

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
 மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
 Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

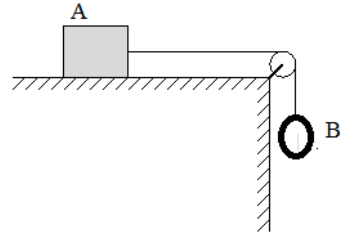
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

- [illegible]

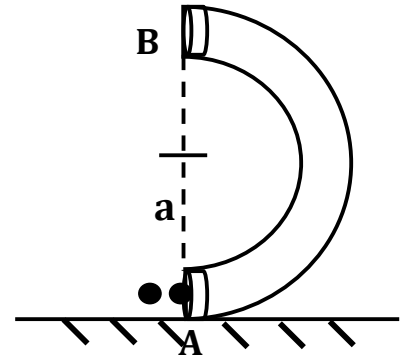
- [illegible]

3. රූපයේ පරිදි සුමට තිරස් තලයක M ස්කන්ධ A අංශුව තබා ඇත. තලයේ ගැට්ට මත සවිකළ සුමට කප්පියක් වටා යැවූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවෙහි කෙළවරක m ස්කන්ධ B අංශුව එල්ලා ඇත. B අංශුව a දුරක් ඔසවා අතහරී. A අංශුවෙහි ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න.



4. ස්කන්ධ $2M$ වන වාහනයක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් මගින් ස්කන්ධය M වූ කාරයක් තිරසර α ආනත මාර්ගයක ඉහලට ඇදගෙන යනු ලැබේ. වාහනයේ සහ කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය R බැගින් වේ. වාහනයේ එන්ජිම $H \text{ kw}$ ජවයකින් ක්‍රියාකරමින් $V \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවන මොහොතකදී කේබලයේ ආතතිය $\frac{1}{3} \left(R + \frac{1000H}{V} \right)$ බව පෙන්වන්න.

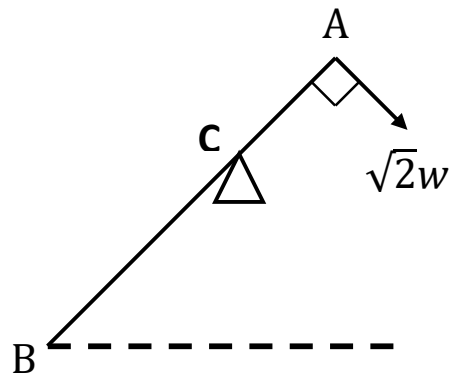
5. අරය a වන අර්ධ වෘත්තාකාර සිහින් සුමට නලයක් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සිරස් තලයක සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වන p අංශුවක් A සිදුරේ නිශ්චලතාවයේ තබා ඇති විට එම ස්කන්ධයම ඇති Q අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව p හා ගැටී අංශු දෙක හා වේ. සංයුක්ත අංශුව නලයේ B කෙළවරට යාන්ත්‍රමය ලඟා වේ නම්, $u = 2\sqrt{2ga}$ බව පෙන්වන්න.



6. සුපුරුදු අංකනයෙන් O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ වේ. AB රේඛාව C හිදී OY අක්ෂය ඡේදනය කරයි නම් C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

7. අරය $4a$ වන අර්ධ ගෝලාකාර සුමට පාත්‍රයක් එහි ගැටට තිරස් වන සේ සවිකර ඇත. w බර, $4a$ දිග AB දණ්ඩෙහි A කෙළවරටම w බර අංශුවක් සවිකර ඇත. මෙම දණ්ඩ පාත්‍රය තුළ සමතුලිතව පවතී. දණ්ඩෙහි තිරසර ආනතිය θ නම් හා B කෙළවරේහිදී පාත්‍රය මගින් දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, $R = \frac{2w \cos \theta}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

- 8.** $2w$ බර $2a$ දිගැති ඒකාකාර AB දණ්ඩක් C ලක්ෂ්‍යයේ දී රළු කුඳ්ඳයක් මත තබා B ට ඉහළින් A පිහිටන පේ සමතුලිතතාවයේ පවත්වා ගනු ලබන්නේ A හිදී දණ්ඩට ලම්භකව යෙදූ $\sqrt{2}w$ විශාලත්වයක් ඇති බලයක් මගිනි. $AB : CB = 1 : 3$ නම් දණ්ඩ තිරසර සමග ආනතිය සොයන්න. දණ්ඩ ලිස්සීමට ආසන්නව ඇති විට දණ්ඩ හා කුඳ්ඳය අතර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.



9. A, B සහ C යනු Ω නියැදි අවකාශයේ සිද්ධි තුනක් නම්, $P(A) = \frac{2}{5}, P(C') = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ වේ. A හා C අනොන්‍ය වශයෙන් ඛණිතකාර සිද්ධි දෙකක් ද, A හා B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් ද, නම් $P(A \cup C)$ සහ $P(B)$ ගණනය කරන්න.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

10. $a, b, 4, 5, 7, 4, 5$ යන සංඛ්‍යා හතෙහි මධ්‍යන්‍ය සහ මාතය සමාන වේ. මෙහි a හා b හි අගයන් සොයා සංඛ්‍යා හතෙහි විචලතාවය $\frac{6}{7}$ බව පෙන්වන්න.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) A සහ B යනු එකිනෙකට d දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. A සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන වස්තුවක් පළමුව f ත්වරනයකින්ද, අනතුරුව u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්ද චලනය වී පසුව $3f$ මන්දනයක් යටතේ චලනය වී B ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රවේගය v දක්වා අඩුවේ.

- I. වස්තුවේ චලිතයට ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් අදින්න .
- II. මෙම චලිතය ඇතිවීමට $6df \geq 4u^2 - v^2$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(b) X හා Y යනු සමාන්තර ඉවුරු සහිත, d පළලැති, u වේගයෙන් ජලය ගලා යන ගහක එකිනෙකට හරි කෙලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරුවල පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිසල ජලයේ $v (< u)$ වේගයෙන් පැද යා හැකි ඔරුවක් ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරට යාමේ අරමුණින් X ලක්ෂ්‍යයෙන් පිටත් වේ.

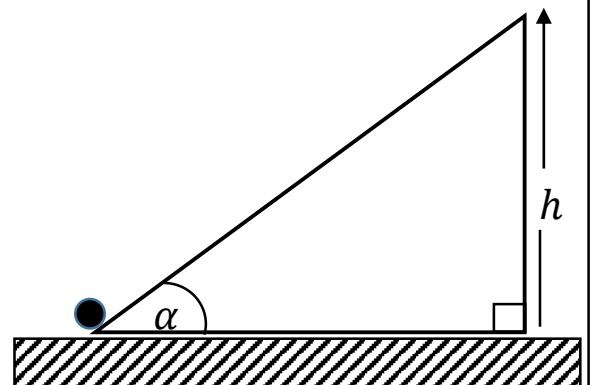
- I. ඔරුව X සිට Y දක්වා හරිකෙලින් ලගා විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.
- II. ඔරුව, ඉවුරට α කෝණයකින් ආනතව උඩුගං දිශාවට පදවන්නේ යැයි ගෙන එගොඩ වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.
- III. හැකි ඉක්මනින් එගොඩ වීමට α හි අගයද එවිට කාලයද සොයන්න.
- IV. Y ට හැකි තරම් ආසන්නයෙන් ගොඩ බැසීමට α හි අගයද එවිට කාලයද සොයා, ගොඩ

බසින ස්ථානයට Y සිට දුර $\frac{d\sqrt{u^2-v^2}}{v}$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) ස්කන්ධය M ද උස h ද බෑවුම α ද වූ සුමට

කුඤ්ඤයකට විශාල සෝපානයක සුමට තිරස් බිම මත නිදහසේ චලනය විය හැකිය. සෝපානය ට සිරස්ව ඉහලට නියත f ත්වරණයක් ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුඤ්ඤයේ ආනත දාරයේ පහලම ලක්ෂ්‍යයේ සිට ආනත දාරය දිගේ ඉහලට v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලබන්නේ අංශුවේ චලිතය ආනත මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ වනසේ ය. අංශුව හා කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

තවද, අංශුව කුඤ්ඤයේ මුදුනට ලගාවන විට ප්‍රවේගය ලබා ගැනීම සඳහා සමීකරණයද ලියා දක්වන්න.

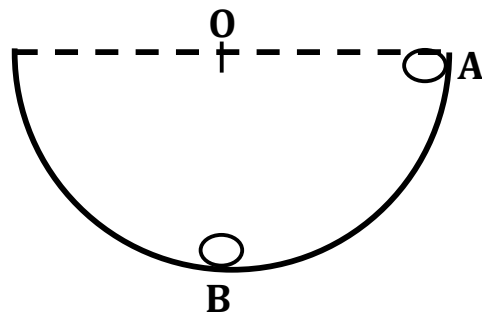


(b) රූපයේ පරිදි O කේන්ද්‍රය වූ සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක්

එහි ගැටිය තිරස් වන සේ සවිකර ඇත. එහි පහළම ලක්ෂ්‍යයේ λm ස්කන්ධ B අංශුව නිසලව ඇත. ගැටිය ආසන්නයේ සමාන අරයැති ස්කන්ධය m වන A අංශුව නිසලතාවයෙන් මුදා හරී. A අංශුව B වෙත ලගාවෙන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.

A හා B ගැටුමෙන් පසු B අංශුව පාත්‍ර ගැටිය වෙත යන්නේත් ලගා වේ නම් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය λ වන බව පෙන්වන්න. A අංශුව B සිට $\frac{a}{2}$ උසකට නැගේ නම්

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$



13. තිරසර θ ආනත සුමට තලයක් මත A ට $6a$ දුරින් පහළින් B ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංක λ සහ mg වන හා ස්වභාවික දිග a සහ $2a$ වන AC සහ CB ලූහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවල C කෙළවරට m ස්කන්ධ අංශුවක් අමුණා A හා B ලක්ෂ්‍යවලට අනෙක් කෙළවරවල් සම්බන්ධ කළ විට A සිට $3a$ දුරක් පහළින් එනම් AB හි හරිමැද අංශුව සමතුලිතතාවයේ පිහිටයි.

$$\lambda = \frac{mg(1+2 \sin \theta)}{4} \text{ බව පෙන්වන්න. } \theta = \frac{\pi}{6} \text{ විට } \lambda \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

ඇත් AC තන්තුවේ දිග a වන තෙක් අංශුව ඉහලට ඇද අතහරී. අංශුව සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බව ($AC = 4a$ තෙක්) පෙන්වන්න. කේන්ද්‍රය සොයා උපරිම වේගය ලබාගන්න.

$AC = 4a$ වන විට එහි වේගය ලබාගන්න.

අංශුව තව දුරටත් වෙනත් සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වන්න. එහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය ලබාගන්න.

AC තන්තුවේ උපරිම දිග $(2 + \sqrt{10})a$ බව පෙන්වන්න, AC තන්තුවේ උපරිම ආතතිය සොයන්න.

14. (a) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් ඒක රේඛීය නොවන A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. AB මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{a} + \lambda(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ දික්කල QR හා PS රේඛා T හිදී හමුවේ. P, Q, R, S හා T ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i} + 11\mathbf{j}, 2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}, -\mathbf{i} + 7\mathbf{j}, -2\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ වේ. දික්කල SR සහ PQ රේඛා U හිදී හමුවේ. PQ මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකයන් SR මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකයන් සොයා U ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

PT රේඛාවට SU රේඛාව ලම්භක බවද පෙන්වන්න. එනමින් P, U, S ලක්ෂ්‍ය තුන හරහා යන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

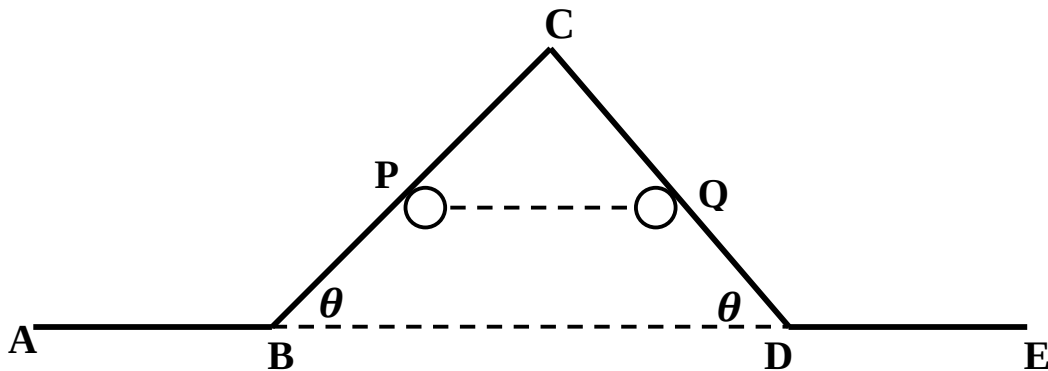
(b) $ABCDEF$ සවිධි ඡඩාස්‍රයේ පාදයක දිග a වේ. මෙම ඡඩාස්‍රය අයත් තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් A, C, D හා F හිදී ක්‍රියාකරන $(2pi + 3\sqrt{3}pj)$, $(\frac{1}{2}pi - \sqrt{3}pj)$, $(-2pi - \sqrt{3}pj)$ හා $(3pi + \frac{3\sqrt{3}}{2}pj)$ යන බල වලින් සමන්විත වේ. මෙහි p හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන් හා මීටර් වලින් මනින ලද ධන රාශි වේ. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය බලයේ විශාලත්වයන් හා දිශාවන් එහි ක්‍රියාරේඛාවෙන් AB රේඛාව කැපෙන ලක්ෂ්‍යයට A සිට දුරක් සොයන්න. A හරහා යන අමතර F බලයක් පද්ධතියට එකතු කල විට පද්ධතිය බලයුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් අමතර F බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

තවද, පද්ධතියට එම තලයේම වූ ABC අතට ක්‍රියාකරන $4\sqrt{3}aNm$ විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුග්මයක් යෙදූ විට බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය ක්‍රියා රේඛාවට AB කැපෙන ස්ථානයේ පිහිටීම සොයන්න.

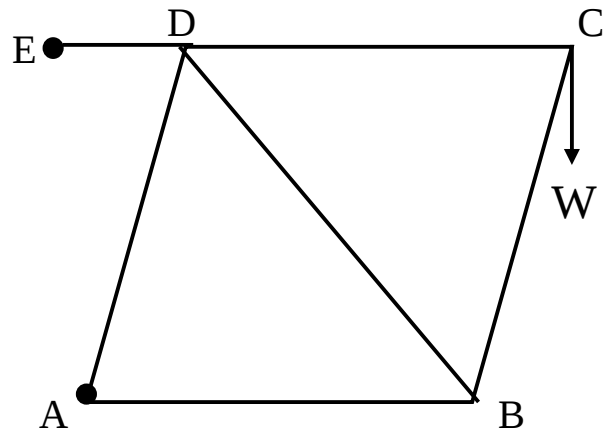
15. (a) AB, BC, CD, DE යනු $2a$ සමාන දිගින් යුත් $W, 2W, 2W, W$ බර දඩු වේ. ඒවා $\widehat{ABC} = \pi - \theta$ හා $\widehat{EDC} = \pi - \theta$ වන පරිදි දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. C හිදී සුමටව අසව් කර ඇත. P හා Q එකම තිරස් මට්ටමේ වූ නාදැති දෙකක් මත මෙම පද්ධතිය රඳවා ඇත්තේ AB හා DE දඩු තිරස් වන පරිදිය. BC හා CD දඩු නාදැති මත රඳවා ඇත.

නාදැති මගින් ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{3W}{\cos \theta}$ බවද $PC = \frac{a \cos \theta (1 + 4 \cos \theta)}{3}$ බවද පෙන්වන්න.

C සන්ධිය මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $\theta < \cos^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

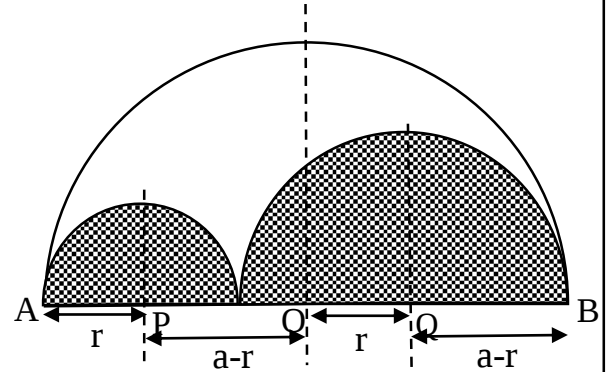


(b) රූප සටහනේ දැක්වෙන සුමට ලෙස සන්ධි කල AB, BC, CD, BD, AD, DE සැහැල්ලු දඩු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. DE හැර අනෙක් දඩු පහ දිගින් සමාන වේ. රාමු සැකිල්ල A හා E හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. C හිදී w භාරයක් එල්ලා AB තිරස්ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ දඩු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හා තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කර දක්වන්න.



16. ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර තල ආස්තරයක අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වේ. එහි සෘජු දාරය AOB වන අතර සමමිතික අක්ෂය OC වේ. සෘජුකෝණී කාටිසියානු අක්ෂ OX සහ OY පිළිවෙලින් OB සහ OC දිගේ වේ. අනුකලනය භාවිතයෙන් මෙම අක්ෂ පද්ධතිය අනුබද්ධයෙන් තල ආස්තරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය බණ්ඩාංක $\left(0, \frac{4a}{3\pi}\right)$ බව පෙන්වන්න.

අරය $r (< a)$ සහ අරය $(a - r)$ වූ අර්ධ වෘත්ත දෙකක් තල ආස්තරය මත ඇද ඇති අතර පළමු අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය P, OA මත A සිට r දුරින් වන අතර අනෙක් අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය Q, OB මත B සිට $(a - r)$ දුරින් වේ. දැන් මෙම අර්ධ වෘත්ත දෙක තුල වූ කොටස් කපා ඉවත් කරන ලදී. OXY දී ඇති අක්ෂ පද්ධතිය අනුබද්ධයෙන් ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ බණ්ඩාංක $(x, y), x = \frac{2r-a}{2}, y = \frac{2a}{\pi}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



මෙම ආස්තරයේ කොටස A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇත්නම් සමතුලිත පිහිටීමේදී AOB දාරය සිරස සමග සාදන කෝණයද සොයන්න.

17. (a) A මල්ලක රතු බෝල n ද, සුදු බෝල $(n + 2)$ ද ඇත. B මල්ලක රතු බෝල $(n + 1)$ ද, සුදු බෝල $(n + 1)$ ද බැගින් ඇත. $1, 2, 3, 3, 4, 5$ යන අංක යෙදු නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දමා ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබුණි නම් A මල්ලෙන්ද, නැත්නම් B මල්ලෙන්ද බෝලයක් ගනු ලබයි.

I. සුදු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය n ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

II. රතු බෝලයක් ලැබී ඇතැයි දී ඇතිවිට එය A මල්ලෙන් ලැබී තිබීමේ සම්භාවිතාවය $\frac{3}{5}$ ක් බව දී ඇත්නම්, A මල්ලේ ඇති රතු බෝල ගණන හා සුදු බෝල ගණන සොයන්න.

III. සුදු බෝලයක් ලැබී ඇතැයි දී ඇතිවිට එය B මල්ලෙන් ලැබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

(b) පන්තියක සිටින සිසුන්ගේ ගණිත ලකුණු පිළිබඳ දත්ත පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

ලකුණු	සිසුන් ගණන
00 – 20	8
20 – 40	f_1
40 – 60	14
60 – 80	f_2
80 – 100	5

සිසුන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යස්ථය 5 ද, මධ්‍යන්‍ය 48.8 ලෙසද දී ඇත.

I. f_1 සහ f_2 අගයන් නිර්ණය කර පන්තියේ මුළු සිසුන් ගණන සොයන්න.

II. එනයිත් ලකුණු වල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න. $(\sqrt{3741} = 61.16)$

III. ඉහත 60 – 80 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිසුන් දෙදෙනෙකුගේ ලකුණු වැරදි ලෙස ලකුණු වී තිබූ අතර එය නිවැරදි කල විට එම සිසුන් දෙදෙනා 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයට ඇතුලත් වූනි නම් සිසුන්ගේ ලකුණු වල නව මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.