල විට B හා D හි ත්වරණ අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබා ගන්න. තවද තත්කල්වේ ආතතිය ගණනය කරන්න.



- (4) ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක් එහි එන්ජිම H KW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් තිරස් මාර්ගයකට ධාවනය වන විට එහි උපරිම වේගය $U \text{ ms}^{-1}$ වේ. මෙහි රථය එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් තිරස්ව ආතතිය θ වූ මාර්ගයක ඉහළට ධාවනය වන විට එහි උපරිම වේගය $V \text{ ms}^{-1}$ වේ. සියලු අවස්ථාවන්හිදී පලිත ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ව පවතී නම් $H = \frac{MguV \sin \theta}{(U-V) \times 10^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

- (5) $3m$ හා m ස්කන්ධ සහිත P හා Q අංශු දෙකක් අවම ප්‍රමාණයෙන් උඩින් යන සැහැල්ලු අවනත තත්ත්වයක සම්බන්ධ කරන ලදී. P අංශුව නිරන්තරයෙන්ම භ්‍රමයේ සිට Q අංශුව දිශාවෙන් තත්ත්වය නැවැත්වීමට පටන් ගත් විට Q අංශුවේ වේගය $u = \sqrt{2gh}$ වේ.

- (6) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A , B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$, $10\mathbf{i} - \mathbf{j}$ සහ $\lambda(2\mathbf{i} + \mathbf{j})$ වේ. C ලක්ෂ්‍යය AB මත පිහිටයි නම් λ හි අගය සොයන්න.
- $\overline{AO}$, $\overline{OC}$ සොයා එමගින් $\angle AOC = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{145}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

- (7) ගැට්ට් තිරස් ලෙස සවිකරන ලද අරය r වූ සුමට කුහර අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් තුළ දිග $3r$ වූ AB දණ්ඩක් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවර පාත්‍රය තුළ ද B කෙළවර පාත්‍රයෙන් පිටතට පෙනේ. පිහිටන පරිද්දකි. අර්ධ ගෝලය කපාගත් ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයේ දණ්ඩ සමතුලිතව පිහිටන්නේ තිරසර α කෝණයකින් ආනතව නම් $\tan 2\alpha = 3\cos \alpha$ බව පෙන්වන්න.

- (8) 'බර w ගා' දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශය සිදුකර සමතුලිතතාවයේ පවතී. එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනෙක් කෙළවර, A ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටා ඇති පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන සමාන $2a$ දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක් මගිනි. දණ්ඩ උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක බිහිවයි. බිත්තියේ දණ්ඩට අතර ස්පර්ෂ සංගුණකය μ හි අගය සොයන්න.

- (9) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකකි. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(B) = \frac{3}{4}$ $P(A/B) = \frac{1}{4}$ හා $P(A \cup B) = \frac{11}{16}$ බව දී ඇත. $P(A)$ සොයන්න. A හා B සිද්ධි ස්වායත්ත නොවන බව පෙන්වන්න.

- (10) 2, 3, 6, 9 යන සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය සොයන්න.

මෙම සංඛ්‍යාවලට x හා y සංඛ්‍යා දෙක එකතු කළ විට මධ්‍යන්‍යය 1 කින් වැඩි වන අතර විචලතාවය 2.5 කින් වැඩි වන්නේ නම් x හා y සොයන්න.



විශාලා විද්‍යාලය , කොළඹ 15
13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021 දෙසැම්බර්
සංයුක්ත ගණිතය - II

B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

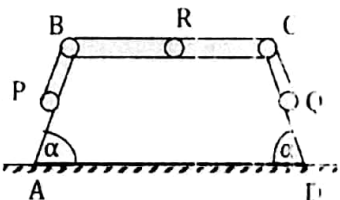
(11) (a) A හා B යනු තිරස් රළු බිමක් මත $AB = a$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. අංශු 2ක් පිළිවෙලින් A හා B සිට $3u$ හා $7u$ ප්‍රවේගවලින් AB ඔස්සේ එකිනෙක වෙත එකවිට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. එක් එක් අංශුවන් බිමින් අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අංශු දෙකේ චලිත සඳහා එකම අක්ෂ මත ප්‍රවේග -කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ එමගින්

- (i) $u^2 > \frac{a\mu g}{29}$ නම් අංශුන් දෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න.
- (ii) අංශුන් නිසලතාවයට පැමිණීමට පෙර ගැටේ නම්ද $u^2 = \frac{a\mu g}{9}$ ද ගැටීමට ගතවන කාලය $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{a}{\mu g}}$ බවද ගැටෙන ස්ථානයට A සිට දුර $\frac{5a}{18}$ බවද පෙන්වන්න.

(b) තිරස් මාර්ගයක් හා සිරස් රේඛාවක් O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ. A මෝටර් රථයක් $\sqrt{3}U$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් මාර්ගය දිගේ O දෙසට චලනය වේ. B බැලුනයක් U ප්‍රවේගයෙන් සිරස් රේඛාව දිගේ පහළට O දෙසට චලනය වේ. B බැලුනයක් U ප්‍රවේගයෙන් සිරස් රේඛාව දිගේ පහළට O දෙසට චලිත වේ. $t = 0$ මොහොතේ O සිට a දුරින් A හා B පිහිටයි නම් ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳීම මගින් A සහ B අතර ඇතිවන කෙටිම දුර $(\sqrt{3} - 1)\frac{a}{2}$ බව පෙන්වා කෙටිම දුර ඇතිවීමට ගතවන කාලය ගණනය කරන්න.

(12) (a) ස්කන්ධය $4m$ වූ ලී කුට්ටියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන හරස්කඩ

ABCD වේ. B හා C ශීර්ෂවල කුඩා කප්පි සවිකර ඇති අතර AD ඔස්සේ යන මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB හා CD යනු අදාල මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා යැයි ද $\angle BAD = \angle CDA = \alpha$ යැයි දී ඇත. ස්කන්ධය පිළිවෙලින් m හා $3m$ වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිනාශ තත්ත්වක දෙකෙළවරට ඇදා ඇති අතර ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් තත්ත්වවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට අමුණා ඇත.



තත්ත්ව B හා C හි කප්පි මගින් යන අතර P, Q හා R අංශු පිළිවෙලින් AB, CD හා BC මත රළු සංඛ්‍යාත පෙන්වා ඇති පරිදි තත්ත්ව නොබුරුල් වන සේ තබා ඇත. මෙහි AB ඔස්සේ යන මුහුණත රළුවන අතර අංශුව හා එම පෘෂ්ඨය අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. කුක්කුයට සාපේක්ෂව P, Q, R අංශුවල ත්වරණය

$$\frac{5(2\sin\alpha - \mu\cos\alpha)g}{(8 + 2\mu\sin 2\alpha + \mu\sin\alpha - 8\cos\alpha)}$$
 බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වූ A හා B සුමට මුද්‍ර දෙකක් සිරස් සුමට කේන්ද්‍රය O වූ වාතනායාන කම්බියක් දිගේ සර්පණ විය හැකි ආකාරයට අමුණා ඇත. AB කේන්ද්‍රයේ 60° ක කෝණයක් ආවෘතනය කරන අතර තත්ත්ව ඇඳී පවතින පරිදි A හා B එකම තිරස් මට්ටමේ O ට ඉහළින් හඳුනා නිසලතාවයෙන් පද්ධතිය මුදාහරිනු ලැබේ.

තත්ත්ව තිරසර ආතතිය θ වන විට,

$$\theta^2 = \frac{g}{3a} (3\sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta + 3\sqrt{3})$$
 බව පෙන්වන්න.

තත්ත්වවේ ආතතිය ගණනය කරන්න.

(13) $KO = 14a$ වන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත K, L, M, N හා O ලක්ෂ්‍ය සරල රේඛාව පිහිටා ඇත්තේ $KL = 8a, LM = a; MN = 3a$ හා $NO = 2a$ වන පරිදිය. ස්ථානානුකූල දිග $14a$ වන ප්‍රත්‍යස්ථ භාරයක් $2mg$ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් K හා O ලක්ෂ්‍ය දෙකට සම්බන්ධතා සකස්කළය m වන P අංශුවක් K සිට $9a$ දුරින් වූ M හිදී තන්තුවට සම්බන්ධ කර ඇත. දැන් P අංශුව KO දිගේ N දක්වා ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරියි. P අංශුව KO දිගේ K සිට x ($9a \leq x \leq 12a$) දුරින් පිහිටන විට, උච්ච සමීකරණ ලියා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} + \frac{2g}{9a}(x - 9a) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$X = x - 9a$ ආදේශයෙන් $\ddot{X} + \frac{2g}{9a}X = 0$ බව පෙන්වා සරල අනුවර්ති වලිනයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය ලබාගන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම

$X = A \cos wt + B \sin wt$ ආකාරය යැයි උපකල්පනය කර A, B හා W සොයන්න.

එනමින් P අංශුව $\sqrt{2ga}$ වේගයෙන් $t_0 = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{a}{2g}}$ කාලයකදී M ට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

$8a \leq x \leq 9a$ සඳහා P අංශුවේ වලිනය සඳහා සරල අනුවර්ති වලිනයේ ලාක්ෂණික සමීකරණය $\ddot{y} = \frac{-2g}{5a}y$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - 9a$ වේ.

මෙම සමීකරණයේ විසඳුම

$y = A_2 \cos w_2(t - t_0) + B_2 \sin w_2(t - t_0)$ ආකාරයෙන් යැයි උපකල්පනය කර A_2, B_2 හා w_2 සොයන්න.

එමගින් P අංශුවට N සිට L දක්වා යාමට ගතවන මුළු කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}} \left[\frac{3\pi}{2} + \sqrt{5} \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \right]$ බව පෙන්වන්න.

(14) (a) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $5a$ හා $8b$ වේ.

$\vec{OX} = \lambda \vec{OA}$ හා $\vec{OY} = \beta \vec{OB}$ වන පරිදි පිළිවෙළින් OA හා OB මත X හා Y පිහිටයි.

$BP:PX = 2:3$ හා $AP:PY = 3:1$ වන පරිදි BX හා AY රේඛා P හිදී ඡේදනය වේ.

(i) $\vec{OP} = 2\lambda a + \frac{3}{2}b$ බව පෙන්වන μ, a හා b ඇසුරින් $\vec{OP}$ සඳහා තවත් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

(ii) එමගින් $\lambda = \frac{5}{8}$ හා $\mu = \frac{1}{10}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\vec{OP}$ සහ $\vec{XY}$ උකිනෙකට ලම්බ වේ නම් $\cos(\hat{AOB}) = \frac{\frac{96}{35}|b|^2 - \frac{25}{28}|a|^2}{|a||b|}$ බව පෙන්වන්න.

කොයින්.

(b) ABCDEF සමස්ථ ඡායාරූපක කේන්ද්‍රය O වන අතර පැත්තක දිග $2a$ සහ DE පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M වේ. O මූලය හා x - අක්ෂය OC දිශේද, y - අක්ෂය OM දිශේද වන පරිදි බල පද්ධතියක් හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂ්‍ය සුපුරුදු අංකනයෙන් පහත වගුවේ දැක්වේ.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$-ai - \sqrt{3}aj$	$2Pi$
B	$ai - \sqrt{3}aj$	$Pi + \sqrt{3}Pj$
C	$2a i$	$-\lambda Pi + \sqrt{3}\lambda pj$
D	$ai + \sqrt{3}aj$	$\lambda pj - \lambda pi$

බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය C හරහා ගමන් කරයි නම් $\lambda = 2$ බව පෙන්වන්න.

සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සොයා එය BC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන බව පෙන්වන්න.

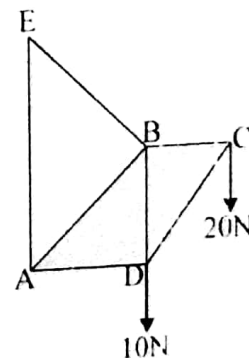
O වා බල පද්ධතියේ සුරැකය $6\sqrt{3}$ Pa වාමාවර්ත බව පෙන්වන්න.

දැන් $12\sqrt{3}$ Pa සුරැකය සහිත දක්ෂිණාවර්ත යුග්මයක් පද්ධතියට යොදයි. නව සම්ප්‍රයුක්තයේ පිහිටීම සොයා, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}a$ බව පෙන්වන්න.

(15) (a) එක එකක දිග $2a$ හා බර w වූ AB, AC ඒකාකාර දඬු දෙකක් හා බර w_1 වූ තුන්වන ඒකාකාර දඬුවක් ABC ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන සේ ඒවායේ කෙළවරවල් සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. වෙනත් $\angle BAC = 2\theta$ වේ. B ශීර්ෂය අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර BC තිරස්ව ද BC ට පහළින් $\frac{1}{2}w_1$ පිහිටන පරිදි ද ත්‍රිකෝණය සිරස් තලයක එල්ලෙමින් සමතුලිතතාවයේ පවතිනුයේ AB දඬුවට යෙදූ බල යුග්මය මගිනි.

- ඉහත බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාවන්
- A හා C හි ප්‍රතික්‍රියාවල තිරස් හා සිරස් සංරචකන් සොයන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙනුයේ සැහැල්ලු දඬු හතකින් සෑදී රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල A හා E හිදී සිරස් බිත්තියකට සවිකර D හා C හිදී පිළිවෙළින් $10N$ හා $20N$ භාර එල්ලීමෙන් සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. මෙහි $BC = BD = AD$ ද, $DC = AB = BE$ ද AE හා BD එකිනෙකට සමාන්තර ද AE දඬුවේ ප්‍රත්‍යාබලය ශුන්‍ය ද වේ නම් බෝ අංකනය මගින් ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක් ඇඳීම මගින් AB, BC, CD, BD, BE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා එනමින් A හා E හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.



- (16) අංක පාඨක පාඨක හැඩය තේනා සිහින් ඒකාකාර කම්බියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම අනුකූලතාව නාමිකයෙන් ලබාගන්න.

චර්යාව

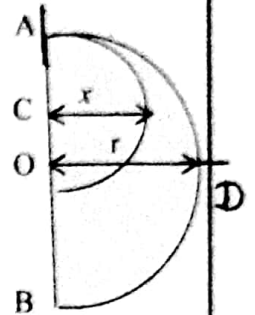
ඒකාකාර අංක පාඨකාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඒකාකාර අංක පාඨකාකාර ආස්තරයක විෂ්කම්භය AB වේ. එහි කේන්ද්‍රය O වන අරය r වේ. C යන A හි සිට $x (< r)$ දුරින් AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. කේන්ද්‍රය C ද අරය x ද වූ අර්ධ පාඨකාකාර ආස්තර කොටසක් මුල් ආස්තරයෙන් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. ඉතිරි කොටසෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G නම්

$$G \equiv \left[\frac{4(r^2 + xr + x^2)}{3\pi(r+x)}, \frac{-x^2}{r+x} \right] \text{ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි OD හරහා යන}$$

රේඛාව X අක්ෂය ලෙසද OA හරහා යන රේඛාව Y අක්ෂය ලෙසද සලකන්න

x විචලනය වන විට G හි පරිච්ඡේද රේඛාවක් බවද සාධනය කරන්න.



- (17) (a) මල්ලක එකසමාන නිල් පාට බෝල 3 ක් ද රතුපාට බෝල 4 ක් දද කොළ පාට බෝල 3 ක් ද අඩංගු වේ. සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) බෝල තුනම කොළ පාට වීමේ

(ii) බෝල තුනම එකම පාට බව දුන්විට බෝල තුනම කොළපාට වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

තෝරාගන්නා ලද දෙවන බෝලය තවත් මල්ලකට දමනු ලැබේ. එම මල්ලේද එක සමාන නිල් බෝල 2 ක් ද එක් රතු බෝලයක් ද, කොළපාට බෝල දෙකක් ද අඩංගු වේ නම් එම දෙවන මල්ලෙන් සසම්භාවීව තෝරන බෝලය කොළපාට බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) පහත දැක්වෙන වගුව එක්තරා රටක නගරවල් 100 ක එක්තරා දවසක දැක්වෙන උෂ්ණත්වයන් හි සමුදායක සාධනාත්මක ව්‍යාප්තියකි. උෂ්ණත්වය සෙල්සියස් අංශකවලින් දැක්වේ.

උෂ්ණත්වය ($^{\circ}\text{C}$)	සංඛ්‍යාතය
20-29	01
30-39	09
40-49	35
50-59	40
60-69	12
70-79	03

(i) මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මාතය සහ විචලතාවය සොයන්න.

(ii) සත්‍ය උෂ්ණත්වයට වඩා 3°C ක වැඩි උෂ්ණත්ව සඳහන් වන බව පසුව සොයා ගන්නා ලදී. සත්‍ය උෂ්ණත්වයන්හි මධ්‍යන්‍යය, මාතය සහ විචලතාවය ගණනය කරන්න.

(iii) මධ්‍යන්‍යය 58°C ක් වූ තවත් නියමිත 50 ක් ඉහත ව්‍යාප්තියට එකතු කළේ නම් එම ව්‍යාප්තියේ සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

A පොත

- (1) ගණිත අනුක්‍රමය $5^n - 4^n - 1$ යන්න $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා 4 හි පූර්ණ ගුණකයක් බව සාධනය කරන්න.

$$f(n) = 5^n - 4^n - 1 \text{ ආරම්භකය}$$

$$n=1 \text{ යන විට } f(1) = 5^1 - 4^1 - 1 = 5 - 4 - 1 = 0 = 4 \times 0 //$$

$$n=2 \text{ යන විට } f(2) = 5^2 - 4^2 - 1 = 8 = 4 \times 2 //$$

$\therefore n=1, 2$ යන විට ගුණකයක් බව පෙනේ.

$n=p$ යන විට ගුණකයක් බව පෙන්වමු.

$$f(p) = 4k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\therefore 5^p - 4^p - 1 = 4k \quad \text{--- (1)}$$

$n=p+1$ යන විට ගුණකයක් බව පෙන්වමු.

$$\textcircled{1} \times 5 :$$

$$5(5^p - 4^p - 1) = 4k \times 5$$

$$5^{p+1} - 4^{p+1} - 5 = 4k \times 5$$

$$5^{p+1} - 4^{p+1} - 4 - 1 - 4 = 4k \times 5$$

$$5^{p+1} - 4^{p+1} - 4^p - 1 - 4 = 4k \times 5$$

$$5^{p+1} - 4^{p+1} - 1 = 4k \times 5 + 4 + 4^p$$

$$5^{p+1} - 4^{p+1} - 1 = 4(5k + 1 + 4^{p-1}) //$$

$\therefore n=p$ යන විට ගුණකයක් බව පෙන්වමු. $\mathbb{Z}$ හි සෑම n සඳහාම $n=p+1$ යන විට ගුණකයක් බව පෙන්වමු. $\therefore \forall n \in \mathbb{Z}^+$ ගුණකයක් බව පෙන්වමු.

- (2) එකම රූප සටහනක $y = \frac{1}{2}|x-1|$ හා $y = |x| - 1$ හි ප්‍රස්ථාරවල දෙ සටහන් දෙකින්. එකම රූප සටහනක

දත් අනුව $|x - \frac{1}{2}| > |2x - 1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තත්ත්වයන් අයත් කොටන්න.

$$y = \frac{1}{2}|x-1|$$

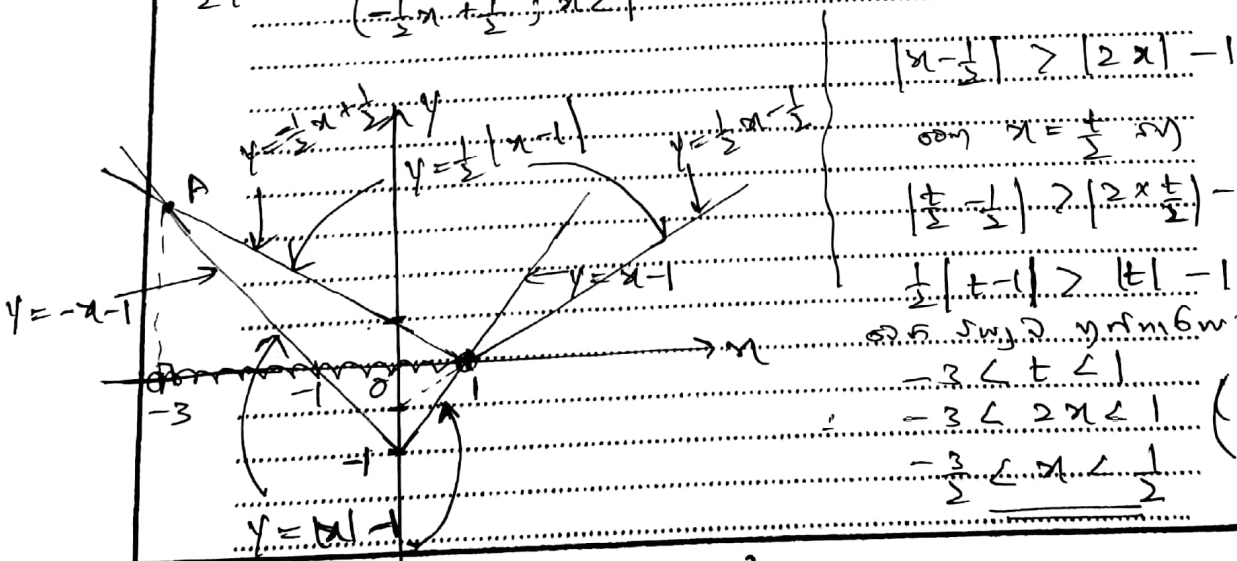
$$y = |x| - 1$$

$$|x-1| \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$$

$$|x| \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}|x-1| \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, & x \geq 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, & x < 1 \end{cases}$$

$$|x| - 1 \begin{cases} x-1, & x \geq 0 \\ -x-1, & x < 0 \end{cases}$$



A $x > 1$ යන විට

$$-x-1 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$-2x-2 = -x+1$$

$$-3 = x$$

$$x = -3$$

Scanned with CamScanner

1h 59 min

Scanned with CamScanner

1. Find the volume of the solid generated by revolving the curve $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ about the x-axis from $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{2}$.

1. Find the volume of the solid generated by revolving the curve $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ about the x-axis from $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{2}$.

2. Find the volume of the solid generated by revolving the curve $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ about the x-axis from $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{2}$.

3. Find the volume of the solid generated by revolving the curve $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ about the x-axis from $x = 0$ to $x = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{volume of solid} = V$$

$$V = \sum V_i$$

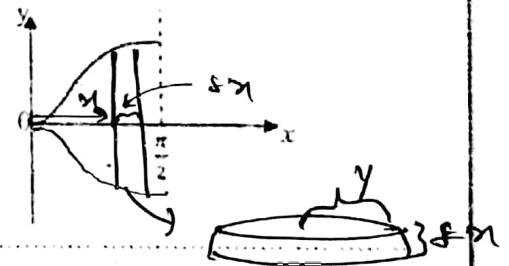
$$V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi y^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{(1 + \cos x)} dx$$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \cos^2 x)}{(1 + \cos x)} dx$$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)} dx$$



$$V_i = \pi y^2 \delta x$$

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x) dx$$

$$V = \pi \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \right]$$

$$V = \pi \left\{ \left[x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \right\}$$

$$V = \pi \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) - (1 - 0) \right\}$$

$$V = \pi \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \text{ (cubic units)}$$

(7) $xy = 16$ ඛණ්ඩලය එය මත පිළිවෙලින් වෘත්ත පාදකයෙහි වූ $P \equiv (4t, \frac{4}{t})$ ලක්ෂ්‍යයේ අභිලම්භ රේඛාවෙහි සමීකරණය $t^3x - ty - 4(t^4 - 1) = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. මෙම අභිලම්භය මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් නැවතත් Q හිදී ඛණ්ඩලය හමුවේ නම් Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$$xy = 16$$

ඛණ්ඩලයේ අභිලම්භය

$$x \cdot \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} //$$

වක්‍රය $P \equiv (4t, \frac{4}{t})$ ලක්ෂ්‍යයේ

අභිලම්භයේ අනුපාතය m_2

අභිලම්භයේ අනුපාතය m_1 වේ

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$m_1 \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(4t, \frac{4}{t})} = -1$$

$$m_1 \times \left(-\frac{4/t}{4t} \right) = -1$$

$$m_1 = t^2$$

අභිලම්භයේ අනුපාතය

$$\frac{y - 4/t}{x - 4t} = t^2$$

$$yt - 4 = xt^3 - 4t^4 \Rightarrow t^3x - ty - 4(t^4 - 1) = 0 //$$

$$t^3x - ty - 4(t^4 - 1) = 0$$

මෙම අභිලම්භය $(0,0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි

$$t^3x_0 - tx_0 - 4(t^4 - 1) = 0$$

$$t^4 - 1 = 0$$

$$(t^2 - 1)(t^2 + 1) = 0$$

$$\neq 0$$

$$\therefore t^2 - 1 = 0$$

$$(t - 1)(t + 1) = 0$$

$$t = 1 \text{ හෝ } t = -1$$

P ලක්ෂ්‍යය වැටුණේ $t = 1$ වන විටය

P හි අනුපාතය $t^2 > 0$ වේ.

$$\therefore P \text{ හි } t = 1 \Rightarrow t = 1 //$$

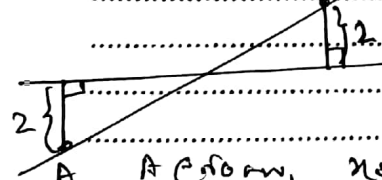
$\therefore t = -1$ හිදී Q ලක්ෂ්‍යය අනුපාතය $t^2 > 0$ වේ

$$\therefore Q \equiv (-4, -4)$$

(8) l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙලින් $x + y - 1 = 0$ හා $3x + 4y - 2 = 0$ සරල රේඛා දෙකක් යැයි ගනිමු. A හා B ඉතිරි ලක්ෂ්‍ය දෙක l_1 රේඛාව මත පිහිටා ඇත්තේ මෙම රේඛා දෙකේ ලක්ෂ්‍යයේ සිට l_2 රේඛාවට ඇති ලම්භ දුර එකම දෙකක් වන පරිදි නම් A හා B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$$l_1 \equiv x + y - 1 = 0$$

$$l_2 \equiv 3x + 4y - 2 = 0$$



A ලක්ෂ්‍යය, $x + y - 1 = 0$ වන විට ගනිමු.

$$A \equiv (t, 1 - t) \text{ ලෙස ගනිමු.}$$

A සිට l_2 ස්ථාවර දුර $3b = 2$

$$\frac{|3t + 4(1 - t) - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$|3t + 4 - 4t - 2| = 10$$

$$|t - 2| = 10$$

$$t - 2 = \pm 10$$

$$(4) \quad t - 2 = 10$$

$$t = 12 //$$

$$(5) \quad t - 2 = -10$$

$$t = -8 //$$

$$\therefore t = 12 \text{ හා } t = -8 \text{ හිදී අගය 2}$$

ලබා ඇත. A හා B ලක්ෂ්‍යයන්.

$$\therefore A \equiv t = 12 \text{ හිදී } (12, -11) //$$

$$t = -8 \text{ හිදී } (-8, 9) //$$

$\therefore A$ හා B ලක්ෂ්‍යයන් $(12, -11)$ හා

$$(-8, 9) \text{ වේ.}$$

(9) $P \equiv (-3, 2)$ ලක්ෂ්‍යය $S \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$S \equiv 0$ වෘත්තය මත P ලක්ෂ්‍යයට ඇසුරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$S \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$
 වෘත්තයේ අරය $= r$ ම. කේන්ද්‍රය O යි.
 $O \equiv (1, -2)$
 $P \equiv (-3, 2)$
 $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$ මෙහි $g = -1, f = 2, c = -4$
 $r = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 - (-4)}$
 $r = \sqrt{1 + 4 + 4}$
 $r = 3 //$

OP දුර $= \sqrt{(1+3)^2 + (-2-2)^2}$
 $OP = \sqrt{16 + 16}$
 $OP = 4\sqrt{2} //$

$OP = 4\sqrt{2}, OA = r = 3 //$
 $AP = (4\sqrt{2} - 3) //$

$\therefore OA : AP = 3 : (4\sqrt{2} - 3)$

$\therefore P$ ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයට පිටතින් පිහිටයි.
 ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$A \equiv \left(\frac{3 \times (-3) + (4\sqrt{2} - 3) \times 1}{(4\sqrt{2} - 3) + 3}, \frac{3 \times 2 + (4\sqrt{2} - 3) \times (-2)}{(4\sqrt{2} - 3) + 3} \right)$

$A \equiv \left(\frac{4\sqrt{2} - 12}{4\sqrt{2}}, \frac{2 \times (6 - 4\sqrt{2})}{2 \times \sqrt{2}} \right)$

$A \equiv \left(\frac{\sqrt{2} - 3}{\sqrt{2}}, \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) //$

(10) $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \cot \frac{\theta}{2}$ බව පෙන්වා දෙන්න.

$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{4\pi}{15} + \operatorname{cosec} \frac{8\pi}{15} = 2 \operatorname{cosec} \frac{\pi}{15}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.

L.H.S $\equiv \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

$= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

$= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

$= \frac{1 + (2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1)}{2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$

$= \frac{2\cos^2 \frac{\theta}{2}}{2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}$

$= \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$

$= \cot \frac{\theta}{2} //$

$= R.H.S.$

$\therefore \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \cot \frac{\theta}{2}$

$\operatorname{cosec} \theta = \left(\cot \frac{\theta}{2} - \cot \theta \right) \quad (A)$

L.H.S $\equiv \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{15} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{2\pi}{15} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{4\pi}{15} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{8\pi}{15} \right)$

මෙම වර්ගය මූලාශ්‍රයේ අර්ථ දැක්වීමට අනුව,

$= \left(\cot \left(\frac{\pi}{30} \right) - \cot \left(\frac{\pi}{15} \right) \right) + \left(\cot \left(\frac{\pi}{15} \right) - \cot \left(\frac{2\pi}{15} \right) \right)$

$+ \left(\cot \left(\frac{2\pi}{15} \right) - \cot \left(\frac{4\pi}{15} \right) \right) + \left(\cot \left(\frac{4\pi}{15} \right) - \cot \left(\frac{8\pi}{15} \right) \right)$

$= \cot \left(\frac{\pi}{30} \right) - \cot \left(\frac{8\pi}{15} \right)$

$= \cot \left(\frac{\pi}{30} \right) - \cot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{30} \right)$

$= \cot \left(\frac{\pi}{30} \right) + \tan \left(\frac{\pi}{30} \right)$

$= \frac{\cos \left(\frac{\pi}{30} \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{30} \right)} + \frac{\sin \left(\frac{\pi}{30} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{30} \right)}$

$= \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi}{30} \right) + \sin^2 \left(\frac{\pi}{30} \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{30} \right) \cos \left(\frac{\pi}{30} \right)}$

$6 = \frac{1}{2 \sin \left(\frac{\pi}{30} \right) \cos \left(\frac{\pi}{30} \right)} \times \frac{2}{1}$

$= \frac{2}{\sin \left(\frac{\pi}{15} \right)}$

Scanned with CamScanner

$= 2 \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{15} \right)$

$\equiv R.H.S.$

Scanned with CamScanner

(15) (a)

$$0 < |x| < a$$

$$f(x) = \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right|$$

$$f(x) = \ln |a + \sqrt{a^2 - x^2}| - \ln |x|$$

differentiating

$$f'(x) = \frac{1}{(a + \sqrt{a^2 - x^2})} \left(\frac{1}{2} x \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cdot (-2x) \right) - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{a^2 - x^2} (a + \sqrt{a^2 - x^2})} - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = - \left[\frac{x^2 + \sqrt{a^2 - x^2} (a + \sqrt{a^2 - x^2})}{x \sqrt{a^2 - x^2} (a + \sqrt{a^2 - x^2})} \right]$$

$$f'(x) = - \left[\frac{\cancel{x^2} + a\sqrt{a^2 - x^2} + (a^2 - \cancel{x^2})}{x \sqrt{a^2 - x^2} (a + \sqrt{a^2 - x^2})} \right]$$

$$f'(x) = \frac{-a(\cancel{a + \sqrt{a^2 - x^2}})}{x \sqrt{a^2 - x^2} (\cancel{a + \sqrt{a^2 - x^2}})}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-a}{x \sqrt{a^2 - x^2}} //$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-a}{x\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$\frac{1}{x\sqrt{a^2-x^2}} = -\frac{1}{a} f'(x)$$

integrating both sides

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a^2-x^2}} dx = -\frac{1}{a} \int f'(x) dx$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a^2-x^2}} dx = -\frac{1}{a} \cdot f(x) + C$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a^2-x^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x} \right| + C \quad \text{--- (A)}$$

(C is an arbitrary constant)

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{21-4x-x^2}} \quad \text{now we get}$$

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{21-(x+2)^2+4}}$$

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{25-(x+2)^2}}$$

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{(x+2)\sqrt{5^2-(x+2)^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{ସମୀକରଣ} \quad (x+2) &= t \\ \text{ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମୀକରଣ} \quad 1 &= \frac{dt}{dx} \\ dx &= dt \end{aligned}$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ

$$x=2 \text{ ସମୟ } \quad t=2+2 \\ \underline{\underline{t=4}}$$

$$x=0 \text{ ସମୟ } \quad t=0+2 \\ \underline{\underline{t=2}}$$

$$I = \int_2^4 \frac{dt}{t\sqrt{5^2-t^2}}$$

(A) ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମୀକରଣ x ସମୟ t ସମୀକରଣ

$$I = \left[-\frac{1}{5} \ln \left| \frac{5 + \sqrt{5^2-t^2}}{t} \right| \right]_2^4$$

$$I = -\frac{1}{5} \left[\ln \left| \frac{5 + \sqrt{25-t^2}}{t} \right| \right]_2^4$$

$$I = -\frac{1}{5} \left(\ln \left| \frac{5 + \sqrt{25-16}}{4} \right| - \ln \left| \frac{5 + \sqrt{25-4}}{2} \right| \right)$$

$$I = -\frac{1}{5} \left(\ln 2 - \ln \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) \right)$$

$$I = \frac{1}{5} \left(\ln \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) - \ln 2 \right)$$

$$I = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2 \times 2} \right)$$

$$\underline{\underline{I = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{4} \right)}}$$

(b)

$$1 < t$$

$$I = \int_1^t x \cos(\ln x) dx$$

$$I = \int_1^t \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{2} \right) \cos(\ln x) dx$$

(non-zero value)

$$I = \left[\frac{x^2}{2} \cos(\ln x) \right]_1^t - \int_1^t \frac{x^2}{2} \times (-\sin(\ln x)) \frac{1}{x} dx$$

$$I = \frac{1}{2} (t^2 \cos \ln t - 1^2 \cos 0) + \frac{1}{2} \underbrace{\int_1^t x \sin(\ln x) dx}_J$$

$$2I = t^2 \cos(\ln t) - 1 + J$$

$$\therefore 2I - J = t^2 \cos(\ln t) - 1 // \text{--- (1)}$$

$$J = \int_1^t x \sin(\ln x) dx \text{ (non-zero value)}$$

$$J = \int_1^t \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{2} \right) \sin(\ln x) dx$$

(non-zero value)

$$J = \left[\frac{x^2}{2} \sin(\ln x) \right]_1^t - \int_1^t \frac{x^2}{2} \times \cos(\ln x) \times \frac{1}{x} dx$$

$$J = \frac{1}{2} (t^2 \sin(\ln t) - 1 \times \sin 0) - \frac{1}{2} \int_1^t x \cos(\ln x) dx$$

$$2J = t^2 \sin(\ln t) - 0 - \underbrace{\int_1^t x \cos(\ln x) dx}_I$$

$$\therefore 2J = t^2 \sin(\ln t) - I$$

$$I + 2J = t^2 \sin(\ln t) // \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2};$$

$$5I = 2t^2 \cos(\ln t) - 2 + t^2 \sin(\ln t)$$

$$I = \frac{t^2}{5} \left(2\cos(\ln t) + \sin(\ln t) - \frac{2}{t^2} \right) //^{-\frac{2}{5}}$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1};$$

$$4J + J = 2t^2 \sin(\ln t) - \left[t^2 \cos(\ln t) - 1 \right]$$

$$J = \frac{t^2}{5} \left(2\sin(\ln t) - \cos(\ln t) \right) + \frac{1}{5} //$$

$$c) \frac{1}{(x^4-81)} = \frac{1}{(x^4-3^4)}$$

$$= \frac{1}{(x^2-3^2)(x^2+3^2)}$$

$$= \frac{1}{(x-3)(x+3)(x^2+9)}$$

$$\frac{1}{(x^4-81)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x+3)} + \frac{Cx+D}{(x^2+9)}$$

$$1 = A(x+3)(x^2+9) + B(x-3)(x^2+9) + (Cx+D)(x^2-9)$$

$$1 = A(x^3 + 3x^2 + 9x + 27) + B(x^3 - 3x^2 + 9x - 27) + (Cx+D)(x^2-9)$$

ergänze mit Nullen

$$x^3; 0 = A + B + C \quad \text{--- (1)}$$

$$x^2; 0 = 3A - 3B + D \quad \text{--- (2)}$$

$$x; 0 = 9A + 9B - 9C$$

$$0 = A + B - C \quad \text{--- (3)}$$

$$x^0; 1 = 27A - 27B - 9D$$

$$\frac{1}{9} = 3A - 3B - D \quad \text{--- (4)}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3};$$

$$0 = 2C$$

$$\underline{\underline{C=0}}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{4};$$

$$\frac{1}{9} = 6A$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{2};$$

$$\frac{1}{9} = -2D$$

$$D = -\frac{1}{18} //$$

$$(1) \rightarrow 0 = A + B \quad \text{--- (5)}$$

$$(2) \rightarrow 0 = 3A - 3B - \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{18} = 3A - 3B$$

$$\frac{1}{54} = A - B \quad \text{--- (6)}$$

$$(5) + (6);$$

$$\frac{1}{54} = 2A$$

$$A = \frac{1}{108} //$$

$$(5) \rightarrow B = -A$$

$$B = -\frac{1}{108} //$$

$$\frac{1}{(x^4-81)} = \frac{1}{108(x-3)} - \frac{1}{108(x+3)} - \frac{1}{18(x^2+9)}$$

now solve now

$$\int \frac{1}{(x^4-81)} dx = \frac{1}{108} \int \frac{1}{(x-3)} dx - \frac{1}{108} \int \frac{1}{(x+3)} dx - \frac{1}{18} \int \frac{1}{(x^2+9)} dx$$

$$= \frac{1}{108} \ln|x-3| - \frac{1}{108} \ln|x+3| - \frac{1}{18} \times \frac{1}{9} \int \frac{1}{(1+(\frac{x}{3})^2)} dx$$

$$= \frac{1}{108} (\ln|x-3| - \ln|x+3|) - \frac{1}{162} \frac{\tan^{-1}(\frac{x}{3})}{(\frac{1}{3})} + C$$

$$\int \frac{1}{(x^4-81)} dx = \frac{1}{108} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| - \frac{1}{54} \tan^{-1} \left(\frac{x}{3} \right) + C //$$

(C is some number)

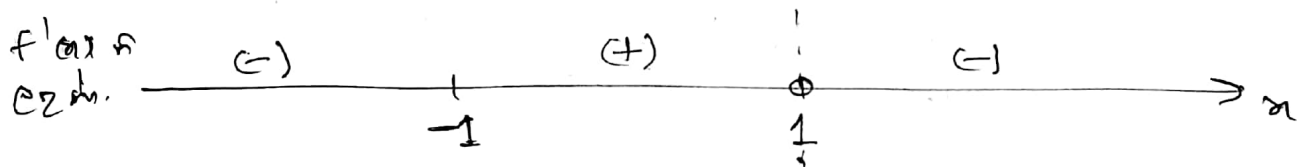
(14)

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2} ; (x \neq 1)$$

x સરખાવવા (સરખાવવા)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(x-1)^2 \times 1 - x \times 2(x-1) \times 1}{(x-1)^4} \\ &= \frac{\cancel{(x-1)} [(x-1) - 2x]}{(x-1)^{\cancel{4}^3}} ; (x \neq 1) \\ &= \frac{(-x-1)}{(x-1)^3} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{f'(x) = -\frac{(x+1)}{(x-1)^3} ; (x \neq 1)}}$$



$\therefore -1 < x < 1$ ગ્રાન્થિતોલકે $f'(x) > 0$ સ.

$\therefore -1 < x < 1$ ગ્રાન્થિતોલકે $f(x)$ વધતો $\parallel$

$x < -1$ ન $x > 1$ ગ્રાન્થિતોલકે $f'(x) < 0$ સ.

$\therefore x < -1$ ન $x > 1$ ગ્રાન્થિતોલકે $f(x)$ ઘટતો $\parallel$

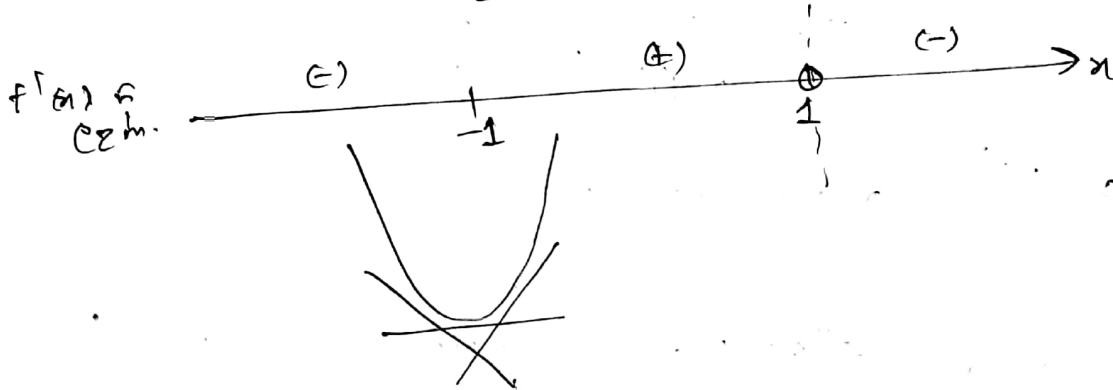
maximize $f(x)$ on $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 0 \text{ or}$$

$$\therefore \frac{-(x+1)}{(x-1)^3} = 0$$

$$(x+1) = 0$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$



$\therefore x = -1$ is a local maximum.

$$x = -1 \text{ so } y = f(-1)$$

$$y = \frac{-1}{(-1-1)^2} = -\frac{1}{4} //$$

$$\therefore \left(-1, -\frac{1}{4}\right) \rightarrow \text{local maximum.} //$$

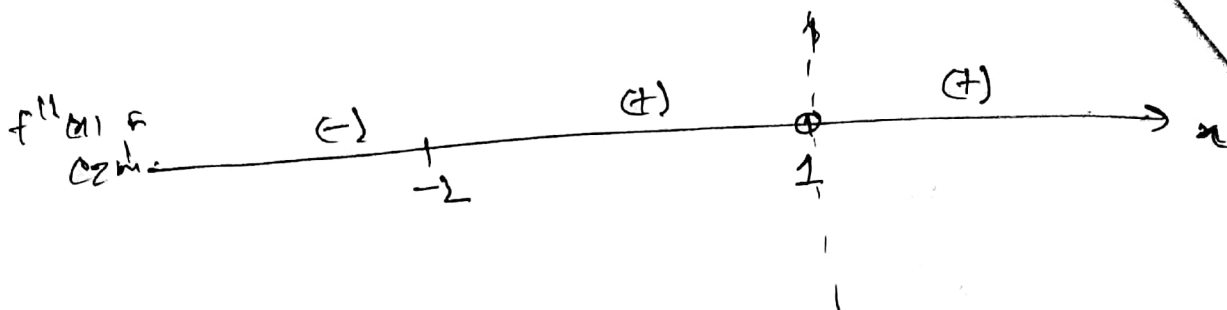
$$f''(x) = \frac{2x+4}{(x-1)^4} ; (x \neq 1)$$

maximize $f(x)$ on $\mathbb{R}$

$$f''(x) = 0 \text{ or}$$

$$\therefore \frac{(2x+4)}{(x-1)^4} = 0$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$



$\therefore x = -2$ so another point is:

$$x = -2 \text{ so } y = f(-2)$$

$$y = \frac{-2}{(-2-1)^2} = -\frac{2}{9} //$$

$$\underline{\underline{(-2, -\frac{2}{9}) \rightarrow \text{another point.}}}$$

$x < -2$ so $f''(x) < 0 \therefore$ down curve //

$-2 < x < 1$ or $x > 1$ so $f''(x) > 0 \therefore$ up curve //

$$y = f(x)$$

$$y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$y = \frac{y_x}{(1-y_x)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{y_x}{(1-y_x)^2} = 0 //$$

$\therefore y = 0$ is horizontal asymptote //

$x \neq 1$ so $x = 1$ is vertical asymptote.

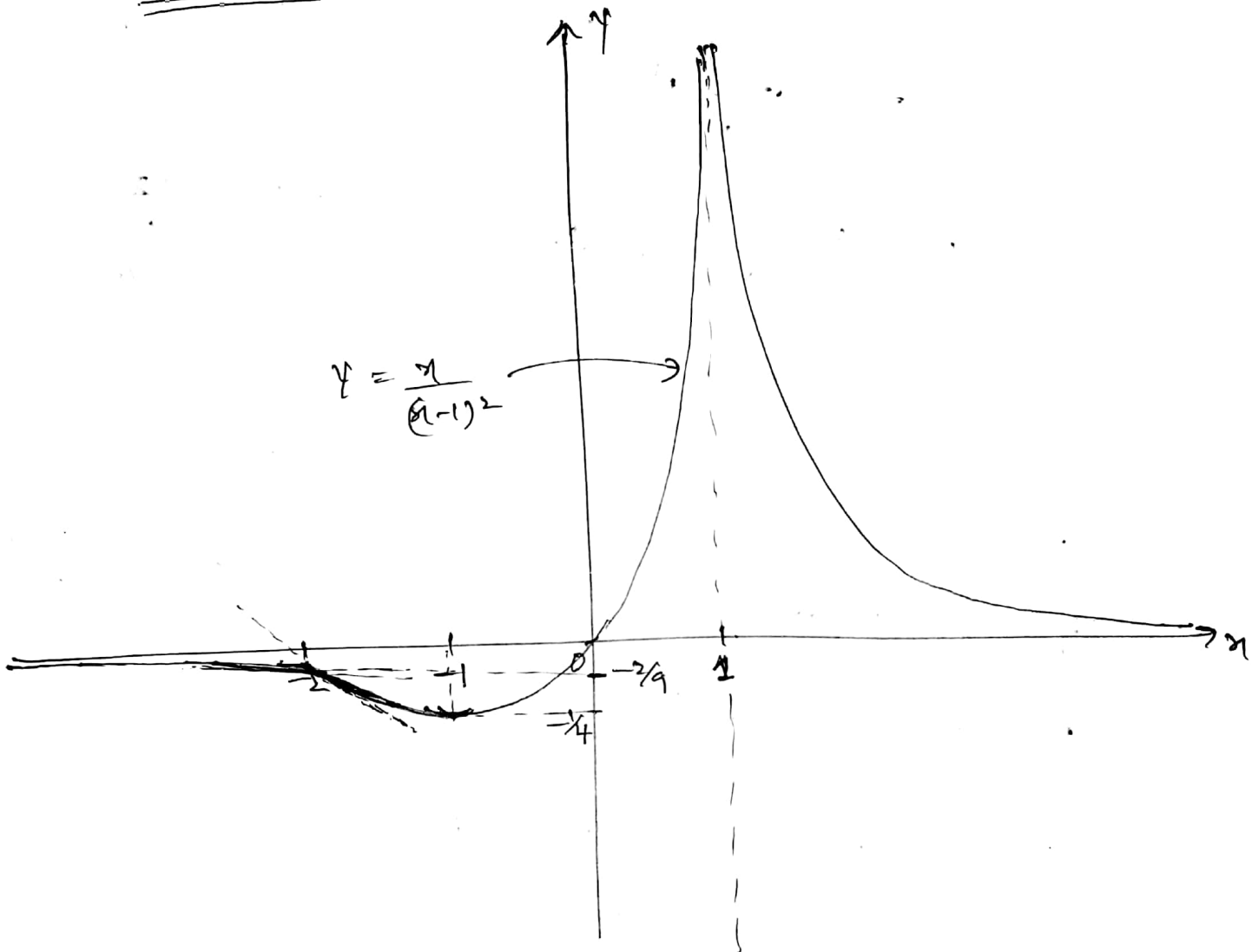
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{(x-1)^2} \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{(x-1)^2} \rightarrow +\infty$$

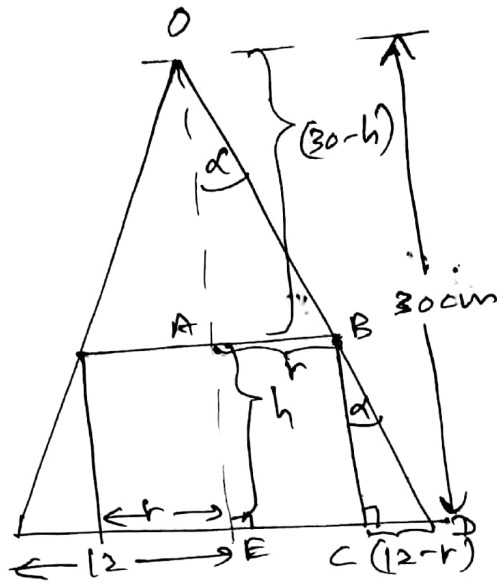
$$y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$x=0 \Rightarrow y=0$$

(0,0) centro de simetria.



(b)



BCD ~~is~~ Down

$$\tan \alpha = \frac{(12-r)}{h} \quad \text{--- (1)}$$

OED Down

$$\tan \alpha = \frac{12}{30}$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{5} \quad \text{--- (2)}$$

Volume of cone = V

$$V = \pi r^2 h$$

$$\text{(3)} \quad V = \pi r^2 \frac{5}{2} (12-r)$$

$$V = \pi r^2 \left(30 - \frac{5}{2} r \right)$$

$$V = \pi \left(30r^2 - \frac{5}{2} r^3 \right) \quad \text{--- (A)}$$

$$\text{(1)} = \text{(2)}$$

$$\frac{12-r}{h} = \frac{2}{5}$$

$$h = \frac{5(12-r)}{2} \quad \text{--- (3)}$$

(ii) (A) differentiate w.r.t r

$$\frac{dV}{dr} = \pi \left(60r - \frac{5}{2} \times 3r^2 \right)$$

$$\frac{dV}{dr} = \pi r \left(60 - \frac{15}{2} r \right)$$

$$\frac{dV}{dr} = \pi r \times \frac{15}{2} (8-r)$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{15\pi r}{2} (8-r) \quad \text{--- (4)}$$

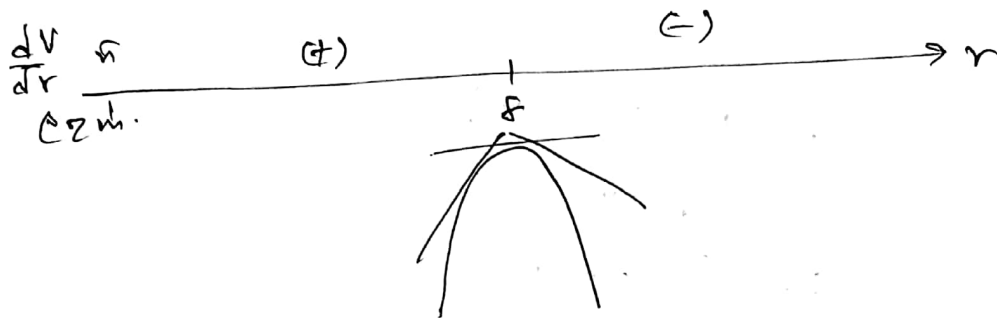
$$V_{\text{max}}$$

$$\frac{dV}{dr} = 0 \text{ or}$$

$$\therefore \frac{15\pi r(8-r)}{2} = 0$$

$$\therefore r=0 \text{ or } \underline{r=8\text{cm}}$$

$$r \neq 0 \text{ or } r=8\text{cm} \text{ is the answer.}$$



$$\therefore r=8\text{cm} \text{ is } V_{\text{max}} \text{ or} //$$

$$\text{A) at } r=8\text{cm}$$

$$V_{\text{max}} = \pi \left(30 \times 8^2 - \frac{5}{2} \times 8^3 \right)$$

$$= 8^2 \pi \left(30 - \frac{5}{2} \times 8 \right)$$

$$= 64\pi \times 10$$

$$V_{\text{max}} = 640\pi \text{ cm}^3 //$$

~~$$\text{Volume of cylinder} = V_c = \pi r^2 h$$~~

$$\text{only of cylinder} = V_c = \frac{1}{3} \pi \times (12)^2 \times 30$$

$$V_c = \frac{\pi}{3} \times 12 \times 12 \times 30$$

$$V_c = 1440\pi \text{ cm}^3 //$$

$$\therefore \frac{V_{\text{max}}}{V_c} = \frac{640\pi}{1440\pi} = \frac{16 \times 4}{16 \times 9} = \frac{4}{9} //$$

$$\therefore \text{Volume of cylinder, only of cylinder } \frac{4}{9} //$$

11. a) $f(x) = x^2 + (\lambda + 7)x + \lambda$

$f(x) = 0$ ව්‍යාප්ත වේ.

$$x^2 + (\lambda + 7)x + \lambda = 0$$

ව්‍යාප්ත වේ යන්න Δx හි

$$\Delta x = (\lambda + 7)^2 - 4 \times 1 \times \lambda$$

$$= (\lambda + 7)^2 - 4\lambda$$

$$= \lambda^2 + 14\lambda + 49 - 4\lambda$$

$$= \lambda^2 + 10\lambda + 49$$

$$= (\lambda + 5)^2 - 25 + 49$$

$$\Delta x = (\lambda + 5)^2 + 24 //$$

$\therefore \lambda \in \mathbb{R}$ යනු, $(\lambda + 5)^2 \geq 0$ ය.

$\therefore \underbrace{(\lambda + 5)^2 + 24} > 0$ ය.

$\therefore \underline{\underline{\Delta x > 0}}$ ය.

$\therefore \lambda \in \mathbb{R}$ යනු, $f(x) = 0$ ව්‍යාප්ත වේ නම් එහි විභේදක 2 ක් වේ. //

$f(x) = 0$

$x^2 + (\lambda + 7)x + \lambda = 0$ ව්‍යාප්ත වේ යනු α හි β දෙකකි.

$\therefore \alpha + \beta = -(\lambda + 7) \quad \text{--- ①}$

$\alpha\beta = \lambda \quad \text{--- ②}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$\textcircled{1} \text{ and } \textcircled{2} \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = [-(\lambda + 7)]^2 - 4\lambda$$

$$= (\lambda + 7)^2 - 4\lambda$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \lambda^2 + 14\lambda + 49 - 4\lambda$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \lambda^2 + 10\lambda + 49$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\lambda + 5)^2 - 25 + 49$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\lambda + 5)^2 + 24$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\lambda + 5)^2 + 24}$$

$$\therefore \text{The minimum value of } |\alpha - \beta| = \sqrt{(\lambda + 5)^2 + 24}$$

$\lambda \in \mathbb{R}$ ከ $\therefore$ The minimum value (ሚኒምም) is

$$(\lambda + 5)^2 = 0 \text{ is.}$$

$\therefore \underline{\underline{\lambda = -5}}$ is, The minimum value is.

$$\therefore |\alpha - \beta|_{\text{min}} = \sqrt{0 + 24}$$

$$|\alpha - \beta|_{\text{min}} = \sqrt{24}$$

$$|\alpha - \beta|_{\text{min}} = 2\sqrt{6} //$$

(i) $\lambda = -5$ s)

$$f(x) = x^2 + (-5+7)x - 5$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 5$$

$$f(x) = (x+1)^2 - 1 - 5$$

$$f(x) = (x+1)^2 - 6 //$$

$$y = \frac{2}{f(x)} \text{ sec w nhd.}$$

$$y = \frac{2}{(x+1)^2 - 6}$$

Y zvdh sdd m) $(x+1)^2 - 6$ w) y nvdh sdd mhd.

$$f(x) = (x+1)^2 - 6$$

$$\therefore [f(x)]_{\text{zvdh}} \text{ sdd}, (x+1)^2 = 0 \text{ s.}$$

$$\therefore \underline{\underline{x = -1}}$$

$$\therefore [f(x)]_{\text{zvdh}} = -6 //$$

$$\therefore y_{\text{zvdh}} = \frac{2}{(f(x))_{\text{zvdh}}}$$

$$y_{\text{zvdh}} = \frac{2}{-6}$$

$$\underline{\underline{y_{\text{zvdh}} = -\frac{1}{3}}}$$

$\therefore$ sdd $[f(x)]$ sdd mhd

$x = -1$ mhd y nvdh sdd

$$\lambda = -550$$

$$(i) \quad f(x) = 0 \dots$$

$$x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$f(x) = 0 \text{ when } x \in \alpha \text{ or } \beta$$

$$\alpha + \beta = -2 \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha\beta = -5 \quad \text{--- (2)}$$

$$(\alpha^4 - 1) + (\beta^4 - 1)$$

$$= (\alpha^4 + \beta^4) - 2$$

$$= (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2 - 2$$

$$= [(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta]^2 - 2\alpha^2\beta^2 - 2$$

$$\text{① and ②} \Rightarrow [(-2)^2 - 2(-5)]^2 - 2(-5)^2 - 2$$

$$= [4 + 10]^2 - 2 \times 25 - 2$$

$$= 14^2 - 50 - 2$$

$$= 196 - 52$$

$$= 144 //$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$(\alpha^4 - 1) \cdot (\beta^4 - 1)$$

$$= \alpha^4\beta^4 - (\alpha^4 + \beta^4) + 1$$

$$= \alpha^4\beta^4 - [(\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2] + 1$$

$$= \alpha^4\beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 + 1 - (\alpha^2 + \beta^2)^2$$

$$= \alpha^4\beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 + 1 - [(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta]^2$$

$$\text{① and ②} \Rightarrow$$

$$= (-5)^4 + 2(-5)^2 + 1 - [(-2)^2 - 2(-5)]^2$$

$$= 625 + 50 + 1 - (4 + 10)$$

$$= 675 + 1 - 14$$

$$= 676 - 14$$

$$= \underline{\underline{662}}$$

$$\therefore \text{G.C. } (\alpha^4 - 1) \text{ and } (\beta^4 - 1) \text{ is } x^2 - 144x + 662$$

$$x^2 - [(\alpha^4 - 1) + (\beta^4 - 1)]x + (\alpha^4 - 1)(\beta^4 - 1) = 0$$

$$x^2 - (144)x + 662 = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 - 144x + 662 = 0}}$$

$$(b) \quad f(x) = x^4 + \lambda x^3 - x^2 + \mu x + 2$$

$$(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

$$(x-1) \text{ нь } f(x) \text{ н хуваагддаг нь}$$

$$f(1) = 0 \text{ ор}$$

$$\therefore 1^4 + \lambda 1^3 - 1^2 + \mu 1 + 2 = 0$$

$$1 + \lambda - 1 + \mu + 2 = 0$$

$$\lambda + \mu = -2 \quad \text{--- (1)}$$

$$(x+2) \text{ нь } f(x) \text{ н хуваагддаг нь}$$

$$f(-2) = 0$$

$$\therefore (-2)^4 + \lambda(-2)^3 - (-2)^2 + \mu(-2) + 2 = 0$$

$$16 - 8\lambda - 4 - 2\mu + 2 = 0$$

$$14 - 8\lambda - 2\mu = 0$$

$$4\lambda + \mu = 7 \quad \text{--- (2)}$$

$$(2) - (1); \quad 3\lambda = 9$$

$$\lambda = \underline{\underline{3}}$$

$$(1) \text{ нь } 3 + \mu = -2$$

$$\mu = \underline{\underline{-5}}$$

$$\therefore f(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2$$

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x^2 + kx - 1)$$

$$f(x) = (x^2 + x - 2)(x^2 + kx - 1)$$

нэгдүгээр хувиар хуваахад

$$x^3; \quad 3 = k + 1$$

$$\underline{\underline{k = 2}}$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x+2)(x^2 + 2x - 1)$$

$$f(x) = (x-1)(x+2)((x+1)^2 - 2)$$

$$f(x) = (x-1)(x+2) \left((x+1)^2 - (\sqrt{2})^2 \right)$$

$$f(x) = (x-1)(x+2) (x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2}) //$$

$f(x)$ ଥିବା (x^2-1) ନିକଟରେ ଥିବା ଅଂଶ $(px+q)$ ର

$$f(x) = (x^2-1) \phi(x) + (px+q)$$

$$x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2 = (x-1)(x+1) \phi(x) + (px+q)$$

$$x=1 \text{ ର } 1^4 + 3 \cdot 1^3 - 1^2 - 5 \cdot 1 + 2 = 0 + p \cdot 1 + q$$

$$0 = p+q \text{ — (1)}$$

$$x=-1 \text{ ର } (-1)^4 + 3(-1)^3 - (-1)^2 - 5(-1) + 2 = 0 + p(-1) + q$$

$$1 - 3 + 1 + 5 + 2 = -p + q$$

$$4 = -p + q \text{ — (2)}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; \quad \begin{array}{l} 4 = 2q \\ \underline{\underline{q = 2}} \end{array}$$

$$\textcircled{1} \text{ ର } \begin{array}{l} p = -q \\ \underline{\underline{p = -2}} \end{array}$$

$$\therefore f(x) \text{ ର } (x^2-1) \text{ ନିକଟରେ ଥିବା ଅଂଶ} = \underline{\underline{(-2x+2)}}$$

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
 $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$C = A \cdot B$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 - 2 + 1 & 0 - 2 + 0 \\ 0 + 1 + 0 & 2 + 1 + 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} //$$

$$\det(C) = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -1 \times 3 - (-2 \times 1)$$

$$= -3 + 2$$

$$\det(C) = -1 //$$

$$\therefore C^{-1} = \frac{1}{\det(C)} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{(-1)} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} //$$

$$C D C^{-1} = 2C^2 + 3C$$

$$C D C^{-1} \cdot C = 2C^2 \cdot C + 3C \cdot C$$

$$C D I = 2C^3 + 3C^2$$

$$C D = 2C^3 + 3C^2$$

$$C^{-1} \cdot C \cdot D = 2C^{-1} \cdot C^3 + 3C^{-1} \cdot C^2$$

$$\underbrace{I \cdot D} = 2C^{-1} \cdot C \cdot C^2 + 3C^{-1} \cdot C \cdot C$$

$$\underbrace{D} = 2I C^2 + 3I C$$

$$D = 2C^2 + 3C //$$

$$\underline{D = 2C^2 + 3C}$$

$$C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C^2 = C \cdot C$$

$$C^2 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C^2 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} //$$

$$D = 2C^2 + 3C$$

$$D = 2 \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -2 & -8 \\ 4 & 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 7 & 23 \end{pmatrix} //$$

$$\underbrace{(CD)^{-1}}_{\text{L.H.S.}} = \underbrace{D^{-1} \cdot C^{-1}}_{\text{R.H.S.}}$$

$$CD = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 7 & 23 \end{pmatrix}$$

$$CD = \begin{pmatrix} 5 & -14 & 14 & -46 \\ -5 & 21 & -14 & 69 \end{pmatrix}$$

$$CD = \begin{pmatrix} -9 & -32 \\ 16 & 55 \end{pmatrix} //$$

$$\det(CD) = \begin{vmatrix} -9 & -32 \\ 16 & 55 \end{vmatrix} = -9 \times 55 - (-32 \times 16) = -495 + 512$$

$$\det(CD) = 17 //$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 16 \\ \hline 192 \\ 32 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\therefore (CD)^{-1} = \frac{1}{\det(CD)} \begin{pmatrix} 55 & 32 \\ -16 & -9 \end{pmatrix}$$

$$(CD)^{-1} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 55 & 32 \\ -16 & -9 \end{pmatrix} // \text{--- (A)}$$

$$D = \begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 7 & 23 \end{pmatrix}$$

$$\det(D) = \begin{vmatrix} -5 & -14 \\ 7 & 23 \end{vmatrix} = -5 \times 23 - (-14 \times 7) \\ = -115 + 98 \\ = -17 //$$

$$\therefore D^{-1} = \frac{1}{\det(D)} \begin{pmatrix} 23 & 14 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} = \frac{1}{-17} \begin{pmatrix} 23 & 14 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} -23/17 & -14/17 \\ 7/17 & 5/17 \end{pmatrix} //$$

$$D^{-1} \cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} -23/17 & -14/17 \\ 7/17 & 5/17 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} \cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{69}{17} - \frac{14}{17} & \frac{46}{17} - \frac{14}{17} \\ -\frac{21}{17} + \frac{5}{17} & \frac{14}{17} + \frac{5}{17} \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} \cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{55}{17} & \frac{32}{17} \\ -\frac{16}{17} & -\frac{9}{17} \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} \cdot C^{-1} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 55 & 32 \\ -16 & -9 \end{pmatrix} // \text{--- (B)}$$

$$\therefore (A) = (B) \text{ no min/max}$$

$$\therefore \underline{(CD)^{-1} = D^{-1} \cdot C^{-1}} \text{ --- (C)}$$

$$P = \cancel{A+B} B \cdot A$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} //$$

$$X = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ b \end{pmatrix}$$

$$PX = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a+2 \\ 2a-2+b \\ -4+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

now we solve for a and b.

$$\therefore -4+b = -1$$

$$\underline{\underline{b=3}}$$

$$2a+2 = 4$$

$$\underline{\underline{a=1}}$$

$$(b) \quad z = \cos \theta + i \sin \theta \quad ; \quad (0 < \theta < 2\pi)$$

$$\begin{aligned} (i) \quad (1-z) &= 1 - (\cos \theta + i \sin \theta) \\ &= (1 - \cos \theta) - i \sin \theta \\ &= 1 - \left(1 - 2\sin^2 \frac{\theta}{2}\right) - i \sin \theta \\ &= 2\sin^2 \frac{\theta}{2} - i \times 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ (1-z) &= 2\sin \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

$$(1-z) = 2\sin^2 \frac{\theta}{2} - i \left(2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\therefore |1-z| = \sqrt{\left(2\sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^2 + \left(2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}\right)^2}$$

$$|1-z| = 2\sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$|1-z| = 2\sin \frac{\theta}{2} \times \sqrt{1}$$

$$\underline{\underline{|1-z| = 2\sin \frac{\theta}{2}}}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad (1+z) &= 1 + (\cos \theta + i \sin \theta) \\ &= (1 + \cos \theta) + i \sin \theta \\ &= \left(1 + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1\right) + i \sin \theta \\ &= 2\cos^2 \frac{\theta}{2} + i \left(2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

$$(1+z) = 2\cos \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{2}/\textcircled{1} : \left(\frac{1+z}{1-z} \right) = \frac{\cancel{\cos \theta_2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right)}{\cancel{\sin \theta_2} \left(\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2} \right)}$$

$$\left(\frac{1+z}{1-z} \right) = \frac{\cot \theta_2 \left(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2 \right) \left(\sin \theta_2 + i \cos \theta_2 \right)}{\left(\sin \theta_2 - i \cos \theta_2 \right) \left(\sin \theta_2 + i \cos \theta_2 \right)}$$

$$= \frac{\cot \theta_2 \left(\sin \theta_2 \cos \theta_2 + i \cos^2 \theta_2 + i \sin^2 \theta_2 + i^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \right)}{\left(\sin^2 \theta_2 - i^2 \cos^2 \theta_2 \right)}$$

$$= \cot \theta_2 \left(\cancel{\sin \theta_2 \cos \theta_2} - \cancel{\sin \theta_2 \cos \theta_2} + i (\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2) \right) \\ \hline \left(\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2 \right)$$

$$= \cot \theta_2 \left(0 + i \times 1 \right) \\ \hline 1$$

$$= i \cot \theta_2$$

$$\therefore \left(\frac{1+z}{1-z} \right) = (0 + i \cot \theta_2) //$$

$$\therefore \operatorname{Re} \left(\frac{1+z}{1-z} \right) = 0 // \quad \textcircled{2} \quad \operatorname{Im} \left(\frac{1+z}{1-z} \right) = \cot \theta_2 //$$

① →

$$(ii) \quad (1-z) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-z)} &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} (\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2})} \\ &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} (\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2}) (\sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{\theta}{2})} \\ &= \frac{(\sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{\theta}{2})}{2 \sin \frac{\theta}{2} (\sin^2 \frac{\theta}{2} + i^2 \cos^2 \frac{\theta}{2})} \\ &= \frac{(\sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{\theta}{2})}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \times \frac{1}{(\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2})} \\ &= \left(\frac{1}{2} + i \frac{1}{2} \cot \frac{\theta}{2} \right) \times \frac{1}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{(1-z)} = \frac{1}{2} + i \left(\frac{1}{2} \cot \frac{\theta}{2} \right) //$$

$$\therefore \operatorname{Re} \left(\frac{1}{1-z} \right) = \frac{1}{2} // \quad \text{--- (3)}$$

$$(3) \Rightarrow \operatorname{Re} \left(\frac{1+z}{1-z} \right) = 0$$

$$\therefore \operatorname{Re} \left(\frac{1}{1-z} + \frac{z}{1-z} \right) = 0$$

$$\therefore \operatorname{Re} \left(\frac{1}{1-z} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z}{1-z} \right) = 0$$

④ →

$$\frac{1}{2} + \operatorname{Re} \left(\frac{z}{1-z} \right) = 0$$

$$\therefore \operatorname{Re} \left(\frac{z}{1-z} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$z = \frac{8\sqrt{3} - 4i}{7 + \sqrt{3}i}$$

$$z = \frac{(8\sqrt{3} - 4i)}{(7 + \sqrt{3}i)} \cdot \frac{(7 - \sqrt{3}i)}{(7 - \sqrt{3}i)}$$

$$z = \frac{(56\sqrt{3} - 24i - 28i + 4\sqrt{3}i^2)}{(49 - 3i^2)}$$

$$z = \frac{(56\sqrt{3} - 52i - 4\sqrt{3})}{(49 + 3)}$$

$$z = \frac{(52\sqrt{3} - 52i)}{52}$$

$$z = (\sqrt{3} - i)$$

$$z = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right)$$

$$\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore z = 2 \left(\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \right)$$

$$z = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) //$$

$$z = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$$

$$z^{12} = 2^{12} \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)^{12}$$

↑ ପୂର୍ବରୁ ଗୁଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧ

$$z^{12} = 2^{12} \left(\cos(22\pi) + i \sin(22\pi) \right)$$

$$z^{12} = 2^{12} (1 + i \cdot 0)$$

$$z^{12} = 2^{12}$$

$$z^{12} = 4096 \parallel \text{--- ①}$$

$$z = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$$

$$\bar{z} = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} - i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$$

$$\bar{z} = 2 \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{6} \right) \right)$$

$$(\bar{z})^{12} = 2^{12} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{6} \right) \right)^{12}$$

↑ ପୂର୍ବରୁ ଗୁଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧ

$$(\bar{z})^{12} = 2^{12} \left(\cos(-22\pi) + i \sin(-22\pi) \right)$$

$$(\bar{z})^{12} = 2^{12} \left(\cos(22\pi) - i \sin(22\pi) \right)$$

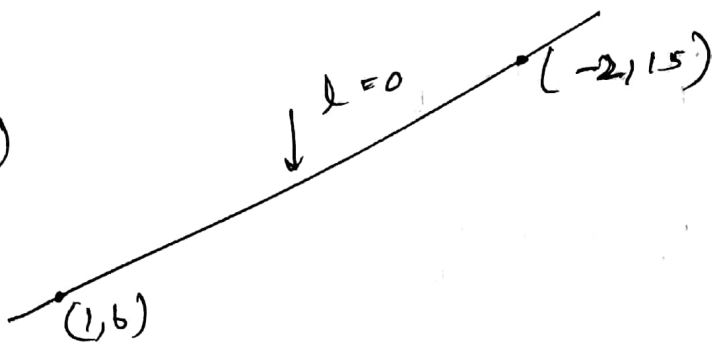
$$(\bar{z})^{12} = 4096 (1 - i \cdot 0)$$

$$\bar{z}^{12} = 4096 \parallel \text{--- ②}$$

$$\therefore \text{①} + \text{②} ; \quad z^{12} + (\bar{z})^{12} = 4096 + 4096$$

$$z^{12} + \bar{z}^{12} = 8192 \parallel$$

16



l ~~whin~~

$$\frac{y-6}{x-1} = \frac{15-6}{-2-1}$$

$$\frac{y-6}{x-1} = \frac{-9}{-3}$$

$$8y - 48 = -9x + 9$$

$$9x + 8y - 57 = 0 //$$

l ~~whin~~

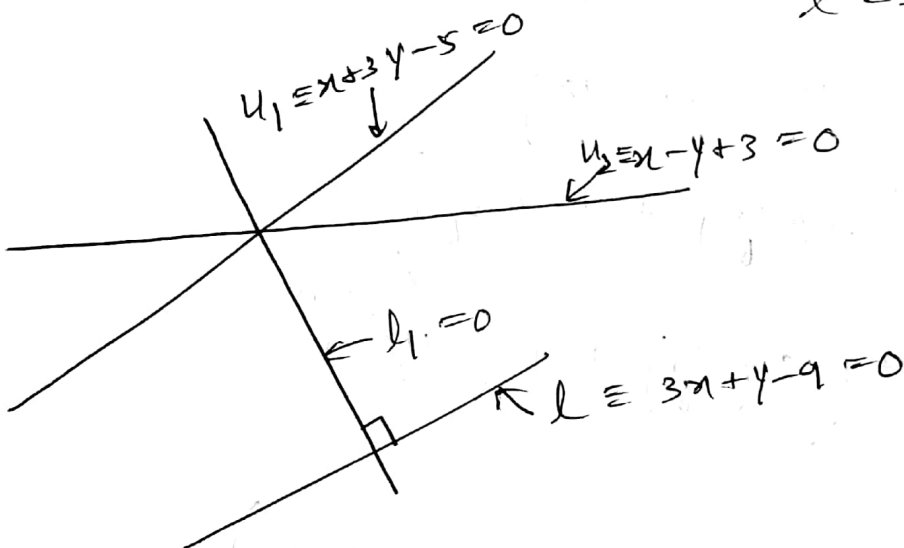
$$\frac{y-6}{x-1} = \frac{15-6}{-2-1}$$

$$\frac{y-6}{x-1} = \frac{9}{-3}$$

$$\frac{y-6}{x-1} = -3$$

$$y-6 = -3x+3$$

$$l \equiv 3x + y - 9 = 0 //$$



$u_1 = 0$ and $u_2 = 0$ are the lines of the family of lines passing through the intersection of $u_1 = 0$ and $u_2 = 0$.

$$u_1 + \lambda u_2 = 0 ; (\lambda \text{ is a scalar})$$

$$(x + 3y - 5) + \lambda(x - y + 3) = 0$$

Let $\lambda = t$ then $l_1 = 0$ is the line of the family of lines passing through the intersection of $u_1 = 0$ and $u_2 = 0$.

$$L_1 \equiv (x+3y-5) + t(x-y+3) = 0$$

$$L_1 \equiv x(1+t) + (3-t)y - 5 + 3t = 0$$

$$L_1 \text{ ከ } x \text{ ጋር ጥምረት } = m_1 = -\frac{(1+t)}{(3-t)} //$$

$$L \text{ ከ } y \text{ ጋር ጥምረት } = m = -3 //$$

L_1 ከ L ጋር ስልክ ሲገኝ ለጋራ ነጥብ

$$m_1 \cdot m = -1 \text{ ይሆናል}$$

$$\therefore -\frac{(1+t)}{(3-t)} \times (-3) = -1$$

$$3 + 3t = -3 + t$$

$$2t = -6$$

$$t = \underline{\underline{-3}}$$

$$\therefore L_1 \equiv (x+3y-5) - 3(x-y+3) = 0$$

$$L_1 \equiv -2x + 6y - 14 = 0$$

$$L_1 \equiv x - 3y + 7 = 0 //$$

አ $L_1 = 0$ ከ $y = 4$ መጠን ሲገኝ ለጋራ ነጥብ P ከ ጋራ ነጥብ ሲገኝ ነው።

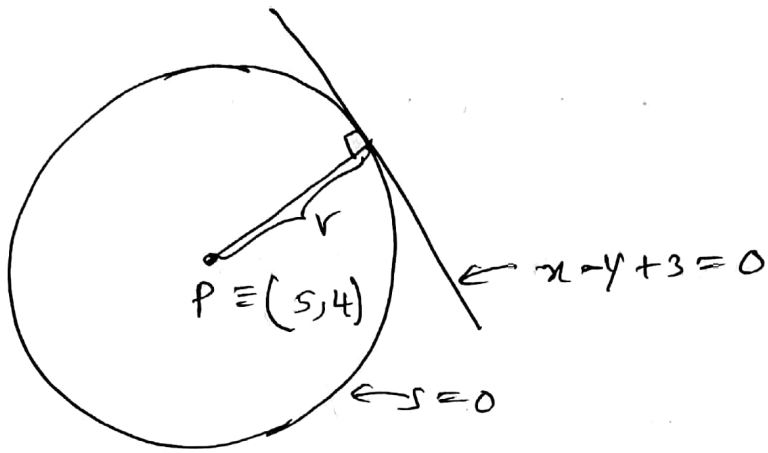
$$x - 3y + 7 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$y = 4 \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} \text{ ከ } \textcircled{2} \text{ ዝቅመን } x - 3 \times 4 + 7 = 0$$

$$x = \underline{\underline{+5}}$$

$$\therefore P \equiv (5, 4) //$$



$$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ (where } w \text{ is the center).}$$

$$\text{center } w \equiv P \equiv (5, 4) \equiv (-g, -f)$$

$$\therefore 5 = -g$$

$$g = \underline{\underline{-5}}$$

$$4 = -f$$

$$f = \underline{\underline{-4}}$$

$$P \text{ lies on } x - y + 3 = 0 \text{ so distance } = r$$

$$\therefore \frac{|5 - 4 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2 - c}$$

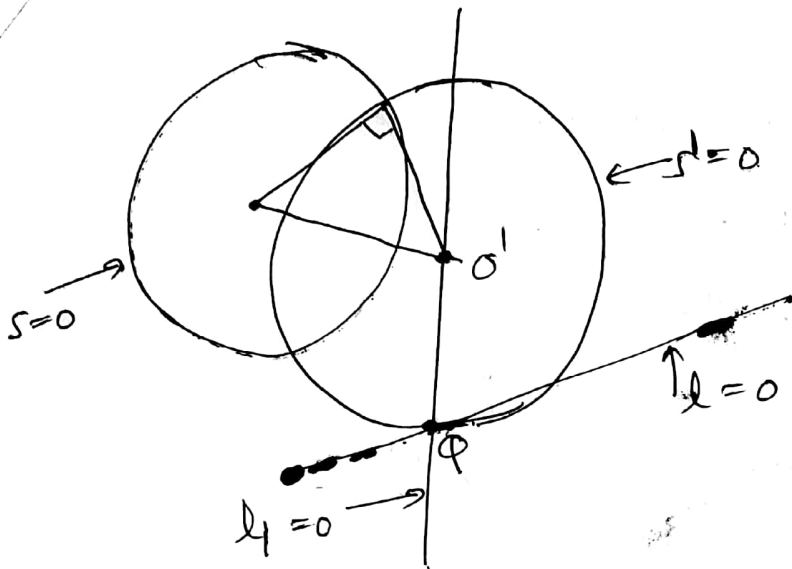
$$2\sqrt{2} = \sqrt{25 + 16 - c}$$

$$4 \times 2 = 41 - c$$

$$c = 41 - 8$$

$$c = \underline{\underline{33}}$$

$$\therefore S \equiv x^2 + y^2 - 10x - 8y + 33 = 0 //$$



$$l_1 \equiv x - 3y + 7 = 0$$

$$l \equiv 3x + y - 9 = 0$$

$$S \equiv x^2 + y^2 - 10x - 8y + 33 = 0$$

የድምጽ ስኬት

$$S' \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ ይህ ሲሆን}$$

$S=0$ ከ $S'=0$ ጋር ሲገናኙ ለሚገኙት ስኬት

$$2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$$

$$2(-5)g + 2(-4)f = 33 + c$$

$$-10g - 8f = 33 + c$$

$$10g + 8f + c = -33 \quad \text{--- (1)}$$

$l_1=0$ ከ $l=0$ ጋር ሲገናኙ ለሚገኙት ስኬት

$$x - 3y + 7 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$3x + y - 9 = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$(2) + (3) \times 3;$$

$$x + 9x + 7 - 27 = 0$$

$$10x = 20$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$(3) \text{ ከ } 3x + y - 9 = 0$$

$$\underline{\underline{y = 3}}$$

$$\therefore P \equiv (2, 3)$$

$S^1 = 0$ or $\nabla S = 0 \Rightarrow \Phi = (2, 3)$ or $\nabla S = 0$ or $\nabla S = 0$

$$2^2 + 3^2 + 2g \times 2 + 2f \times 3 + C = 0$$

$$4 + 9 + 4g + 6f + C = 0$$

$$4g + 6f + C = -13 \quad \text{--- (2)}$$

$S^1 = 0$ or $\nabla S = 0$ or $\nabla S = 0 \Rightarrow \Phi^1 = (-9, -f)$ or $\nabla S = 0$ or $\nabla S = 0$

Φ^1 or $\nabla S = 0$ or $\nabla S = 0$ or $\nabla S = 0$

$$\therefore -9 - 3(-f) + 7 = 0$$

$$-9 + 3f + 7 = 0$$

$$9 - 3f = 7 \quad \text{--- (3)}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}; \quad 10g + 8f - (4g + 6f) = -33 + 13$$

$$6g + 2f = -20$$

$$3g + f = -10 \quad \text{--- (4)}$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} \times 3; \quad g + 9g = 7 - 30$$

$$10g = -23$$

$$g = -\frac{23}{10} //$$

$$\textcircled{4} \Rightarrow f = -10 - 3g$$

$$f = -10 + 3 \times \frac{23}{10}$$

$$f = \frac{-100 + 69}{10}$$

$$f = -\frac{31}{10} //$$

$$\therefore \textcircled{2} \Rightarrow C = -13 - 4g - 6f$$

$$C = -13 + 4 \times \frac{23}{10} + 6 \times \frac{31}{10}$$

$$C = -13 + \frac{46}{5} + \frac{93}{5}$$

$$C = \frac{139 - 65}{5}$$

$$C = \frac{74}{5} //$$

$$\therefore S^1 = x^2 + y^2 - \frac{23}{5}x - \frac{31}{5}y + \frac{74}{5} = 0$$

$$S^1 = 5x^2 + 5y^2 - 23x - 31y + 74 = 0 //$$

17. (a) (i) $f(x) = \frac{1}{4} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{5\sqrt{3}}{8} \sin x$

$$f(x) = \frac{1}{4} \left(\cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} \right) - \frac{5\sqrt{3}}{8} \sin x$$

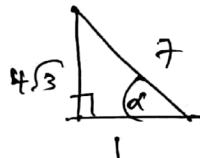
$$f(x) = \frac{1}{4} \left(\cos x \times \frac{1}{2} + \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{5\sqrt{3}}{8} \sin x$$

$$f(x) = \frac{1}{8} \left(\cos x + \sqrt{3} \sin x - 5\sqrt{3} \sin x \right)$$

$$f(x) = \frac{1}{8} \left(\cos x - 4\sqrt{3} \sin x \right)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12}}{8} \left(\frac{1}{\sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12}} \cos x - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12}} \sin x \right)$$

$$f(x) = \frac{7}{8} \left(\frac{1}{7} \cos x - \frac{4\sqrt{3}}{7} \sin x \right)$$

or) $\frac{1}{7} = \cos \alpha$ 

$$\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore f(x) = \frac{7}{8} \left(\cos \alpha \cos x - \sin \alpha \sin x \right)$$

$$f(x) = \frac{7}{8} \cos(x + \alpha) //$$

$\therefore$ or $f(x) = R \cos(x + \alpha)$ given where

$$\therefore R = \frac{7}{8} \quad \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$$

(2)

$$(ii) f(x) = \frac{7}{8} \cos(x+\alpha)$$

$$\cos(x+\alpha) = \frac{8f(x)}{7} // \text{--- ①}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ s.t. } x \in \mathbb{R}$$

$$-1 \leq \cos(x+\alpha) \leq 1 \text{ or}$$

$$\therefore \text{①} \Rightarrow -1 \leq \frac{8f(x)}{7} \leq 1$$

$$\underline{\underline{-\frac{7}{8} \leq f(x) \leq \frac{7}{8}}}$$

$$\therefore f(x) \text{ is max. value} = \frac{7}{8} //$$

$$f(x) \text{ is min. value} = \underline{\underline{-\frac{7}{8}}}$$

$$(iii) f(x) = -\frac{7}{16}$$

$$\frac{7}{8} \cos(x+\alpha) = -\frac{7}{16}$$

$$\cos(x+\alpha) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(x+\alpha) = -\cos\frac{\pi}{3}$$

$$\cos(x+\alpha) = \cos(\pi - \frac{\pi}{3})$$

$$\cos(x+\alpha) = \cos(\frac{2\pi}{3})$$

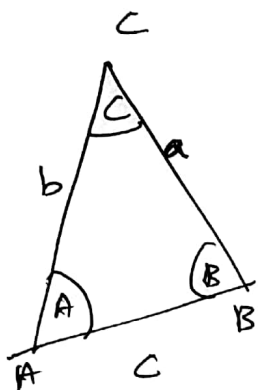
$$x+\alpha = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} - \alpha //$$

$$(n \in \mathbb{Z}), \left(\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{7}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) \right)$$

(b)

A B C A and B are given

Sin Rule

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} //$$

Cosine Rule

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos \theta = \frac{a-b}{c}, \quad (\theta > 0)$$

Sin Rule again

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k \quad \text{say } k$$

(k ≠ 0, k is constant)

$$\left. \begin{aligned} a &= k \sin A \\ b &= k \sin B \\ c &= k \sin C \end{aligned} \right\} \quad \text{(A)}$$

$$\cos \theta = \frac{a-b}{c}$$

$$\text{(A) say } \Rightarrow \cos \theta = \frac{k \sin A - k \sin B}{k \sin C}$$

$$\cos \theta = \frac{k(\sin A - \sin B)}{k \sin C}$$

$$\cos \theta = \frac{2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\sin(\pi - (A+B))}$$

$$\cos \theta = \frac{2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\sin(A+B)}$$

$$\cos \theta = \frac{\cancel{2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)} \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\cancel{2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right)} \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)} //$$

$$Q1) \quad \cos \theta = \frac{\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)}$$

$$\sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos \theta$$

$$\sin^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos^2 \theta$$

$$1 - \cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos^2 \theta$$

$$1 - \cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \cos^2 \frac{C}{2} (1 - \sin^2 \theta) \times \cos^2 \theta$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = 1 - \cos^2 \frac{C}{2} \cos^2 \theta$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = 1 - \left(\frac{1 + \cos C}{2}\right) \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) \cos^2 \theta$$

$$= \frac{1}{2} \left[2 - \left(1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) \cos^2 \theta \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{4ab - (a^2 + b^2 + 2ab - c^2) \cos^2 \theta}{2ab} \right]$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{1}{2} \left[\frac{4ab - (a+b)^2 \cos^2 \theta + c^2 \cos^2 \theta}{2ab} \right]$$

$$\cos \theta = \frac{a-b}{c}$$

$$c \cos \theta = (a-b) \quad \text{--- (1)}$$

① in 2nd row

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{1}{2} \left[\frac{4ab - (a+b)^2 \cos^2 \theta + (a-b)^2}{2ab} \right]$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{(a^2 + b^2 - 2ab + 4ab) - (a+b)^2 \cos^2 \theta}{4ab}$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - (a+b)^2 \cos^2 \theta}{4ab}$$

$$= \frac{(a+b)^2 - (a+b)^2 \cos^2 \theta}{4ab}$$

$$= \frac{(a+b)^2 (1 - \cos^2 \theta)}{4ab}$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{(a+b)^2 \sin^2 \theta}{4ab}$$

$$\therefore \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{(a+b) \sin \theta}{2\sqrt{ab}} \quad \text{--- (2)}$$

(ii)

$$\cos \theta = \frac{\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}$$

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos \theta = \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\sin^2\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos^2 \theta = \sin^2\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\left[1 - \cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right)\right] \cos^2 \theta = 1 - \cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos^2 \theta \cdot \cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos^2 \theta - 1 + \cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos^2 \theta \cdot \cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) - (1 - \cos^2 \theta)$$

(2) in

$$\cos^2 \theta \cdot \cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right) = \frac{(a+b)^2 \sin^2 \theta}{4ab} - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta \cos^2 \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{\sin^2 \theta}{4ab} \left((a+b)^2 - 4ab \right)$$

$$\left(\frac{a-b}{2} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{\sin^2 \theta}{4ab} \left(a^2 + b^2 + 2ab - 4ab \right)$$

$$(a-b)^2 \cos^2 \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{c^2 \sin^2 \theta}{4ab} (a^2 - 2ab + b^2)$$

$$\cancel{(a-b)^2} \cos^2 \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{c^2 \sin^2 \theta \cancel{(a-b)^2}}{4ab}$$

$$\cos^2 \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{c^2 \sin^2 \theta}{4ab}$$

$$\therefore \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{c \sin \theta}{2\sqrt{ab}} \quad \text{--- (3)}$$

② x ③;

$$\cos \left(\frac{A-B}{2} \right) \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \frac{(a+b) \sin \theta}{2\sqrt{ab}} \times \frac{c \sin \theta}{2\sqrt{ab}}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \left(\cos A + \cos B \right) = \frac{c(a+b) \sin^2 \theta}{2 \cancel{4} ab}$$

$$\cos A + \cos B = \frac{c(a+b) \sin^2 \theta}{2ab} \quad \text{--- (4)}$$

cos yosun 25m)

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad \text{--- (5)}$$

$$\textcircled{4} / \textcircled{5} ; \quad \frac{\cos A + \cos B}{\cos C} = \frac{\frac{c(a+b) \sin^2 \theta}{2ab} \times \frac{2ab}{(a^2 + b^2 - c^2)}}{\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}$$

$$\therefore \frac{\cos A + \cos B}{\cos C} = \frac{c(a+b) \sin^2 \theta}{(a^2 + b^2 - c^2)} //$$

$$(c) \underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)}_{\alpha} + \underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{3}\right)}_{\beta} = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{x+1}{2}, \quad \tan \beta = \frac{x-1}{3} \quad \text{say so.}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{(1 - \tan \alpha \tan \beta)} = 1$$

$$\therefore \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$\left(\frac{x+1}{2}\right) + \left(\frac{x-1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{x+1}{2}\right)\left(\frac{x-1}{3}\right)$$

$$\frac{3x+3+2x-2}{6} = \frac{6 - (x^2-1)}{6}$$

$$5x+1 = -x^2+7$$

$$x^2+5x-6=0$$

$$(x+6)(x-1)=0$$

$$\therefore \underline{x = -6 \text{ or } x = 1}$$

$$x = -6 \text{ say}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(-\frac{7}{3}\right)$$

$$\therefore -\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < 0$$

$$\therefore \alpha + \beta \neq \frac{\pi}{4} \text{ so.}$$

$$\therefore x = -6 \text{ rejected.} //$$

$$x = 1 \text{ say}$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = \tan^{-1}(0) = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \text{ so.}$$

$$\therefore \text{so } \Rightarrow \underline{x = 1}$$

(12)

(a)

(25)

I

II

III

IV

V

~~ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ~~

ପ୍ରଥମ 25 ଶ୍ରେଣୀ 5 ଶ୍ରେଣୀ ସହିତ
କେଉଁ ଶ୍ରେଣୀ ସହିତ

$$= {}^{25}C_5 \times {}^{20}C_5 \times {}^{15}C_5 \times {}^{10}C_5 \times {}^5C_5$$

$$= \frac{25!}{5! \times 20!} \times \frac{20!}{5! \times 15!} \times \frac{15!}{5! \times 10!} \times \frac{10!}{5! \times 5!} \times \frac{5!}{5! \times 0!}$$

$$= \frac{25!}{(5!)^6} //$$

- ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି ପ୍ରଥମ 6 ଶ୍ରେଣୀ କେଉଁଠି
ହେଉ, ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ 2 ଶ୍ରେଣୀ କେଉଁଠି ଅନୁସନ୍ଧାନ
କରନ୍ତୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି କେଉଁଠି.

ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି କେଉଁଠି 2 ଶ୍ରେଣୀ
କେଉଁଠି କେଉଁଠି $= {}^5C_1 \times {}^5C_2$

ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ, ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ 4 ଶ୍ରେଣୀ
4 ଶ୍ରେଣୀ (ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ) $= ({}^5C_1)^4$
କେଉଁଠି କେଉଁଠି

∴ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି କେଉଁଠି

ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି କେଉଁଠି 6 ଶ୍ରେଣୀ $= {}^5C_1 \times {}^5C_2 \times ({}^5C_1)^4$

ଅନୁସନ୍ଧାନ କରନ୍ତୁ କେଉଁଠି କେଉଁଠି

$$= ({}^5C_1)^5 {}^5C_2$$

$$= \left(\frac{5!}{4! \times 1!} \right)^5 \times \frac{5!}{2! \times 3!}$$

$$= 5^5 \times \frac{5 \times 4 \times 2}{2}$$

$$= 31250 //$$

එකී අවස්ථාවේ ආවරණ දෙවල් 6 දී,
 වැඩි අවස්ථා ගණනක් ඇති බැවින් $= 6!$

එබැවින් අවසානයේ දක්වා ඇති දෙවල් දෙකේ, එක් දෙවලක් පමණක්

එකම අවස්ථාවක් දක්වා ඇති දෙවල් දෙකේ,
 එකම අවස්ථාවක් වලින් වැඩි අවස්ථා ගණනක් ඇති බැවින් $= 5! \times 2$

$\therefore$ දෙවල් 6 දී, එකම අවස්ථාවක් දෙවල් දෙකේ
 එකම අවස්ථාවක් වලින් වැඩි අවස්ථා ගණනක් ඇති බැවින්
 $= 6! - 5! \times 2$
 $= 5! (6 - 2)$
 $= 4 \times 5!$
 $= 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 10 \times 48$
 $= \underline{\underline{480}}$

$$(b) \quad r+3 = A(r+1)(r+2) + B(r)(r+2) + Cr(r+1)$$

$$r+3 = A(r^2+3r+2) + Br(r+2) + Cr(r+1)$$

දෙකුම සමාන වන බැවින්

$$r^2: \quad 0 = A + B + C \quad \text{--- (1)}$$

$$r: \quad 1 = 3A + 2B + C \quad \text{--- (2)}$$

$$r^0: \quad 3 = 2A \quad \text{--- (3)}$$

$$A = \frac{3}{2}$$

$$(2) - (1); \quad 1 = 2A + B$$

$$B = 1 - 2 \times \frac{3}{2}$$

$$B = -2 //$$

$$(1) \text{ හ } C = -(A+B)$$

$$C = -\left(\frac{3}{2} - 2\right) = \frac{1}{2} //$$

$$\therefore (r+3) = \frac{3}{2}(r+1)(r+2) - 2r(r+2) + \frac{1}{2}r(r+1)$$

$$U_r = \frac{r+3}{3^r r(r+1)(r+2)}$$

$$\textcircled{A} \Rightarrow U_r = \frac{\frac{3}{2}(r+1)(r+2) - 2r(r+2) + \frac{1}{2}r(r+1)}{3^r r(r+1)(r+2)}$$

$$U_r = \frac{3}{2 \cdot 3^r \cdot r} - \frac{2r}{2 \cdot 3^r \cdot r(r+1)} + \frac{1}{2 \cdot 3^r \cdot r(r+2)}$$

$$U_r = \frac{3}{2 \cdot 3^r \cdot r} - \frac{1}{3^r(r+1)} + \frac{1}{2 \cdot 3^r(r+2)}$$

$$U_r = \frac{3}{2 \cdot 3^r \cdot r} - \frac{3}{2 \cdot 3^r(r+1)} - \frac{1}{2 \cdot 3^r(r+1)} + \frac{1}{2 \cdot 3^r(r+2)}$$

$$U_r = \frac{3}{2 \cdot 3^r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{(r+1)} \right) - \frac{1}{2 \cdot 3^r} \left(\frac{1}{(r+1)} - \frac{1}{(r+2)} \right)$$

$$U_r = \frac{3}{2 \cdot 3^r} \cdot \frac{1}{r(r+1)} - \frac{1}{2 \cdot 3^r} \cdot \frac{1}{(r+1)(r+2)}$$

$$U_r = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 3^{r-1} r(r+1)}}_{f(r)} - \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 3^r (r+1)(r+2)}}_{f(r+1)} //$$

$$\therefore U_r = f(r) - f(r+1) \text{ on } \mathbb{N},$$

$$f(r) = \frac{1}{2 \cdot 3^{r-1} r(r+1)} //$$

$$u_r = f(r) - f(r+1)$$

$$r=1; u_1 = f(1) - f(2)$$

$$r=2; u_2 = f(2) - f(3)$$

$$r=3; u_3 = f(3) - f(4)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$r=n-1; u_{n-1} = f(n-1) - f(n)$$

$$r=n; u_n = f(n) - f(n+1)$$

$f(n+1)$

$$(u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n) = f(1) - f(n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n u_r = \frac{1}{2 \times 3 \times 1 \times 2} - \frac{1}{2 \cdot 3^n (n+1)(n+2)}$$

$$\sum_{r=1}^n u_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2 \cdot 3^n} \left[\frac{(n+2) - (n+1)}{(n+1)(n+2)} \right]$$

$$\sum_{r=1}^n u_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2 \cdot 3^n} \left[\frac{1}{(n+1)} - \frac{1}{(n+2)} \right]$$

$$\sum_{r=1}^n u_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)3^n} + \frac{1}{2(n+2)3^n} //$$

$$\sum_{r=1}^n u_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)3^n} + \frac{1}{2(n+2)3^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n u_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1)3^n} + \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+2)3^n}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} u_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times 0$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} u_r = \frac{1}{4} // \rightarrow \text{sum of series}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} u_r \text{ converges to } \frac{1}{4} //$$

$$\text{Sum} = \sum_{r=1}^{\infty} u_r = \frac{1}{4} //$$

$$3. \sum_{r=3}^{\infty} u_{r-1} = 3 \sum_{r=2}^{\infty} u_r$$

$$= 3 \left[\sum_{r=1}^{\infty} u_r - u_1 \right]$$

$$= 3 \left[\frac{1}{4} - \frac{(1+3)}{3 \times 1 \times (1+1)(1+2)} \right]$$

$$= 3 \left[\frac{1}{4} - \frac{4}{3 \times 2 \times 3} \right]$$

$$= 3 \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{9} \right)$$

$$= 3 \left(\frac{9-8}{36} \right)$$

$$3. \sum_{r=3}^{\infty} u_{r-1} = \frac{1}{12} //$$

- (1) Two particles of mass $3m$ and $2m$ P and Q are moving towards each other with initial velocities $3u$ and $2u$ respectively. They collide and move with velocities V and u . The coefficient of restitution is $\frac{1}{2}$. Find the velocities V and u after collision. Also find the loss of kinetic energy.

Diagram showing two particles P and Q moving towards each other. Particle P has mass $3m$ and initial velocity $3u$ to the left. Particle Q has mass $2m$ and initial velocity $2u$ to the right. After collision, P moves with velocity V to the left and Q moves with velocity u to the right.

Conservation of momentum:

$$3m \times 3u + 2m \times (-2u) = 3m \times V + 2m \times u$$

$$9u - 4u = 3V + 2u$$

$$5u = 3V + 2u$$

$$3V = 3u$$

$$V = u$$

Coefficient of restitution:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{u_1 - u_2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{u - V}{3u - 2u}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{u - V}{u}$$

$$u - V = \frac{u}{2}$$

$$V = \frac{u}{2}$$

Loss of kinetic energy:

$$KE_{initial} = \frac{1}{2} \times 3m \times (3u)^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times (2u)^2$$

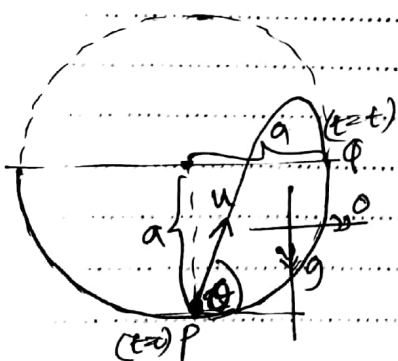
$$= \frac{9}{2}mu^2 + 4mu^2 = \frac{17}{2}mu^2$$

$$KE_{final} = \frac{1}{2} \times 3m \times \left(\frac{u}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times u^2$$

$$= \frac{3}{8}mu^2 + mu^2 = \frac{11}{8}mu^2$$

$$Loss = \frac{17}{2}mu^2 - \frac{11}{8}mu^2 = \frac{25}{8}mu^2$$

- (2) A particle is projected from the bottom of a circular path of radius a with an initial velocity u . It moves along the inner surface of the circle. Find the angle θ at which it leaves the circle. Also find the velocity at that point.



At the bottom of the circle, the particle is projected with velocity u . At an angle θ , the velocity is v . The forces acting on the particle are gravity and the normal reaction force.

Using conservation of energy:

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$u^2 = v^2 + 2gh$$

$$u^2 = v^2 + 2a(1 - \cos\theta)$$

At the point of leaving the circle, the normal reaction force is zero. The forces acting on the particle are gravity and the centripetal force.

$$mg \cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$v^2 = ag \cos\theta$$

Substituting v^2 in the energy equation:

$$u^2 = ag \cos\theta + 2a(1 - \cos\theta)$$

$$u^2 = ag \cos\theta + 2a - 2a \cos\theta$$

$$u^2 = 2a - ag \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{2a - u^2}{ag}$$

Using the relation $\tan(\alpha + \beta) = -1$:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = -1$$

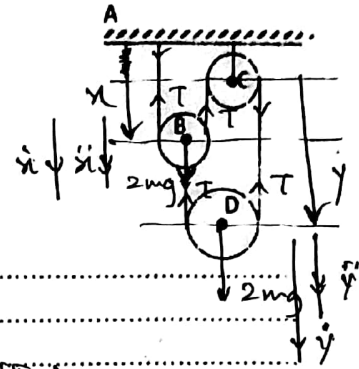
$$\tan\alpha + \tan\beta = -1 + \tan\alpha \tan\beta$$

$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{2u^2}{ga}$$

$$\tan\alpha \tan\beta = \frac{ga + 2u^2}{ga}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\frac{2u^2}{ga} + \frac{ga + 2u^2}{ga}}{1 - \frac{2u^2}{ga} \cdot \frac{ga + 2u^2}{ga}} = -1$$

- (3) රූපය දක්වා ඇති පරිදි අවල A ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳි අවිකතව තන්තුවක ස්කන්ධය $2m$ වන B සුමට සවල කප්පිය වටා යටින් C මගින් $1m$ ඉහින් ඇඳී, දමා A පෙළපා B කප්පියට සවිකර ඇත. පද්ධතිය තනිකලකාලයෙන් මුදාහර වීම B හා D හි ස්වරූප අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබා ගන්න. සවල තන්තුවේ ආතතිය ගණනය කරන්න.



$$\begin{aligned}
 \text{තන්තුවේ දිග} &= l \text{ m.} \\
 l &= 2x + y + (y-x) + \text{සුරැකුණ} \\
 l &= x + 2y + \text{සුරැකුණ} \\
 \text{දිගේ වෙනස} &= 0 \\
 0 &= \dot{x} + 2\dot{y} \quad \text{--- ①}
 \end{aligned}$$

① හි ② හි ③ හි ඇතුළත් කරමු

$$0 = \left(g - \frac{T}{2m}\right) + 2\left(g - \frac{T}{m}\right)$$

$$0 = 3g - \frac{T}{m} \left(\frac{1}{2} + 2\right)$$

$$\frac{T}{m} \times \frac{5}{2} = 3g$$

$$T = \frac{6mg}{5}$$

B බවට

$$F = ma$$

$$2mg - 2T + T = 2m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \left(g - \frac{T}{2m}\right) \quad \text{--- ②}$$

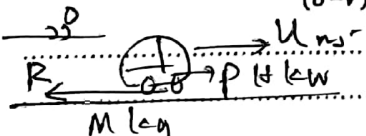
D බවට

$$F = ma$$

$$2mg - 2T = 2m\ddot{y}$$

$$\ddot{y} = \left(g - \frac{T}{m}\right) \quad \text{--- ③}$$

- (4) ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වූ මෝටර් රථයක් එහි එන්ජින් $H \text{ kW}$ ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් තිරස් මාර්ගයකට යාමට පටන් දෙමින් වේගය $U \text{ ms}^{-1}$ වේ. මෙහි රථය එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් තිරස්ව ආතතිය θ වූ මාර්ගයක ඉහළට යාමට පටන් දෙමින් වේගය $V \text{ ms}^{-1}$ වේ. සියලු අවස්ථාවන්හිදී පවතින ප්‍රතිරෝධය නොපෙන්වන සවි කම් $H = \frac{MguV \sin \theta}{(U-V) \times 10^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



$$P - R = Mx$$

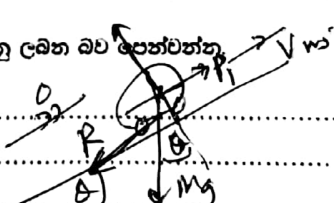
$$P - R = 0$$

$$P = R \quad \text{--- ①}$$

$$H = PV \quad \text{සැලකීම}$$

$$①) H \times 10^3 = R U$$

$$R = \frac{H \times 10^3}{U} \quad \text{--- ②}$$



$$F = ma$$

$$P_1 - Mg \sin \theta - R = Mx$$

$$P_1 = Mg \sin \theta + R \quad \text{--- ③}$$

$$H = P_1 V \quad \text{සැලකීම}$$

$$H \times 10^3 = P_1 V$$

$$③) H \times 10^3 = (Mg \sin \theta + R) V$$

$$②) H \times 10^3 = \left(Mg \sin \theta + \frac{H \times 10^3}{U}\right) V$$

$$H \times 10^3 - U = Mg \sin \theta \cdot UV + H \times 10^3 \times V$$

$$H \times 10^3 (U - V) = MgUV \sin \theta$$

$$H = \frac{MgUV \sin \theta}{(U - V) \times 10^3}$$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

(9) A හා B යන දි කියැදි අවකාශය සිද්ධි දෙකකි. සුදුසු අංකනයෙන් $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A/B) = \frac{1}{4}$ හා $P(A \cup B)$

B) $\frac{11}{36}$ වැඩි අගය, $P(A)$ සොයන්න. A හා B සිද්ධි ස්වායත්ත නොවන බව පෙන්වන්න.

$\frac{11}{16}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(B) \cdot P(A/B)$$

$$P(A) = \frac{11}{36} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{11}{36} - \frac{27}{36} + \frac{9}{16}$$

$$= \frac{2}{16}$$

$$P(A) = \frac{1}{8} //$$

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) \quad \left\{ \begin{array}{l} P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{32} \\ \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \end{array} \right. \quad \text{--- ①}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{16} //$$

(10) 2, 3, 6, 9 යන සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍ය හා විචලතාවය සොයන්න.

මෙම සංඛ්‍යාවල x හා y සංඛ්‍යා දෙක එකතු කළ විට මධ්‍යන්‍යය 1 කින් වැඩි වන අතර විචලතාවය 2.5 කින් වැඩි වන්නේ නම් x හා y සොයන්න.

$$2, 3, 6, 9$$

$$s^2_{x+10} = s_x^2$$

$$\text{මධ්‍යන්‍ය} = \bar{x}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$s_x^2 = \frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (6-5)^2 + (9-5)^2}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{2+3+6+9}{4}$$

$$s_x^2 = \frac{9+4+1+16}{4}$$

$$\bar{x} = 5 //$$

$$s_x^2 = 15/2 // = 7.5 //$$

$$\{2, 3, 6, 9, x, y\}$$

$$\bar{y}, s_y^2$$

$$s_y^2 \pm s_x^2 + 2.5$$

$$\frac{\sum (x_i - \bar{y})^2}{6} = 7.5 + 2.5$$

$$\bar{y} = \bar{x} + 1$$

$$\frac{2+3+6+9+x+y}{6} = 5+1$$

$$\frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2}{4}$$

$$20 + x + y = 36$$

$$\frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{y})^2 = 7.5 + 2.5$$

$$x + y = 16 \text{ --- ①}$$

$$\frac{2^2 + 3^2 + 6^2 + 9^2 + x^2 + y^2}{6} - 6^2 = 10$$

$$y = 16 - x \text{ --- ②}$$

$$x^2 + y^2 = 146$$

$$x = 5 \text{ හා } y = 11$$

$$x = 11 \text{ හා } y = 5 //$$

$$\text{②) } x^2 + (16-x)^2 = 146$$

$$2x^2 - 32x + 256 = 146$$

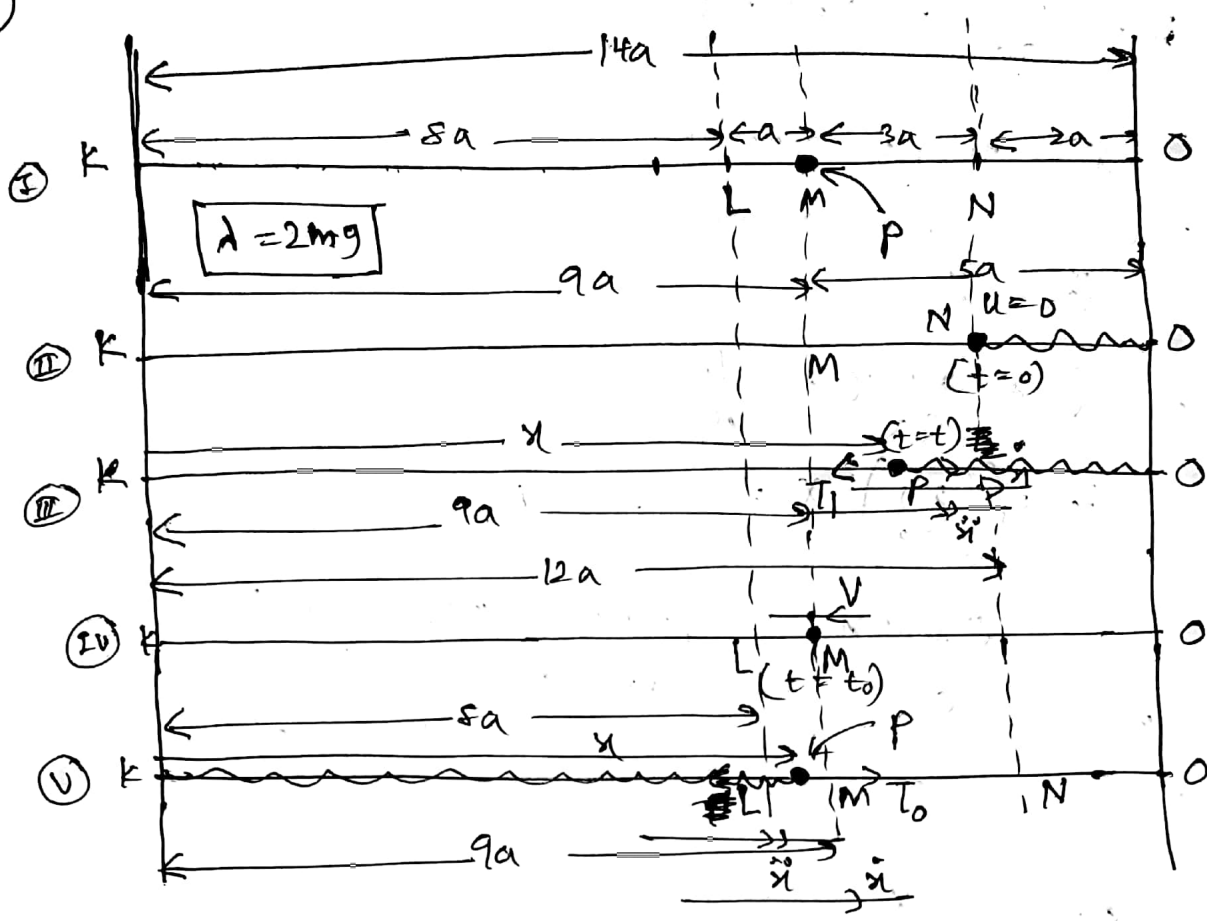
$$2x^2 - 32x + 110 = 0$$

$$(2x - 10)(x - 11) = 0$$

$$x = 5 \text{ වැනි } x = 11$$

$\therefore x$ හා y අගය 11 හා 5 වේ.

13.



P ଯୋଗେ N ଠାରେ ଉଠି ନେଇ ସେ କେବଳ x ଓ y ଦିଗରେ
 ($9a \leq x \leq 12a$) ଚଳେ ଏବଂ ସମସ୍ତ ସମୟରେ $\lambda = 2mg$ ରହେ
 ଏହାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ.

$$T_1 = \frac{2mg(x-9a)}{9a} \quad T_2 = 2mg$$

III ବସ୍ତୁ P ଯୋଗେ

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$T_1 = m(-\ddot{x})$$

$$\frac{2mg(x-9a)}{9a} = -m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{2g}{9a}(x-9a) = 0 //$$

$$\ddot{x} + \frac{2g}{9a}(x - 9a) = 0$$

$$-X = x - 9a \text{ (substitution)}$$

+ new variable substitution

$$\ddot{X} = \ddot{x}$$

$$\ddot{X} + \frac{2g}{9a}X = 0 //$$

$$\ddot{X} + \left(\sqrt{\frac{2g}{9a}}\right)^2 X = 0 \quad \text{--- (A)}$$

Since $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, ω is the angular frequency of the motion.
 and ω is the frequency of the motion.

$\therefore$ the period, ω , frequency of the motion are

$$X = 0 \text{ or } \ddot{X} = 0$$

$$X = x - 9a$$

$$X = 0 \text{ or}$$

$$0 = x - 9a$$

$$\underline{x = 9a}$$

$\therefore$ the position of the mass $x = 9a$ is

$$M \text{ is constant} //$$

N is the force of the spring.

$$\therefore \text{ tension} = MN$$

$$\text{tension} = 3a //$$

④ $\ln 6 \ln 2$, ⑤ $\ln 6 \ln 2 \ln 2 \ln 2$

$$\therefore \omega^2 = \left(\sqrt{\frac{2g}{9a}} \right)^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{9a}} \quad \text{--- (5)}$$

③ $\Rightarrow B_{av} = 0$

$$B \cdot \sqrt{\frac{2g}{9a}} = 0$$

$$\therefore \underline{\underline{B \geq 0}}$$

• ρ זכר M א $E(u)$ ו n $V(u)$ $\sum$ $t=t_0 \sum u$

① → $X = \text{Za des Wt}$

$$t = t_0 \quad \text{so} \quad n = 9a$$

$$\therefore X = x - qa$$

$$X = q_a - q_a$$

$$x = 0 //$$

$$\therefore 0 = 3a \cos t_0$$

$$\cos 2\theta = \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\omega_{t0} = \frac{\gamma}{\Sigma} \quad \text{--- (6)}$$

$$\sqrt{\frac{2g}{9a}} \quad t_0 = \frac{3}{2}$$

$$t_0 = \frac{\pi}{\Sigma} \times \sqrt[3]{\frac{a}{2g}}$$

$$t_0 = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{a}{2g}} \quad \text{--- (P)}$$

$$\ddot{X} + \frac{2g}{9a} X = 0 \quad \text{in} \quad \text{alignments} \quad \text{surge},$$

$$X = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad \text{--- ①} \quad \text{alignments} \quad \text{surge}.$$

$$t=0 \text{ sy} \quad x = 12a \quad \text{sy}.$$

$$\therefore X = x - 9a$$

$$X = 12a - 9a = 3a //$$

$$\therefore 3a = A \cos 0 + B \sin 0$$

$$3a = A \times 1 + 0$$

$$\underline{\underline{A = 3a}}$$

① alignments + surge (surge)

$$\dot{X} = -A \omega \sin \omega t + B \omega \cos \omega t \quad \text{--- ②}$$

$$t=0 \text{ sy} \quad \dot{x} = 0 \quad \text{sy}.$$

$$X = x - 9a$$

$$t \text{ surge} \quad \text{alignments}$$

$$\dot{X} = \dot{x}$$

$$\therefore t=0 \text{ sy} \quad \dot{X} = 0 \quad \text{sy}.$$

$$\therefore 0 = -A \omega \sin 0 + B \omega \cos 0$$

$$0 = 0 + B \omega \times 1$$

$$B \omega = 0 \quad \text{--- ③}$$

② alignments + surge (surge)

$$\ddot{X} = -A \omega^2 \cos \omega t - B \omega^2 \sin \omega t$$

$$\ddot{X} = -\omega^2 \underbrace{(A \cos \omega t + B \sin \omega t)}_{\text{①}}$$

$$\ddot{X} = -\omega^2 X$$

$$\underline{\underline{\ddot{X} + \omega^2 X = 0}} \quad \text{--- ④}$$

$$\textcircled{2} \text{) } \dot{x} = -3a\omega \sin \omega t$$

$$t = t_0 \text{) } \dot{x} = \dot{y} = -V \quad \text{or}$$

$$\therefore -V = -3a\omega \sin \omega t_0$$

$$\textcircled{6} \text{) } -V = -3a\omega \sin \frac{\pi}{2}$$

$$V = 3a \cdot \omega \times 1$$

$$V = 3a \times \sqrt{\frac{2g}{9a}}$$

$$\underline{\underline{V = \sqrt{2ga}}}$$

for $a \leq x \leq 9a$ in case of spring mass system

⑤ Given $\vec{v} \neq 0$.

$$T_0^* = \frac{2mg(9a-x)}{5a}$$

⑤ Given P.T. given

$$\xrightarrow{\quad} F = ma$$

$$T_0 = m \ddot{x}$$

$$\frac{2mg(9a-x)}{5a} = m \ddot{x}$$

$$-\frac{2g}{5a}(x-9a) = \ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{2g}{5a}(x-9a) = 0.$$

$$\ddot{x} = -\frac{2g}{5a}(x-9a) = 0 //$$

$$\text{or } x-9a = y \text{)}$$

(now given system)

$$\underline{\underline{\ddot{x} = \ddot{y}}}$$

$$\ddot{y} = -\frac{2g}{5a} y \quad \text{--- (B)}$$

$$\text{and } y = x - qa$$

Now $\ddot{y} = -\omega^2 y$ is a simple harmonic motion with angular frequency ω .
 $\therefore$ also y is a simple harmonic motion.

$$y = 0 \text{ and } \ddot{y} = 0 \text{ at } x = qa$$

$$\therefore 0 = x - qa \quad \therefore \text{equilibrium position } x = qa \text{ is the mean position} //$$

$$\underline{x = qa}$$

Now general displacement is

$$y = A_2 \cos \omega_2 (t - t_0) + B_2 \sin \omega_2 (t - t_0) \quad \text{--- (1)'} \quad \text{or } \text{Zurichun shi}.$$

$$t = t_0 \text{ and } x = qa$$

$$\therefore y = 0 //$$

$$0 = A_2 \cos \omega_2 \times 0 + B_2 \sin \omega_2 \times 0$$

$$0 = A_2 \times 1 + B_2 \times 0$$

$$\underline{A_2 = 0}$$

(1)' is now reduced to

$$\dot{y} = -A_2 \omega_2 \sin \omega_2 (t - t_0) + B_2 \omega_2 \cos \omega_2 (t - t_0) \quad \text{--- (2)'} //$$

$$t = t_0 \text{ and } \dot{x} = -V = -\sqrt{2ga}$$

$$y = x - qa$$

is now given by

$$\dot{y} = \dot{x}$$

$$\therefore t = t_0 \text{ and } \dot{y} = -\sqrt{2ga}$$

$$\therefore -\sqrt{2ga} = -A_2 \omega_2 \sin 0 + B_2 \omega_2 \cos 0$$

$$-\sqrt{2ga} = B_2 \omega_2$$

$$\underline{\underline{B_2 \omega_2 = -\sqrt{2ga} \quad \text{--- (3)'}}}$$

②' unknown + slow comparison

$$\ddot{y} = -A_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 (t-t_0) - B_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 (t-t_0)$$

$$\ddot{y} = -\omega_2^2 \left(A_2 \cos \omega_2 (t-t_0) + B_2 \sin \omega_2 (t-t_0) \right)$$

$$\text{①}' \Rightarrow \ddot{y} = -\omega_2^2 (y)$$

$$\ddot{y} = -\omega_2^2 y //$$

slow ③' unknown + slow comparison

$$\therefore \omega_2^2 = \frac{2g}{5a}$$

$$\underline{\underline{\omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{5a}} \quad \text{--- (4)'}}}$$

③' in ④' solution

$$B_2 \times \sqrt{\frac{2g}{5a}} = -\sqrt{2ga}$$

$$\underline{\underline{B_2 = -\sqrt{5a}}}$$

$$\therefore \underline{\underline{A_2 = 0, B_2 = -\sqrt{5a}, \omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{5a}}}}$$

At $t = L$ the ball is moving with velocity v_1 and

$$\textcircled{1} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} a \sin \omega_2 (t - t_0)$$

when $t = t_0 + t_1$ then $y = -a$

$$\therefore y = -a$$

$$y = -a$$

$$y = -a //$$

$$\therefore -a = -\frac{1}{2} a \sin \omega_2 (t_0 + t_1 - t_0)$$

$$\frac{1}{2} = \sin(\omega_2 t_1)$$

$$\omega_2 t_1 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\sqrt{\frac{2g}{5a}} t_1 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{a}{2g}} \cdot 5 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) //$$
 — $\textcircled{4}$

$\therefore$ At $t = L$ the ball is moving with velocity $v = T$ and

$$T = t_0 + t_1$$

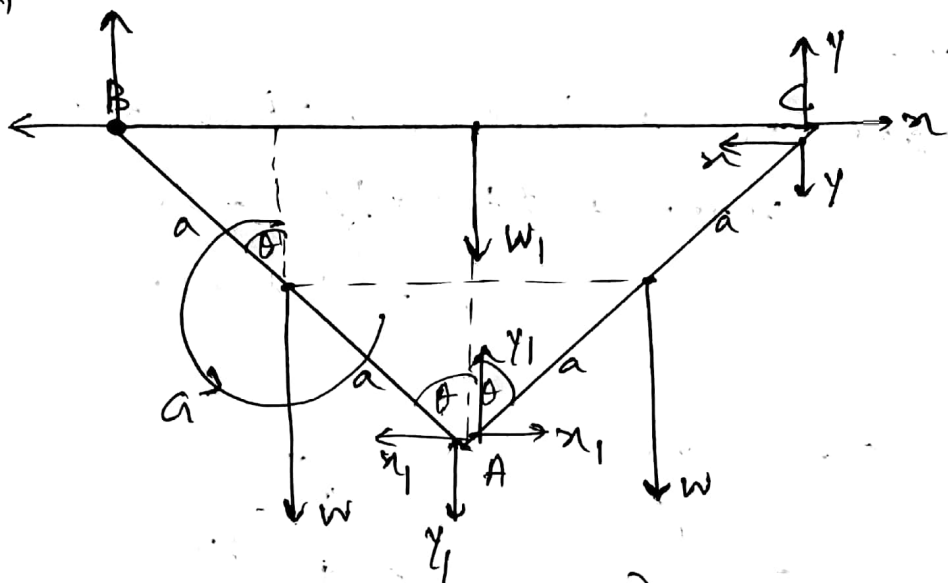
$\textcircled{1}$ and $\textcircled{4}$
adding

$$T = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{a}{2g}} + \sqrt{\frac{a}{2g}} \cdot 5 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$T = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left[\frac{3\pi}{2} + 5 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \right] //$$

15.

(a)

[illegible]

၆) မြို့အတွင်း မရေစက်မှု ဖြစ်ပေါ်မှု

$$B \cdot \vec{v} = 0$$

$$a \sin \theta \times W + 3a \sin \theta \times W + 2a \sin \theta \times W_1 - a = 0$$

$$a \sin \theta (4W + 2W_1) = G$$

$$a = 2a \sin \theta (w_1 + 2w) //$$

අපි මො $\rightarrow$ වාට්ටු මත.

Q1) C හි ඇති (x, y) පෞරුෂය.

BC ንብል ወገኖቻቸው ሆኑ፤

$$B_j = 0$$

$$2a \sin \theta \times W_1 - 4a \sin \theta \times Y = 0$$

$$\underline{\gamma = \frac{w_1}{2}}$$

AC η γωνία ω η ε πιμοσων

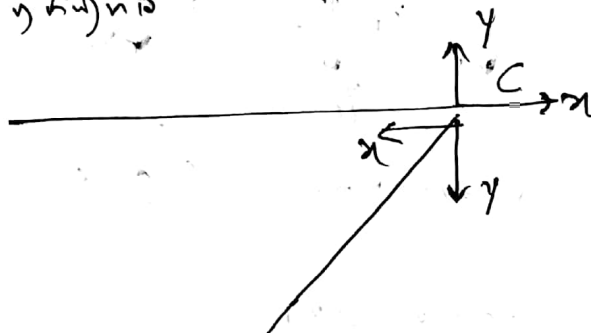
$$A \dot{\gamma} = 0$$

$$d \sin \theta \times w + 2d \sin \theta \times \gamma - 2d \cos \theta \times x = 0$$

$$w \tan \theta + 2 \tan \theta \times \frac{w_1}{2} - 2x = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \tan \theta (w + w_1) //$$

∴ C η γωνία η η δ



$$x = \frac{1}{2} \tan \theta (w + w_1)$$

$$\gamma = \frac{w_1}{2} //$$

A η γωνία η η δ (x₁, y₁) η η δ

AC η γωνία ε β η η ω η ε πιμοσων

$$\gamma_1 - w - \gamma = 0$$

$$\gamma_1 = w + \gamma$$

$$\gamma_1 = w + \frac{w_1}{2}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} (2w + w_1) //$$

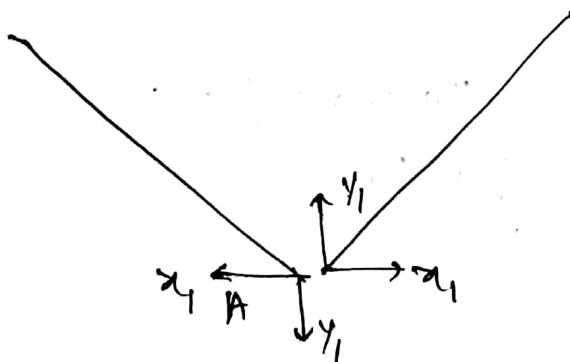
AC η γωνία ε β η η ω η ε πιμοσων

$$x_1 - x = 0$$

$$x_1 = x$$

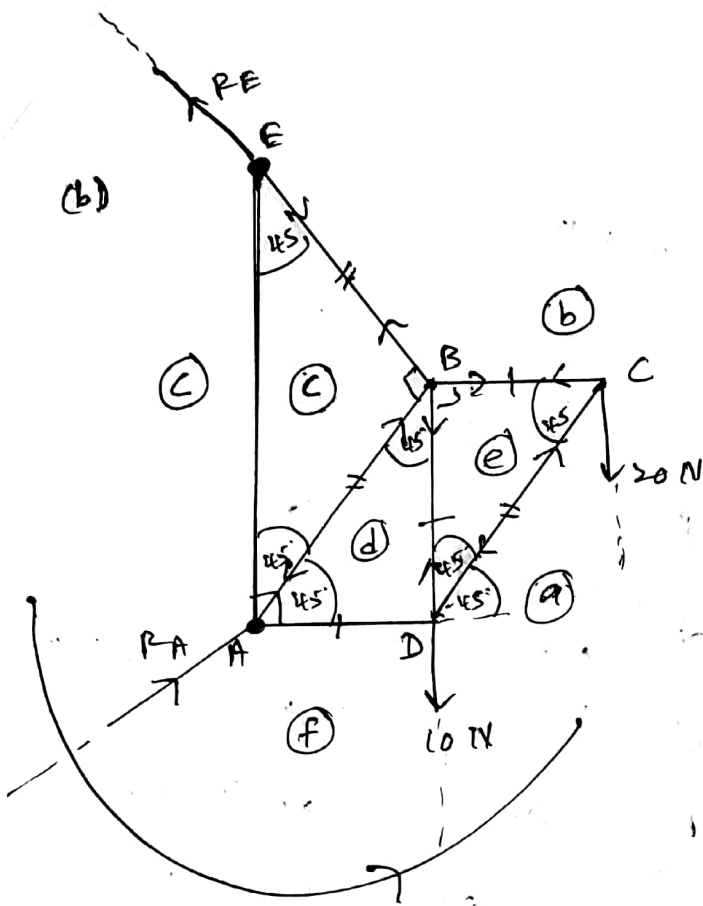
$$x_1 = \frac{1}{2} \tan \theta (w + w_1) //$$

A η γωνία η η δ

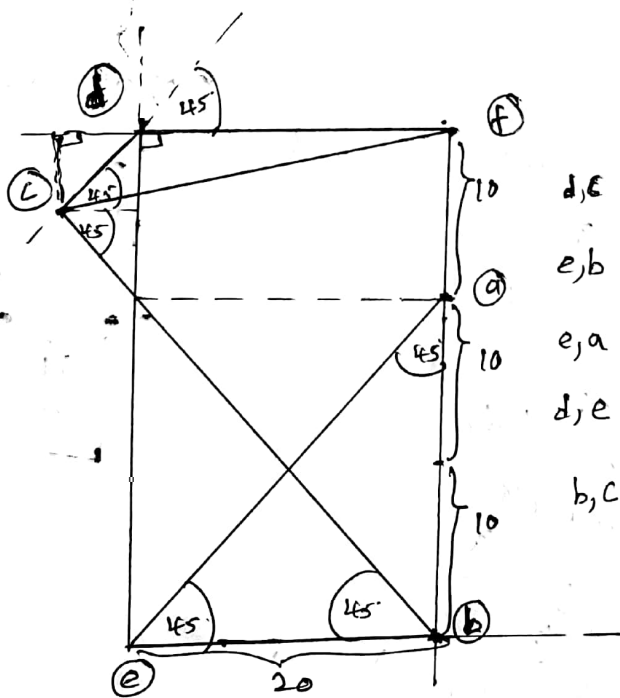


$$x_1 = \frac{1}{2} \tan \theta (w + w_1) //$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} (2w + w_1) //$$



ausgewählte members herausheben wenn 45°.



zarin	zarinbar	oxbar	5 mentons
AB	—	✓	$5\sqrt{2} \text{ N}$
BC	✓	—	20 N
CD	—	✓	$20\sqrt{2} \text{ N}$
BD	✓	—	30 N
BE	✓	—	$25\sqrt{2} \text{ N}$

$$A \text{ u. } y \text{ symmetrisch} = R_A = (c) (f)$$

$$(c) (f) = \sqrt{5^2 + 25^2}$$

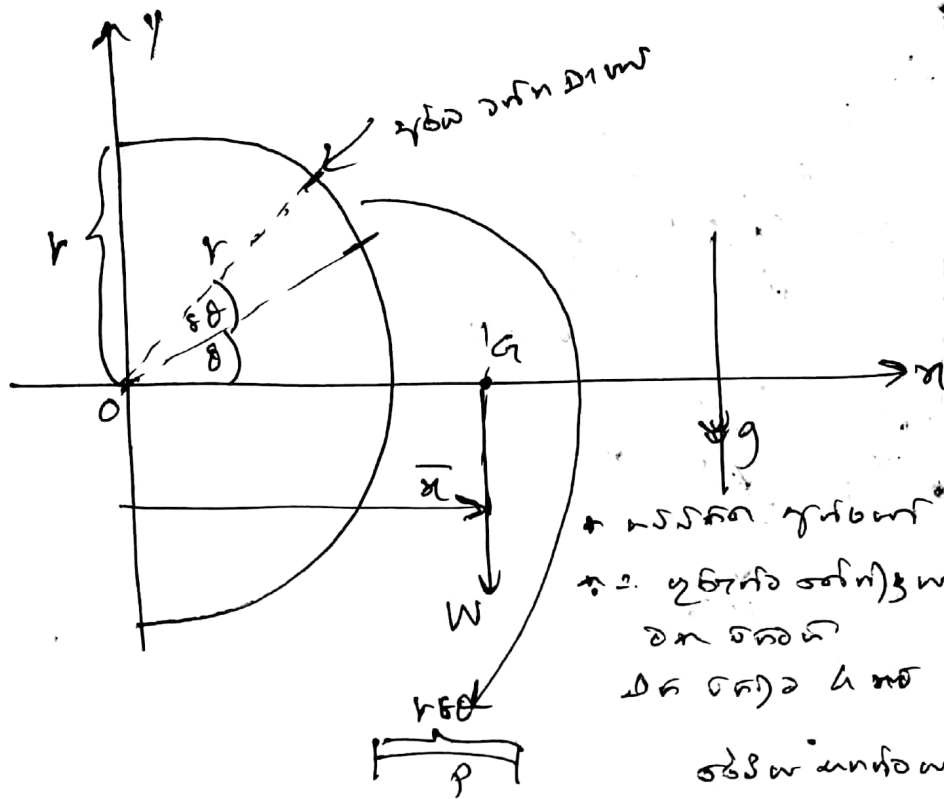
$$(c) (f) = 5\sqrt{1 + 25}$$

$$R_A = 5\sqrt{26} \text{ N}$$

$$R \text{ u. } y \text{ symmetrisch} = R_E = (b) (c)$$

$$R_E = \underline{\underline{25\sqrt{2} \text{ N}}}$$

16.



• $\therefore$ $\vec{OG} = \bar{x}$
 $\therefore$ $\vec{OG} = \bar{x}$
 $\therefore$ $\vec{OG} = \bar{x}$

$\therefore$ $\vec{OG} = \bar{x}$

$$m_i = r \rho \delta \theta //$$

$$x_i = r \cos \theta //$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} r \rho x \cos \theta d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} r \rho d\theta}$$

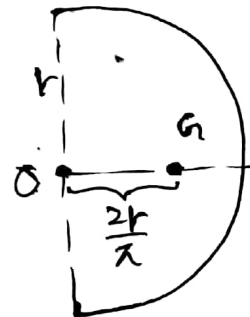
$$\bar{x} = \frac{r \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta}{r \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1 d\theta}$$

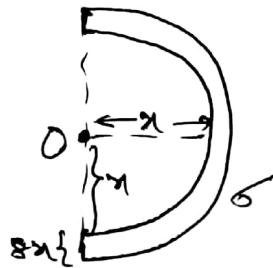
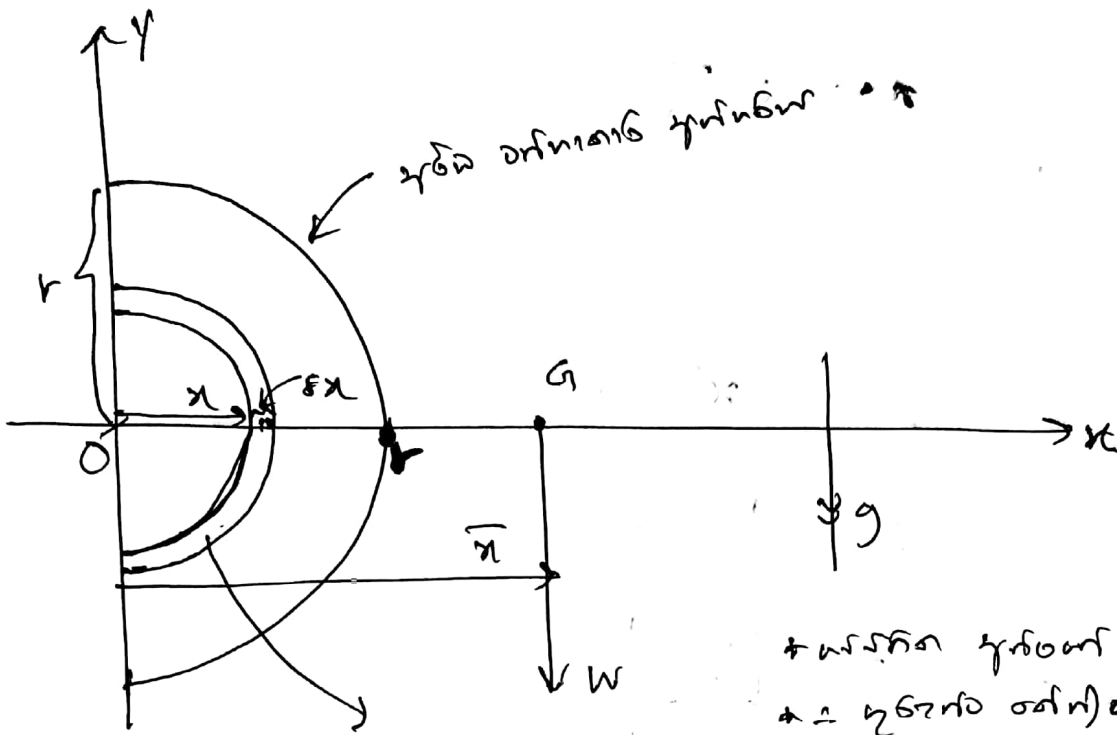
$$\bar{x} = \frac{r \times [\sin \theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}}{[\theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}}$$

$$\bar{x} = \frac{r (\sin \pi/2 - \sin(-\pi/2))}{\pi/2 - (-\pi/2)}$$

$$\bar{x} = \frac{2r}{\pi} //$$

$\therefore$ $\vec{OG} = \bar{x}$





+ Կենտրոն Գ-ն Կենտրոն Կենտրոն Կենտրոն
 + Կենտրոն Կենտրոն Կենտրոն Կենտրոն
 Կենտրոն Կենտրոն Կենտրոն Կենտրոն

$$\overrightarrow{OG} = \overline{x}$$

$$\text{Կենտրոն Կենտրոն} = \sigma$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \pi \left\{ (x + \delta x)^2 - x^2 \right\} \sigma$$

$$m_2 = \frac{\pi \sigma}{2} (\delta x) \left[(x + \delta x)^2 + x^2 \right]$$

$$m_2 = \frac{\pi \sigma (\delta x)}{2} x (2x + \delta x)$$

$$\delta x \ll x \text{ և } (2x + \delta x) \approx 2x \text{ օգտագործելով}$$

$$\therefore m_2 = \frac{\pi \sigma (\delta x)}{2} x (2x)$$

$$m_2 = \underline{\underline{\pi \sigma x \delta x}}$$

$$x_2 = \frac{2x}{\pi} //$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_0^r x \delta x \times \frac{2x}{\pi} dx}{\int_0^r \delta x \cdot dx}$$

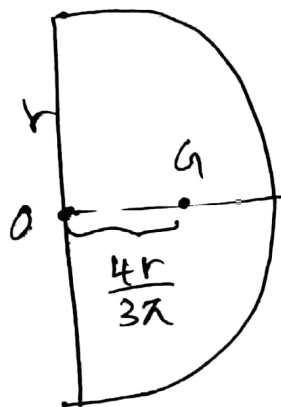
$$\bar{x} = \frac{2\delta \int_0^r x^2 dx}{\pi \delta \int_0^r x dx}$$

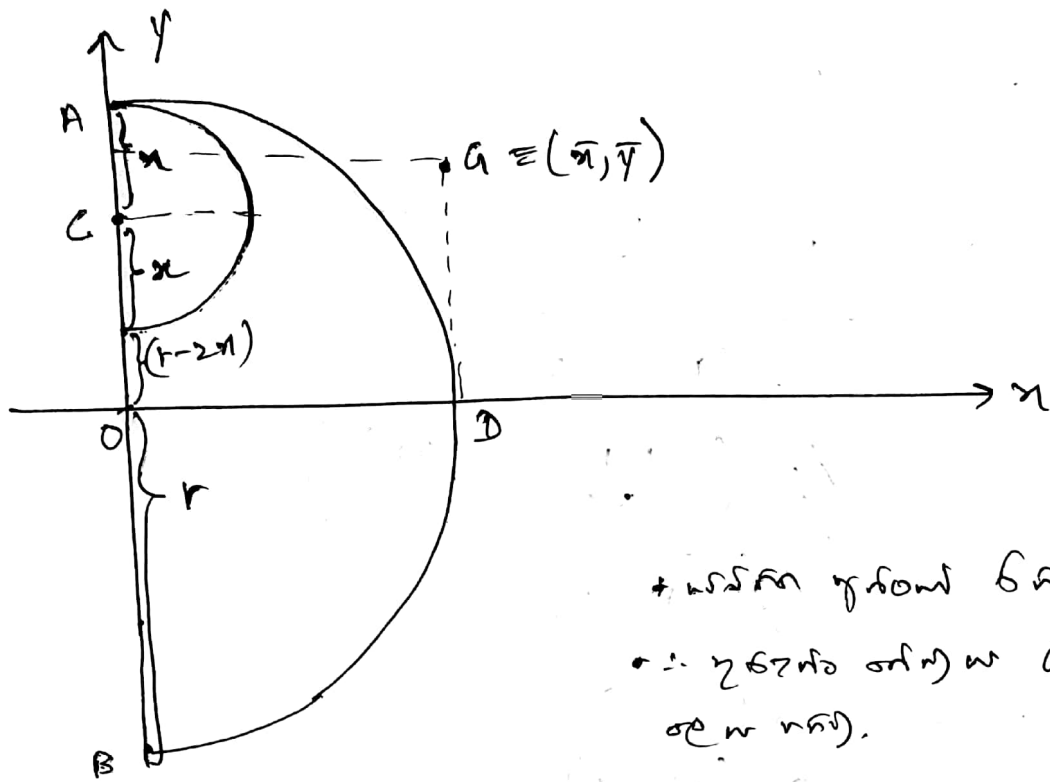
$$\bar{x} = \frac{2x \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^r}{\pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^r}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{2}{3}(r^3 - 0)}{\frac{\pi}{2}(r^2 - 0)}$$

$$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi} //$$

$\therefore$ ଗୁଣନୀୟ କେନ୍ଦ୍ରର ଦୂରତା





+ କେନ୍ଦ୍ର ଯୁକ୍ତ ଛାଡ଼ି ଦେବା
 $\therefore$ ଗୁଣିତ ଚିହ୍ନ $G(\bar{x}, \bar{y})$
 ଚଳେ ନାହିଁ.

ଚିତ୍ର	ଫଳାଫଳ (m)	ଗୁଣିତ ଚିହ୍ନ) କି ଠିକ୍ ଛାଡ଼ି ଦେବା (x_2)	ଠିକ୍ ଛାଡ଼ି ଦେବା (y_2)
	$\frac{\pi r^2 \sigma}{2}$	$\frac{4r}{3\pi}$	0
	$\frac{\pi x^2 \sigma}{2}$	$\frac{4x}{3\pi}$	$(r-x)$
	$\frac{\pi}{2} (r^2 - x^2) \sigma$	$\bar{x}$	$\bar{y}$

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$\bar{x} = \frac{\pi \frac{r^2 \delta}{2} \times \frac{4r}{3\pi} - \frac{\pi x^2 \delta}{2} \times \left(\frac{4x}{3\pi} \right)}{\frac{\pi}{2} (r^2 - x^2) \delta}$$

$$\bar{x} = \frac{\cancel{\frac{\pi \delta}{2}} \left(\frac{4r^3}{3\pi} - \frac{4x^3}{3\pi} \right)}{\cancel{\frac{\pi \delta}{2}} (r^2 - x^2)}$$

$$\bar{x} = \frac{4(r^3 - x^3)}{3\pi(r^2 - x^2)}$$

$$\bar{x} = \frac{4(\cancel{r-x})(r^2 + rx + x^2)}{3\pi(\cancel{r-x})(r+x)} ; (r \neq x)$$

$$\bar{x} = \frac{4(r^2 + rx + x^2)}{3\pi(r+x)} //$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\cancel{\pi} \frac{r^2 \delta}{2} \times 0 - \frac{\pi x^2 \delta}{2} \times (r-x)}{\frac{\pi}{2} (r^2 - x^2) \delta}$$

$$\bar{y} = \frac{-\cancel{\frac{\pi \delta}{2}} x^2 (\cancel{r-x})}{\cancel{\frac{\pi \delta}{2}} (\cancel{r-x})(r+x)} ; (r \neq x)$$

$$\bar{y} = \frac{-x^2}{(r+x)} //$$

$$\therefore G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$$

$$G \equiv \left(\frac{4(r^2 + rx + x^2)}{3\pi(r+x)}, \frac{-x^2}{(r+x)} \right)$$

$$G \equiv \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{4(r^2 + rx + x^2)}{3\pi(r+x)} \quad \left\{ \quad \bar{y} = \frac{-x^2}{(r+x)} \right. \quad \text{②}$$

①

$$\text{①} + \frac{\text{②}}{3\pi}; \quad \bar{x} + \frac{4\bar{y}}{3\pi} = \frac{4(r^2 + rx + x^2)}{3\pi(r+x)} - \frac{4x^2}{3\pi(r+x)}$$

$$\bar{x} + \frac{4\bar{y}}{3\pi} = \frac{4}{3\pi(r+x)} [r^2 + rx + x^2 - x^2]$$

$$\bar{x} + \frac{4\bar{y}}{3\pi} = \frac{4}{3\pi(r+x)} \times \cancel{r(r+x)}$$

$$\bar{x} + \frac{4\bar{y}}{3\pi} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$3\pi\bar{x} + 4\bar{y} - 4r = 0 //$$

ସେ $(\bar{x}, \bar{y})$ ରେ x ଓ y ର ସମୀକରଣ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ.

$\therefore x$ ଓ y ର ସମୀକରଣ G ର ଗୁଣ.

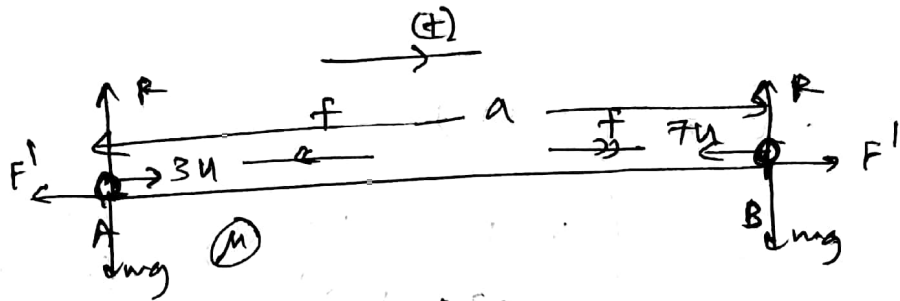
$$3\pi x + 4y - 4r = 0 \text{ ସ.} //$$

ସେ x ଓ y ର ସମୀକରଣ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ.

$\therefore x$ ଓ y ର ସମୀକରଣ G ର ଗୁଣ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ.

11.

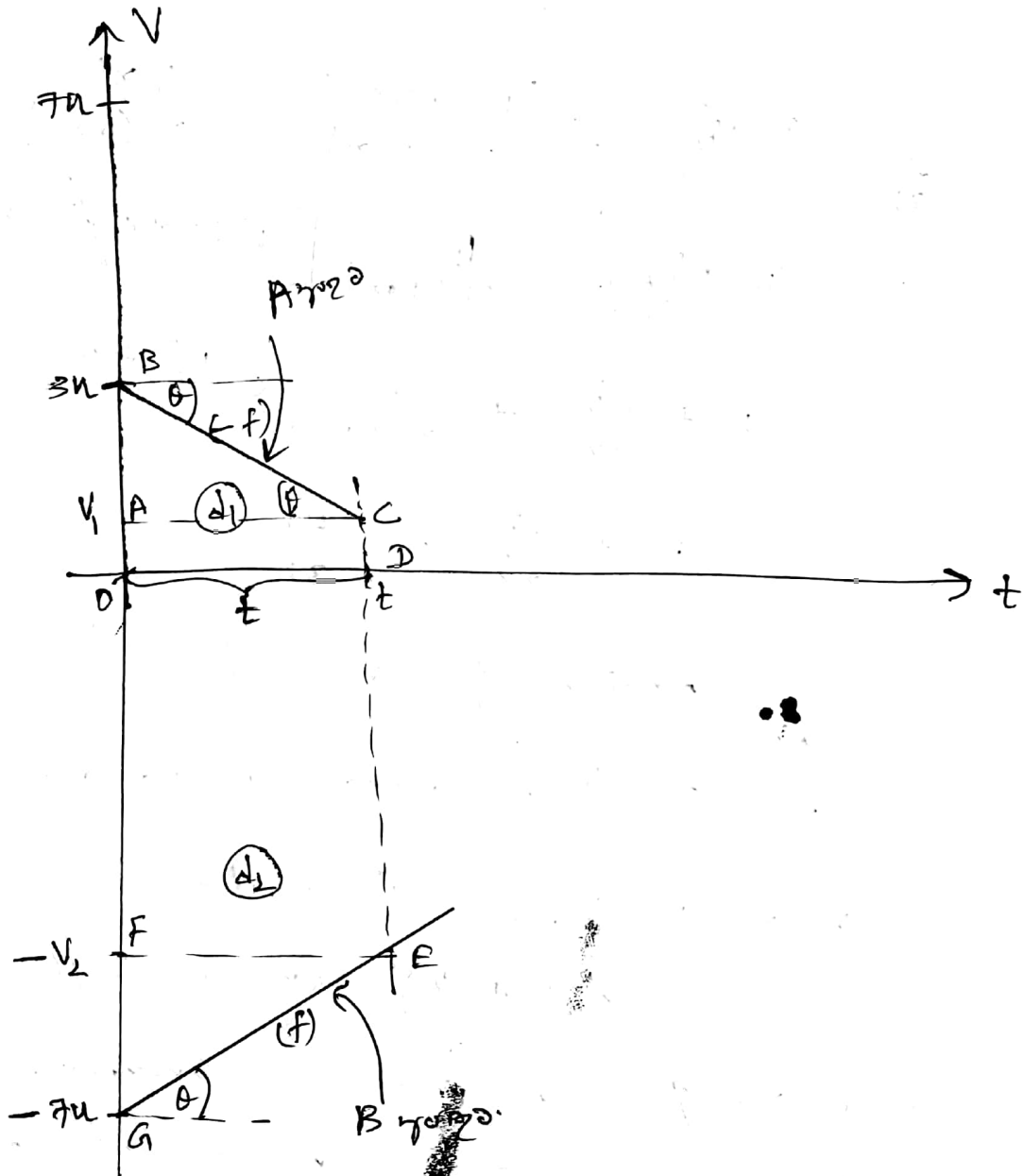
(a)



$$\Delta \vec{r} \cdot \vec{F} = m \Delta \vec{r} \cdot \vec{a} = f \Delta \vec{r}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} \\ F' &= mf \\ \mu R &= mf \\ \mu \cancel{mg} &= \cancel{\mu} f \\ \underline{\underline{f}} &= \underline{\underline{\mu g}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r} \cdot \vec{F} &= m \Delta \vec{r} \cdot \vec{a} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \\ R - mg &= m \times 0 \\ \underline{\underline{R}} &= \underline{\underline{mg}} \end{aligned}$$



දුරුත් සුළු තිරිසන පහත පරිදි වන්නේ නම්
 සමීකරණ D_1 හි D_2 හි.

A සුළු වන්නේ

$$V_1 = 0$$

$$\textcircled{1} \text{ } 3u - \mu g t = 0$$

$$t = \frac{3u}{\mu g} //$$

$$\textcircled{3} \text{ } D_1 = \frac{1}{2} \left(6u - \cancel{\mu g} \times \frac{3u}{\cancel{\mu g}} \right) \times \frac{3u}{\mu g}$$

$$D_1 = \frac{1}{2} \times 3u \times \frac{3u}{\mu g}$$

$$D_1 = \frac{9u^2}{2\mu g} //$$

B සුළු වන්නේ

$$V_2 = 0$$

$$\textcircled{2} \text{ } 7u - \mu g t = 0$$

$$t = \frac{7u}{\mu g} //$$

$$\textcircled{4} \text{ } D_2 = \frac{1}{2} \left(14u - \mu g \times \frac{7u}{\mu g} \right) \frac{7u}{\mu g}$$

$$D_2 = \frac{1}{2} \times 7u \times \frac{7u}{\mu g}$$

$$D_2 = \frac{49u^2}{2\mu g} //$$

∴ දුරුත් $\geq$ තිරිසන

$$D_1 + D_2 \geq a \text{ සහ } D_2 \geq a \text{ (AB=a)}$$

$$\frac{9u^2}{2\mu g} + \frac{49u^2}{2\mu g} > a$$

$$\frac{58u^2}{2\mu g} > a$$

$$\frac{29u^2}{\mu g} > a$$

$$u^2 > \frac{a\mu g}{29} //$$

c) $\sin \theta + \mu \cos \theta$, A ni B $\geq 2 \sin \theta$.
 36 μ ni d_1 ni d_2 ni).

ABC D. on

$$f = \tan \theta$$

$$f = \frac{3u - v_1}{t}$$

$$\mu g = \frac{3u - v_1}{t}$$

$$v_1 = (3u - \mu g t) // \text{--- (1)}$$

$d_1 = OBCD$ Δ Δ

$$d_1 = \frac{1}{2} (3u + v_1) t$$

① n) ~~$d_1 = \frac{1}{2} (3u + v_1) t$~~

$$d_1 = \frac{1}{2} (3u + 3u - \mu g t) t$$

$$d_1 = \frac{1}{2} (6u - \mu g t) t // \text{--- (3)}$$

~~36 μ 2 d_1 d_2 $\mu g t$ ni.~~

$$d_1 + d_2 \geq a \text{ s.w. } (AB = a)$$

③ n ④ n) ~~$\frac{1}{2} (6u - \mu g t) t$~~

FGE D on

$$f = \tan \theta$$

$$\mu g = \frac{7u - v_2}{t}$$

$$v_2 = (7u - \mu g t) // \text{--- (2)}$$

$d_2 = GE DO$ Δ Δ

$$d_2 = \frac{1}{2} (7u + v_2) t$$

② n) $d_2 = \frac{1}{2} (7u + 7u - \mu g t) t$

$$d_2 = \frac{1}{2} (14u - \mu g t) t // \text{--- (4)}$$

අනුරූප වේගයක් වැඩිවීමට පටන් ගත් විට $t = t$ යන තරමකට.

එවිට දිවිය දිග d_1 හි d_2 වේ.

$$d_1 + d_2 = a \quad (\text{මෙම දිග, දිවිය})$$

$$(3) \text{ හි } (4) \text{ ට } \frac{1}{2}(6u - \mu g t)t + \frac{1}{2}(14u - \mu g t)t = a$$

$$20ut - 2\mu g t^2 = 2a$$

$$10ut - \mu g t^2 = a$$

$$\mu g t^2 - 10ut + a = 0$$

$$\therefore t = \frac{10u \pm \sqrt{100u^2 - 4 \times \mu g \times a}}{2\mu g}$$

$$t = \frac{10u \pm \sqrt{100u^2 - 4a\mu g}}{2\mu g}$$

$$u^2 = \frac{a\mu g}{9} \quad \text{හි} \quad \Rightarrow \quad 9u^2 = a\mu g$$

$$t = \frac{10u \pm \sqrt{100u^2 - 4 \times 9u^2}}{2\mu g}$$

$$t = \frac{10u \pm 8u}{2\mu g}$$

$$t = \frac{5u \pm 4u}{\mu g}$$

$$t = (5 \pm 4) \frac{u}{\mu g}$$

$$t = \frac{3u}{\mu g} \quad \text{හි} \quad A \text{ වෙතට ගිය විට} \quad t = \frac{7u}{\mu g} \quad \text{හි} \quad B \text{ වෙතට.}$$

$\therefore$ ඔවුන් දෙදෙනා එකතු වී භ්‍රමණය වීමට ගත යුතු වේ.

$$t < \frac{3u}{\mu g} \quad \text{නොවේ.}$$

$$\therefore t = (5 - 4) \frac{u}{\mu g}$$

$$t = \frac{u}{\mu g}$$

$$t = \frac{\sqrt{u^2}}{\mu g}$$

$$t = \sqrt{\frac{a \mu g}{9}} \times \frac{1}{\mu g}$$

$$t = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{a}{\mu g}} //$$

known follows $A \text{ to } B = d_1$

③)

$$= \frac{1}{2} (bu - \mu g t) t$$

$$= \frac{1}{2} \left(bu - \mu g \times \frac{1}{3} \sqrt{\frac{a}{\mu g}} \right) \times \frac{1}{3} \sqrt{\frac{a}{\mu g}}$$

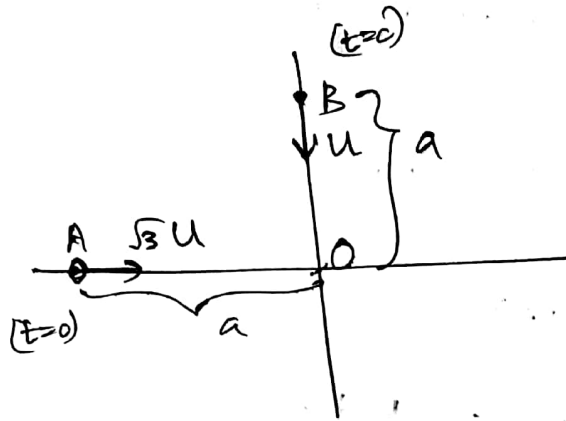
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{a \mu g}}{3} \times b - \frac{\sqrt{a \mu g}}{3} \right) \times \sqrt{\frac{a}{\mu g}} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{6} \left(2 - \frac{1}{3} \right) \times a$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{5}{3} a$$

$$= \frac{5a}{18} //$$

(b)



$$V(A, E) = \sqrt{3}u$$

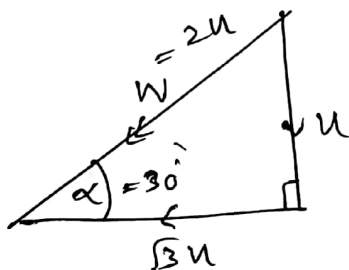
$$V(B, E) = u \downarrow$$

motion of B in A's frame

$$V(B, A) = V(B, E) + V(E, A)$$

$$W = \downarrow u + \leftarrow \sqrt{3}u$$

motion of W in D



$$W = \sqrt{u^2 + (\sqrt{3}u)^2}$$

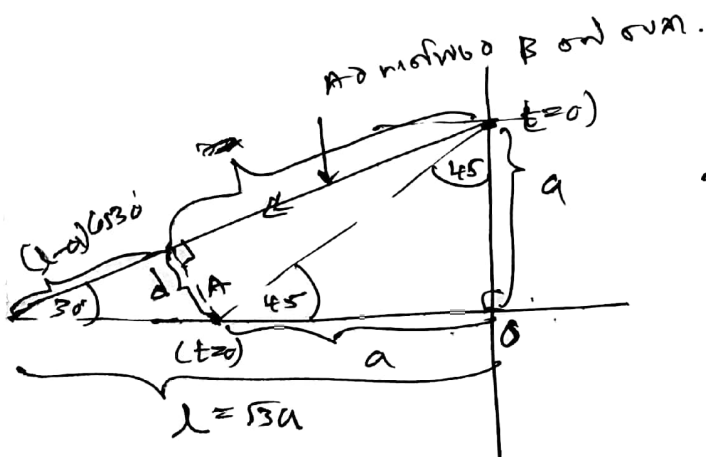
$$W = \underline{\underline{2u}}$$

$$\tan \alpha = \frac{u}{\sqrt{3}u}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = 30^\circ //$$

A and W go B on sum.



$$\text{and } b = d$$

$$\tan 30^\circ = \frac{a}{l}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{l}$$

$$l = \sqrt{3}a //$$

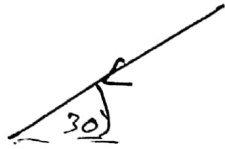
$$d = (l-a) \sin 30^\circ$$

$$d = (\sqrt{3}a - a) \times \frac{1}{2}$$

$$d = (\sqrt{3} - 1) \frac{a}{2} //$$

ମନେ କର u ଓ v ଦିଗରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ଗତି

ଏହା ଗତିର ସମୀକରଣ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$



$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$[2a - (1 - \frac{1}{2}a) \cos 30^\circ] = ut + 0$$

$$2a - (\sqrt{3}a - a) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2ut$$

$$\frac{1}{2}a(4 - 3 + \sqrt{3}) = 2ut$$

$$\frac{1}{2}a(1 + \sqrt{3}) = 2ut$$

$$t = \frac{a(1 + \sqrt{3})}{4u} //$$

$$a(R, E) = a(R, W) + a(W, E)$$

$$= \frac{f}{f} + \frac{F}{F}$$

$$a(R, E) = \frac{f - F}{f - F}$$

$$a(Q, E) = a(Q, W) + a(W, E)$$

$$= \frac{f}{f} + \frac{F}{F}$$

$$a(Q, E) = \frac{f - F}{f - F}$$

Q 40200

$$F = ma$$

$$3mg \sin \alpha - T_2 = 3m(f - F \cos \alpha) \quad \text{--- (1)}$$

P 40200

$$F = ma$$

$$T_2 - T_1 = m(f - F) \quad \text{--- (2)}$$

P 40200

$$F = ma$$

$$T_1 - mg \sin \alpha - F^l = m(f - F \cos \alpha)$$

$$F^l = \mu R_1^* \cos \alpha \quad \therefore T_1 - mg \sin \alpha - \mu R_1^* = m(f - F \cos \alpha) \quad \text{--- (3)}$$

right) $F = ma$

$$0 = 4\mu F + \mu(F - f\cos\alpha) + \mu(F - f) + 3\mu(F - f\cos\alpha)$$

$$0 = 9F - f\cos\alpha - f - 3f\cos\alpha$$

$$9F = f(4\cos\alpha + 1)$$

$$F = \frac{f}{9}$$

$$F = \frac{f(4\cos\alpha + 1)}{9} \quad \text{--- (4)}$$

right) $F = ma$

$$R_1 - mg\cos\alpha = m(F\sin\alpha)$$

$$R_1 = m(g\cos\alpha + F\sin\alpha) \quad \text{--- (5)}$$

(3) & (5) right)

$$T_1 - mg\sin\alpha - \mu m(g\cos\alpha + F\sin\alpha) = m(f - F\cos\alpha) \quad \text{--- (6)}$$

(1) + (2) + (6);

$$3\mu g\sin\alpha - \mu g\sin\alpha - \mu\mu(g\cos\alpha + F\sin\alpha) = 3\mu(f - F\cos\alpha) + \mu(f - F) + \mu(f - F\cos\alpha)$$

$$\cancel{2g\sin\alpha - \mu(g\cos\alpha + F\sin\alpha)}$$

$$2g\sin\alpha - \mu(g\cos\alpha + F\sin\alpha) = 4(f - F\cos\alpha) + (f - F)$$

$$2g\sin\alpha - \mu(g\cos\alpha + F\sin\alpha) = 5f - F(4\cos\alpha + 1)$$

⑦ & ⑧. yadnoom.

$$2g \sin \alpha - \mu(g \cos \alpha + F \sin \alpha) = 5f - F(4 \cos \alpha + 1)$$

$$2g \sin \alpha - \mu \left[g \cos \alpha + \frac{f(4 \cos \alpha + 1)}{g} \sin \alpha \right] = 5f - \frac{f(4 \cos \alpha + 1)^2}{g}$$

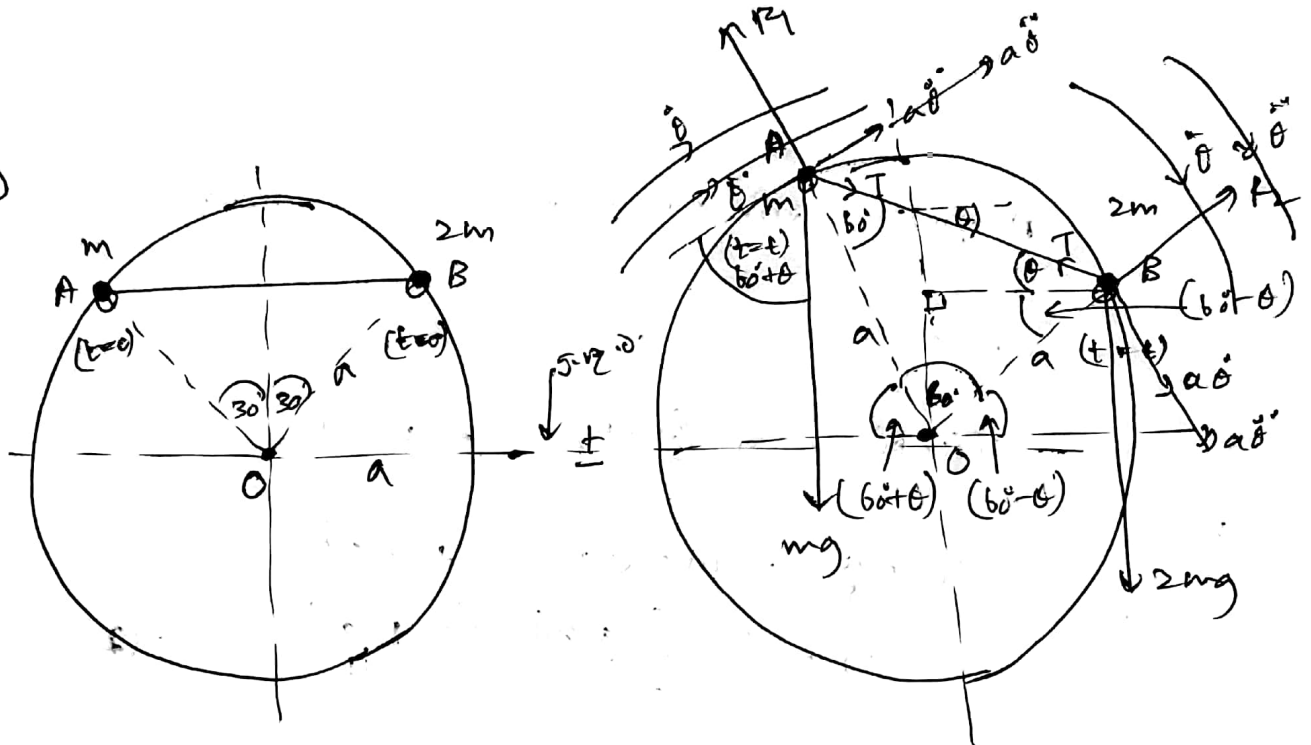
$$2g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = f \left[5 - \frac{(4 \cos \alpha + 1)^2}{g} + \frac{\mu \sin \alpha (4 \cos \alpha + 1)}{g} \right]$$

$$2g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = \frac{f}{g} \left[45 - (16 \cos^2 \alpha + 8 \cos \alpha + 1) + 4 \mu \sin \alpha \cos \alpha + \mu \sin \alpha \right]$$

$$(2g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) = \frac{f}{g} \left[44 - 16 \cos^2 \alpha + 2 \mu \sin 2\alpha + \mu \sin \alpha - 8 \cos \alpha \right]$$

$$f = \frac{g(2 \sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{[44 - 16 \cos^2 \alpha + 2 \mu \sin 2\alpha + \mu \sin \alpha - 8 \cos \alpha]}$$

(b)



वर्क एंड एनर्जी बयान करेंगे

$(t=0)$ से y ड वर्क = $(t=t)$ से 3 ड वर्क

$$0 + 0 + 2\mu g a \cos 30^\circ + \mu g a \cos 30^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\mu (a\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} \mu (a\dot{\theta})^2 + \mu g a \sin(60^\circ + \theta) + \mu g a \sin(60^\circ - \theta)$$

$$3\mu g a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times 3 a^2 \dot{\theta}^2 + g a \left[\sin(60^\circ + \theta) + 2 \sin(60^\circ - \theta) \right]$$

$$\frac{3\sqrt{3}g}{2} = \frac{3a\dot{\theta}^2}{2} + g \left(\sin 60^\circ \cos \theta + \cos 60^\circ \sin \theta + 2 \left(\sin 60^\circ \cos \theta - \cos 60^\circ \sin \theta \right) \right)$$

$$\frac{3\sqrt{3}g}{2} = \frac{3a\dot{\theta}^2}{2} + g \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta + 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta \right) \right)$$

$$\frac{3\sqrt{3}g}{2} = \frac{3a\dot{\theta}^2}{2} + \frac{g}{2} \left(\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta + 2\sqrt{3} \cos \theta - 2 \sin \theta \right)$$

$$3\sqrt{3}g = 3a\dot{\theta}^2 + g \left(3\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta \right)$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{g}{3a} \left(3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta \right) \quad \text{--- ①}$$

A 40200) ...

$$F = ma$$

$$T \sin 60^\circ - mg \cos(60^\circ + \theta) = m a \ddot{\theta}$$

$$T \times \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \cos(60^\circ + \theta) + m a \ddot{\theta}$$

$$T = \frac{2m}{\sqrt{3}} [g \cos(60^\circ + \theta) + a \ddot{\theta}] \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} \quad \ddot{\theta}^2 = \frac{g}{3a} [3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cos \theta + 5 \sin \theta]$$

at some position.

$$2 \dot{\theta} \ddot{\theta} = \frac{g}{3a} [3\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta] \dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{6a} (3\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta) \quad \text{--- (3)}$$

② & ③ together

$$T = \frac{2m}{\sqrt{3}} \left[g \cos(60^\circ + \theta) + \dot{\theta} \times \frac{g}{6a} (3\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta) \right]$$

$$T = \frac{2mg}{\sqrt{3} \times b} \left[b (\cos 60^\circ \cos \theta - \sin 60^\circ \sin \theta) + (3\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta) \right]$$

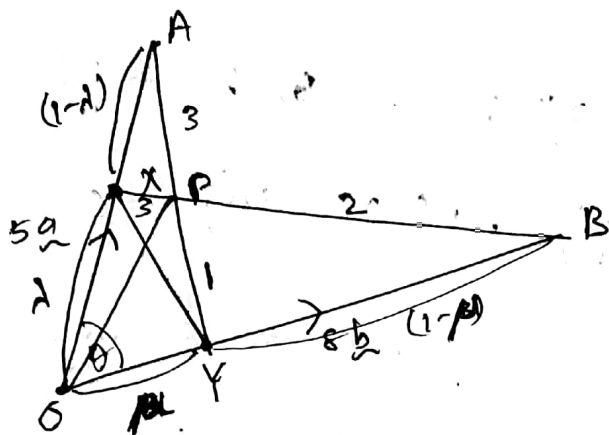
$$T = \frac{mg}{3\sqrt{3}} \left[3\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \right) + 3\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \right]$$

$$T = \frac{mg}{3\sqrt{3}} \left[4 \cos \theta - 3\sqrt{3} \sin \theta + 3\sqrt{3} \sin \theta \right]$$

$$T = \frac{4mg \cos \theta}{3\sqrt{3}}$$

(14.)

(a)



$$\vec{OX} = \lambda \vec{OA}$$

$$\vec{OY} = \mu \vec{OB}$$

$$\begin{aligned}
 (i) \quad \vec{OP} &= \vec{OX} + \vec{XP} \\
 &= \vec{OX} + \frac{3}{5} \vec{XB} \\
 &= \vec{OX} + \frac{3}{5} (\vec{XB} + \vec{BO}) \\
 &= \vec{OX} + \frac{3}{5} (-\vec{OX} + \vec{OB}) \\
 &= \frac{2}{5} \vec{OX} + \frac{3}{5} \vec{OB} \\
 &= \frac{2}{5} \times \lambda \vec{OA} + \frac{3}{5} (8\vec{b}) \\
 &= \frac{2}{5} \lambda \times 5\vec{a} + \frac{24}{5} \vec{b} \\
 \vec{OP} &= \left(2\lambda \vec{a} + \frac{24}{5} \vec{b} \right) // \quad \text{--- ①}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) \quad \vec{OP} &= \vec{OY} + \vec{YP} \\
 &= \mu \vec{OB} + \frac{1}{4} \vec{YA} \\
 &= \mu \vec{OB} + \frac{1}{4} (\vec{YA} + \vec{AO}) \\
 &= \mu \vec{OB} + \frac{1}{4} (-\vec{OY} + 5\vec{a}) \\
 &= \mu \vec{OB} - \frac{1}{4} \mu \vec{OB} + \frac{1}{4} \times 5\vec{a} \\
 &= \frac{3}{4} \mu \times 8\vec{b} + \frac{5}{4} \vec{a} \\
 \vec{OP} &= \left(6\mu \vec{b} + \frac{5}{4} \vec{a} \right) // \quad \text{--- ②}
 \end{aligned}$$

$$(1) \quad ① = ②$$

$$\therefore 2\lambda a + \frac{24}{5}b = 6\mu b + \frac{5a}{4}$$

$$a\left(2\lambda - \frac{5}{4}\right) + b\left(\frac{24}{5} - 6\mu\right) = 0$$

a ni b ongunn jafnaðs stöðvar a ni

$$2\lambda - \frac{5}{4} = 0$$

$$\lambda = \frac{5}{8}$$

$$\frac{24}{5} - 6\mu = 0$$

$$\frac{24}{5} = 6\mu$$

$$\mu = \frac{4}{5}$$

(399)

$$①) \quad \vec{OP} = 2 \times \frac{5}{8}a + \frac{24}{5}b$$

$$\vec{OP} = \left(\frac{5}{4}a + \frac{24}{5}b\right) //$$

$$\vec{XP} = \vec{XP} + \vec{OP}$$

$$= \vec{OP} - \vec{OX}$$

$$= \mu \vec{OB} - \lambda \vec{OA}$$

$$= \mu \times 8b - \lambda \times 5a$$

$$= \frac{4}{5} \times 8b - \frac{5}{8} \times 5a$$

$$\vec{XP} = \left(\frac{32}{5}b - \frac{25}{8}a\right) //$$

$\vec{OP}$ ni $\vec{XY}$ shonno pshan ni

shonno shi zimmon

$$\vec{OP} \cdot \vec{XY} = |\vec{OP}| |\vec{XY}| \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{OP} \cdot \vec{XY} = 0$$

$$\left(\frac{5}{4} a + \frac{24}{5} b \right) \left(\frac{32}{5} b - \frac{25}{8} a \right) = 0$$

$$8 a \cdot b - \frac{125}{32} a \cdot a + \frac{24 \times 32}{25} b \cdot b - 15 a \cdot b = 0$$

$$7 a \cdot b = \frac{768}{25} |b|^2 - \frac{125}{32} |a|^2$$

$$a \cdot b = \frac{1}{7} \left(\frac{768}{25} |b|^2 - \frac{125}{32} |a|^2 \right) \quad \text{--- (A)}$$

$\angle AOB = \theta$ ni

shonno shi zimmon.

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = |\vec{OA}| |\vec{OB}| \cos \theta$$

$$5a \cdot 8b = |5a| |8b| \cos \theta$$

$$40 a \cdot b = 40 |a| |b| \cos \theta$$

$$|a| |b| \cos \theta = a \cdot b$$

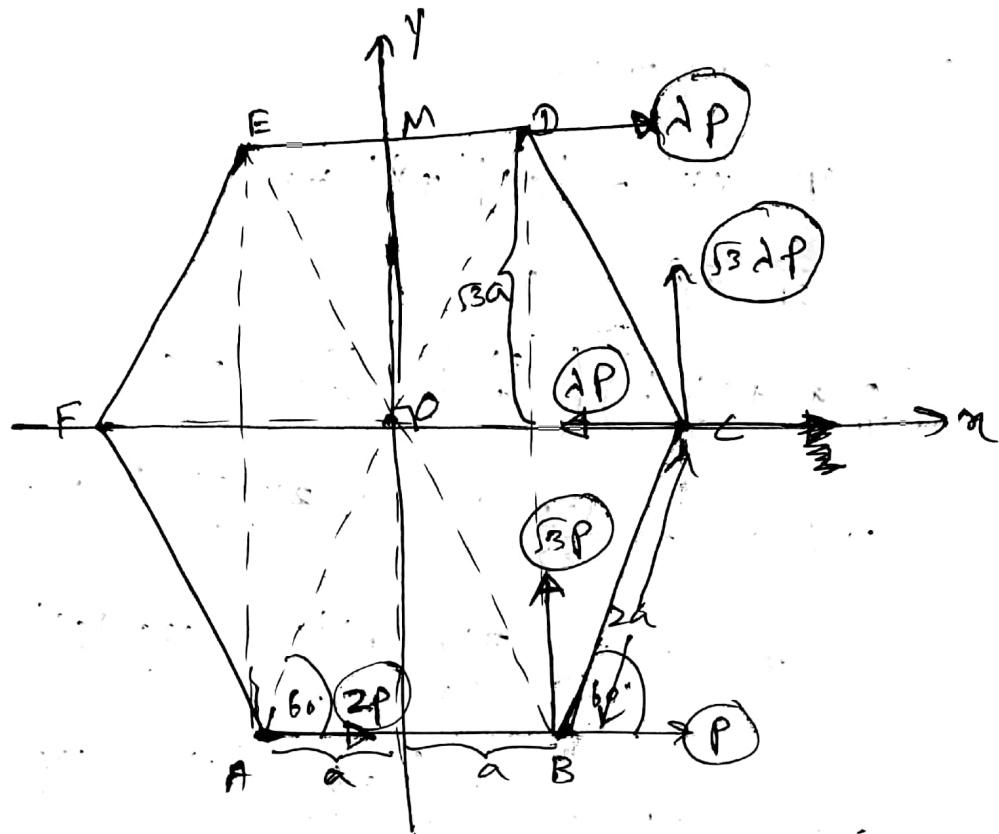
(A) $\Rightarrow$

$$|a| |b| \cos \theta = \frac{1}{7} \left(\frac{768}{25} |b|^2 - \frac{125}{32} |a|^2 \right)$$

$$\cos \theta = \frac{\frac{768}{25} |b|^2 - \frac{125}{32} |a|^2}{7 |a| |b|}$$

$$\therefore \cos(\angle AOB) = \frac{\frac{768}{25} |b|^2 - \frac{125}{32} |a|^2}{7 |a| |b|}$$

(b)



ଅବସ୍ଥାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଲବ୍ଧି ଶୂନ୍ୟ ହେବ

∴ ଅବସ୍ଥାନ ଯନ୍ତ୍ରଣା = 0

$$\therefore \sqrt{3}a \times \lambda p + a \times \sqrt{3}p - \sqrt{3}a \times p - \sqrt{3}a \times 2p = 0$$

$$\sqrt{3}\lambda + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{3}\lambda = 2\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\lambda = 2}}$$

$$\vec{r} = 2p + p - \lambda p + \lambda p$$

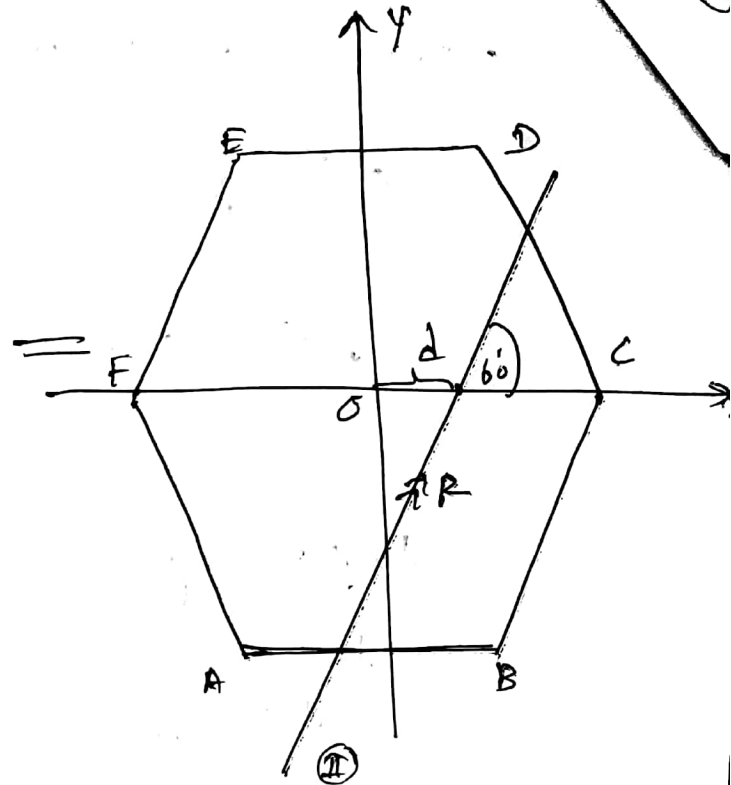
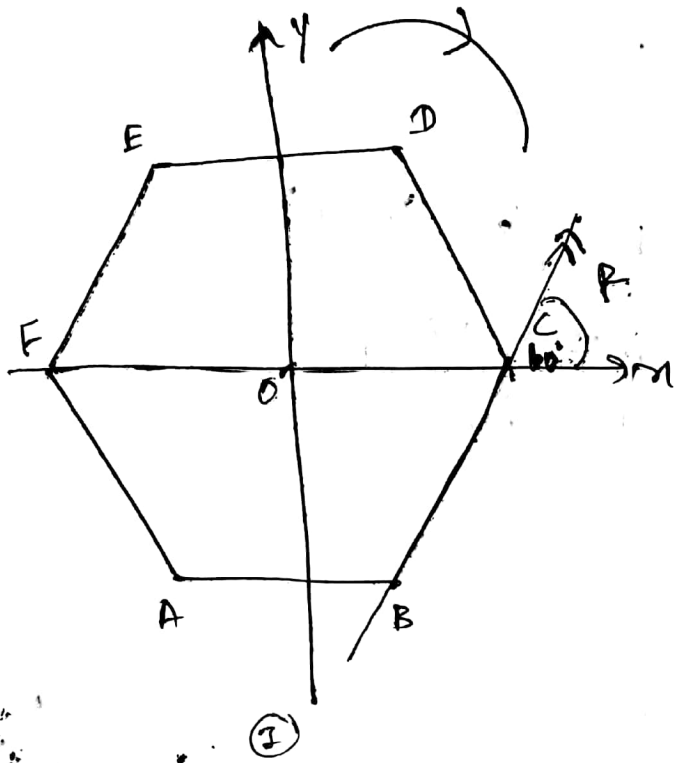
$$\vec{r} = 3p //$$

$$\lambda y = \sqrt{3}\lambda p + \sqrt{3}p$$

$$\lambda = 2 \text{ ହେତୁ } \lambda y = 2\sqrt{3}p + \sqrt{3}p$$

$$\lambda y = 3\sqrt{3}p //$$

$$a = 12\sqrt{3} \text{ Pa}$$



ଅବସ୍ଥାରେ ଥିବା ବଳର ସମତୁଲ୍ୟତା ରାଶିର ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଉ।

ଅବସ୍ଥାରେ ଥିବା ବଳର ସମତୁଲ୍ୟତା ରାଶିର ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଉ,

(I) ରାଶିର 0 ଥିବା ବଳର ସମତୁଲ୍ୟତା ରାଶିର ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଉ

$$6\sqrt{3} \text{ Pa} - 12\sqrt{3} \text{ Pa} = d \sin 60^\circ \times R$$

$$-6\sqrt{3} \text{ Pa} = d \times \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3}$$

$$d = -2a$$

∴ ଅବସ୍ଥାରେ ଥିବା ବଳର ସମତୁଲ୍ୟତା ରାଶିର ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଉ = $(-2a, 0)$

ଅବସ୍ଥାରେ ଥିବା ବଳର ସମତୁଲ୍ୟତା ରାଶିର ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଉ

$$\frac{y-0}{x+2a} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{y}{x+2a} = \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}a$$

$$(ii) \quad Y = \{ \text{only 3 or two valid pairs} \}$$

$$P(Y) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8}$$

$$P(Y) = \frac{1}{120} + \frac{1}{120} + \frac{4}{120}$$

$$P(Y) = \frac{6}{120}$$

$$P(Y) = \frac{1}{20} //$$

$$\therefore \text{only 3 or two valid pairs} = P\left(\frac{X}{Y}\right)$$

$$\text{only 3 or two valid pairs} = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$$

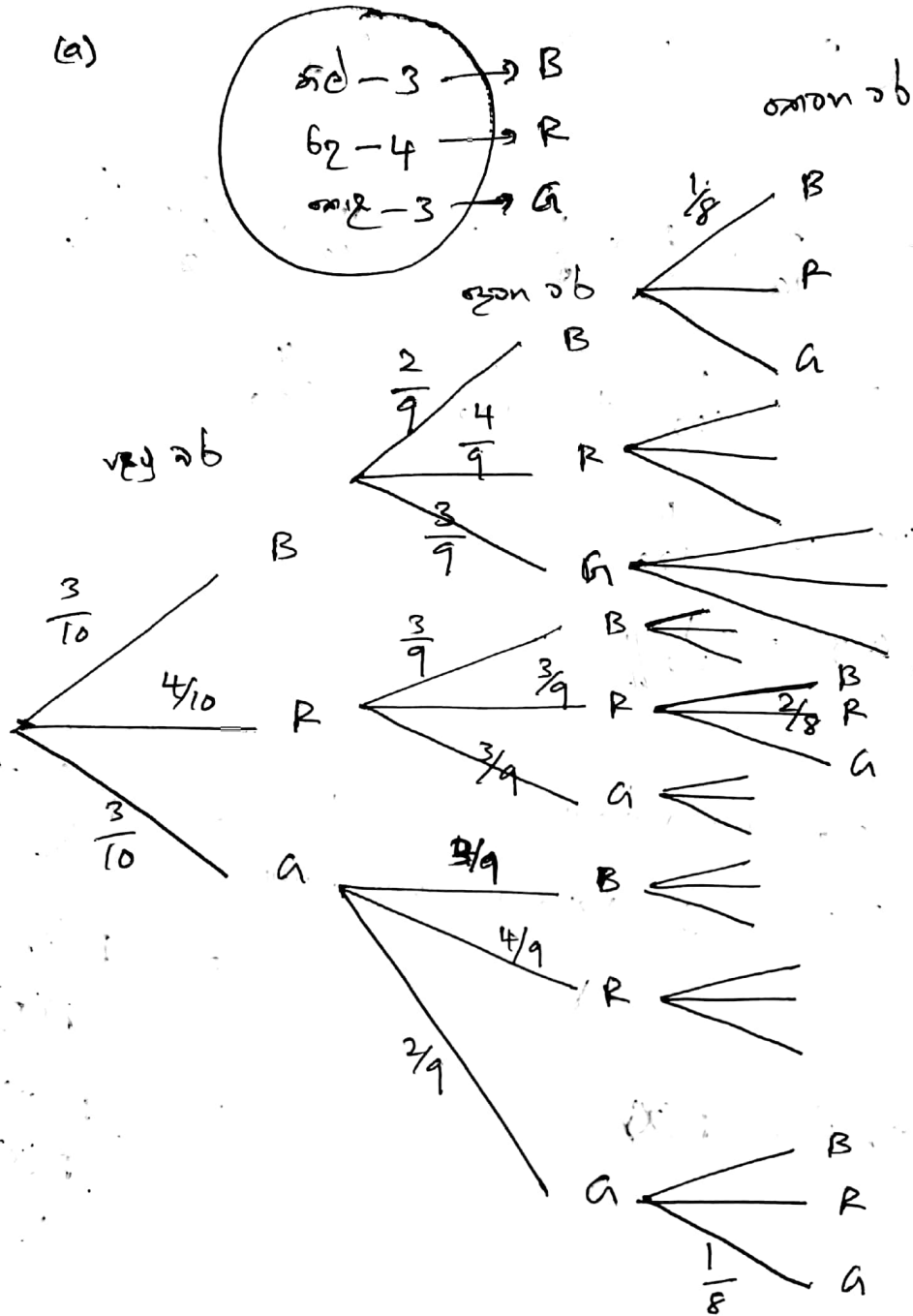
$$P(X \cap Y) = P(X) = \frac{P(X)}{P(Y)}$$

$$= \frac{\frac{1}{120}}{\frac{1}{20}}$$

$$= \frac{1}{6} //$$

17

(a)



(i) only 30 only via solution = $P(X)$

$$P(X) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$$

$$P(X) = \frac{1}{120} //$$

$$B_2 = \{ \text{ଝାମ ଖାଲେ ଥିବା ଗାଈ ଖାଲେ ଥିବା} \}$$

$$R_2 = \{ \text{ଝାମ ଖାଲେ ଥିବା ବଢ଼ ଖାଲେ ଥିବା} \}$$

$$G_2 = \{ \text{ଝାମ ଖାଲେ ଥିବା ଶାଢ଼ ଖାଲେ ଥିବା} \}$$

~~$$P(B_2) = \frac{2}{9}, P(R_2) = \frac{3}{9}, P(G_2) = \frac{2}{9}$$~~

$$P(B_2) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{9}$$

$$P(B_2) = \frac{6 + 12 + 9}{90}$$

$$P(B_2) = \frac{27}{90} = \frac{3}{10} //$$

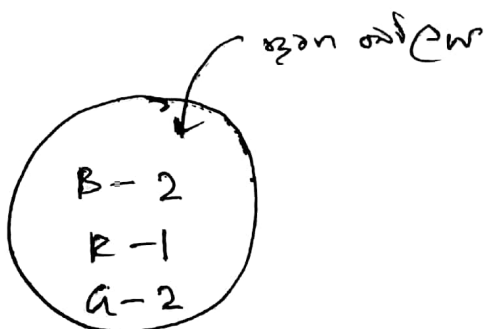
$$P(R_2) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{4}{9}$$

$$P(R_2) = \frac{12 + 12 + 12}{90}$$

$$P(R_2) = \frac{4}{10} //$$

$$P(G_2) = 1 - \left(\frac{3}{10} + \frac{4}{10} \right)$$

$$P(G_2) = \frac{3}{10} //$$



$$A = \{ \text{ନିମ୍ନଲିଖିତ ଝାମ ଖାଲେ ଝାମ ଖାଲେ ଝାମ ଖାଲେ ଝାମ ଖାଲେ} \}$$

$$P(A/B_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} //$$

$$P(A/P_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} //$$

$$P(A/G_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} //$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_2) + P(A \cap P_2) + P(A \cap G_2) \\ &= P(B_2) \cdot P(A/B_2) + P(P_2) \cdot P(A/P_2) + P(G_2) \cdot P(A/G_2) \\ &= \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{10} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} \\ &= \cancel{\frac{1}{10}} + \frac{4}{30} + \frac{3}{20} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{4}{30} + \frac{3}{20} \\ &= \frac{6+8+9}{60} \end{aligned}$$

$$P(A) = \frac{23}{60} //$$

(b)

வரிசை எண் (class no)	x_i	f_i	u_i	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$	F
20-29	24.5	1	-2	-2	4	1
30-39	34.5	9	-1	-9	9	10
40-49	44.5	35	0	0	0	45
50-59	54.5	40	1	40	40	85
60-69	64.5	12	2	24	48	97
70-79	74.5	3	3	9	27	100
		Σf_i = 100		$\Sigma f_i u_i$ = 62	$\Sigma f_i u_i^2$ = 128	

(i) சராசரி மதிப்பு = $A = 44.5$

$$u_i = \frac{x_i - A}{C} ; C = 10 \text{ சென் மீட்டர்.}$$

$$\text{சராசரி} = \bar{x}$$

$$\bar{x} = A + C \cdot \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{x} = 44.5 + 10 \left(\frac{62}{100} \right)$$

$$\bar{x} = 44.5 + 6.2$$

$$\bar{x} = 50.7 // ^\circ \text{C}$$

$$\text{செறிவு} = \sigma_x^2$$

$$\sigma_x^2 = C^2 \left[\frac{\Sigma f_i u_i^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_x^2 = 100 \left[\frac{128}{100} - \left(\frac{62}{100} \right)^2 \right]$$

$$= 100 \left(\frac{128}{100} - \frac{38.44}{100} \right)$$

$$= 128 - 38.44$$

$$\sigma_x^2 = 89.56 // ^\circ \text{C}^2$$

21.7 vrf gw $\Rightarrow 50-59 \rightarrow 49.5-59.5$

~~$$A_1 = 85 - 45 = 40 //$$~~

A22

$$A_1 = 40 - 35 = 5 //$$

$$D_2 = 40 - 12 = 28 //$$

$$M_o = 51.015 \text{ } ^\circ\text{C}$$

कार्ड नं (X _i)	(f _i)	X _i
21.5	1	
31.5	9	
41.5	35	
51.5	40	
61.5	12	
71.5	3	

$$n \partial \partial r w = \overline{y}$$

אם $\sigma_y^2 = \sigma_x^2$

$$\sigma_y^2 = 89.56 \text{ } \mu\text{C}^2$$

$$\text{מסווג} \quad M_0^I = M_0 - 3$$

$$M_2^1 = 51.055 - 3$$

$$M_o^1 = 48.015^\circ \text{C} //$$

(iii)

$$n_1 \bar{x} + n_2 \bar{y} = \bar{z}$$

$$\bar{z} = \frac{n_1 \bar{x} + n_2 \bar{y}}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{z} = \frac{100 \times 47.7 + 50 \times 58}{100 + 50}$$

$$\bar{z} = \frac{2 \times 47.7 + 58}{3}$$

$$\bar{z} = \frac{95.4 + 58}{3}$$

$$\bar{z} = \frac{153.4}{3}$$

$$\bar{z} = 51.133 \bar{z} //$$