



වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Provincial Department of Education - NWP

10

S

I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය - පෙරහුරු පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි

மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩේහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

[illegible][illegible]

3. $\left| \frac{Z+1}{Z-1} \right| \geq 2$ වන පරිදි විචලනය වන Z හි පෙදෙස ආගන්ථි තලය මත අඳුරු කර දක්වන්න. එම පෙදෙස තුළ $\text{Arg}(Z)$ උපරිම වන ලක්ෂ්‍යයෙහි සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

[illegible]

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 4x}{x^2} \right) = 8$ බව පෙන්වන්න.

[illegible]

5. $P \equiv (2\cos t, 3\sin t)$ ලක්ෂ්‍යයේදී $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ඉලිප්සයට අදිනු ලබන ස්පර්ෂකයේ සමීකරණය $3x\cos t + 2y\sin t = 6$ බව පෙන්වන්න. එම ලක්ෂ්‍යයේදී අදිනු ලබන අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

[illegible]

6. $Y = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ වක්‍රයෙන් ද $Y = 0$ හා $X = 2$ සරල රේඛාවලින් ද ආවෘත වූ පෙදෙස X -අක්ෂය වටා 2π වලින් භ්‍රමණය වූ විට සෑදෙන සන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi(4-\pi)}{2}$ බව පෙන්වන්න.

[illegible]

7. $\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$ බව පෙන්වා එනමින් $\int \frac{a^x}{a^x+1} dx$ $a \neq 1$ සඳහා සොයන්න.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal dashed lines, each set consisting of two parallel lines. These lines are evenly spaced vertically across the entire page, providing a guide for letter height and placement in handwriting practice. The background is white, and there are no margins or additional markings.

8. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC, CA පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $2y - x + 4 = 0$, $y - 2x - 1 = 0$ හා $y + x - 1 = 0$ වේ. B කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

[illegible]

9. $x - y = 0$ හා $7x - y = 0$ යන සරල රේඛා දෙකම ස්පර්ශ වන සේ මුළුමනින්ම පළමු වෘත්ත පාදයෙහි පිහිටි අරය ඒකක $2\sqrt{2}$ වන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $\tan \alpha$ හා $\tan \beta$ ඇසුරින් $\tan(\alpha + \beta)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න. ඒනගින් $\tan(2\alpha)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් අපෝභනය කර $\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Provincial Department of Education - NWP

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021

පෙරහුරු පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි

மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය

උපදෙස්:

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

01. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $4m$ හා $8m$ වූ A හා B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා එකිනෙක දෙසට පිළිවෙලින් $3v \text{ ms}^{-1}$ හා $v \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේග වලින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ අංශු එකිනෙක සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදිය. ගැටුමෙන් පසු A හි ප්‍රවේගය විරුද්ධ දිශාවට $\frac{v}{3}$ වේ නම් ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගයද, අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය හා ගැටුමේ ආවේගයද සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. තිරසර ආතතියක් සහිත ව v_1 ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරන ලද අංශුවක එක්තරා මෙහෙයක අයත් කරගන්නා v_2 ප්‍රවේගය, v_1 ප්‍රවේගයට ලම්බ වේ. u යනු අංශුවේ උපරිම උස සහිත ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රවේගය වේ.

$$\frac{1}{v_1^2} + \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{u^2} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

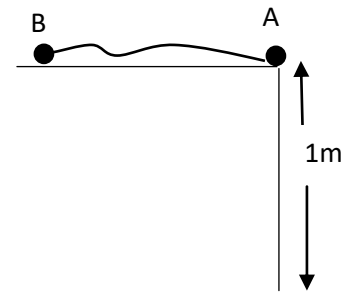
.....

.....

.....

.....

03. ස්කන්ධ 3 kg බැගින් වූ A හා B නම් අංශු දෙකක් දිග 1 m ට වඩා වැඩි වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධකොට තන්තුව බුරුල්ව පවතිනසේ A අංශුව රූපයේ පරිදි මේසයේ දාරයේ තබා ඇත්තේ AB දාරයට ලම්බක වන පරිදිය. A අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් පහළට මුදා හැරේ. අංශුව 0.45 m ක දුරක් සිරස්ව පහළට වැටුණු පසු තන්තුව තද වේ. B අංශුව චලිතය ආරම්භ කරන ප්‍රවේගය හා තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04. ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් එකක් වන කාරයක් තිරසර $\sin^{-1} \frac{1}{10}$ ආතතියකින් යුතු මාර්ගයක් දිගේ 20 ms^{-1} ක සතන ප්‍රවේගයෙන් ඉහළට ගමන් කරයි. චලිතයට ප්‍රතිරෝධය 400 N නම්, එන්ජිමේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න. මාර්ගය ඉහළ දී තිරස් වේ නම් හා එන්ජිමේ ජවය හා ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස් වේ නම්, තිරස් මාර්ගයේ කාරය 0.6 ms^{-2} ක ත්වරණයකින් ගමන් කරන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05. a දිග අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල ව O ලක්ෂ්‍යයට යා කොට ඇති අතර, අනෙක් නිදහස් කෙළවරේ ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් දරා සිටියි. O සිට $a \cos \beta$ දුරින් O සමඟ එකම තිරස් මට්ටමේ P අංශුව නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරී. තන්තුව තිරසර $\sin^{-1}(\sin^3 \beta)$ කෝණයකින් ආනත පතිට්මේ දී P අංශුව ඝණික නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. $|a| = \sqrt{3}, |b| = \sqrt{2}$ සහ $|a - b| = 2$ නම්, $\underline{a} \cdot \underline{b}$ සොයා $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

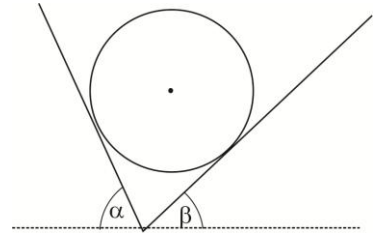
.....

.....

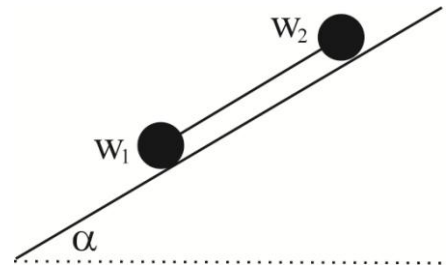
.....

.....

07. තිරසර ආනතිය α හා β වන සුමට තල දෙකක් මත බර ඒකාකාර ගෝලයක් සමතුලිතතාවයේ පවතී. α දී ඇත්නම් හා එම තලය මත තෙරපුම ගොලයේ බරෙන් අර්ධයක් නම්, $\tan \beta = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$ බව සාධනය කරන්න.



08. තිරසර ආනතිය α වන රළු තලයක් මත w_1 හා w_2 භාරයන් දෙකක් තන්තුවකින් ඇඳා වැඩිතම බැවුම් රේඛාව ඔස්සේ තබා ඇත. එම භාරයන් හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණක μ_1 හා μ_2 නම් හා $\mu_1 < \tan \alpha < \mu_2$ නම්, එම අංශු දෙකම සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතින විට $\tan \alpha = \frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2}$ බව පෙන්වන්න.





වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Provincial Department of Education - NWP

10

S

II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021

පෙරහුරු පරීක්ෂණය

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. a. P හා Q දුම්රිය පොළවල් 2 ක් 30 km පරතරයකින් පිහිටා ඇත. 40 kmh^{-1} වේගයෙන් P පසුකර යන A නම් දුම්රියක් 12 km ක දුරක් යන තුරු මේ වේගය පවත්වාගෙන ඉක්බිති ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී Q හි දී නිශ්චලතාවයට පත්වෙයි. A දුම්රිය P පසු කර යාමට මිනිත්තු 12 කට පෙර Q හි දී නිශ්චලතාවයේ සිට පිටත්වන B නම් දුම්රියක් එක්තරා කාලයක් 300 kmh^{-2} ත්වරණයකින් ඒකාකාර ලෙස ත්වරණය වී ඉක්බිති ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී P හි දී නිශ්චලතාවයට පත්වෙයි. A හා B දුම්රිය දෙකම එක ම මොහොතක දී පිළිවෙලින් Q හා P දුම්රිය පොළවල නිශ්චලතාවයට පැමිණේ නම්, A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් එක ම සටහනක ඇඳ දක්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් , ගමන සඳහා B දුම්රිය මිනිත්තු 84 ක් ගන්නා බව පෙන්වන්න. තවද B දුම්රියේ උපරිම වේගය පැයට කිලෝමීටර්වලින් සොයා මන්දනය ද සොයන්න.

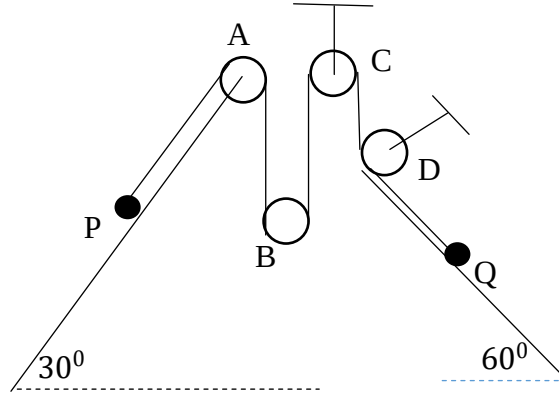
b. කාරයක් පොළවට සාපේක්ෂව w ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරයි. ලොරියක් උතුරින් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත ව ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතක දී ලොරියෙන් දකුණින් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් k දුරකින් කාරය පිහිටයි.

(i) කාරය හා ලොරිය එකිනෙක ගැටේ නම්, ලොරියේ පොළවට සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය හා ගැටීමට ගතවන කාලය w හා k ඇසුරින් සොයන්න.

(ii) ලොරිය $\frac{\sqrt{5}w}{2}$ ප්‍රවේගයෙන් පොළවට සාපේක්ෂව චලිත වේ නම්, කාරය හා ලොරිය අතර $\frac{k}{\sqrt{2}}$ ක අවම දුරක් පවත්වා ගැනීමට පොළවට සාපේක්ෂව ලොරිය ගමන් කළ යුතු දිශාව උතුරෙන් නැගෙනහිරට

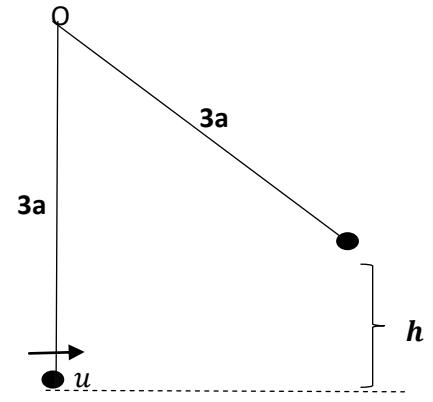
$\gamma \left(< \frac{\pi}{6} \right)$ කෝණයක් නම්, $\gamma = \frac{5\pi}{12} - \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{10}} \right)$ බව පෙන්වන්න.

12. a.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් තිරසර 30° ආනත සර්ඡණ සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වන රළු තලයක් මත තබා එයට ඇඳූ සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක් ආනත තලය මුදුනේ ඇති සුමට අවල A කප්පිය මතින් දමා සවල ස්කන්ධය M වන සුමට B කප්පිය යටින් දමා ඉන් පසු C සුමට අවල කප්පිය මතින් දමා තිරසර 60° ක් ආනත සුමට තලය මුදුනේ D සුමට අවල කප්පිය යටින් දමා ආනත තලය මත ඇති ස්කන්ධය $2m$ වන Q අංශුවට සවිකර ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. පසුව ඇතිවන චලිතයේ දී තන්තුවේ ආතතිය $\frac{(6+\sqrt{3})Mmg}{(3M+8m)}$ බව පෙන්වන්න.

b. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $3a$ වන සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධකොට සමතුලිතතාවේ තබා තිරස් u ප්‍රවේගයෙන් අංශුව ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. අංශුව පහළම මට්ටමේ සිට සිරස් ලෙස h උසකින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{u^2 - 2gh}$ බවත් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{m}{3a}(u^2 - 3gh + 3ag)$ මගින් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න. තව ද අංශුව පහළම මට්ටමේ සිට සිරස් ලෙස $5a$ උසක දී වෘත්තාකාර චලිතයෙන් ඉවත් වේ නම් එම අවස්ථාවේ අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයා ඉන්පසු අංශුව ලඟාවන උපරිම ලක්ෂ්‍යයට පහළම මට්ටමේ සිට ඇති උස a ඇසුරින් සොයන්න.



13. $2m$ ස්කන්ධය ඇති P නම් අංශුවක් ස්වභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා තන්තුවෙහි දෙකෙළවර තිරස් සුමට මේසයක් මත එකිනෙක $6l$ දුරින් පිහිටි A හා B අවල ලක්ෂ්‍යය 2 ට ගැට ගසා ඇත. ආරම්භයේ දී P අංශුව $\overrightarrow{AB}$ දෙසට $\sqrt{5gl}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. t කාලයේ දී $AP = x$ නම් $3l \leq x \leq \frac{9l}{2}$ සඳහා අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{4g}{3l}(x - 3l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$y = x - 3l$ ලෙස යෙදීමෙන් ඉහත චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{4g}{3l}y = 0$ ලෙස ලියා දක්වන්න. මෙහි $0 \leq y \leq \frac{3l}{2}$ වේ. ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ ලෙස උපකල්පනය කොට A, B, ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒනයිත් $y = \frac{3l}{2}$ විට අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{2gl}$ බව පෙන්වන්න.

තව දුරටත් $\frac{9l}{2} \leq x \leq k$ සඳහා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{2g}{3l}\left(x - \frac{3l}{2}\right) = 0$ බව පෙන්වා $k = \frac{1}{2}(4\sqrt{3} + 3)$ බවද පෙන්වන්න.

අංශුව ඝෂණික නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට ගත් කල මුළු කාලය $\sqrt{\frac{3l}{2g}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{3}{5}} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$ බව පෙන්වන්න.

14. a. ABC ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{CA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \underline{b}$ ද යැයි ගනිමු. E හා D ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් AC හා BC මත පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{CE} = \frac{2\underline{a}}{5}$ හා $\overrightarrow{CD} = \frac{2\underline{b}}{7}$ වන සේ ය. AD හා BE රේඛා G ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වේ.

$\overrightarrow{CG} = \underline{a} + \lambda \left(\frac{2\underline{b}}{7} - \underline{a} \right) = \underline{b} + \mu \left(\frac{2\underline{a}}{5} - \underline{b} \right)$ ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ. λ හා μ වල අගයයන් සොයන්න.

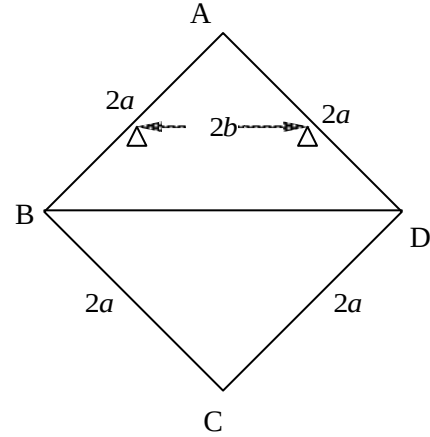
b. Oxy අක්ෂ පද්ධතියේ A, B, C සහ D ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(2, 3), (4, 7), (8, 2)$ සහ $(4, -2)$ වේ. $3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{BC}, 2\overrightarrow{CD}$ සහ $k\overrightarrow{DA}$ යන ඒකතල බල පද්ධතියක් මෙම $ABCD$ චතුරස්‍රයේ අදාළ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

i. එක් එක් බලය $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ දෛශක ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. ඒ නයිත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය $X\underline{i} + Y\underline{j}$ ආකාරයට දක්වන්න.

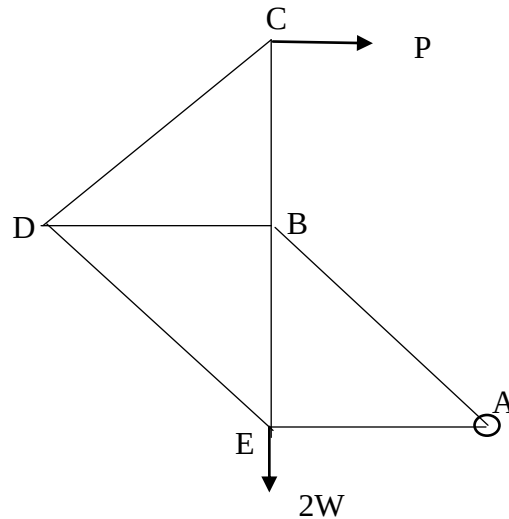
ii. ඉහත සම්ප්‍රයුක්තය y - අක්ෂයට සමාන්තර වේ නම්, k හි අගය සොයන්න.

iii. $k = 2$ වන විට සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

15. a. දිග $2a$ ද බර W ද වන සමාන දඬු හතරක් ඒවායේ කෙළවරවල දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රය සෑදෙන පරිදි ය. එම හැඩය පවත්වා ගැනීම සඳහා BD සැහැල්ලු දණ්ඩක් යොදා නෙ ඇති අතර BD තිරස් වන පරිදි ත් C ට ඉහළින් A පවතින පරිදි ත් AB, AD දඬු එකම තිරස් මට්ටමේ $2b$ පරතරයෙන් පිහිටි සුමට නාදැති දෙකක් මත පවතින පරිදින් සැකිල්ල සිරස් ව සමතුලිතතාවයේ පවතී. BD දණ්ඩ තුළ තෙරපුම සොයන්න. තව ද A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියා ව ද සොයන්න.



- b. සැහැල්ලු දඬු හතරක් ඒවායේ අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් සෑදෙන ලද රාමු සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක්වේ. මෙහි $AE = EB = BD = BC = l$ සහ $AB = ED = DC = \sqrt{2}l$ වේ. එම රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර E හි දී $2W$ භාරයක් දරා සිටියි. C හි දී ක්‍රියා කරන P නම් තිරස් බලයක් මගින් EA තිරස් වන පරිදි රාමු සැකිල්ල සිරස් ව රඳවා ගනිමින් ඇත.



- (i) P හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න.
- (ii) අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
- (iii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන ඇඳ දඬු සියල්ලේ ම ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරන්න.

16. උස h වන ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

උස h හා අරය r වන ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයකින් සෘජු වෘත්ත කේතුවක් හාරා ඉවත් කරනු ලැබේ. කේතුවේ පතුල සිලින්ඩරයේ එක් අන්තයක් සමඟ ද කේතුවේ ශීර්ෂය O සිලින්ඩරයේ අනෙක් අන්තයේ කේන්ද්‍රය සමඟ ද සමපාත වේ. සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{3}{8}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

මෙම කුහරය සහිත සිලින්ඩරය O ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ පවතින පරිදි ලිස්සීම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් රළු බවක් සහිත ක්‍රම ක්‍රමයෙන් ආනතිය වැඩිකළ හැකි තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. එම තලයේ තිරසර ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{8r}{5h}\right)$ ඉක්මවා යන විට සිලින්ඩරය පෙරලෙන බව පෙන්වන්න.

17. a. එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක නිෂ්පාදනය කරන ලද වීදුරු ගඩොල් දෝෂ සඳහා පරීක්ෂා කෙරේ. නිපදවන ලද ඕනෑම ගඩොලක වායු බුබුළු තිබීමේ සම්භාවිතාව 0.025 වේ. වායු බුබුළු සහිත ගඩොලක් පලදු වීමේ සම්භාවිතාව 0.40 වන අතර වායු බුබුළු රහිත ගඩොලක් පලදු නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.996 වේ.

(i) සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද ගඩොලක් පලදු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද ගඩොලක් පලදු වී තිබෙයි නම් එය වායු බුබුළු රහිත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) ගඩොලක පලදු සිදුවීම, වායු බුබුළු ඇති වීමෙන් ස්වායත්ත නොවන බව පෙන්වන්න.

- b. එක්තරා ගොවිපොළක උෞරන්ගේ ස්කන්ධ ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට මැන තිබෙයි. ලබා ගන්නා ලද දත්ත පහත දැක්වෙන සමූහික සංඛ්‍යාත වගුවේ දැක්වේ.

ස්කන්ධ පරාසය / k g	උෞරන් ගණන
65 - 75	3
75 - 85	f_1
85 - 95	20
95 - 105	f_2
105 - 115	7

ස්කන්ධ පරාසය 75 - 85 හා 95 - 105 හි සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත්, සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය හා මාතය පිළිවෙලින් 90 kg හා 87.5 kg බව දැනී. වගුවෙහි දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත ගණනය කර ඒ නයින් ස්කන්ධ මනින ලද මුළු උරන් ගණන ලබා ගන්න.

සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.



වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10	S	I
----	---	---

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය - පෙරහුරු පරීක්ෂණය

B කොටස

❖ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

- 11) (a) (i) $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල α හා β නම් $(\alpha - \beta^2)(\beta - \alpha^2)$ හි අගය සොයන්න.
 ඉහත වර්ගජ සමීකරණයේ එක් මූලයක් අනෙක් මූලයේ වර්ගය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව අපෝහනය කරන්න.
- (ii) $2x^2 - (a + 1)x + (a - 1) = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වල අන්තරය එහි මූල වල ගුණිතයට සමාන වීමට a ට තිබිය යුතු අගය සොයන්න.
- (b) (i) $(x - 1)$ යන්න $f(x) = x^3 + ax^2 - x - 3$ යන බහු පද ශ්‍රිතයේ සාධකයක් නම් a වල අගය සොයන්න. a මෙම අගය ගන්නා විට, $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තීරණය කරන්න.
- (ii) $(x - 2)$ සහ $(x + 3)$, $f(x) = 2x^3 + x^2 + px + q$ යන බහු පදයේ සාධක නම් p හා q වල අගයන් සොයන්න. p හා q මෙම අගයන් ගන්නා විට $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.
- 12) (a) ලොතරැයි මණ්ඩලයේ සංවත්සරය සඳහා විශේෂිත ලොතරැයිස්තුවක් මුද්‍රණය කරනු ලබයි. එහි මුල් අක්ෂරය, ඉංග්‍රීසි අක්ෂරයක් වන අතර ඒ සඳහා A සිට Z දක්වා ඕනෑම අක්ෂරයක් මුද්‍රණය කළ හැකි ය. ඉතිරි සංඛ්‍යා හතර මුද්‍රණය වන්නේ 0 සිට 9 දක්වා සංඛ්‍යාක 10 උපයෝගී කරගෙනය.
- (i) එකම අංකය නැවත නැවත භාවිතා කරමින් ටිකට්පත් මුද්‍රණය කළ හැකි නම් මුද්‍රණය කළ හැකි ටිකට්පත් ගණන සොයන්න.
- (ii) එක් අංකයක් එක් වරක් පමණක් භාවිතා කරන්නේ නම්, මෙලෙස මුද්‍රණය වන ටිකට්පත් ගණන කොපමණද?
- 2, 4, 6, 8 අංක හතරම කෙසේ හෝ මුද්‍රණය වී, හා A, E, I, O, U අක්ෂර පහෙන් එකක් මුද්‍රණය වූ ටිකට්පත් සඳහා විශේෂිත ත්‍යාග මුදලක් පිරිනමනු ලබයි. මෙලෙස මුද්‍රණය කළ හැකි ටිකට්පත් ගණන කොපමණද ?

(b) $\frac{1}{r(r+1)}$ හින්ත භාග සොයන්න. ($r \in \mathbb{Z}^+$)

එනයිත්,

(i) $\frac{1}{(r+1)(r+2)}$

(ii) $\frac{1}{(r+2)(r+3)}$ හින්ත භාග අපෝභනය කරන්න.

$3r + 1 = A(r + 3) + B(r + 1)$ වන පරිදි A හා B නියත ගණනය කරන්න.

එමඟින් $\frac{3r+1}{(r+1)(r+2)(r+3)} = 4[f(r+1) - f(r+2)] + f(r+1) - f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතය ලියන්න.

එමඟින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්,

$$\frac{4}{2.3.4} + \frac{7}{3.4.5} + \frac{10}{4.5.6} + \dots \text{ ශ්‍රේණියේ පද } n \text{ ප්‍රමාණයක ඓක්‍යය } S_n \text{ යන්න, } S_n = \frac{5}{6} + \frac{1}{n+2} - \frac{4}{n+3}$$

බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණියේ අභිසාරී බව පෙන්වා, පද ගණන අනන්තය දක්වා වැඩි වන විට එහි ඓක්‍යය

සොයන්න. තවද $\left| S_n - \frac{5}{6} \right| < \frac{5}{14}$ වන පරිදි n හි අගය පරාසය සොයන්න.

13) (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ සහ $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$A(\lambda A + \mu I) = I$ වන අයුරින් λ හා μ අගයන් සොයන්න. මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ. ඒ නයිත් A^{-1} සොයන්න.

(b) Z_1 හා Z_2 යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකකි.

(I) $Re(Z_1 \overline{Z_2}) = Re(\overline{Z_1} Z_2)$ හා

(II) $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 - 2Re(Z_1 \overline{Z_2}) + |Z_2|^2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයිත්,

$$|1 - Z_1 \overline{Z_2}|^2 - |Z_1 - Z_2|^2 = (1 - |Z_1|^2)(1 - |Z_2|^2) \text{ බව අපෝභනය කරන්න.}$$

(c) $\sqrt{5} + 2i$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $\sin \theta = \frac{2}{3}$ වන පරිදි වූ සුළු කෝණයකි.

ඒ නයිත් සියලුම n සඳහා,

$(\sqrt{5} + 2i)^n + (\sqrt{5} - 2i)^n$ තාත්වික බව පෙන්වන්න. $n = 6$ විට මෙම ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

14) (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = \frac{-(3x+1)}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

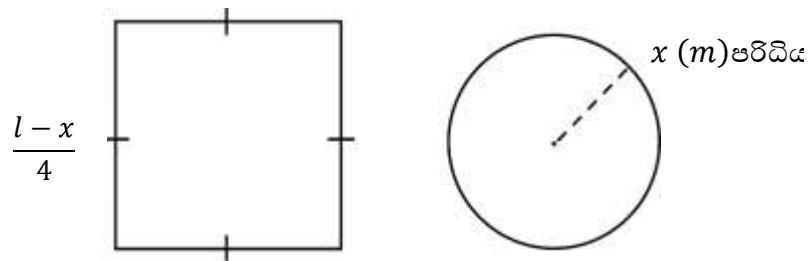
ඒ නමින් $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න. $x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{6(x+1)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝත්ම, හැරුම් ලක්ෂ හා නතිවර්තන ලක්ෂය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) $l(m)$ කම්බියක් කොටස් දෙකකට කපා පහත ආකාරයට පරිධිය $x(m)$ වන වෘත්තාකාර රූපයක් හා පැත්තක දිග $\frac{l-x}{4}$ වන සමචතුරස්‍රාකාර රූපයක් පහත ආකාරයට නිර්මාණය කර ඇත.



වෘත්තයේ අරය x ඇසුරින් සොයා, රූපවල වර්ගඵලවල ඵෙකය $A(x) = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(l-x)^2}{16}$ බව පෙන්වන්න.

රූප දෙකේ වර්ගඵලවල ඵෙකය අවම වන්නේ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග $\frac{l}{4+\pi}$ වනවිට බව පෙන්වන්න.

15) (a) $x - \frac{1}{x} = \sqrt{2} \tan \theta$ හා $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2} \sec \theta$ නම්,

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \sec^2 \theta = 2 \tan^2 \theta$ බව පෙන්වන්න.

$I = \int \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ හා $J = \int \frac{x^2-1}{x^4+1} dx$ ලෙස දී ඇත.

$\int \frac{x^2}{1+x^4} dx = \alpha I + \beta J$ වන පරිදි α, β නියත සොයන්න.

$I = \int \frac{1+\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}} dx$ හා $J = \int \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}} dx$ ලෙස පරිවර්තනය කරමින් දී ඇති ආදේශ භාවිතා

කරමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් $\int \frac{x^2}{1+x^4} dx$ අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x \ln(x^2+1) dx = \frac{1}{2} (\ln 4 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්,

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{4} (\pi - 1) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

16)

a) $l_1 \equiv 6x - 8y + 7 = 0$ හා $l_2 \equiv y - 2 = 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. එම රේඛා අතර සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය වන l' හි සමීකරණය සොයන්න.

l' රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක, පරාමිතියක් මගින් $(\frac{3}{2} + 3\lambda, 2 + \lambda)$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය l' මත පිහිටියා වූ ද $y = 2$ රේඛාව ස්පර්ෂ කරන්නා වූ ද අරය ඒකක 6ක් වන S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$S = 0$ වෘත්තය මගින් $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ රේඛා ස්පර්ශ කරන ලක්ෂ පිළිවෙලින් P හා Q නම්, PQ ස්පර්ශ ජායයේ සමීකරණය සොයන්න.

P හා Q හරහා ගමන් කරන $S = 0$ මගින් පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන $S' = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

17) (I) $\tan x$ සහ $\tan y$ ඇසුරෙන් $\tan(x+y)$ සඳහා සූත්‍රය සඳහන් කරන්න.

$$2x + y = \frac{\pi}{4} \text{ නම්, } \tan y = \frac{1 - 2 \tan x - \tan^2 x}{1 + 2 \tan x - \tan^2 x} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$t^2 + 2t - 1 = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් $\tan \frac{\pi}{8}$ බව ද, එහි අගය $\sqrt{2} - 1$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

(II) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c} \cos \frac{A}{2} \text{ සම්බන්ධයෙන් } \theta (> 0) \text{ කෝණය දෙනු ලැබේ. මෙහි } A, b, c, \text{ රාශි } ABC$$

ත්‍රිකෝණයක් සම්බන්ධයෙන් භාවිතා කරන සාමාන්‍ය අර්ථ ගනී. $a = (b+c)\sin \theta$ බව සාධනය කරන්න.

(III) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} \frac{x}{2} = \frac{5\pi}{6}$ සමීකරණය විසඳන්න.

-----සමාප්ත-----